Knickung verwundener Stäbe unter Druck

Doctoral Thesis**Author(s):**

Hui, Erich

Publication date:

1955

Permanent link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-000101755>

Rights / license:

In Copyright - Non-Commercial Use Permitted

Prom.-Nr. 2453

Knickung verwundener Stäbe unter Druck

Von der
Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich
zur Erlangung der
Würde eines Doktors der Mathematik
genehmigte
Promotionsarbeit
vorgelegt von

Erich Hui

Eschenz (Thurgau)

Referent: Herr Prof. Dr. H. Ziegler

Korreferent: Herr Prof. Dr. H. Favre

Wien
Springer-Verlag
1955

Knickung verwundener Stäbe unter Druck.

Von E. Hui, Eschenz (Schweiz).

Mit 15 Textabbildungen.

I. Einleitung.

1. Problemstellung.

Ein gerader elastischer Stab habe für einen Querschnitt im allgemeinen zwei verschiedene Hauptträgheitsmomente, welche beide aber für alle Querschnitte gleich

Abb. 1. Die fünf Knickfälle.

sind. Die Hauptachsen des Querschnittes seien im spannungslosen Zustand um einen festen Winkel je Längeneinheit des Stabes gegeneinander verdreht. Der Stab wird an beiden Enden durch eine in der Längsrichtung wirkende Kraft konstanten Betrages und konstanter Richtung auf Druck beansprucht.

Bei den fünf verschiedenen Arten der Lagerung des Stabes an den beiden Enden (Abb. 1) werden die Knicklasten berechnet und mit denen des unverwundenen Stabes verglichen. Ferner wird die elastische Linie beim Beginn der Knickung bestimmt.

2. Bemerkungen zum Problem.

Die Reaktionskräfte leisten in keinem der fünf Fälle Arbeit, falls die Lager als starr und reibungsfrei angesehen werden. Die inneren Kräfte sind konservativ, wenn von Dämpfungserscheinungen abgesehen wird. Da die Drucklast konstante Richtung

hat, ist das Problem rein nichtgyroskopisch — s.¹, Seite 8 bis 10. Für die Bestimmung der kritischen Lasten, unter welchen der Stab ausknickt, kann dann die Gleichgewichtsmethode verwendet werden, wie es schon Euler in seiner grundlegenden Arbeit getan hat².

Im Falle des beidseitig gelenkig gelagerten Stabes (Fall 5) liegt die Lösung von H. Ziegler vor³. Im Abschnitt III, 4 wird die Abbildung teilweise von dort übernommen und mit den anderen Fällen diskutiert. Für den Fall des einseitig eingespannten Stabes (Fall 3) hat E. Lüscher eine Lösung veröffentlicht⁴, die jedoch nicht richtig ist.

Ein ähnliches Problem ist das der Bestimmung der Eigenschwingungen einer verwundenen Welle. Einer Eigenfrequenz entspricht in unserem Problem eine kritische Last. Während bei den kritischen Lasten nur die kleinste, die Knicklast, eine praktische Bedeutung hat, sind alle Eigenfrequenzen wichtig. In⁵ ist dieses Problem für den einseitig eingespannten Stab gelöst. Die Rechnung ist wesentlich verwickelter als in unserem Problem, die Resultate der beiden Probleme weisen Ähnlichkeiten auf. M. Anliker hat die Eigenfrequenzen für den Fall 4⁶ bestimmt.

Für die theoretischen Grundlagen wird neben dem Lehrbuch für Mechanik von E. Meißner-H. Ziegler⁷ vor allem auf zwei Arbeiten von H. Ziegler verwiesen^{8, 9}.

Kompliziertere Zwischenrechnungen in dieser Arbeit werden in einem Anhang zusammengefaßt. Im Text ist durch (A. 1) usw. darauf verwiesen.

II. Aufstellung und Lösung des Eigenwertproblems.

1. Koordinatensysteme.

Das vorliegende Problem kann in verschiedenen Koordinatensystemen behandelt werden, wovon vor allem die folgenden drei günstig sind (Abb. 2 bis 4):

Abb. 2.

Abb. 3.

Abb. 4.

Abb. 5.

¹ H. Ziegler: Linear elastic stability. ZAMP Vol. 4. Basel: Birkhäuser. 1953.

² L. Euler: Histoire de l'Académie, Vol. 13. Berlin. 1757.

³ H. Ziegler: Schweiz. Bau-Ztg. 66, 483 (1948).

⁴ E. Lüscher: Schweiz. Bau-Ztg. 71, 172 (1953).

⁵ A. Troesch, M. Anliker und H. Ziegler: Lateral vibrations of twisted rods. Quarterly of Applied mathematics, Vol. 12/2, July 1954.

⁶ M. Anliker: Biegeschwingungen verwundener, einseitig eingespannter und am anderen Ende gelenkig gelagerter Stäbe. Diss. ETH. (Zürich: Leemann. 1955).

⁷ E. Meißner-H. Ziegler: Lehrbuch der Mechanik, Bd. I, II, III. Basel: Birkhäuser. 1945, 1947, 1950.

⁸ H. Ziegler: Knickung gerader Stäbe unter Torsion. ZAMP Vol. 3. Basel: Birkhäuser. 1952.

⁹ H. Ziegler: Stabilitätsprobleme bei geraden Stäben und Wellen. ZAMP Vol. 2. Basel: Birkhäuser. 1951.