Die statische Berechnung allgemeiner ausgesteifter Faltwerke mit Hilfe finiter Elemente vom Gleichgewichtstyp

Doctoral Thesis**Author(s):**

Bosshard, Walter

Publication date:

1971

Permanent link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-000093848>

Rights / license:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#)

**DIE STATISCHE BERECHNUNG ALLGEMEINER
AUSGESTEIFTER FALTWERKE MIT HILFE
FINITER ELEMENTE VOM GLEICHGEWICHTSTYP**

Abhandlung
zur Erlangung
der Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften
der

EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZÜRICH

vorgelegt von
WALTER BOSSHARD
dipl. Bauingenieur ETH
geboren am 3. Juli 1940
von Dübendorf ZH

Angenommen auf Antrag von
Prof. Dr. P. Dubas, Referent
Prof. Dr. W. Schumann, Korreferent

R. Langer, Offset- und Buchdruck
Zürich
1971

ZUSAMMENFASSUNG

Ein automatisches numerisches Berechnungsverfahren für die statische, linearelastische Berechnung ausgesteifter und ausgefachter Faltwerke mit biegeweichen Scheiben beliebiger polygonaler Form wird entwickelt.

Die Diskretisation des kontinuierlichen Tragwerks stützt sich auf einen Finite-Element Ansatz durch Polynome 5. Grades für die Airy'sche Spannungsfunktion der Einzelscheiben in allgemeinen Dreiecksbereichen. Besondere Hilfselemente dienen der Formulierung der Uebergangsbedingungen bei verzweigten Scheibenkanten. Der Ansatz ist ein vollständiger Gleichgewichtsansatz; alle Diskretisationsfehler betreffen die Verträglichkeit. Die relativ hohe Ordnung des Elementansatzes garantiert darüber hinaus lokale Kontinuität des genäherten Spannungsfeldes in den Knoten des Dreiecksnetzes. Hilfselemente erlauben die Heranziehung dieser Ueberkontinuität in geeigneter Weise auch bei den Anschlussknoten von Stabelementen oder an mehrfachen Scheibenkanten.

Das diskrete System hat Kraftgrößen als Hauptvariable und Verschiebungsgrößen als Hilfsvariable (Lagrange'sche Multiplikatoren). Die Lösung der indefiniten Gleichungssysteme erfolgt stufenweise im Rahmen einer Substrukturtechnik mit beliebig vielen Stufen; der Algorithmus für die Teilelimination auf einer Stufe vermittelt eine **a u t o m a t i s c h e H i l f s - l a g e r u n g** der einzelnen Substrukturen. Diese Massnahme schützt zugleich vor anderen Situationen linearer Fast-Abhängigkeit in den Gleichungssystemen. Die Substrukturtechnik ist besonders geeignet für die Erfassung von Tragwerken mit regelmässiger Repetition von Bauteilen. Das Fehlen eines übergeordneten globalen Koordinatensystems erübrigt Transfor-

mationen an den Substrukturmatrizen gleicher Bauteile in gedrehter räumlicher Lage.

Die Datenstruktur des elektronischen Rechenprogramms erlaubt die Ausnützung aller Repetitionen auch an Tragwerken, die nur teilweise regelmässig sind. Das Rechenprogramm ist auf den schrittweisen Aufbau grosser Tragwerke mit Zwischentests an den Substrukturen von Zwischenstufen ausgerichtet. Die automatisch ermittelten Hilfslager der Substrukturen werden vom Programm so verwaltet, dass sie automatisch oder manuell weiterverarbeitet werden können. Nach Abschluss des Strukturaufbaus mit der Auflösung auf der höchsten Stufe erfolgt rückwärts die Bestimmung der Resultate an den Substrukturen aller Stufen in einem Rechengang selektiv und automatisch. Auf der Grundelementstufe können die Spannungen direkt graphisch dargestellt werden.

Beispiele zeigen die besondere Eignung dieser Gleichgewichtsmethode für den Bauingenieur, der auf Grund der Gegebenheiten der Baustoffe und Fertigungsverfahren im Bauwesen an Gleichgewichtsmodellen besonders interessiert ist. Sie geben darüber hinaus Hinweise auf eine ausgezeichnete numerische Tauglichkeit des Verfahrens auch an relativ grossen Problemen. Das grösste gelöste Beispiel behandelt in 10 Stufen ein Tragwerk, das bei direkter Auflösung mit derselben Diskretisation mehr als 50'000 Unbekannte hätte, ohne dass einschneidende Stellenverluste festzustellen wären.

Gleichgewichtsmodelle sind ihrem Wesen nach die rechentechnisch aufwendigsten Varianten der Finite-Element-Technik. Wo wegen der Verwendung duktiler Materialien grobe Gleichgewichtsmodelle ausreichen und eine teilweise Regelmässigkeit der Tragwerke vorliegt, muss diese Tatsache nicht von vornherein deren praktische Unterlegenheit bedeuten.

Das entwickelte Verfahren ist gebrauchssicher und automatisch, aber nicht narrensicher. Die Arbeit mit Gleichgewichtsmodellen dieser Art verlangt etwas mehr Einsicht in das Tragverhalten und die Rechentechnik als kinematische Verfahren.

SUMMARY

A finite-element equilibrium method for static, linear elastic analysis of stiffened and web-braced folded plate structures of arbitrary geometry is presented.

For discretization of plane stress in plates, Airy's stress function is approximated in general triangular elements by polynomials of the fifth order; this equilibrium element is stress-diffusing, and it ensures full local compatibility at nodes. Auxiliary elements are used to impose equilibrium and compatibility at multiple joints of plates and other structural members. A beam element for eccentric connection with plates is included.

The discrete system has forces as main variables and displacements as Lagrange multipliers. The solution is found in the frame of a substructure technique with an arbitrary number of substructure levels. The algorithms for partial elimination at a given level provide auxiliary supports of substructures automatically; this measure protects the solution process against other situations of linear dependence as well.

The computer program implemented (in a standard "pidgin" subset of FORTRAN for universal compatibility) is designed for taking full advantage of total or partial regularity of structural configuration. As no overall coordinate system is used, substructure matrices are independent of spatial orientation, and no transformations are required for repeated substructures in rotated positions. Regularity need not include loadings or supports; slight departures from full regularity does not offset possible economies of computing effort. However, the program is not confined to such regular

cases; consistent use of tree structures in organizing data and recursive programming concepts make it entirely general. Several examples show the suitability of the method to civil engineering problems, where equilibrium models are of particular interest. The largest example solved has more than 50000 discrete structural variables; no signs of numerical instability have been observed in this or in smaller examples.