Versuche zum dynamischen Verhalten teilweise vorgespannter Leichtbeton- und Betonbalken

Working Paper**Author(s):**

Gisin, Walter; Bachmann, Hugo

Publication date:

1985

Permanent link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-000362852>

Rights / license:

In Copyright - Non-Commercial Use Permitted

Originally published in:

Bericht / Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich 7501(2)

**Versuche zum dynamischen Verhalten
teilweise vorgespannter Leichtbeton-
und Betonbalken**

Walter Gisin
Hugo Bachmann

September 1985
Bericht Nr. 7501-2

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Gisin, Walter:

Versuche zum dynamischen Verhalten teilweise vorge-
spannter Leichtbeton- und Betonbalken / von Walter
Gisin; H. Bachmann. - Basel; Boston; Stuttgart:
Birkhäuser, 1985.

(Bericht / Institut für Baustatik und Konstruktion

ETH Zürich; Nr. 7501-2)

ISBN 3-7643-1758-2

NE: Bachmann, Hugo.; Institut für Baustatik und
Konstruktion <Zürich>: Bericht

Nachdruck verboten.

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzungen in fremde Sprachen und
der Reproduktion auf photostatischem Wege oder durch Mikrofilm,
vorbehalten.

**Versuche zum dynamischen Verhalten
teilweise vorgespannter Leichtbeton- und Betonbalken**

von

Dipl. Ing. Walter Gisin
Prof. Dr. H. Bachmann

Institut für Baustatik und Konstruktion
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Zürich
September 1985

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
1.1 Allgemeines	1
1.2 Zielsetzung	
1.3 Theoretische Grundlagen	2
1.4 Resultate der 1. Versuchsserie an schlaff bewehrten Balken	2
1.5 Entwickelte Dämpfungsmodelle für Stahlbetonbalken	3
1.6 Versuchsprogramm	3
2. Versuchsbalken	5
2.1 Beschreibung der Versuchsbalken	5
2.1.1 Abmessungen, statische Systeme	5
2.1.2 Bewehrung	5
2.1.3 Herstellung und Lagerung	6
2.1.4 Vorspannen und Injizieren	6
2.1.5 Zusatzmassen	7
2.2 Baustoffe	7
2.2.1 Leichtbeton und Beton	7
2.2.2 Injektionsgut	8
2.2.3 Schlaffer Bewehrungsstahl	8
2.2.4 Spannstahl	8
2.3 Rechnerische Werte für die Versuchssteuerung und -auswertung	8
2.3.1 Materialkennwerte	8
2.3.2 Querschnittswerte, Biegesteifigkeiten	9
2.3.3 Biegemomente	9
2.3.4 Spannungen	11
2.3.5 Vorspanngrade	11
3. Versuchsdurchführung	12
3.1 Versuchsanlage	12
3.1.1 Dynamische Belastungseinrichtung	12
3.1.2 Statische Belastungseinrichtung	12
3.1.3 Messeinrichtung	12
3.1.4 Lager	13
3.2 Versuchsablauf	14
3.3 Versuchsauswertung	15
3.3.1 x-t-Thermo-Schreiber	15
3.3.2 Magnetband	15
3.3.3 Datenerfassungsanlage	16
4. Versuchsergebnisse	17
4.1 Biegemomente, Spannungen	17
4.2 Biegesteifigkeiten	18
4.2.1 Statische Biegesteifigkeiten	18
4.2.2 Dynamische Biegesteifigkeiten	20
4.3 Eigenfrequenzen	22
4.4 Beschleunigungen	25
4.5 Dämpfung	26
ZUSAMMENFASSUNG	29
RESUME	32
SUMMARY	35
VERDANKUNGEN	38
LITERATURVERZEICHNIS	39
BEZEICHNUNGEN	40
BILDER	43
TABELLEN	86

1. Einleitung

1.1 Allgemeines

Neue und besser ausnützbare Materialien und neue Technologien ermöglichen den Bau immer schlankerere Tragwerke, die vor allem durch periodisch wirkende Kräfte leicht in Schwingungen mit grösseren Amplituden versetzt werden können. Insbesondere bei Verwendung von Leichtbeton lassen sich in Kombination mit der Vorspannung ausgesprochen schlanke Konstruktionen erstellen, wobei heute nicht mehr die volle, sondern die teilweise Vorspannung mit Rissbildung im Gebrauchszustand [5], [6] im Vordergrund steht.

Für die dynamische Analyse von Tragwerken stehen zahlreiche hochentwickelte Berechnungsverfahren und Computerprogramme zur Verfügung. Wirklichkeitsnahe Rechenergebnisse können jedoch nur bei Kenntnis der dynamischen Materialeigenschaften wie z.B. dynamische Biegesteifigkeiten, Dämpfungswerte, usw. erzielt werden. Entsprechende Grundlagen auf dem Gebiet des teilweise vorgespannten Leichtbetons wie auch des teilweise vorgespannten Betons fehlen jedoch praktisch vollständig.

Zur Klärung des Einflusses einer teilweisen Vorspannung auf das dynamische Verhalten von Leichtbeton- und Betonkonstruktionen sind am Institut für Baustatik und Konstruktion (IBK) der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich (ETH) im Rahmen des Forschungsprojektes 'Dynamisches Verhalten von Leichtbeton- und Betonkonstruktionen' Versuche an Leichtbeton- und Betonbalken durchgeführt worden. Beim vorliegenden Versuchsbericht handelt es sich um eine Fortsetzung der 1979 veröffentlichten 1. Versuchsserie an schlaff bewehrten Leichtbeton- und Betonbalken [1]. Mit der 1. Versuchsserie konnten grundlegende Erkenntnisse über den Einfluss der Rissbildung, der Beanspruchungshöhe, des Bewehrungsgehaltes sowie der Betonart (Leichtbeton, Normalbeton) auf Bauwerkseigenschaften wie Biegesteifigkeit, Eigenfrequenz und Dämpfung im elastischen Beanspruchungsbereich gewonnen werden. Entsprechende Berechnungsmodelle sind 1981 in einer theoretischen Arbeit [2] veröffentlicht worden.

Um direkte Vergleiche zwischen der 1. Versuchsreihe an schlaff bewehrten Balken und der hier beschriebenen 2. Versuchsreihe an teilweise vorgespannten Balken zu ermöglichen, wurden die Versuchsanlage und die Versuchsbalken in bezug auf Abmessungen, Spannweiten und Betonqualität weitgehend analog konzipiert (Bilder 1 und 2).

1.2 Zielsetzung

Die vorliegende experimentelle Untersuchung dient zur Erforschung des Einflusses

- des Vorspanngrades
- der Rissbildung
- der Beanspruchungshöhe (Momente und Normalkraft bzw. Durchbiegung, Stahlbeanspruchung)

auf die dynamischen Eigenschaften von voll und teilweise vorgespannten Leichtbeton- und Betonbalken unter Biegebeanspruchung. Dabei interessieren insbesondere

- die Biegesteifigkeit
- die Eigenfrequenz
- das Dämpfungsverhalten
- der Vergleich mit analogen Leichtbeton- und Betonbalken

im quasi-elastischen Beanspruchungsbereich. Ferner sollen anhand der Versuchsergebnisse die für die schlaff bewehrten Balken erarbeiteten theoretischen Modelle [2] überprüft werden. Die Versuchsergebnisse sind Grundlage für eine Erweiterung dieser Modelle auf teilweise vorgespannte Leichtbeton- und Betonbalken.

1.3 Theoretische Grundlagen

Eine umfassende Zusammenstellung der theoretischen Grundlagen ist in [1] vorhanden.

1.4 Resultate der 1. Versuchsserie an schlaff bewehrten Balken

Im folgenden werden die wichtigsten Resultate der dynamischen Versuche an schlaff bewehrten Balken kurz zusammengestellt. Für ein eingehendes Studium sei auf [1] verwiesen.

Biegemomente und Querkräfte

Die Biegemomente und Querkräfte infolge dynamischer Relativbeanspruchung waren bei den entsprechenden Leichtbeton- und Betonbalken bei gleicher Relativedurchbiegung stets annähernd gleich gross, da sich die Einflüsse der höheren Beschleunigungen und der geringeren Masse der Leichtbetonbalken etwa kompensierten.

Biegesteifigkeiten

Die durch die Rissbildung bewirkte Abminderung der statischen und der dynamischen Biegesteifigkeit betrug gegenüber dem ungerissenen Zustand bei den Leichtbetonbalken 57% bis 71% und bei den Betonbalken 68% bis 84%. Die Abminderung war bei schwach bewehrten Balken erwartungsgemäss grösser als bei stärker bewehrten Balken.

Eigenfrequenzen

Die Eigenfrequenzen der Versuchsbalken reduzierten sich mit zunehmender Rissbildung. Die Abnahme gegenüber dem gerissenen Zustand betrug bei den Leichtbetonbalken 33% bis 44% und bei den Betonbalken 47% bis 54%. Die im ungerissenen Zustand kleineren Eigenfrequenzen der Leichtbetonbalken nahmen mit zunehmender Beanspruchung und Rissbildung weniger stark ab als die Eigenfrequenzen der analogen Betonbalken, dies trotz geringerer Masse infolge des wesentlich geringeren E-Moduls. Schliesslich wiesen sämtliche Leichtbetonbalken höhere Eigenfrequenzen auf als die analogen Betonbalken.

Dämpfung

Es wurde eine ausserordentlich starke Abhängigkeit der Dämpfung von der Beanspruchungshöhe (Grösse der Relativbeanspruchung) festgestellt. Im Bild 3 sind die aus den ersten zehn Zyklen eines Ausschwingversuchs ermittelten Dämpfungswerte (logarithmisches Dekrement δ bzw. Dämpfungsmass ξ) in Funktion der Relativedurchbiegung w_{rel} dargestellt.

Bei einer erstmaligen Steigerung der Relativbeanspruchung (1. Prüfphase) stieg bei allen Versuchsbalken während der Rissbildung die Dämpfung vorerst an. Nachdem annähernd alle Biegerisse ausgebildet waren, nahm die Dämpfung mit weiter steigender Relativbeanspruchung wieder ab. Bei hoher Relativbeanspruchung, d.h. bei Stahlspannungen bis nahe bei der Proportionalitätsgrenze, wurden für das Dämpfungsmass sehr niedrige Werte von teilweise unter 1% ermittelt. Bei Wiederholung der Ausschwingversuche (2. Prüfphase) an den nun bereits gerissenen Balken wurden bei kleinen Relativbeanspruchungen für das Dämpfungsmass sehr hohe Werte von bis zu 4% und mehr festgestellt. Bei hohen Relativbeanspruchungen wurden dann aber bei fast allen Balken wiederum Werte von weniger als 1% gemessen. Die Dämpfung der Leichtbetonbalken war stets geringer als diejenige der analogen Betonbalken.

1.5 Entwickelte Dämpfungsmodelle für Stahlbetonbalken

Die im Abschnitt 1.4 beschriebenen Versuchsergebnisse zeigten, dass mit dem Modell der viskosen Dämpfung, mit dem üblicherweise die Dämpfung von Stahlbetonbalken zu erfassen versucht wird, das tatsächliche Dämpfungsverhalten nicht zutreffend beschrieben werden kann. Im folgenden werden die in der Dissertation [2] entwickelten wirklichkeitsnaheren Modelle kurz vorgestellt.

Zur Beschreibung der Dämpfungsphänomene in einem Balken ist grundsätzlich zwischen ungerissenen und gerissenen Biegeelementen zu unterscheiden (Bild 4).

Bei einem ungerissenen Biegeelement erfolgt die Energiedissipation sowohl in der Biegedruck- als auch in der Biegezugzone ausschliesslich durch viskose Dämpfung.

Bei einem gerissenen Biegeelement wird die Energie durch viskose Dämpfung in der Biegedruckzone und durch Reibungsdämpfung in der Biegezugzone dissipiert. Die Reibungsdämpfung entsteht längs der Oberfläche des Bewehrungsstahls. Längs dieser Oberfläche bauen sich infolge Relativverschiebungen zwischen dem Beton und dem Stahl die im Bild 5 dargestellten Verbundkräfte auf. Die Energiedissipation erfolgt durch Gleitbewegungen der gegen den Bewehrungsstab gepressten Betonzähne zwischen den Sekundärrissen.

Durch Aneinanderreihen ungerissener und gerissener Biegeelemente und durch Superposition der Dämpfungsanteile der einzelnen Biegeelemente lässt sich das Dämpfungsmass des ganzen Stahlbetonbalkens ermitteln. Ein Vergleich des auf diese Art für den ganzen Balken numerisch ermittelten Dämpfungsmasses mit der pauschalen, an Versuchsträgern gemessenen äquivalenten viskosen Dämpfung lässt auf den Anteil der viskosen Dämpfung sowie auf den Anteil der Reibungsdämpfung schliessen. Damit können entsprechende Modellparameter festgelegt werden [2].

1.6 Versuchsprogramm

Die Versuchsanlage ist im Bild 1 dargestellt. Es wurden ein vorgespannter Leichtbeton- und ein vorgespannter Betonbalken gleicher Ausführung geprüft. Die Abmessungen und Bewehrungen sind aus Bild 2 ersichtlich.

Die dynamischen Eigenschaften der Balken (Biegesteifigkeit, Eigenfrequenz, Dämpfung) wurden mit Ausschwingversuchen ermittelt. Die Anregung erfolgte mit Hilfe eines servohydraulischen Schwingers in Balkenmitte (Bild 15), der plötzlich abgestellt wurde. Mit einer statischen Belastungseinrichtung (Bilder 12, 13, 14) konnte zudem vor und nach den Ausschwingversuchen die statische Biegesteifigkeit in dem jeweils interessierenden Durchbiegungsbereich gemessen werden.

Da die Versuche zerstörungsfrei durchgeführt werden konnten, war es möglich, mehrere Einflussparameter am gleichen Versuchsbalken zu untersuchen. Damit konnte bei versuchsmässig kleinem Aufwand ein umfassender Eindruck betreffend der Vorspanneinflüsse gewonnen werden. Das am Leichtbeton- und am Betonbalken in analoger Weise durchgeführte Versuchsprogramm umfasste im wesentlichen die folgenden vier Phasen:

- Phase 1:
Ausschwingversuche am voll vorgespannten ungerissenen Balken mit reduzierter Spannweite und zentrischer Vorspannkraft. Variation der Vorspannkraft. Spannstäbe ohne Verbund.
- Phase 2:
Ausschwingversuche am voll vorgespannten ungerissenen Balken mit grosser Spannweite und exzentrischer Vorspannkraft. Volle Rissbildung durch kurzfristige Wegnahme der Vorspannkraft. Ausschwingversuche am erneut voll vorgespannten Balken mit grosser Spannweite (Risse überdrückt). Spannstäbe ohne Verbund.
- Phase 3:
Ausschwingversuche am teilweise vorgespannten Balken mit grosser Spannweite und exzentrischer Vorspannkraft. Variation des Vorspanngrades durch Aufbringen von Zusatzmassen. Gekrümmtes Spannglied ohne Ver-

bund.

- Phase 4:

Gleich wie Phase 3, jedoch mit gekrümmtem Spannglied mit Verbund.

Die Einzelheiten der einzelnen Versuchsphasen sind in den Tabellen 1a bis 1d sowie in den Bildern 6a bis 6c dargestellt. Die Begriffe 'volle Vorspannung', 'teilweise Vorspannung' und 'Vorspanngrad' werden im Abschnitt 2.3.5 erklärt.

2. Versuchsbalken

2.1 Beschreibung der Versuchsbalken

2.1.1 Abmessungen, statische Systeme

Die Abmessungen und die statischen Systeme gehen aus den Bildern 2 und 6 hervor. Die Versuchsbalken mit einer Gesamtlänge von $l = 8.40$ m, einer Breite $b = 0.40$ m und einer Höhe $h = 0.24$ m entsprachen in ihren Abmessungen den schlaff bewehrten Balken der 1. Versuchsserie dieses Forschungsprojektes [1].

In der Phase 1 konnte mit einer reduzierten Spannweite $l = 5.04$ m in den als einfache Balken mit auskragenden Enden gelagerten Versuchsbalken die Biegebeanspruchung in Balkenruhelage gering gehalten werden. Damit genügte bereits eine kleine zentrische Vorspannkraft, um die Rissbildung sowohl in Balkenruhelage als auch bei begrenzten dynamischen Relativbeanspruchungen zu vermeiden. Dank der reduzierten Spannweite in der Phase 1 konnten im Vergleich zur Phase 2 etwa die doppelten Eigenfrequenzen bis zu 12 Hz erreicht werden, so dass sich für die voll vorgespannten Balken insgesamt ein breiter Frequenzbereich untersuchen liess.

Mit der für die Phasen 2, 3 und 4 gewählten Spannweite $l = 7.92$ m lagen die Eigenfrequenzen (abhängig von der Spannweite, der Masse und der Biegesteifigkeit bzw. dem Vorspanngrad) im Bereich von 2 bis 6 Hz. Dies entspricht im Brücken- und im Hochbau oft vorkommenden Grundfrequenzen und ermöglicht praxisnahe Folgerungen.

2.1.2 Bewehrung

Die Anordnung der schlaffen Bewehrung und der Spannbewehrung geht aus Bild 2 hervor. Die Leichtbetonbalken und die Betonbalken waren identisch bewehrt:

- schlaffe Längsbewehrung: 2 x 4 Durchmesser 12 mm
- Bügelbewehrung: Durchmesser 8 mm, $t = 150$ mm
- gerade, nicht injizierbare Spannstäbe in den Phasen 1 und 2: 6 Durchmesser 12 mm
- parabelförmig gekrümmtes, injizierbares Spannglied in den Phasen 3 und 4: 7 Durchmesser 7 mm

Schlaffe Bewehrung

Mit je 4 Durchmesser 12 mm auf der Balkenoberseite und auf der Balkenunterseite ($\rho = \rho' = 0.57\%$) entsprach die schlaffe Längsbewehrung der Bewehrung der Balken mit kleinstem Bewehrungsgehalt LB 1 bzw. B 1 der 1. Versuchsreihe [1]. Damit war einerseits in der nicht vorgespannten Teilphase 2.2 ein ausreichender Biege- widerstand vorhanden, und andererseits wurde ein direkter Vergleich mit der 1. Versuchsreihe möglich. Ferner entsprach der gewählte schlaffe Bewehrungsgehalt einem für teilweise vorgespannte Balken praxisnahen Wert.

Die Bügelbewehrung war so stark, dass im vornherein ein Schubbruch ausgeschlossen werden konnte.

Spannstäbe

Für die Phasen 1 und 2 (volle Vorspannung) wurde ein Vorspannsystem gewählt, das eine Veränderung der Vorspannkraft zwischen den einzelnen Teilphasen erlaubt und selbst möglichst eine geringe Dämpfung verursacht. Dies konnte durch die Wahl gerader, eingefetteter, nicht injizierbarer Spannstäbe mit Durchmesser 12 mm weitgehend erreicht werden.

Die sechs Spannstäbe erlaubten zentrische Betonspannungen bis zu 8.3 N/mm² (vgl. Tabelle 2). Mit vier Spannstäben (2 zentrisch, 2 unten) war bei grosser Spannweite in der Phase 2 in Balkenruhelage ein Vorspanngrad $\kappa_0 = 1.93$ (Balkenmitte) für den Leichtbetonbalken und $\kappa_0 = 1.55$ für den Betonbalken (κ_0 vgl. Tabelle 3 und Abschnitt 2.3.5) möglich, so dass für dynamische Relativbeanspruchung im Bereich der vollen Vorspannung genügend Reserve blieb. Die Verankerung der Spannstäbe erfolgte über eine Gewindemutter auf die Ankerplatte.

Spannglied

In den Phasen 3 und 4 (teilweise Vorspannung) sollte ein Balken mit einem in der Praxis üblichen Spanngliedverlauf untersucht werden. Das gewählte parabelförmig eingelegte Spannglied (Typ BBRV 360 mit 7 Durchmesser 7 mm Paralleldrahtbündel) ermöglichte zentrische Betonspannungen bis 2.5 N/mm² (vgl. Tabelle 2). Der Vorspanngrad in Balkenruhelage betrug ohne Zusatzmassen $\kappa_0 = 1.45$ (Balkenmitte) für den Leichtbetonbalken und $\kappa_0 = 1.17$ für den Betonbalken (κ_0 vgl. Tabelle 3 und Abschnitt 2.3.5). In Kombination mit den Spannstäben konnte der Vorspanngrad erhöht werden (Teilphase 2.4), in Kombination mit Zusatzmassen konnte er reduziert werden (Teilphasen 3.2 bis 3.5 und Teilphasen 4.2 bis 4.5).

2.1.3 Herstellung und Lagerung

Die Versuchsbalken wurden in einer konventionellen Holzschalung hergestellt. Durch Vornässen der Leichtzuschlagstoffe konnte deren Wasseraufnahme mit entsprechender Versteifung des Leichtbetons nach dem Mischen reduziert werden. Die Verdichtung erfolgte mit Hilfe eines Nadelvibrators. Nach vier Tagen wurden die Balken ausgeschalt und zwecks Verhinderung früher Schwindrisse zentrisch auf 2.2 N/mm² vorgespannt. Die Lagerung erfolgte bei einer Raumtemperatur von 20 Grad C anfänglich im Betoniererraum, später in der Forschungshalle der ETH-Hönggerberg, wo auch die weiteren Vorbereitungsarbeiten wie Aufkleben der Messbolzen, Dehnmessrahmen, usw. durchgeführt wurden.

Um den Einfluss des Alters auf die Dämpfung von Leichtbeton und Beton gering halten zu können, begannen die Prüfungen erst nach einer Lagerung der Balken von 40 Tagen. Versuche an Mörtel- und Betonproben [3] haben gezeigt, dass nach dieser Zeit nur noch mit einer unwesentlichen altersbedingten Veränderung der Dämpfung zu rechnen ist.

2.1.4 Vorspannen und Injizieren

Eine Zusammenstellung der Vorspannkraft ist in der Tabelle 2 gegeben. Beim Einbauen des Balkens in die Versuchsanlage mit reduzierter Spannweite (Phase 1) waren zwecks Verhinderung früher Rissbildung alle sechs Spannstäbe auf ca. $0.2 f_{pt}$ vorgespannt. Das Paralleldrahtbündel mit 7 Durchmesser 7 mm war zu diesem Zeitpunkt noch nicht in das Hüllrohr eingeführt. Die Vorspannkraft in den Spannstäben wurde ausschliesslich mit Hilfe einer Zentrumslochpresse einzeln auf jeweils $0.4 f_{pt}$ (Teilphase 1.1), $0.6 f_{pt}$ (Teilphase 1.2) und $0.75 f_{pt}$ (Teilphase 1.3) erhöht. Beim Umrüsten auf die Versuchsanlage mit grosser Spannweite waren, um Rissbildung zu vermeiden, alle sechs Spannstäbe auf $0.75 f_{pt}$ vorgespannt.

Das Paralleldrahtbündel wurde nach der Teilphase 3.2 durch das parabelförmig eingelegte Hüllrohr gestossen. Nach dem nachträglichen Aufstauchen der Ankerköpfchen auf der einen Seite erfolgte die Vorspannung der Drähte auf ca. $0.6 f_{pt}$. Injiziert wurde das Spannglied erst nach Abschluss der Phase 3. Nach 14-tägiger Aushärtung des Injektionsgutes wurden die Versuche mit der Phase 4 fortgesetzt.

Die Kraftmessdosen erlaubten eine ständige Kontrolle der Vorspannkraft in den Spannstäben sowie eine anfängliche Kontrolle der Vorspannkraft im Paralleldrahtbündel (Bild 16). Die Übertragung der Vorspannkraft auf den Beton erfolgte über eine speziell gebohrte Ankerplatte.

2.1.5 Zusatzmassen

Die Anordnung der Zusatzmassen ist im Bild 7 dargestellt. Die Gewichte der in den einzelnen Teilphasen aufgetragenen Zusatzmassen können der Tabelle 9 entnommen werden.

Mit Hilfe der Zusatzmassen konnte die Gesamtmasse auf mehr als den doppelten Wert der Eigenmasse des Balkens erhöht werden. Dies bewirkte eine Reduktion des Vorspanngrades in Balkenruhelage auf $\kappa_0 = 0.67$ (Teilphase 3.5, Teilphase 4.5 Balkenmitte) beim Leichtbetonbalken und auf $\kappa_0 = 0.61$ beim Betonbalken (κ_0 vgl. Tabelle 3 und Abschnitt 2.3.5).

Im Leichtbetonbalken konnten durch entsprechende Zusatzmassen in den Teilphasen 3.2 und 4.2 bzw. 3.4 und 4.4 dieselben Vorspanngrade κ_0 erreicht werden wie im Betonbalken in den Teilphasen 3.1 und 4.1 bzw. 3.3 und 4.3. Damit war ein direkter Vergleich möglich.

Die Zusatzmassen bestanden aus Bleiplatten mit den Abmessungen 40 x 220 x 220 mm zu je 20 kg Masse. Diese wurden mit Hilfe einbetonierter Verankerungsdübel und darin eingeschraubter Gewindestangen in Paketen zu maximal 407 kg (2 x 10 Bleiplatten plus Stahlunterlagen und Gewindestangen) auf dem Versuchsbalken zugfest befestigt. Eine Erhöhung der Biegesteifigkeit konnte durch diese Befestigungsart ausgeschlossen werden.

2.2 Baustoffe

2.2.1 Leichtbeton und Beton

Die Zusammensetzung des Leichtbetons und des Betons wurde gleich gewählt wie in der 1. Versuchsreihe dieses Forschungsprojektes und kann der Tabelle 4 entnommen werden.

Das Mischrezept für den Leichtbeton stammte von der Firma Hunziker & Cie AG, Zürich. Als Leichtzuschlagstoff wurde Blähton Leca-hade, getrennt nach den Korngrößen 3 mm bis 8 mm und 8 mm bis 15 mm, zugegeben. Als Bindemittel diente normaler Portlandzement. Zur Verbesserung der Verarbeitbarkeit des Leichtbetons wurde hydraulischer Kalk beigemischt.

Die Zuschlagstoffe des Betons mit maximalem Korndurchmesser von 32 mm bestanden aus rolligem gewaschenem Material. Die Siebkurve entsprach ungefähr der EMPA-Kurve. Als Bindemittel diente normaler Portlandzement.

Zur Ermittlung der Betonkennwerte wurden mit jedem Balken vier Würfel mit 150 mm Seitenlänge sowie zwei Zylinder 150 x 300 mm hergestellt. Bei einem Probestalter von 34 Tagen (Leichtbeton) bzw. 29 Tagen (Beton) wurden an den Würfeln die Druckfestigkeit und das Raumbgewicht und an den Zylindern der Elastizitätsmodul und die Prismendruckfestigkeit bestimmt. Die Resultate sind in der Tabelle 5 zusammengestellt.

Die Würfeldruckfestigkeit wurde mit einer Dehngeschwindigkeit $\dot{\epsilon} = 0.0022/\text{min}$ ermittelt. Der Elastizitätsmodul wurde an den Zylindern als Sekantenmodul im Spannungsintervall von 5 N/mm² bis 10 N/mm² (E_{5-10}) und von 5 N/mm² bis 20 N/mm² (E_{5-20}) bestimmt. Nach jeweils fünfmaliger Vorbelastung von 0 bis 10 N/mm² bzw. 0 bis 20 N/mm² wurde mit einer Dehngeschwindigkeit von $\dot{\epsilon} = 0.0001/\text{min}$ die Belastung kraftgesteuert von 5 auf 10 N/mm² bzw. von 5 auf 20 N/mm² gesteigert. Die Dehnungen wurden auf einer Messlänge von 100 mm ermittelt. Anschliessend wurden die Zylinder verformungsgesteuert bis zum Bruch belastet. Die erhaltenen Spannungs-Dehnungs-Diagramme sind im Bild 8 dargestellt.

2.2.2 Injektionsgut

Die Zusammensetzung des vom Spanngliedlieferanten hergestellten Injektionsgutes ist aus der Tabelle 4 ersichtlich. Als Quellmittel wurde Intracrete beigemischt. Die Festigkeit des Injektionsgutes wurde an Zylindern vom Durchmesser 100 mm ermittelt. Die erreichten Werte können der Tabelle 5 entnommen werden.

2.2.3 Schlaffer Bewehrungsstahl

Die schlaffe Längs- und Bügelbewehrung bestand in Analogie zur 1. Versuchsreihe dieses Forschungsprojektes aus kaltverformtem hochwertigem Bewehrungsstahl (TORIP).

Da die Balken nicht bis zum Bruch beansprucht wurden, konnte auf eine spezielle Prüfung des Stahls verzichtet werden. Die garantierten Festigkeitswerte des Stahllieferanten können der Tabelle 6 entnommen werden.

Da in der 1. Versuchsserie an nur schlaff bewehrten Balken bei wesentlich mehr Lastwechselzahlen im Bereich grosser Spannungsamplituden (keine Vorspannung) keine Ermüdungsbrüche eintraten, durften solche auch im vornherein für die vorliegenden Versuche ausgeschlossen werden.

2.2.4 Spannstahl

Es wurden sowohl Spannstäbe als auch Paralleldrahtbündel und Verankerungen vom Typ BBRV verwendet. Die Spannstäbe mit Durchmesser 12 mm und die Drähte mit Durchmesser 7 mm wiesen eine glatte Oberfläche auf. Da die Balken nicht bis zum Bruch beansprucht wurden, genügten auch beim Spannstahl die garantierten Festigkeitsangaben des Spannstahllieferanten, die der Tabelle 6 zu entnehmen sind.

Ermüdungsbrüche durften auch für den Spannstahl aufgrund der in [4] wiedergegebenen Versuchsergebnisse ausgeschlossen werden.

2.3 Rechnerische Werte für die Versuchssteuerung und -auswertung

Um in den Phasen 1 und 2 (exklusive Teilphase 2.2) die Bedingungen für die volle Vorspannung einzuhalten, und um zu verhindern, dass in den Phasen 3 und 4 sowie in der Teilphase 2.2 die Spannungen den linear elastischen Bereich überschritten, mussten vor Versuchsbeginn mit Hilfe rechnerischer Werte die Versuchssteuergrößen der einzelnen Teilphasen festgelegt werden. Als Versuchssteuergrösse diente die Relativedurchbiegung nach unten in Balkenmitte, w_{rel}^+ . Die gewählten Maximalwerte $w_{rel,max}^+$ sind in der Tabelle 12 dargestellt.

2.3.1 Materialkennwerte

Um die Versuchssteuergrößen rechtzeitig festlegen zu können, mussten die Materialkennwerte der Leichtbeton- und der Betonproben ca. zehn Tage vor Versuchsbeginn bestimmt werden.

E-Moduli zur Berechnung der ideellen Querschnittswerte

Leichtbeton:	$E_c = 18'500 \text{ N/mm}^2$
Beton:	$E_c = 30'000 \text{ N/mm}^2$
Schlaffer Stahl:	$E_s = 210'000 \text{ N/mm}^2$
Spannstahl mit Verbund:	$E_p = 210'000 \text{ N/mm}^2$
Spannstahl ohne Verbund:	$E_p = 126'000 \text{ N/mm}^2$

Da sich Zusatzdehnungen beim Spannstahl ohne Verbund auf die ganze Länge der Stäbe verteilten, wurde der E-Modul für diesen Fall mit dem Faktor 0.6 (Schätzung) reduziert.

Biegezugfestigkeit zur Berechnung des Rissmomentes

Aufgrund der Versuchsergebnisse der 1. Versuchsreihe [1] konnten näherungsweise folgende rechnerische Biegezugfestigkeiten angenommen werden:

Leichtbeton:	$f_{ct} = 3 \text{ N/mm}^2$
Beton:	$f_{ct} = 3 \text{ N/mm}^2$

Festigkeitswerte zur Berechnung des plastischen Momentes

Diese Werte wurden den jeweiligen Mittelwerten entsprechend aus der Prüfung der Leichtbeton- und der Betonproben bzw. den garantierten Werten der Stahllieferanten entsprechend angenommen. Der Spannungszuwachs bis zum Bruch des Balkens wurde beim Spannstahl ohne Verbund mit 200 N/mm^2 geschätzt.

2.3.2 Querschnittswerte, Biegesteifigkeiten

Die rechnerischen Querschnittswerte sowie die Biegesteifigkeiten können den Tabellen 7 und 8 sowie Bild 10 entnommen werden. Alle Werte gelten für die Balkenmitte. Die sich von Teilphase zu Teilphase verändernden Querschnittstypen sind im Bild 9 dargestellt.

Bei der Berechnung der Querschnittswerte wurde angenommen, dass die mittlere über einem Biegerisselement vorhandene Stahldehnung ϵ_{sm} und die maximale im Riss auftretende Stahldehnung $\epsilon_{s,max}$ gleich gross sind. Der rechnerische Verbundkoeffizient $\bar{\kappa}$ betrug somit

$$\bar{\kappa} = \frac{\epsilon_{sm}}{\epsilon_{s,max}} = 1.0 \quad (2.1)$$

Diese Annahme widerspricht zwar dem zu erwartenden Verbundverhalten, doch lassen sich damit klare rechnerische Bezugswerte ermitteln, was die Interpretation der Versuchsergebnisse erleichtert.

2.3.3 Biegemomente

Biegemomente in Balkenruhelage

Die rechnerischen Biegemomente in Balkenruhelage, M_{op} , ergaben sich aus dem gemessenen Raumgewicht der Materialproben, aus dem Gewicht des servohydraulischen Schwingers, der Ankerplatten und der Zusatzmassen (Tabelle 9) sowie aus den Wirkungen der gemessenen Vorspannkraft (Tabelle 2).

Es gilt:

$$M_{op} = M_o + M_p \quad (2.2)$$

mit:

M_o = Biegemoment in Balkenruhelage infolge Balkeneigengewichtes, Zusatzmassen, Schwinger und Ankerplatten

M_p = Biegemoment infolge Vorspannung

Die rechnerischen Biegemomente M_0 , M_p und M_{op} können der Tabelle 10 entnommen werden. Der Verlauf von M_{op} längs der Balkenachse ist in den Bildern 21a bis 21f aufgezeichnet.

Biegemomente infolge von Relativdurchbiegungen

Die Biegemomente M_{rel} infolge von Relativdurchbiegungen ergaben sich aus der Eigenfrequenz, die ihrerseits ein Mass der Biegesteifigkeit ist. Der Zusammenhang von Eigenfrequenz und Steifigkeit lässt sich beim Einmassenschwinger rechnerisch beschreiben mit:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.3)$$

Darin ist k die Federsteifigkeit und m ist die Masse des Einmassenschwingers.

Für den Versuchsbalken mit konstanter Massenverteilung und einer Einzelmasse in Balkenmitte (servohydraulischer Schwinger) ergibt dies unter der Annahme konstanter Biegesteifigkeit längs der Balkenachse $EI = B = \text{konstant}$:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{B l}{m + 2M}} \quad (2.4)$$

Darin ist m die Masse pro m' Balkenlänge (inkl. Zusatzmassen). M ist die Masse des servohydraulischen Schwingers, und l ist die Spannweite.

Der rechnerische Zusammenhang zwischen Biegesteifigkeit, Biegemoment und Relativdurchbiegung lässt sich unter der Annahme konstanter Biegesteifigkeit längs der Balkenachse für den einfachen Balken mit Hilfe baustatischer Methoden leicht ermitteln. Zusammen mit der obigen Beziehung kann dieser rechnerische Zusammenhang auf die Eigenfrequenz erweitert werden. Die Tabelle 11 enthält die gerechneten Zusammenhänge für die einzelnen Teilphasen. Anhand dieser Tabelle konnten mit Hilfe rechnerischer Eigenfrequenzen durch Eingrenzung der Biegemomente die zulässigen Relativdurchbiegungen als Versuchssteuergrößen festgelegt werden (Tabelle 12).

Auf die in den Bildern 21a bis 21f dargestellten Biegemomente M_{rel} , basierend auf gemessenen Eigenfrequenzen, wird im Abschnitt 4.1 näher eingegangen.

Bezugsgrößen für die Biegebeanspruchung

- Dekompressionsmoment M_{Dec} :

Das Dekompressionsmoment M_{Dec} ist dasjenige Biegemoment aus Eigengewicht und Relativbeanspruchung, welches an einem vorgespannten Querschnitt aufgebracht werden muss, damit am spanngliednahen Rand die Betonspannung aus Vorspannung gleich null wird. Die aufgrund der gemessenen Vorspannkkräfte berechneten Dekompressionsmomente können dem Bild 11 entnommen werden.

- Rissöffnungsmoment M_{ro} :

Zur Definition von M_{ro} ist die Wirkung der Vorspannung aufzuspalten in einen Normalkraftanteil N_p und einen Biegeanteil M_p . Das Rissöffnungsmoment M_{ro} ist die Summe aus dem Dekompressionsmoment M_{Dec} plus Biegeanteil der Vorspannung M_p . Es gibt in den Bildern 21a bis 21f an, ab welchem Gesamtmoment (Summe der Momente aus Eigengewicht, Vorspannung und Relativbeanspruchung) in Balkenmitte unten bzw. oben Betonzugspannungen auftreten bzw. bestehende Risse sich öffnen. Die aufgrund der gemessenen Vorspannkkräfte berechneten Rissöffnungsmomente können dem Bild 11 entnommen werden.

- Rissmoment M_r :

Das Rissmoment M_r ist dasjenige Biegemoment aus Eigengewicht und Relativbeanspruchung, welches an einem

Querschnitt (vorgespannt oder nicht vorgespannt) aufgebracht werden kann, damit die Betonspannungen am Zugrand gerade die Biegezugfestigkeit des Betons (Abschnitt 2.3.1) erreichen (Bild 11).

- Plastisches Moment M_{p1} :
Das plastische Moment M_{p1} ist dasjenige Biegemoment aus Eigengewicht und Relativbeanspruchung, welches aufgebracht werden kann, damit einer der Festigkeitswerte gemäss Abschnitt 2.3.1 gerade erreicht wird (Fliesen des Stahls).

2.3.4 Spannungen

Die Bilder 21a bis 21f zeigen in der rechten Spalte die rechnerischen Spannungen in Balkenmitte (Linie m-m für Balkenruhelage). Diese wurden ausgehend von den Biegemomenten in Balkenmitte (mittlere Spalte, vgl. Abschnitt 2.3.3) mit Hilfe der Querschnittswerte gemäss Abschnitt 2.3.2 berechnet. Der Verbundkoeffizient wurde mit $\bar{\kappa} = 1.0$ angenommen.

2.3.5 Vorspanngrade

Im vorliegenden Bericht gelten für den Vorspanngrad folgende Definitionen:

- Vorspanngrad in Balkenruhelage:

$$\kappa_o = \frac{M_{Dec}}{M_o} \quad (2.5)$$

- Vorspanngrad bei maximaler Relativedurchbiegung nach unten:

$$\kappa_{rel,max}^+ = \frac{M_{Dec}}{M_o + M_{rel}} \quad (2.6)$$

- Vorspanngrad bei maximaler Relativedurchbiegung nach oben:

$$\kappa_{rel,max}^- = \frac{M_{Dec}}{M_o - M_{rel}} \quad (2.7)$$

Für $\kappa \geq 1.0$ treten am unteren Balkenrand keine Zugspannungen auf. Der Balken ist voll vorgespannt. Für $1.0 \geq \kappa \geq 0.0$ ist der Balken teilweise vorgespannt.

Die aufgrund der gemessenen Vorspannkraft berechneten Vorspanngrade sind in der Tabelle 3 aufgeführt. Alle Werte beziehen sich auf den unteren Rand in Balkenmitte.

3. Versuchsdurchführung

3.1 Versuchsanlage

Das Bild 1 zeigt die Versuchsanlage auf dem Aufspannboden der Forschungshalle der ETH-Hönggerberg. Sie wurde, mit Ausnahme der Ausschwingvorrichtung und der statischen Belastungsvorrichtung, weitgehend von der 1. Versuchsreihe dieses Forschungsprojektes [1] übernommen.

3.1.1 Dynamische Belastungseinrichtung

Der für die Erzeugung der erzwungenen Schwingungen benützte servohydraulische Schwinger ist im Bild 15 abgebildet. Eine genaue Beschreibung ist im Anhang von [1] enthalten.

Mit Hilfe eines durch eine Servohydraulik gesteuerten Zug- und Druckzylinders wird in einem Rahmen eine Schwingmasse hin und her bewegt. Ein elektrisch gesteuertes Servoventil erlaubt einen relativ zum Balken sinusförmigen Bewegungsverlauf der Schwingmasse. Dank stufenloser Frequenzregelung von 0 bis 25 Hz und stufenloser Amplitudenregelung der Schwingmasse von 0 bis 100 mm sowie der Möglichkeit, die Schwingmasse zwischen 10 und 200 kg zu variieren, kann innerhalb der Leistungsgrenzen der Servohydraulik jede beliebige Kraft-Frequenz-Kombination erzeugt werden.

Der servohydraulische Schwinger wurde in Balkenmitte fest montiert. Die auf den Balken ausgeübten Kräfte entsprachen den durch die Hin- und Herbewegung der Schwingmasse erzeugten Trägheitskräften.

3.1.2 Statische Belastungseinrichtung

Zur Ermittlung der statischen Biegesteifigkeit wurde eine statische Belastungseinrichtung verwendet. Sie ist im Bild 12 schematisch dargestellt und in den Bildern 13 und 14 abgebildet.

Der Versuchsbalken wurde in zwei Punkten von je $s = 1.12$ m von der Balkenmitte belastet. Die Angriffspunkte der beiden Einzelkräfte waren so gewählt worden, dass sich statisch und dynamisch etwa derselbe Verlauf der Relativedurchbiegung längs der Balkenachse ergab. Die Einzelkräfte wurden mit Hilfe zweier Hohlkolbenpressen (abgestützt durch je einen auf dem Aufspannboden befestigten Sockel unter dem Versuchsbalken) über Druckstangen (für Relativedurchbiegungen nach oben) und Zugstangen (für Relativedurchbiegungen nach unten) aufgebracht. Zwischen Kolben und Druck- bzw. Zugstangen eingebaute Kraftmessdosen ermöglichten eine Kraftmessung. Die Kraftübertragung in den Versuchsbalken erfolgte über je einen relativ leichten, den Balken umfassenden Stahlrahmen, der während den Ausschwingversuchen weggenommen wurde.

3.1.3 Messeinrichtung

Das Bild 20 zeigt den Messstellenplan. Als Messgeber wurden verwendet:

- induktive Wegaufnehmer zur Messung der Relativedurchbiegungen (in Balkenmitte und in einem Abstand von 1.5 m von der Balkenmitte) während des Ausschwingversuchs sowie während des statischen Belastungsversuchs;
- eine versetzbare induktive Messstange zur punkweisen Ermittlung der Relativedurchbiegungen längs der Balkenachse in Abständen von 500 mm während des statischen Belastungsversuchs;
- ein Beschleunigungsaufnehmer in Balkenmitte;

- Kraftmessdosen zur laufenden Vorspannkraftmessung der Spannstäbe und zur Vorspannkraftmessung des Paralleldrahtbündels sowie zur Messung der Kolbenkräfte während des statischen Belastungsversuchs;
- ein Dreigelenk-Dehnmessrahmen mit einer Messstrecke von 200 mm Länge zur Messung der relativen Stahl- und Betondehnungen während des Ausschwingversuchs sowie während des statischen Belastungsversuchs.

Die Registrierung der Messsignale während des Ausschwingversuchs erfolgte mit Hilfe

- eines Kathodenstrahloszillographen mit Speicher zur Aufzeichnung der Relativedurchbiegung in Balkenmitte (diente der Versuchssteuerung);
- eines x-t-Thermo-Schreibers (2 Kanäle) zur Aufzeichnung der Relativedurchbiegung und der relativen Betondehnung (Phasen 1 und 2) bzw. Stahldehnung (Phasen 3 und 4) in Balkenmitte;
- eines Magnetbandes (4 Kanäle) zur Aufzeichnung der Messsignale der induktiven Wegaufnehmer (2 Kanäle) sowie zur Aufzeichnung der PCM-Signale;
- einer PCM-Anlage (PCM = Puls Code Modulation, 8 Kanäle) zur Erfassung, Digitalisierung und Uebertragung der Messsignale aller Dreigelenk-Dehnmessrahmen sowie der Signale des Beschleunigungsgebers auf das Bandgerät.

Die Registrierung der Messsignale während des statischen Belastungsversuchs erfolgte mit Hilfe

- einer elektronischen Datenerfassungsanlage:
Die Messung der festverdrahteten Instrumente (alle Kraftmessdosen sowie der induktive Wegaufnehmer in Balkenmitte) erfolgte als automatische Ablesung in einem Block, die Messungen mit der versetzbaren induktiven Messstange mussten einzeln ausgelöst werden.
- schriftlicher Protollierung der Signalgrößen der Dreigelenk-Dehnmessrahmen.

3.1.4 Lager

Im Bild 17 ist das feste Lager und im Bild 18 ist das bewegliche Lager abgebildet. Die Lager wurden aus der 1. Versuchsreihe dieses Forschungsprojektes übernommen. Sie waren

- druck- und zugfest, um auch negative Auflagerkräfte während der dynamischen Relativbeanspruchung aufnehmen zu können;
- reibungsarm, spiel- und zwängungsfrei, um die Energiedissipation innerhalb der Lager möglichst gering halten zu können (praktisch keine Systemdämpfung).

Festes Lager

Die Auflagerdrehungen wurden durch zwei Pendelkugellager mit einem Reibungskoeffizienten von unter 2% ermöglicht. Beidseits des Balkens war je eine vertikale versteifte Stahlplatte angeordnet. Die beiden Platten wurden durch vier hochwertige Gewindestangen gegeneinander gespannt. Auf die Platten wurde je eine kurze Welle, die den inneren Ring des Kugellagers trug, geschweisst. Die äusseren Ringe der beiden Kugellager sassen in zwei weiteren Stahlplatten, die die Auflagerkräfte über ein Auflager an den Aufspannboden abgaben.

Bewegliches Lager

Das bewegliche Lager wurde aus Stabilitätsgründen als hängendes Pendellager ausgebildet, um eine bessere Zugänglichkeit zum Versuchskörper zu ermöglichen. Die Drehung um die Auflagerachse wurde durch eine analoge Konstruktion wie beim festen Lager ermöglicht. Die Längsverschieblichkeit war durch ein aus steifen Stahlplatten hergestelltes Pendel gewährleistet. Am oberen Ende des Pendels wurde ein Bronzelager angeordnet, das sich um eine an einem steifen Rahmen befestigte Welle drehen konnte. Wegen den sehr geringen Drehungen in diesem Lager konnte dort eine etwas grössere Reibung in Kauf genommen werden.

3.2 Versuchsablauf

Die Leichtbeton- und die Betonbalken wurden ausgehend von verschiedenen Beanspruchungszuständen in Balkenruhelage geprüft. Diese konnten in den Phasen 1 und 2 durch Variation der Vorspannung, in den Phasen 3 und 4 durch Variation der Zusatzmassen verändert werden. Jede Teilphase entsprach einem eigenen Beanspruchungszustand in Balkenruhelage. Der Verlauf der Biegemomente längs der Balkenachse sowie die Spannungen in Balkenmitte sind für den Beanspruchungszustand in Balkenruhelage (M_0) und für den Beanspruchungszustand bei maximalen Relativedurchbiegungen ($M_0 + M_{rel}$) in den Bildern 21a bis 21f dargestellt. Eine Beschreibung dieser Teilphasen ist in den Tabellen 1a bis 1d sowie in den Bildern 6a bis 6c vorhanden.

Pro Teilphase wurden folgende Versuche durchgeführt:

- ein statischer Belastungsversuch (Bilder 23a bis 23d) mit den gleichen Relativedurchbiegungen wie beim Ausschwingversuch. Damit konnte die Biegesteifigkeit in Funktion der statischen Relativedurchbiegung (Bilder 24a bis 24c) bestimmt werden.
- drei Ausschwingversuche mit jeweils denselben maximalen dynamischen Relativedurchbiegungen (Tabelle 12).
- ein statischer Belastungsversuch.

In der Phase 1 wurden keine statischen Belastungsversuche durchgeführt. Die Ausschwingversuche begannen jeweils eine Stunde nach Veränderung der Vorspannkraft bzw. nach Veränderung der Zusatzmassen.

In der Teilphase 1.3 folgte zusätzlich zur 1. Serie nach zwei, vier, acht, vierundzwanzig und achtundvierzig Stunden je eine weitere Serie mit drei Ausschwingversuchen, um den Einfluss des Versuchszeitpunktes nach Veränderung der Vorspannkraft auf Eigenfrequenz und Dämpfung des ungerissenen Balkens zu erfassen.

Vor Beginn der Ausschwingversuche musste jeweils die Resonanzkurve durch schrittweise Veränderung der Anregungsfrequenz des servohydraulischen Schwingers abgetastet werden, um die Eigenfrequenz des Balkens in der jeweiligen Teilphase zu ermitteln. Als Anregungsfrequenz wurde anschliessend die gefundene Eigenfrequenz (Resonanzspitze) eingestellt. Eine stufenweise Erhöhung der Schwingeramplitude führte schliesslich zur gewünschten maximalen Relativedurchbiegung des Balkens gemäss Tabelle 12. Eine direkte Kontrolle der Relativedurchbiegungen in Balkenmitte war anhand des Kathodenstrahloszillographen möglich. Mit einem elektronischen Signal konnten zum gewünschten Zeitpunkt mit Hilfe des Servoventils die Oelzufuhr zum Schwinger unterbrochen und die Schwingerbewegung innerhalb Sekundenbruchteile gestoppt werden, was ein freies Ausschwingen des Balkens zur Folge hatte. Die aufgezeichneten Beschleunigungen zeigten, dass die Störungen durch den plötzlich gestoppten Schwinger gering waren und sich bereits nach ca. einem Viertel der Dauer eines Schwingzyklus abgebaut hatten. Kurz vor dem Stoppen des Schwingers wurden jeweils das Magnetband sowie der x-t-Schreiber gestartet, um die Messsignale aufzuzeichnen.

Die statischen Belastungsversuche konnten wie die Ausschwingversuche anhand der Relativedurchbiegung in Balkenmitte gesteuert werden. Eine stufenweise Variation der Relativedurchbiegung innerhalb der gewünschten maximalen Relativedurchbiegung gemäss Tabelle 12 ermöglichte eine langsame Simulation eines Schwingzyklus.

3.3 Versuchsauswertung

3.3.1 x-t-Thermo-Schreiber

Die direkte Aufzeichnung der Messsignale durch den x-t-Thermoschreiber (2 Kanäle) ergab kleinformatige Zeichnungen geringer Qualität. Diese Aufzeichnungen dienten zur sofortigen Grobauswertung unmittelbar nach dem Versuch sowie zur Kontrolle der Magnetbandaufnahmen (insbesondere bei der Frequenzermittlung).

3.3.2 Magnetband

Die auf dem Magnetband gespeicherten Messsignale wurden für jeden Kanal einzeln verlangsamt abgespielt und mit Hilfe eines x-t-Schreibers grossformatig aufgezeichnet (Bilder 22a bis 22d). Digitalisierte Signale konnten mit Hilfe einer PCM-Anlage in Analogsignale umgewandelt werden. Auf diese Weise konnte pro Ausschwingversuch und pro Messgeber je eine qualitativ hochwertige Zeichnung des Ausschwingversuchs angefertigt werden. Diese Aufzeichnungen waren die Grundlage für die nachfolgende Auswertung von Hand. Durch Ausmessen der Ausschwingkurven konnten folgende Werte ermittelt werden:

- Relativedurchbiegung w_{rel} in Balkenmitte
- Dämpfung (logarithmisches Dekrement δ)
- Eigenfrequenz
- Beschleunigung in Balkenmitte
- relative Stahl- und Betondehnungen.

Die Eigenfrequenz und die Dämpfungswerte wurden in den Teilphasen mit voller Vorspannung (kleine Dämpfung) über ein Intervall von zwanzig, in den Teilphasen mit teilweiser Vorspannung (grössere Dämpfung) über ein Intervall von zehn aufeinanderfolgenden Schwingzyklen ermittelt. Die entsprechenden Werte eines betrachteten Intervalls wurden der Relativedurchbiegung des Schwingzyklus in Intervallmitte zugeordnet. Durch schrittweise Verschiebung des Intervalls um jeweils einen Schwingzyklus liess sich die gesamte Ausschwingkurve abtasten.

Als Kenngrösse für die Dämpfung wurde das nur für ein viskoses Dämpfungsgesetz und für ein lineares Verhalten eines Schwingers gültige logarithmische Dekrement δ gewählt. Das effektive Dämpfungsverhalten genügte diesem Ansatz relativ gut, solange der Versuchsbalken ungerissen war, oder bestehende Risse sich nicht öffneten (vgl. Abschnitt 1.5). Für Versuchsbalken im gerissenen Zustand hingegen (mit erheblichem Anteil an Reibungsdämpfung, vgl. [2]) ist das logarithmische Dekrement δ als ein äquivalentes viskoses Dämpfungsmass aufzufassen.

Das logarithmische Dekrement δ ergab sich aus der Beziehung

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{w_{rel,m}}{w_{rel,m+n}} \quad (3.1)$$

mit:

- n = Anzahl Schwingzyklen im betrachteten Intervall (10 oder 20)
- $w_{rel,m}$ = Relativedurchbiegung am Anfang des Intervalls
- $w_{rel,m+n}$ = Relativedurchbiegung am Schluss des Intervalls

Das logarithmische Dekrement δ lässt sich auf einfache Art in das Dämpfungsmass ζ umrechnen. Dieses entspricht dem Verhältnis vorhandene Dämpfung/kritische Dämpfung c_{cr} :

$$\xi = \frac{c}{c_r} = \frac{\delta}{2\pi} \quad (3.2)$$

3.3.3 Datenerfassungsanlage

Die in der Datenerfassungsanlage gespeicherten Messsignale der festverdrahteten Messgeber (Kraftmessdosen und induktiver Wegaufnehmer für Relativdurchbiegungen in Balkenmitte) sowie der versetzbaren induktiven Messstange konnten mit Hilfe eines Auswertprogramms ueber einen PDP-11/45 Computer ausgewertet werden.

4. Versuchsergebnisse

Alle gemessenen Versuchswerte wurden in Funktion der im betrachteten Schwingzyklus maximalen Relativedurchbiegung nach unten in Balkenmitte w_{rel}^+ angegeben.

Für die Darstellung der Versuchsergebnisse wurden folgende Konventionen getroffen:

- Die mit w_{rel} bezeichnete Relativedurchbiegung entspricht der Amplitudenspitze eines betrachteten Schwingzyklus.
- Die Richtung der Relativedurchbiegung wird durch den hochgestellten Index (+) für Relativedurchbiegungen nach unten bzw. (-) für Relativedurchbiegungen nach oben angegeben.
- Die maximalen Relativedurchbiegungen zu Beginn eines Ausschwingversuchs $w_{rel,max}^+$ (für maximale Relativedurchbiegungen nach unten gemäss Tabelle 12) bzw. $w_{rel,max}^-$ (nach oben) sind in den Bildern mit u resp. mit o markiert.
- Für Phasen wird die Abkürzung P (P1 = Phase 1), für Teilphasen TP (TP 2.3 = Teilphase 2.3) verwendet. Die charakteristischen Eigenschaften der Teilphasen sind den Tabellen 1a bis 1d sowie den Bildern 6a bis 6c zu entnehmen.
- Textstellen, die dem direkten Vergleich von Leichtbeton und Beton dienen, sind am linken Rand mit einem vertikalen Strich markiert.

Falls Resultate aus den Teilphasen 3.2 und 3.4 bzw. 4.2 und 4.4 keine wesentlichen zusätzlichen Erkenntnisse brachten, wurden sie zugunsten der besseren Uebersichtlichkeit der einzelnen Bilder nicht dargestellt.

4.1 Biegemomente, Spannungen

Um die gemessenen Versuchswerte (Biegesteifigkeit, Eigenfrequenz, Beschleunigung und Dämpfung) mit der längs der Balkenachse vorhandenen Biegebeanspruchung in Beziehung bringen zu können, wurden in den Bildern 21a bis 21f die Grösse und der Verlauf der Biegemomente bei maximalen Relativedurchbiegungen (zu Beginn eines Ausschwingversuchs gemäss Tabelle 12) aufgezeichnet. Dieselben Bilder zeigen rechts die daraus berechneten Spannungen in Balkenmitte (u-u bei maximalen Relativedurchbiegungen nach unten bzw. o-o nach oben).

Die Biegemomente M_{rel} wurden mit Hilfe des in der Tabelle 11 dargestellten rechnerischen Zusammenhangs zwischen Biegemoment, Eigenfrequenz und Relativedurchbiegung und der bei maximalen Relativedurchbiegungen (zu Beginn eines Ausschwingversuchs) gemessenen Eigenfrequenz ermittelt (vgl. Abschnitt 2.3.3). Die Biegemomente M_{rel} und die zugehörigen Spannungen sind somit als rechnerische Grössen aufzufassen. Sie bilden in dieser Art eine wichtige Grundlage für die Interpretation der in den folgenden Abschnitten besprochenen Versuchsergebnisse.

In den Phasen 1 und 2 dürften die rechnerischen Biegemomente M_{rel} und die zugehörigen Spannungen gut mit den effektiven Werten übereinstimmen, da die rechnerischen Annahmen in Wirklichkeit weitgehend zutrafen. In den Phasen 3 und 4 sind die rechnerischen Biegemomente M_{rel} und die zugehörigen Spannungen als Näherung aufzufassen, da hier die Biegesteifigkeit nach den Gesetzen der elastischen Festigkeitslehre für Biegung mit Normalkraft (Bild 10) sowohl längs der Balkenachse als auch in Funktion der Relativedurchbiegung variiert. In Anbetracht dieser Näherung wurden die Biegebeanspruchungen der Phase 3 (nicht injiziert) und der Phase 4 (injiziert) nicht getrennt dargestellt (Bild 21e für den Leichtbetonbalken, Bild 21f für den Betonbalken).

Die Bilder 21a bis 21f geben folgende Hinweise:

- Bei gleicher Relativedurchbiegung nach unten ergaben sich im ungerissenen Leichtbetonbalken in der Phase 1 37% kleinere, in der Phase 2 34% kleinere Biegemomente M_{rel} als im ungerissenen Betonbalken. Dieser Unterschied reduzierte sich beim gerissenen, nicht vorgespannten Balken in der Teilphase 2.2 auf 30% und beim teilweise vorgespannten Balken in der Teilphase 4.5 (100% Zusatzmassen) auf 9% (Bilder 21a bis 21f).
- Die Rissöffnungsmomente M_{r0} wurden in den Teilphasen 1.1 bis 1.3 sowie in den Teilphasen 2.1, 2.3 und 2.4 sowohl beim Leichtbeton- als auch beim Betonbalken nie überschritten. Vor der Teilphase 2.2 war eine Rissbildung somit ausgeschlossen. In den Teilphasen 2.3 und 2.4 konnten sich die in der Teilphase 2.2 gebildeten Risse nicht öffnen (Bilder 21a bis 21d). In den Phasen 3 und 4 wurde das Rissöffnungsmoment in Balkenruhelage erst ab der Teilphase 3.3 bzw. 4.3 überschritten (Bilder 21e und 21f).
- Die Rissmomente M_r wurden in der Teilphase 2.2 bei maximalen Relativedurchbiegungen nach unten bis nahe zum Auflager überschritten, so dass die Versuchsbalken praktisch auf ihrer ganzen Länge reissen konnten (Bilder 21c und 21d, Teilphase 2.2). Bei maximalen Relativedurchbiegungen nach oben wurde das Rissmoment in keiner Phase überschritten. Die Versuchsbalken blieben auf der Balkenoberseite ungerissen.

4.2 Biegesteifigkeiten

4.2.1 Statische Biegesteifigkeiten

Das Bild 23a zeigt, getrennt für den Leichtbeton- und den Betonbalken, eine Übersicht der Last-Durchbiegungs-Kurven aus den statischen Belastungsversuchen während der Phasen 2 bis 4. Diese wurden jeweils anschliessend an die Ausschwingversuche durchgeführt (keine statischen Belastungsversuche in der Phase 1). In den Bildern 23b bis 23d sind, getrennt nach Phasen, die Unterschiede der Last-Durchbiegungs-Kurven von Leichtbeton- und Betonbalken ersichtlich.

Die statische Biegesteifigkeit B_{stat} liess sich anhand der Last-Durchbiegungs-Kurven berechnen. Dabei wurde unterschieden zwischen einer statischen Tangentensteifigkeit und einer statischen Sekantensteifigkeit.

Die statische Tangentensteifigkeit ist ein Mass für die Steigung der Tangente an die Last-Durchbiegungs-Kurve in einem Punkt $F_{stat}(w_{rel})$.

Die statische Sekantensteifigkeit ist ein Mass für die Steigung der Sekante durch zwei Punkte $F_{stat}^+(w_{rel}^+)$ und $F_{stat}^-(w_{rel}^-)$ der Last-Durchbiegungs-Kurve (vgl. Bild 24a).

Um einen direkten Vergleich mit der dynamischen Biegesteifigkeit (vgl. Abschnitt 4.2.2) zu ermöglichen, wurde die statische Sekantensteifigkeit für den im Ausschwingversuch gemessenen Durchbiegungsbereich w_{rel}^+ bis w_{rel}^- gemäss Tabelle 13 bestimmt. Für die im Bild 12 dargestellte statische Belastungseinrichtung und unter der Annahme konstanter Biegesteifigkeit längs der Balkenachse konnte die statische Sekantensteifigkeit B_{stat} aus folgender Formel ermittelt werden:

$$\Delta w = \frac{\Delta F l^2 s}{24 B_{stat}} \left(3 - 4 \frac{s^2}{l^2} \right) \quad (4.1)$$

Mit $l = 7.92$ m, $s = 2.84$ (Abstand der Einzellasten vom Auflager), $\Delta w = w_{rel}^+ - w_{rel}^-$ (gemäss Tabelle 13) und $\Delta F = F_{stat}^+(w_{rel}^+) - F_{stat}^-(w_{rel}^-)$ ergibt sich nach Auflösung nach B_{stat} :

$$B_{stat} = \frac{\Delta F}{\Delta w} 18.45 \text{ [kN/m}^3\text{]} \quad (4.2)$$

Die statische Sekantensteifigkeit B_{stat} in Funktion der Relativedurchbiegung nach unten ist in den Bildern 24a bis 24c dargestellt.

Folgende Feststellungen konnten gemacht werden:

Phase 2

($l = 7.92$ m, volle Vorspannung und ungerissen in der Teilphase 2.1, keine Vorspannung in der Teilphase 2.2, volle Vorspannung, aber gerissen in den Teilphasen 2.3 und 2.4)

- Die statische Tangentensteifigkeit war sowohl im voll vorgespannten Zustand als auch im nicht vorgespannten Zustand der Versuchsbalken erwartungsgemäss praktisch unabhängig von der Durchbiegung (linearer Verlauf der Last-Durchbiegungs-Kurven im Bild 23b, Teilphasen 2.1 bis 2.4).
- Die statische Sekantensteifigkeit des Leichtbetonbalkens war im voll vorgespannten Zustand ca. 32% und im nicht vorgespannten Zustand ca. 28% kleiner als die statische Sekantensteifigkeit des Betonbalkens (Bild 24a, Teilphasen 2.1 und 2.2).
- Die Reduktion der statischen Sekantensteifigkeit infolge Rissbildung betrug beim Leichtbetonbalken 70%, beim Betonbalken 73% (Bild 24a, Teilphasen 2.1 und 2.2).
- Die statische Sekantensteifigkeit wird im gerissenen Zustand durch die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen erhöht, d.h. der Verbundkoeffizient $\bar{\kappa} = \epsilon_{\text{sm}} / \epsilon_{\text{sm,max}}$ ist kleiner als 1.0 (vgl. Abschnitt 2.3.2). Die Tabelle 14 zeigt die gemessenen Dehnungsdifferenzen in Balkenmitte für Relativedurchbiegungen von w_{rel}^+ bis w_{rel}^- gemäss Tabelle 13. Rechnerisch liessen sich Dehnungsdifferenzen aus den in den Bildern 21a bis 21f dargestellten Spannungen bestimmen. Da diese Spannungen mit $\bar{\kappa} = 1.0$ ermittelt wurden, entsprach (für die Balken im nicht vorgespannten Zustand in der Teilphase 2.2 mit guter Genauigkeit) das Verhältnis gemessene Stahldehnungsdifferenz/gerechnete Stahldehnungsdifferenz dem Verbundkoeffizienten $\bar{\kappa}$. Für den Leichtbetonbalken liess sich auf diese Weise in der Teilphase 2.2 ein $\bar{\kappa}$ von ca. 0.78, für den Betonbalken ein $\bar{\kappa}$ von ca. 0.72 berechnen.

Phase 3

($l = 7.92$ m, teilweise Vorspannung, Spannglied nicht injiziert, Zusatzmassen)

- Zunehmende Relativedurchbiegungen nach unten führten hier in den teilweise vorgespannten Durchbiegungsbereich und hatten, ausgehend von der Balkenmitte, eine allmähliche Rissöffnung zur Folge. Die statische Tangentensteifigkeit nahm deshalb erwartungsgemäss mit zunehmender Relativedurchbiegung ab (nicht linearer Verlauf der Last-Durchbiegungs-Kurven in den Bildern 23a und 23c).
- Entgegen den Erwartungen wurde in der Teilphase 3.1 im voll vorgespannten Durchbiegungsbereich (Relativedurchbiegungen nach oben, überdrückte Risse) eine kleinere statische Tangentensteifigkeit gemessen als in der Teilphase 2.4 (im Bild 23a haben die linear verlaufende Last-Durchbiegungs-Kurve der Teilphase 2.4 und der lineare Bereich der Last-Durchbiegungs-Kurve (links unten) der Teilphase 3.1 nicht dieselbe Steigung). Diese Feststellung konnte sowohl beim Leichtbetonbalken als auch beim Betonbalken gemacht werden.

Dieser Steifigkeitsunterschied lässt sich auch anhand der gemessenen Eigenfrequenzen (vgl. Abschnitt 4.3) feststellen. In der Teilphase 3.1 blieb die Eigenfrequenz auch bei kleinen Relativedurchbiegungen kleiner als in der Teilphase 2.4. Eine eindeutige Erklärung für dieses Phänomens konnte nicht gefunden werden. Möglicherweise hatte der Wechsel des Spannungsniveaus, d.h. die Reduktion der zentrischen Vorspannkraft bei Entfernung der zentrischen Spannstäbe, einen entscheidenden Einfluss.

- Der Leichtbetonbalken und der Betonbalken verhielten sich grundsätzlich gleich (Bild 24b).

Phase 4

(l = 7.92 m, teilweise Vorspannung, Spannglied injiziert, Zusatzmassen)

- Im voll vorgespannten Durchbiegungsbereich (Relativdurchbiegungen nach oben) wurde in der Teilphase 4.1 eine nochmals wesentlich kleinere statische Tangentensteifigkeit gemessen als in der Teilphase 3.1 (im Bild 23a haben die linearen Bereiche der Last-Durchbiegungs-Kurven der Teilphasen 3.1 und 4.1 nicht dieselbe Steigung).

Es muss angenommen werden, dass die Belastungsgeschichte in der Phase 3 (vor allem Auswirkungen der Teilphasen 3.3 und 3.5) die statische Tangentensteifigkeit weiter reduziert hat (Verschlechterung der Verbundeigenschaften, Kriecherscheinungen im Beton, zunehmende Mikrorissbildung in der Betondruckzone durch Wechselbeanspruchung, usw.).

- Als Folge dieser Steifigkeitsreduktion wurden im teilweise vorgespannten Durchbiegungsbereich mit hohem Vorspanngrad in den Teilphasen 4.1 und 4.3 trotz Injektion des Hüllrohrs kleinere statische Tangentensteifigkeiten gemessen als in der Teilphase 3.1 bzw. 3.3 (nicht injiziert). Erst bei kleinem Vorspanngrad in der Teilphase 4.5 (verglichen mit Teilphase 3.5) machte sich die versteifende Wirkung der Injektion bemerkbar.

Die Injektion des Hüllrohrs hatte somit insgesamt einen wesentlich geringeren Einfluss auf die statische Tangentensteifigkeit als die Belastungsgeschichte.

- Leichtbeton- und Betonbalken verhielten sich grundsätzlich gleich (Bild 24c).

4.2.2 Dynamische Biegesteifigkeiten

Die dynamische Biegesteifigkeit B_{dyn} in Funktion der Relativdurchbiegung nach unten kann den Bildern 24a bis 24c entnommen werden. Sie wurde aus der gemessenen Eigenfrequenz nach folgender Beziehung (vgl. Abschnitt 2.3.3) ermittelt:

$$B_{\text{dyn}} = EI = \frac{4f^2}{\pi^2} l^3 (1 + 2M) \quad (4.3)$$

Wie bereits im Abschnitt 4.2.1 (Phasen 3 und 4) erwähnt, beeinflusste die Belastungsgeschichte die Biegesteifigkeit stark (Verschlechterung der Verbundeigenschaften, Kriecherscheinungen im Beton, zunehmende Mikrorissbildung in der Betondruckzone durch Wechselbeanspruchung, usw.). Für einen repräsentativen Vergleich der dynamischen Biegesteifigkeit bei teilweiser Vorspannung mit der dynamischen Biegesteifigkeit bei voller Vorspannung ist der Einfluss der Belastungsgeschichte möglichst zu eliminieren. Anstelle der dynamischen Biegesteifigkeit B_{dyn} in der voll vorgespannten Teilphase 2.4 wird daher für die Phasen 3 und 4 je ein neuer, die dynamische Biegesteifigkeit bei voller Vorspannung repräsentierender Bezugswert $B_{\text{dyn,korr}}$ definiert.

Die Grundlage dazu bildet die statische Tangentensteifigkeit im linearen Bereich der Last-Durchbiegungs-Kurve der Teilphase 3.1 bzw. der Teilphase 4.1 (Bild 23a: Steigung der Kurven 3.1 und 4.1 im linearen Bereich links unten). Nach den Beziehungen im Abschnitt 4.2.1 beträgt diese:

- beim Leichtbetonbalken:
Teilphase 3.1: $B_{\text{stat}} = 7.35 \times 10^{12} \text{ [N/mm}^2\text{]}$
Teilphase 4.2: $B_{\text{stat}} = 6.55 \times 10^{12} \text{ [N/mm}^2\text{]}$
(Als Vergleich: Teilphase 2.4: $B_{\text{stat}} = 9.25 \times 10^{12} \text{ [N/mm}^2\text{]}$)
- beim Betonbalken:
Teilphase 3.1: $B_{\text{stat}} = 11.50 \times 10^{12} \text{ [N/mm}^2\text{]}$
Teilphase 4.1: $B_{\text{stat}} = 9.30 \times 10^{12} \text{ [N/mm}^2\text{]}$

(Als Vergleich: Teilphase 2.4: $B_{\text{stat}} = 14.45 \times 10^{12} \text{ [N/mm}^2\text{]}$)

Durch Multiplikation der dynamischen Biegesteifigkeit der Teilphase 2.4 mit dem Verhältnis der oben ermittelten statischen Tangentensteifigkeit in der Teilphase 3.1 bzw. 4.1 zur statischen Tangentensteifigkeit in der Teilphase 2.4 kann näherungsweise auf den vom Einfluss der Belastungsgeschichte befreiten Bezugswert $B_{\text{dyn,korr}}$ geschlossen werden. Es ergeben sich folgende für die volle Vorspannung in den Phasen 3 und 4 repräsentative korrigierte dynamische Biegesteifigkeiten $B_{\text{dyn,korr}}$:

- für Leichtbetonbalken:
Phase 3: $B_{\text{dyn,korr}} = 8.3 \times 10^{12} \text{ [N/mm}^2\text{]}$
Phase 4: $B_{\text{dyn,korr}} = 7.2 \times 10^{12} \text{ [N/mm}^2\text{]}$
- für Betonbalken:
Phase 3: $B_{\text{dyn,korr}} = 12.4 \times 10^{12} \text{ [N/mm}^2\text{]}$
Phase 4: $B_{\text{dyn,korr}} = 10.0 \times 10^{12} \text{ [N/mm}^2\text{]}$

Es konnten folgende Feststellungen gemacht werden:

- Die dynamische Biegesteifigkeit lag beim Leichtbeton- und beim Betonbalken generell 5% bis 10% über der entsprechenden statischen Sekantensteifigkeit (Bilder 24a bis 24c).
- Die dynamische Biegesteifigkeit nahm mit abnehmender Relativedurchbiegung zu. Die Zunahme war für Relativedurchbiegungen unter 3 bis 5 mm, insbesondere beim Betonbalken, ausgeprägt (Bilder 24a bis 24c). In diesen Bereichen betrug der Unterschied zwischen der dynamischen Biegesteifigkeit und der statischen Biegesteifigkeit 10% bis 15%.
- Die dynamische Biegesteifigkeit reduzierte sich mit abnehmendem Vorspanngrad in Balkenruhelage in der Phase 4 gegenüber dem jeweiligen Bezugswert für volle Vorspannung $B_{\text{dyn,korr}}$ wie folgt (vgl. Tabelle 15):

Leichtbetonbalken (Phase 4):

$\kappa_0 = 1.45$	$\kappa_{\text{rel,max}}^+ = 0.69$	Reduktion = 11%
$\kappa_0 = 0.56$	$\kappa_{\text{rel,max}}^+ = 0.56$	Reduktion = 15%
$\kappa_0 = 0.48$	$\kappa_{\text{rel,max}}^+ = 0.48$	Reduktion = 28%

Betonbalken (Phase 4):

$\kappa_0 = 1.17$	$\kappa_{\text{rel,max}}^+ = 0.64$	Reduktion = 16%
$\kappa_0 = 0.80$	$\kappa_{\text{rel,max}}^+ = 0.54$	Reduktion = 31%
$\kappa_0 = 0.61$	$\kappa_{\text{rel,max}}^+ = 0.47$	Reduktion = 45%

Die Reduktion ist im Bild 30a graphisch dargestellt. Die aufgetragenen Punkte geben die dynamische Biegesteifigkeit an, welche bei der Schwingung mit der Maximalbeanspruchung entsprechend $w_{\text{rel,max}}^+$, d.h. mit dem minimalen Vorspanngrad $\kappa_{\text{rel,max}}^+$, festgestellt wurde. Der jeweils links vom Punkt dargestellte horizontale Strich gibt an seinem linken Ende (vertikale Markierung) den Vorspanngrad in Balkenruhelage an (κ_0).

Die dynamische Biegesteifigkeit reduzierte sich damit wesentlich weniger stark als in der Teilphase 2.2 während der Rissbildung. Es gibt dafür zwei Gründe:

Erstens erhöht das eingelegte Spannglied mit 7 Durchmesser 7 mm (unter der Annahme, dass dieses lediglich schlaff eingelegt ist) die Biegesteifigkeit des gerissenen Querschnittes in Balkenmitte verglichen mit der Teilphase 2.2 in der Phase 3 (nicht injiziert) um ca. 25% und in der Phase 4 (injiziert) um ca. 40% (Leichtbetonbalken und Betonbalken, vgl. Tabelle 8, Querschnittstyp F verglichen mit Querschnittstyp B).

Zweitens reduziert sich die Biegesteifigkeit beim nicht vorgespannten Balken während der Rissbildung längs der ganzen Balkenachse auf etwa den gleichen Wert und bleibt unabhängig von der Relativedurchbiegung, währenddem die Biegesteifigkeit beim teilweise vorgespannten Balken in Balkenmitte bei maximaler Relativedurchbiegung nach unten ein Minimum erreicht und in allen anderen Querschnitts- und Durchbiegungsbereichen höher ist.

4.3 Eigenfrequenzen

Die Bilder 25a und 25b zeigen die gemessenen Eigenfrequenzen in Funktion der Relativedurchbiegung nach unten in Balkenmitte. Analog zum Abschnitt 4.2.2 ist auch hier für einen repräsentativen Vergleich der Eigenfrequenzen bei teilweiser Vorspannung mit den Eigenfrequenzen bei voller Vorspannung der Einfluss der Belastungsgeschichte zu eliminieren. Analog zum Abschnitt 4.2.2 wird deshalb für die Eigenfrequenzen in den Phasen 3 und 4 je ein die Eigenfrequenzen bei voller Vorspannung repräsentierender Bezugswert f_{korr} definiert.

Aus der Beziehung von B_{dyn} und f ergibt sich für f_{korr} aus $B_{\text{dyn,korr}}$:

- für Leichtbetonbalken:
 - Phase 3: $f_{\text{korr}} = 4.5 \text{ Hz}$
 - Phase 4: $f_{\text{korr}} = 4.19 \text{ Hz}$
- für Betonbalken:
 - Phase 3: $f_{\text{korr}} = 4.98 \text{ Hz}$
 - Phase 4: $f_{\text{korr}} = 4.47 \text{ Hz}$

Das Verhältnis der Eigenfrequenzen zwischen Leichtbeton- und Betonbalken ist im wesentlichen vom Verhältnis der entsprechenden Leichtbeton- bzw. Betonfestigkeitswerte abhängig (Einfluss des Elastizitätsmoduls auf die Biegesteifigkeit). Bei den nachfolgenden Vergleichen ist somit den Festigkeitswerten gemäss Tabelle 5 Beachtung zu schenken.

Es ist ferner zu beachten, dass im Verlauf des Ausschwingvorgangs in den Phasen 3 und 4 die sich mit abnehmender Relativedurchbiegung verändernde dynamische Biegesteifigkeit die Eigenfrequenz unmittelbar bestimmt. Das heisst, dass die Eigenfrequenz in nachfolgenden Schwingzyklen durch die Eigenfrequenz vorangehender Schwingzyklen nicht beeinflusst wird.

Dies ist aufgrund der folgenden Plausibilitätsbetrachtung leicht einzusehen:

Es gilt die Annahme, dass ein Schwingzyklus seinen Anfang im Bewegungsstillstand, d.h. im Umkehrpunkt der Schwingbewegung, hat. Die Dauer des Schwingzyklus wird durch die am Anfang im Bewegungsstillstand gespeicherte potentielle Energie sowie durch die momentane Biegesteifigkeit, die momentane Balkenmasse und die momentane Balkenspannweite bestimmt. Ob der Balken vorgängig schnell oder langsam in den Bewegungsstillstand gebracht wurde, hat somit keinen Einfluss auf die nachfolgende Schwingdauer.

Die im Abschnitt 3.3 beschriebene gewählte Auswertmethode ergibt daher auch für Ausschwingvorgänge mit grösserer oder kleinerer Anfangsamplitude repräsentative Resultate.

Es konnten folgende Feststellungen gemacht werden:

Allgemein

Bei beiden Balken war während des Ausschwingversuchs generell eine Abnahme der Eigenfrequenz mit zunehmender Relativedurchbiegung festzustellen. Diese Abnahme war beim Leichtbetonbalken etwas geringer ausgeprägt als beim Betonbalken. Die nachfolgenden Zahlenangaben gelten für eine Relativedurchbiegung nach unten von 1 mm in der Phase 1, 5 mm in der Phase 2 und 10 mm in den Phasen 3 und 4.

Phase 1

(l = 5.04 m, volle Vorspannung, zentrische Vorspannkraft)

- Die Eigenfrequenzen waren beim voll vorgespannten Leichtbetonbalken mit 9.8 Hz trotz geringerer Masse infolge des wesentlich geringeren E-Moduls um 13% kleiner als beim analogen Betonbalken mit 11.25 Hz (Bild 25a, Teilphase 1.2).
- Die Grösse der zentrischen Vorspannkraft hatte beim Leichtbetonbalken praktisch keinen Einfluss auf die Eigenfrequenz (Bild 25a, Teilphasen 1.1 bis 1.3). Beim Betonbalken konnte eine geringe Zunahme der Eigenfrequenz mit steigender zentrischer Vorspannkraft festgestellt werden.
- Der Versuchszeitpunkt nach Veränderung der Vorspannkraft hatte (im Gegensatz zur Dämpfung) auf die Eigenfrequenzen praktisch keinen Einfluss, weshalb auf eine graphische Darstellung verzichtet wurde.

Phase 2

(l = 7.92 m, volle Vorspannung und ungerissen in der Teilphase 2.1, keine Vorspannung in der Teilphase 2.2; volle Vorspannung, aber gerissen in den Teilphasen 2.3 und 2.4)

- Die Eigenfrequenzen waren beim voll vorgespannten ungerissenen Leichtbetonbalken mit 5.05 Hz um 11% kleiner als beim analogen Betonbalken mit 5.65 Hz (Bild 25a, Teilphase 2.1).
- Durch Vergrösserung der Spannweite von 5.04 m in der Phase 1 auf 7.92 in der Phase 2 verkleinerte sich die Eigenfrequenz beim Leichtbetonbalken um 49% und beim Betonbalken um 50% (Bild 25a, Teilphasen 1.3 und 2.1).
- Die vollständige Wegnahme der Vorspannkraft und die damit verbundene Rissbildung hatten beim Leichtbetonbalken eine Reduktion der Eigenfrequenz von 5.1 Hz auf 2.85 Hz um 44% und beim Betonbalken von 5.65 Hz auf 3.1 Hz um 45% zur Folge (Bild 25a, Teilphasen 2.1 und 2.2).

Schliesslich war die Eigenfrequenz beim nicht vorgespannten gerissenen Leichtbetonbalken um 8% kleiner als beim analogen Betonbalken.

Vergleich mit der 1. Versuchsreihe dieses Forschungsprojektes: Bei den analogen Versuchsbalken LB 1 und B 1 konnten bei einer Relativedurchbiegung von 5 mm nach unten für den Leichtbetonbalken und den Betonbalken je etwa dieselbe Eigenfrequenz von 2.8 Hz gemessen werden (anderes Verhältnis der Festigkeitswerte von Leichtbeton und Beton).

- Die Einflüsse überdeckter Risse sowie des gekrümmten, nicht injizierten Spannglieds auf die Eigenfrequenz waren sowohl beim Leichtbetonbalken als auch beim Betonbalken erwartungsgemäss klein (Bild 25a, Teilphasen 2.1, 2.3 und 2.4).
- Die Einflüsse überdeckter Risse sowie des gekrümmten, nicht injizierten Spannglieds auf die Eigenfrequenz waren sowohl beim Leichtbetonbalken als auch beim Betonbalken erwartungsgemäss klein (Bild 25a, Teilphasen 2.1, 2.3 und 2.4).

Phase 3

(l = 7.92 m, teilweise Vorspannung, Spannglied nicht injiziert, Zusatzmassen)

- Die aufgetragenen Zusatzmassen verkleinerten die Eigenfrequenz aus zweierlei Gründen. Einerseits wurde dadurch der Vorspanngrad in Balkenruhelage und damit die Biegesteifigkeit reduziert, andererseits erhöhte sich gleichzeitig die mitschwingende Masse. Durch das Aufbringen von 100% Zusatzmassen (Bild 7) reduzierte sich die Eigenfrequenz des Leichtbetonbalkens von 4.32 Hz auf 2.42 Hz um 44% und diejenige des Betonbalkens von 4.49 Hz auf 2.38 Hz um 47% (Bild 25b, Teilphasen 3.1 und 3.5).
- Die Abhängigkeit der Eigenfrequenz vom Vorspanngrad allein ist in der Tabelle 15 dargestellt. Als Bezugsgrösse für volle Vorspannung diente dabei die korrigierte Eigenfrequenz f_{korrr} in der Phase 3. Um den Einfluss des Vorspanngrades allein auf die Eigenfrequenz ermitteln zu können, mussten die gemessenen Werte mit Hilfe der Beziehungen im Abschnitt 2.3.3 auf eine einheitliche Balkenmasse umgerechnet werden.

Die Reduktion der Eigenfrequenz bei der Verkleinerung des Vorspanngrades in Balkenruhelage war beim Leichtbetonbalken geringer als beim Betonbalken.

- Bei ungefähr gleichem Vorspanngrad und ungefähr gleicher Gesamtmasse lagen die Eigenfrequenzen beim Leichtbetonbalken um 16% (LB in der Teilphase 3.2 und B in der Teilphase 3.1, $\kappa_0 = 1.16$ und $\kappa_{\text{rel,max}}^+ = 0.63$) bzw. um 10% (LB in der Teilphase 3.4 und B in der Teilphase 3.3, $\kappa_0 = 0.8$ und $\kappa_{\text{rel,max}}^+ = 0.53$) tiefer als beim Betonbalken (Bild 25b, Tabelle 3).

Phase 4

(l = 7.92 m, teilweise Vorspannung, Spannglied injiziert, Zusatzmassen)

- Entgegen den Erwartungen lagen die Eigenfrequenzen nach der Injektion des Hüllrohrs in der Teilphase 4.1 nicht höher, sondern beim Leichtbetonbalken um 7% und beim Betonbalken um 8% tiefer als in der Teilphase 3.1 (Bild 25b).

Damit wurde die im Abschnitt 4.2.1 in der Phase 4 erwähnte Steifigkeitsreduktion infolge der Belastungsgeschichte (vor allem Auswirkungen der Teilphasen 3.3 und 3.5) bestätigt.

- Die Abhängigkeit der Eigenfrequenz vom Vorspanngrad allein ist in der Tabelle 15 und im Bild 30b dargestellt. Als Bezugsgrösse für volle Vorspannung diente dabei die korrigierte Eigenfrequenz f_{korrr} der Phase 4. Die aufgetragenen Punkte im Bild 30b geben die auf eine einheitliche Balkenmasse umgerechnete Frequenz $\bar{f}$ an, die bei der Schwingung mit der Maximalbeanspruchung entsprechend $w_{\text{rel,max}}^+$ d.h. mit dem minimalen Vorspanngrad $\kappa_{\text{rel,max}}^+$ festgestellt wurde. Der jeweils links vom Punkt angebrachte Strich gibt an seinem linken Ende (vertikale Markierung) den Vorspanngrad κ_0 in Balkenruhelage an.

Die Eigenfrequenz reduzierte sich mit abnehmendem Vorspanngrad in Balkenruhelage in der Phase 4 bezogen auf den jeweiligen Bezugswert für volle Vorspannung, f_{korrr} , wie folgt (Einfluss der Zusatzmassen eliminiert):

Leichtbetonbalken (Phase 4):

$\kappa_0 = 1.45$	$\kappa_{\text{rel,max}}^+ = 0.69$	Reduktion = 6%
$= 0.91$	$= 0.56$	$= 8\%$
$= 0.48$	$= 0.48$	$= 16\%$

Betonbalken (Phase 4):

$\kappa_0 = 1.17$	$\kappa_{\text{rel,max}}^+ = 0.64$	Reduktion = 9%
$= 0.80$	$= 0.54$	$= 17\%$
$= 0.61$	$= 0.47$	$= 26\%$

- Im übrigen verhielten sich die Eigenfrequenzen der injizierten Versuchsbalken in der Phase 4 gleich wie beim nicht injizierten Versuchsbalken in der Phase 3 (Bild 25b).

4.4 Beschleunigungen

Im Bild 26 sind die in Balkenmitte gemessenen maximalen Beschleunigungen in Funktion der Relativedurchbiegung nach unten dargestellt. Die Beschleunigung a wird im wesentlichen durch die Relativedurchbiegung w_{rel} sowie durch die Masse und die Steifigkeit bestimmt. Für den Einmassenschwinger mit sinusförmigem Schwingverlauf gilt:

$$a = w_{rel} \frac{k}{m} \quad (4.4)$$

Darin sind k die Federsteifigkeit und m die Masse des Einmassenschwingers.

Dies ergibt für den Versuchsbalken unter der Annahme konstanter Biegesteifigkeit längs der Balkenachse $EI = B = \text{konstant}$ (vgl. auch Abschnitt 2.3.3):

$$a_{\text{rechn}} = w_{rel} \frac{\pi^4}{1^3} \left(\frac{B}{1 \cdot m + 2M} \right) \quad (4.5)$$

Darin sind m die Masse pro m' Balkenlänge (inkl. Zusatzmassen) und M die Masse des servohydraulischen Schwingers.

Im Bild 27 ist für die Phasen 2 bis 4 das Verhältnis Rechnerische Beschleunigung a_{rechn} (mit dynamischer Biegesteifigkeit aus dem Bild 24 längs der Balkenachse als konstant angenommen)/Effektiv in der Balkenmitte gemessene Beschleunigung a_{ef}^+ für Relativedurchbiegungen nach unten dargestellt.

Es konnten folgende Feststellungen gemacht werden:

- Das Verhältnis $a_{\text{rechn}}/a_{ef}^+$ betrug in den Phasen 1 und 2 nahezu 1.0. Da die Rechenannahmen gut mit der Wirklichkeit übereinstimmten (konstante Biegesteifigkeit längs der Balkenachse; Biegesteifigkeit praktisch unabhängig von der Relativedurchbiegung), entsprach dies den Erwartungen (Bild 27, Teilphasen 2.1 bis 2.4).
- Das Verhältnis $a_{\text{rechn}}/a_{ef}^+$ bei Relativedurchbiegungen nach unten stieg in den Phasen 3 und 4 bis auf 1.25 (Bild 27, Teilphasen 3.1 bis 4.5). Im Gegensatz dazu war das Verhältnis $a_{\text{rechn}}/a_{ef}^-$ bei Relativedurchbiegungen nach oben deutlich kleiner als 1.0 (nicht dargestellt). Dies kommt daher, dass im Durchbiegungsbereich unterhalb der Balkenruhelage der Balken weicher war. Die Balkenmasse wird auf einer grösseren Durchbiegungsstrecke verzögert bzw. beschleunigt als im Beanspruchungsbereich oberhalb der Balkenachse.
- Das Verhältnis $a_{\text{rechn}}/a_{ef}^+$ lag in den Phasen 3 und 4 nur dann etwa bei 1.0, wenn sich die Relativbeanspruchungen grösstenteils im Bereich der vollen Vorspannung (Leichtbeton Teilphasen 3.1 und 4.1) oder grösstenteils im Bereich der teilweisen Vorspannung (Beton Teilphasen 3.5 und 4.5) bewegten (Bild 27), d.h., wenn sich die statische Tangentensteifigkeit im Durchbiegungsbereich eines Schwingzyklus nur unwesentlich veränderte.

4.5 Dämpfung

Die Bilder 28a bis 28d zeigen den aus den Ausschwingversuchen ermittelten Verlauf des logarithmischen Dekrements δ bzw. des Dämpfungsmasses ξ in Funktion der Relativedurchbiegung nach unten in Balkenmitte. Definitionen und Berechnungshinweise zu δ und ξ sind im Abschnitt 3.3 gegeben.

Es ist zu beachten, dass die Dämpfungswerte bei nicht vorgespannten Balken gemäss [1] auf etwa die Hälfte reduziert werden, falls der Gehalt an schlaffer Bewehrung etwa verdreifacht wird. Dasselbe dürfte auch für teilweise vorgespannte Balken zutreffen.

Es konnten folgende Feststellungen gemacht werden:

Phase 1

(l = 5.04 m, volle Vorspannung, zentrische Vorspannkraft)

- Die Dämpfung des voll vorgespannten Leichtbeton- und des Betonbalkens reduzierte sich mit zunehmender Zeitspanne zwischen Veränderung der Vorspannkraft und Versuchszeitpunkt. Die Dämpfungswerte erreichten ca. 48 Stunden nach Veränderung der Vorspannkraft asymptotisch den Tiefstwert (Bild 29).
- Der Tiefstwert der Dämpfung des voll vorgespannten Leichtbetonbalkens war mit $\xi = 0.4\%$ um 44% geringer als derjenige des analogen Betonbalkens mit $\xi = 0.7\%$ (Bild 28b, Teilphase 1.3, t = 48 h). Die Reduktion der Dämpfung innert 48 Stunden betrug beim Leichtbetonbalken ca. 27% und beim Betonbalken ca. 20% ($w_{rel}^+ = 3.5$ mm).
- Die Grösse der Relativedurchbiegung hatte sowohl beim Leichtbeton- als auch beim Betonbalken praktisch keinen Einfluss auf die Dämpfung (Bild 28b, Teilphasen 1.1 bis 1.3).
- Die Höhe der zentrischen Vorspannkraft hatte sowohl beim Leichtbeton- als auch beim Betonbalken nur einen geringen Einfluss auf die Dämpfung (Bild 28b, Teilphasen 1.1 bis 1.3, t = 1 h). Bei grösserer zentrischer Vorspannung ergab sich generell eine etwas grössere Dämpfung. Es darf vermutet werden, dass sich für einen Versuchszeitpunkt t = ∞ nach Veränderung der Vorspannkraft etwa dieselben Dämpfungswerte, praktisch unabhängig von der Grösse der Vorspannkraft, ergeben.

Phase 2 (voll vorgespannt):

(l = 7.92 m, volle Vorspannung und ungerissen in der Teilphase 2.1, volle Vorspannung, jedoch gerissen in den Teilphasen 2.3 und 2.4)

- Trotz Halbierung der Eigenfrequenz gegenüber Phase 1 durch Vergrösserung der Spannweite, veränderte sich die Dämpfung nicht wesentlich (Bild 28a, Teilphasen 1.3 und 2.1, t = 1 h). Die Dämpfung in voll vorgespannten Leichtbeton- und Betonbalken war somit praktisch unabhängig von der Eigenfrequenz und betrug eine Stunde nach Veränderung der Vorspannkraft beim Leichtbetonbalken ca. $\xi = 0.5\%$ und beim Betonbalken ca. $\xi = 0.8\%$.
- Im vollständig gerissenen, jedoch wieder voll vorgespannten Zustand (Risse überdrückt) erhöhte sich die Dämpfung verglichen mit dem voll vorgespannten ungerissenen Zustand beim Leichtbetonbalken um ca. 35%, beim Betonbalken um ca. 31% (Bild 28b, Teilphasen 2.1 und 2.3). Eine eindeutige Erklärung hierfür ist schwierig zu geben, doch es handelt sich vermutlich um eine Energiedissipation in den überdrückten Rissen.
- Der Wechsel von zwei geraden exzentrischen Spannstäben zum gekrümmten Spannglied hatte keinen Einfluss auf das Dämpfungsverhalten (Bild 28b, Teilphasen 2.3 und 2.4). In der Teilphase 2.4 fanden so-

mit zwischen dem Hüllrohr und dem Spannstahl (Paralleldrahtbündel) keine merklichen Relativverschiebungen statt (ausreichende Haftreibung dank Hüllrohrkrümmung).

Phase 2 (ohne Vorspannung):

(l = 7.92 m, Spannstäbe entfernt, gerissen, Teilphase 2.2)

- Bei gleicher Relativedurchbiegung war die Dämpfung beim Leichtbetonbalken 28% bis 32% kleiner als beim Betonbalken (Bild 28c, Teilphase 2.2). Die Dämpfungsmass variierte beim Leichtbetonbalken zwischen etwa $\xi = 2\%$ und 3.5% und beim Betonbalken zwischen etwa 3.5% und 4.5%.
- Ein Vergleich mit den gleich bewehrten Versuchsbalken LB 1 und B 1 aus der 1. Versuchsreihe zeigt eine befriedigende Übereinstimmung der gemessenen Dämpfungswerte beim Leichtbetonbalken und eine gute Übereinstimmung beim Betonbalken (Bild 28c, Teilphase 2.2, LB 1, B 1).

Phase 3:

(l = 7.92 m, teilweise Vorspannung, Spannglied nicht injiziert, Zusatzmassen)

- Bei gleichem Vorspanngrad (Zusatzmassen verschieden) war die Dämpfung beim Leichtbetonbalken ca. 30% kleiner als beim Betonbalken (Tabelle 3, LB Teilphase 3.2 und B Teilphase 3.1, LB Teilphase 3.4 und B Teilphase 3.3).
- Bei gleich viel Zusatzmassen war die Dämpfung beim Leichtbetonbalken um ca. 40% kleiner als beim Betonbalken (Bild 28c, Teilphasen 3.1 bis 3.5).
- Mit zunehmender Relativedurchbiegung nahm die Dämpfung analog wie beim nicht vorgespannten Balken stark ab und strebte asymptotisch einem verhältnismässig tiefen Endwert zu (Bild 28c, Teilphasen 3.1 bis 3.5). Die Dämpfungsmass variierte dabei beim Leichtbetonbalken zwischen etwa $\xi = 2.5\%$ und 1.0% und beim Betonbalken zwischen etwa 4.0% und 1.5%.
- Die Dämpfung erhöhte sich im Bereich grösserer Relativedurchbiegungen durch Reduktion des Vorspanngrades in Balkenruhelage κ_0 von 1.45 auf 0.67 beim Leichtbetonbalken und um ca. 30% und bei Reduktion von κ_0 von 1.17 auf 0.61 beim Betonbalken um ca. 40% (Bild 28c, Teilphasen 3.1 und 3.5).
- Im Zusammenhang mit den sich öffnenden Rissen entstanden erhebliche Relativverschiebungen zwischen dem Spannstahl und dem gekrümmten Hüllrohr. Diese konnten während des Ausschlagens akustisch wahrgenommen werden.

Phase 4:

(l = 7.92 m, teilweise Vorspannung, Spannglied injiziert, Zusatzmassen)

- Die Injektion des Hüllrohrs führte sowohl beim Leichtbetonbalken als auch beim Betonbalken bei hohem Vorspanngrad (Teilphase 4.1) zu einer teilweisen Erhöhung, bei kleinem Vorspanngrad (Teilphase 4.5) zu einer leichten Reduktion der Dämpfung (Bild 28a, Teilphasen 3.1 und 4.1, Teilphasen 3.5 und 4.5).
- Mit zunehmender Relativedurchbiegung nahm die Dämpfung ähnlich wie bei den nicht vorgespannten Balken und analog zu der Phase 3 ab und strebte asymptotisch einem verhältnismässig tiefen Endwert zu (Bild 28d, Teilphasen 4.1 bis 4.5). Die Dämpfungsmass variierte dabei etwa zwischen den gleichen Grenzen wie in der Phase 3.
- Eine eindeutige Abhängigkeit der Dämpfung vom Vorspanngrad in Balkenruhelage κ_0 liess sich in Phase 4 nicht feststellen (Bild 28d). Grundsätzlich liegt die Dämpfung bei teilweiser Vorspannung zwischen den beiden Extremwerten des voll vorgespannten Balkens und des nicht vorgespannten Balkens (schema-

tisch dargestellt im Bild 30c; die aufgetragenen vollen Punkte geben die Dämpfung an, welche bei der Schwingung mit Maximalbeanspruchung entsprechend $w_{rel,max}^+$, d.h. mit dem minimalen Vorspanngrad $\kappa_{rel,max}^+$, festgestellt wurde. Die Pfeile geben an, in welcher Richtung sich die Dämpfung mit abnehmender Relativdurchbiegung veränderte.)

Zusammenfassung

Neue Materialien wie Leichtbeton und neue Technologien wie Vorspannung ermöglichen den Bau ausgesprochen schlanker Bauwerke, die leicht in Schwingungen mit grossen Amplituden versetzt werden können. Im Rahmen des Forschungsprojektes "Dynamisches Verhalten von Leichtbeton- und Betonbalken" wurden am Institut für Baustatik und Konstruktion der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich (ETH Zürich) an je einem vorgespannten Leichtbeton- und Betonbalken Versuche durchgeführt. Diese Versuche ergänzen eine erste im Jahr 1979 abgeschlossene Versuchsreihe an nur schlaff bewehrten Leichtbeton- und Betonbalken.

Die im vorliegenden Bericht beschriebenen Versuche hatten zum Ziel, den Einfluss des Vorspanngrades, der Rissbildung und der Beanspruchungshöhe auf die dynamischen Eigenschaften wie Biegesteifigkeit, Eigenfrequenz und Dämpfungsverhalten von voll und teilweise vorgespannten Leichtbeton- und Betonbalken im quasi-elastischen Beanspruchungsbereich zu untersuchen. Ferner sollte ein Vergleich zwischen Leichtbetonbalken und analogen Betonbalken gemacht werden.

Die untersuchten Leichtbeton- und Betonbalken wiesen eine Länge von 8.4 m und einen Rechteckquerschnitt von 0.4 m Breite und 0.24 m Höhe auf. Die dynamischen Eigenschaften der als einfache Balken gelagerten und vorspannbaren Träger wurden anhand einfacher Ausschwingversuche ermittelt. Die Anregung erfolgte mit einem servohydraulisch gesteuerten Schwinger in Balkenmitte. Mit Hilfe einer statischen Belastungseinrichtung konnte zudem die Biegesteifigkeit bei statischer Relativbeanspruchung gemessen werden.

Das Versuchsprogramm umfasste bei beiden Balken vier Phasen:

In der Phase 1 wurden die Balken mit einer reduzierten Spannweite von $l = 5.04$ m und auskragenden Enden von je 1.68 m im voll vorgespannten Zustand geprüft. Mit Hilfe von sechs geraden, nicht injizierbaren Spannstäben konnte eine veränderbare zentrische Vorspannkraft aufgebracht werden.

In der Phase 2 wurde die Spannweite auf 7.92 m erhöht. Volle Vorspannung durch gerade Spannstäbe in der ersten Teilphase, keine Vorspannung (Rissbildung) nach Entfernung der Spannstäbe in der zweiten Teilphase und wiederum volle Vorspannung (Risse unterdrückt) in der dritten Teilphase ergaben Grenzwerte für das dynamische Verhalten. In der vierten Teilphase wurden die geraden Spannstäbe teilweise durch eine parabelförmig gekrümmtes Spannglied ersetzt, um den Einfluss der Spanngliedführung zu untersuchen.

In der Phase 3 konnten durch schrittweises Aufbringen von Zusatzmassen der Vorspanngrad in Balkenruhelage reduziert und die Balken im teilweise vorgespannten Zustand geprüft werden. Das gekrümmte Spannglied war in dieser Phase nicht injiziert.

Die Phase 4 verlief analog zur Phase 3, jedoch mit injiziertem gekrümmtem Spannglied.

Im folgenden werden die Resultate zusammengefasst. Der Vorspanngrad κ gilt jeweils für die Balkenmitte. κ_0 ist der Vorspanngrad in Balkenruhelage, $\kappa_{\text{rel,max}}^+$ ist der Vorspanngrad bei maximalen Relativdurchbiegungen nach unten. Dem direkten Vergleich zwischen Leichtbeton und Beton dienende Textteile sind links am Rand mit einem vertikalen Strich versehen.

Biegesteifigkeiten

- Die Reduktion der dynamischen Biegesteifigkeit bei teilweiser Vorspannung gegenüber dem voll vorgespannten Zustand betrug:

Leichtbetonbalken (Phase 4):

$\kappa_0 = 1.45$	$\kappa_{\text{rel,max}}^+ = 0.69$	Reduktion = 11%
$= 0.91$	$= 0.56$	$= 15\%$
$= 0.67$	$= 0.48$	$= 28\%$

Betonbalken (Phase 4):

$\kappa_0 = 1.17$	$\kappa_{\text{rel,max}}^+ = 0.64$	Reduktion = 16%
$= 0.80$	$= 0.54$	$= 31\%$
$= 0.61$	$= 0.47$	$= 45\%$

Die Reduktion war damit beim Leichtbetonbalken erheblich geringer als beim Betonbalken.

- Die statische Biegesteifigkeit (Sekantensteifigkeit) lag für die Leichtbeton- und Betonbalken im untersuchten Frequenzbereich ($f = 2$ bis 6 Hz) bei grossen Relativdurchbiegungen ca. 5% bis 10% tiefer als die

dynamische Biegesteifigkeit. Bei kleinen Relativedurchbiegungen erhöhte sich der Unterschied auf 10% bis 15%.

- Die dynamische und die statische Biegesteifigkeit waren beim Leichtbetonbalken im voll vorgespannten Zustand ca. 32%, im nicht vorgespannten Zustand ca. 28% kleiner als diejenigen des analogen Betonbalkens.
- Die Belastungsgeschichte hatte einen grossen Einfluss auf die Biegesteifigkeiten.

Eigenfrequenzen

- Die Eigenfrequenzen variierten beim Leichtbetonbalken zwischen 9.8 Hz (volle Vorspannung, Spannweite $l = 5.04$ m) und 2.4 Hz (teilweise Vorspannung, Zusatzmassen, Spannweite $l = 7.72$ m), beim Betonbalken zwischen 11.25 Hz und 2.4 Hz.
- Die Reduktion der Eigenfrequenzen bei teilweiser Vorspannung betrug gegenüber dem voll vorgespannten Zustand (Einfluss der Zusatzmassen eliminiert):

Leichtbetonbalken (Phase 4):

$\kappa_0 = 1.45$	$\kappa_{rel,max}^+ = 0.69$	Reduktion = 6%
$= 0.91$	$= 0.56$	$= 8\%$
$= 0.67$	$= 0.48$	$= 16\%$

Betonbalken (Phase 4):

$\kappa_0 = 1.17$	$\kappa_{rel,max}^+ = 0.64$	Reduktion = 9%
$= 0.80$	$= 0.54$	$= 17\%$
$= 0.61$	$= 0.47$	$= 26\%$

Die Reduktion war damit beim Leichtbetonbalken wesentlich geringer als beim Betonbalken.

- Die Belastungsgeschichte hatte einen grossen Einfluss auf die Eigenfrequenzen.

Dämpfung

Im voll vorgespannten Zustand:

- Die Dämpfung reduzierte sich mit zunehmender Zeitspanne zwischen Veränderung der Vorspannkraft und Versuchszeitpunkt. Sie erreichte ca. 48 Stunden nach Veränderung der Vorspannkraft etwa asymptotisch den Tiefstwert und lag beim Leichtbetonbalken 27% und beim Betonbalken 20% tiefer als 1 Stunde nach Veränderung der Vorspannkraft. Der erreichte Tiefstwert des Dämpfungsmasses betrug beim Leichtbetonbalken $\xi = c/c_{cr} = 0.4\%$, beim Betonbalken $\xi = c/c_{cr} = 0.7\%$.

Die Dämpfung des voll vorgespannten Leichtbetonbalkens war damit 44% geringer als beim analogen Betonbalken.

- Die Dämpfung war praktisch unabhängig von der Relativedurchbiegung und der Grösse der zentrischen Vorspannkraft, d.h. praktisch unabhängig von der Beanspruchungshöhe (innerhalb des quasi-elastischen Bereichs).
- Die Dämpfung war unabhängig von der Frequenz.

Im teilweise vorgespannten Zustand:

Es ist zu beachten, dass die Dämpfungswerte bei nicht vorgespannten Balken gemäss [1] auf etwa die Hälfte reduziert werden, falls der schlaffe Bewehrungsgehalt verdreifacht wird. Dasselbe dürfte für teilweise vorgespannten Balken zutreffen.

- Die Dämpfung nahm mit zunehmender Relativbeanspruchung analog den nicht vorgespannten Balken stark ab und strebte asymptotisch einem tiefen Endwert zu. Das Dämpfungsmass variierte dabei beim Leichtbetonbalken zwischen $\xi = 2.5$ und $\xi = 1.0\%$ und beim Betonbalken zwischen $\xi = 4\%$ und $\xi = 1.5\%$. Die Dämpfung erhöhte sich somit bei teilweiser Vorspannung (nach vollständiger Rissbildung) gegenüber voller Vorspannung um rund das Sechsfache bei kleiner Relativbeanspruchung und um rund das Zweifache bei grosser Relativbeanspruchung. Die Grössenordnung der Dämpfung wurde durch die Spanngliedinjektion nur unwesentlich beeinflusst.
- Die Dämpfung erhöhte sich bei Balken mit nicht injiziertem Spannglied durch Reduktion des Vorspanngrades in Balkenruhelage κ_0 von 1.45 auf 0.67 beim Leichtbetonbalken um ca. 30% und bei Reduktion von κ_0 um 1.17 auf 0.61 beim Betonbalken um ca. 40%.
- Die Dämpfung war beim teilweise vorgespannten Leichtbetonbalken bei gleichem Vorspanngrad in Balkenruhelage ca. 30% kleiner als beim Betonbalken.

Im nicht vorgespannten Zustand:

Es ist zu beachten, dass die Dämpfungswerte für höhere Bewehrungsgehalte gemäss [1] erheblich niedriger ausfallen können als die hier angegebenen Werte (vgl. Abschnitt 1.4).

- Das Dämpfungsmass variierte beim Leichtbetonbalken zwischen $\xi = 3.5\%$ und $\xi = 2.0\%$, beim Betonbalken zwischen $\xi = 4.5\%$ und $\xi = 3.5\%$.
- Die Uebereinstimmung mit den Balken mit gleichem schlaffem Bewehrungsgehalt der 1. Versuchsreihe dieses Forschungsprojektes (LB 1 und B1 in [1]) war gut.

Résumé

De nouveaux matériaux comme le béton léger et de nouvelles techniques comme la précontrainte permettent la construction d'ouvrages extraordinairement élancés, qui peuvent être facilement mis en vibration avec de grandes amplitudes. Dans le cadre du projet de recherche "Comportement dynamique de poutres en béton léger et en béton normal" des essais ont été effectués à l'institut de statique et construction de l'Ecole Polytechnique fédérale de Zürich. Ces essais portèrent sur deux poutres précontraintes, l'une avec du béton léger et l'autre avec du béton normal; ils complètent une première série d'essais, terminée en 1979, sur des poutres en béton léger et en béton normal, armées seulement d'armatures passives.

Les essais décrits dans le présent rapport avaient pour but d'étudier l'influence du degré de précontrainte, de la formation des fissures et de la hauteur des sollicitation sur les propriétés dynamique tel que la rigidité à la flexion, les fréquences propres et le comportement de l'amortissement des poutres en béton léger ou en béton normal complètement ou partiellement précontraintes dans le domaine des sollicitations quasi-élastiques. De plus une comparaison entre des poutres en béton léger et en béton normal est faite.

Les poutres étudiées en béton léger ou en béton normal avaient une longueur de 8.4 m et une section rectangulaire de 0.4 m de large et de 0.24 m de haut. Les propriétés dynamiques des poutres ont été déterminées à l'aide d'essais d'oscillations simples. Les poutres étaient précontraintes et les conditions d'appuis étaient celles d'une poutre simple. Les sollicitations étaient produites à l'aide d'une masse vibrante, asservie hydrauliquement, située au milieu des poutres. La rigidité à la flexion pouvait être en outre mesurée à l'aide d'une installation de chargement statique pour des sollicitation relatives statiques.

Le programme d'essais comportait pour les deux poutres quatre phases:

- Dans la phase I, les poutres étaient testées avec une portée réduite de $l = 5.04$ m et un port-à-faux de 1.68 m, dans un état de précontrainte totale. Une force de précontrainte centrée, modifiable, pouvait être exercée à l'aide de six barres d'aciers qui n'étaient pas injectables.
- Dans la phase II, la portée était augmentée à 7.92 m. Les valeurs limités du comportement dynamique étaient mesurées à partir des trois tests suivants: dans le premier test précontrainte totale à l'aide des barres d'acier droite, dans le deuxième test pas de précontrainte (formation de fissures) après enlèvement des barres d'acier, et dans le troisième test à nouveau précontrainte totale (compression des fissures). Dans le quatrième test de la phase II, les barres d'acier droites furent partiellement remplacées par un câble de précontrainte parabolique, pour étudier l'influence de la forme de la précontrainte.
- Dans la phase III, le degré de précontrainte de la poutre dans la position d'équilibre a pu être réduit en rajoutant par étape des masses supplémentaires, pour que les poutres soient testées dans un état de précontrainte n'était pas injecté.
- La phase IV se déroula d'une façon analogue à la phase III, mais le câble de précontrainte parabolique était injecté.

Les résultats des essais sont résumés ci-dessous. Le degré de précontrainte κ est valable pour le milieu de la poutre. κ_0 est le degré de précontrainte dans la position au repos. $\kappa_{rel,max}^+$ est le degré de précontrainte pour une déflexion maximale relative en direction du bas.

Les parties du texte comparant directement le béton léger avec le béton normal sont indiquées par une ligne verticale dans la marge de gauche.

Rigidité à la flexion

- La réduction de la rigidité dynamique à la flexion pour un état de précontrainte partielle par rapport à un état de précontrainte totale se montait:

Poutres en béton léger (Phase 4):

$\kappa_o = 1.45$	$\kappa_{rel,max}^+ = 0.69$	Réduction = 11%
= 0.91	= 0.56	= 15%
= 0.67	= 0.48	= 28%

Poutres en béton normal (Phase 4):

$\kappa_o = 1.17$	$\kappa_{rel,max}^+ = 0.64$	Réduction = 16%
= 0.80	= 0.54	= 31%
= 0.61	= 0.47	= 45%

La réduction était ainsi bien inférieure pour le béton léger que pour le béton normal.

- La rigidité à la flexion statique (rigidité sécante) est inférieure à la rigidité dynamique, pour des poutres en béton léger et en béton normal dans le domaine de fréquences étudiées ($f = 2$ à 6 Hz) pour des déflexions relatives d'environ 5 à 10%. Pour de petites déflexions la différence s'élève à 10%, jusqu'à 15%.
- La rigidité à la flexion dynamique et statique de la poutre en béton léger étaient par rapport à la poutre en béton normal d'environ 32% inférieure dans un état de précontrainte totale et d'environ 28% inférieures dans un état non-précontraint.
- L'histoire de la charge avait une grande influence sur la rigidité à la flexion.

Fréquences propres

- Les fréquences propres variaient pour les poutres en béton léger entre 9.8 Hz (précontrainte totale, portée $l = 5.04$ m) et 2.4 Hz (précontrainte partielle, masses additionnelles, portée $l = 7.72$ m) pour les poutres en béton normal entre 11.25 Hz et 2.4 Hz, respectivement.
- La réduction de la fréquences propres pour un état de précontrainte partielle par rapport à un état de précontrainte totale se montait (influence des masses additionnelles éliminée):

Poutres en béton léger (Phase 4):

$\kappa_o = 1.45$	$\kappa_{rel,max}^+ = 0.69$	Réduction = 6%
= 0.91	= 0.56	= 3%
= 0.67	= 0.48	= 16%

Poutres en béton normal (Phase 4):

$\kappa_o = 1.17$	$\kappa_{rel,max}^+ = 0.64$	Réduction = 9%
= 0.80	= 0.54	= 17%
= 0.61	= 0.47	= 26%

La réduction était ainsi considérablement inférieure pour le béton léger que pour le béton normale.

- L'histoire de la charge avait une grande importance sur les fréquences propres.

Amortissement

Dans un état précontrainte totale:

- L'amortissement se réduisait aux cours des essais entre le moment où la force de précontrainte était modifiée et le moment où les essais étaient effectués. L'amortissement atteignait, environ 48 heures après modification de la force de précontrainte, d'une manière asymptotique la valeur la plus basse. Par rapport à une heure après la modification de la force de précontrainte, l'amortissement était de 27% inférieur pour du béton léger et de 20% inférieur pour du béton normal.

La valeur minimale d'amortissement atteinte se montait (par rapport à l'amortissement critique):

Pour la poutre en béton léger $\xi = c/c_{cr} = 0.4\%$, pour la poutre en béton $\xi = c/c_{cr} = 0.7\%$.

L'amortissement de la poutre en béton léger totalement précontrainte était ainsi de 44% inférieur à celui de la poutre analogue en béton normal.

- L'amortissement était pratiquement indépendant de la déflexion relative et de l'importance de la force de précontrainte centrée, cette-à-dire pratiquement indépendante de la hauteur des sollicitations (dans le domaine quasi-élastique).
- L'amortissement était indépendant de la fréquence.

Dans un état de précontrainte partielle:

Il est à remarquer, que les valeurs d'amortissement sont à réduire d'environ de moitié pour des poutres

non-précontraintes selon [1], si le pourcentage d'armature passive de 0.57% est à peu près triplé. La même chose serait à attendre pour des poutres partiellement précontrainte.

- D'une manière analogue aux poutres non-précontrainte, l'amortissement diminuait fortement pour des sollicitations relatives supérieures et tendait asymptotiquement vers un minimum.

Variation du coefficient d'amortissement: pour le béton léger entre $\xi = 2.5\%$ et $\xi = 1.0\%$, pour le béton normal entre $\xi = 4.0\%$ et $\xi = 1.5\%$.

L'amortissement était augmenté en cas de précontrainte partielle (après la formation complète des fissures) par rapport à la précontrainte totale d'un facteur 6 dans le cas de petites sollicitations relatives et d'un facteur 2 dans le cas de grandes sollicitations relatives. L'ordre de grandeur de l'amortissement n'a été influencé que d'une façon insignifiante par l'injection du câble de précontrainte.

- L'amortissement augmenta, pour les poutres dont les câbles de précontrainte n'étaient pas injectés, d'environ 30% pour les poutres en béton léger en réduisant le degré de précontrainte de la poutre au repos de 1.45 à 0.67, et d'environ 40% pour la poutre en béton normal en réduisant le degré de précontrainte de la poutre au repos de 1.17 à 0.61.

- L'amortissement des poutres en béton léger partiellement précontrainte était de 30% inférieur à celui des poutres en béton normal pour de mêmes degrés de précontrainte de la poutre au repos.

Dans un état de non-précontrainte:

Selon [1] il est à remarquer, que les valeurs d'amortissement pour des pourcentages d'armatures élevés peuvent être très inférieures aux valeurs données ici (comparé paragraphe 1.4).

- Le coefficient d'amortissement varia: pour la poutre en béton léger entre $\xi = 3.5\%$ et $\xi = 2.0\%$, pour la poutre en béton normal entre $\xi = 4.5\%$ et $\xi = 3.5\%$.
- La correspondance avec les poutres, de la première série d'essais de ce projet de recherche, qui avaient le même pourcentage d'armature passive (LB 1 et B1 dans [1]) est bonne.

Summary

By virtue of lightweight concrete as a new building material and the recent techniques of prestressing, structures of extraordinary slenderness have become feasible, which are prone to vibrations of large amplitudes. The "Dynamic Behaviour of Lightweight and Normalweight Reinforced Concrete Beams" has hence made a project of research at the Institute of Structural Engineering of the Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich, Switzerland. As a part of this project, tests were conducted on two prestressed beams, one of lightweight concrete and the other of normalweight concrete, that supplement an older test series finished in 1979 on reinforced concrete beams without prestress.

The current tests of this report aimed at a better understanding of the effects three key parameters (degree of prestress, cracking, level of excitation) have on the dynamic properties (i.e. flexural rigidity, natural frequencies, damping characteristics) of lightweight and normalweight concrete beams when they are fully, or partially prestressed, and respond quasi-elastically.

The beams investigated were 8.4 m long with a cross-section of 0.4 m width and 0.24 m height. They were simply supported, could be prestressed to a variable degree, and were tested for their dynamic properties by standard vibration decay methods. Excitation was achieved by a vibrating mass in midspan with servo-hydraulic control. The beams' flexural rigidity could also be measured under static load providing an equivalent deflection from the at-rest position.

The research programme comprised the following four phases for each of the two beams:

- Phase 1:
The beams were tested with reduced free span of $l = 5.40$ m (and cantilevering ends of 1.68 m on either side) under full prestress. Six straight and unbonded prestressing rods permitted to apply a centric prestressing force of variable magnitude.
- Phase 2:
The span was increased to 7.92 m. The prestressing rods were first tensioned to provide full prestress, then removed to permit cracking, and finally tensioned to restore full prestress, closing the cracks. This sequence gave bracketing values of the dynamic behaviour. Afterwards, some of the straight rods were replaced by a parabolic tendon to investigate the influence of cable profile.
- Phase 3:
The degree of prestress in the beams at rest could be gradually reduced by applying additional weights on their top, thus permitting tests under partial prestress, the curved tendon being still ungrouted.
- Phase 4:
Analogous to phase 3, but after grouting of the tendon.

An overview of the test results is given below, with the notation as follows: κ designates the degree of prestress in midspan, κ_0 in the at-rest position, $\kappa_{rel,max}^+$ at maximum relative deflection downwards from the at-rest position. Conclusions comparing lightweight and normalweight concrete are indicated by a vertical bar at the left margin.

Flexural Rigidity

- Amount of reduction of dynamic rigidity from full to partial prestressing:

Lightweight concrete beams (Phase 4):

$\kappa_0 = 1.45$	$\kappa_{rel,max}^+ = 0.69$	reduction = 11%
$= 0.91$	$= 0.56$	$= 15\%$
$= 0.67$	$= 0.48$	$= 28\%$

Normalweight concrete beams (Phase 4):

$\kappa_0 = 1.17$	$\kappa_{rel,max}^+ = 0.64$	reduction = 16%
$= 0.80$	$= 0.54$	$= 31\%$
$= 0.61$	$= 0.47$	$= 45\%$

The decay of flexural rigidity was considerably less for lightweight concrete than for normalweight concrete.

- The static flexural rigidity (secant modulus) was 5% to 10% less for both kinds of concrete beams than the dynamic one in the investigated frequency range ($f = 2$ to 6 Hz). This difference increased to 10% at small deflections from at-rest.

- Both the dynamic and the static rigidity of the lightweight concrete beam was 32% (full prestress) resp. 28% (no prestress) smaller than those of the normalweight concrete beam.
- The loading history had a large effect on the rigidity (both static and dynamic).

Natural Frequencies

- The natural frequencies of the lightweight concrete beam ranged from 9.8 Hz (full prestress, $l = 5.04$ m span) to 2.4 Hz (partial prestress, additional weights, $l = 7.72$ m span), those of the normalweight concrete from 11.25 Hz to 2.4 Hz.
- Reduction of frequency from full to partial prestress (compensated for additional weights):

Lightweight concrete beams (Phase 4):

$\kappa_o = 1.45$	$\kappa_{rel,max}^+ = 0.69$	reduction = 6%
= 0.91	= 0.56	= 8%
= 0.67	= 0.48	= 16%

Normalweight concrete beams (Phase 4):

$\kappa_o = 1.17$	$\kappa_{rel,max}^+ = 0.64$	reduction = 9%
= 0.80	= 0.54	= 17%
= 0.61	= 0.47	= 26%

The reduction of frequency was considerably less for lightweight concrete than for normalweight concrete.

- The loading history had a large effect on the frequency as well.

Damping

In the state of full prestress:

- The damping decreased with time passed between instant of change in prestress and test. About 47 hours after change in prestress, the damping had asymptotically approached its minimum, being 27% lower (lightweight concrete) resp. 20% lower (normalweight concrete) than one hour after changing the magnitude of prestress. Minimum of the damping coefficient (with respect to critical): lightweight concrete $\xi = c/c_{cr} = 0.4\%$, normalweight concrete $\xi = c/c_{cr} = 0.7\%$.

The damping for full prestress was 44% lower for lightweight concrete than for normalweight concrete.

- The amount of damping changed negligibly with relative deflection or with the magnitude of the prestressing force. That is, it was virtually independent of the stress level (within the quasi-elastic range).
- The damping was independent of frequency.

In the state of partial prestress:

Remembering that for non-prestressed beams the damping was roughly halved by tripling the percentage of reinforcement (from initially $\rho = 0.57\%$, of [1]), about the same could be expected for partially prestressed beams.

- Similar to the observations on non-prestressed beams, the damping decreased rapidly with higher levels of relative loading and tended asymptotically to a minimum. Range of the damping coefficient: lightweight concrete beams $\xi = 2.5$ to $\xi = 1.0\%$, normalweight concrete beams $\xi = 4\%$ to $\xi = 1.5\%$.

Compared to full prestress, partial prestress (after previous complete cracking) enhanced the damping by a factor of 6 for small relative loading and a factor of 2 for large relative loading. Grouting the prestressing tendon did not significantly change the order of magnitude of damping.

- Reducing the degree of prestress while the tendon was ungrouted increased the damping: for the beam of lightweight concrete by about 30% when κ_o dropped from 1.45 to 0.67 (with reference to at-rest), for that of normalweight concrete by about 40% when κ_o dropped from 1.17 to 0.61.
- For the same degree of prestress at-rest, the damping in the lightweight concrete beam was about 30% smaller than in the normalweight concrete beam.

In the state of no prestress:

From previous tests [1] it is known that damping may be much less for higher percentages of reinforcement than the current results suggest (see Section 1.4).

- Range of the damping coefficient:

lightweight concrete	$\zeta = c/c_{cr} = 3.5 \text{ to } 2.0\%$
normalweight concrete	$\zeta = c/c_{cr} = 4.5 \text{ to } 3.5\%$

- For the same percentage of reinforcement (non-prestressed), these results compare well with previous data (beams LB1 and B1) from the first series of tests [1] of this research project.

Verdankungen

Der vorliegende Versuchsbericht ist im Rahmen des Forschungsprojektes "Dynamisches Verhalten von Leichtbeton- und Betonkonstruktionen" als Teil 2 ausgearbeitet worden. Dieses Projekt wurde durch einen finanziellen Beitrag der Firma

Hunziker & Cie AG, Baustofffabriken, Zürich,

ermöglicht. Für die grosszügige Unterstützung möchten die Verfasser der Firma Hunziker und insbesondere den Herren Direktoren W. Thut, Dipl. Ing. ETH, und E. Setz, Dipl. Ing. ETH, herzlich danken.

Für die Ueberlassung der benötigten Bewehrungsstähle danken die Verfasser der Firma

von Moos Stahl AG, Luzern.

Bei der Versuchsdurchführung hat Herr K. Bucher mitgearbeitet. Herr M. Baumann, dipl. Bauing. ETH, hat die messtechnischen Belange betreut. Herr G. Göseli zeichnete die Bilder und betreute die Drucklegung. Frä. S. Burki schrieb die Druckbogen. Für die wertvolle Unterstützung und die gute Zusammenarbeit danken die Verfasser allen Genannten sowie allen anderen, die zum Entstehen dieses Versuchsberichtes beigetragen haben, bestens.

Literaturverzeichnis

- [1] Dieterle R., Bachmann H.: "Versuche über den Einfluss der Rissbildung auf die dynamischen Eigenschaften von Leichtbeton- und Betonkonbalken", Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Versuchsbericht Nr. 7501-1, Dezember 1979. Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart.
- [2] Dieterle R.: "Modelle für das Dämpfungsverhalten von schwingenden Stahlbetonträgern im ungerissenen und gerissenen Zustand", Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 111, April 1981, Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart.
- [3] Swamy R.N.: "Damping Mechanics of Cementitious Systems", Chapter 30 in 'Dynamic Waves in Civil Engineering', Wiley Interscience, 1974.
- [4] Rigon C., Thürlimann B.: "Fatigue Tests on Post-Tensioned Concrete Beams", Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Versuchsbericht Nr. 8101-1, August 1985 (in Englisch), Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart.
- [5] Bachmann H.: "Von der vollen zur teilweisen Vorspannung", Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 132, August 1982, Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart.
- [6] Bachmann H.: "Design of Partially Prestressed Concrete Structures Based on Swiss Experiences", Journal of the Prestressed Concrete Institute (PCI), No. 4, July/August 1984.

Bezeichnungen

(In Klammern sind die Bezeichnungen aufgeführt, die in [1] verwendet worden sind.)

Geometrische Grössen

A_c	(F_b)	Leichtbeton- bzw. Betonquerschnittsfläche
A_s	(F_e)	Fläche der unteren schlaffen Balkenlängsbewehrung
A'_s	(F'_e)	Fläche der oberen schlaffen Balkenlängsbewehrung
A_{pl}		Fläche der geraden Spannstäbe
A_{pz}		Fläche der Spanndrähte im gekrümmten Spannglied
A_i	(F_{id})	ideelle Querschnittsfläche
b	(B)	Balkenbreite
h	(H)	Balkenhöhe
I	(I)	Trägheitsmoment
I_i	(I_{id})	Trägheitsmoment der ideellen Querschnittsfläche
l	(l)	Balkenspannweite
s		Abstand der statischen Einzelkräfte vom Auflager
t		Bügelabstand, Zeit
x	(x)	Abstand der neutralen Achse vom Druckrand
y		Abstand der Schwerachse vom Druckrand
$\emptyset$	$(\emptyset)$	Durchmesser

Kraftgrössen

D		Druckkraft
$F(t)$	(P_{Gr})	Anregungskraft vor Ausschwingversuch
F_{stat}	(P_{st})	Einzelkraft beim statischen Belastungsversuch
M	(M)	Biegemoment
M_o	(M_o)	Biegemoment in Balkenruhelage infolge Balkeneigengewicht, Zusatzmassen, Schwinger und Ankerplatten
M_{rel}	(M_{rel})	Biegemoment infolge Relativedurchbiegung
M_p		Biegemoment infolge Vorspannung
M_{op}		Biegemoment in Balkenruhelage infolge Balkeneigengewicht, Zusatzmassen, Schwinger, Ankerplatte und Vorspannung ($M_{op} = M_o + M_p$)
M_{Dec}		Dekompressionsmoment
M_r	(M_R)	Rissmoment
M_{ro}		Rissöffnungsmoment
M_{pl}	(M_{pl})	plastisches Moment
N_p		Normalkraft infolge Vorspannung
P		Vorspannkraft
Z_c		Zugkraft im Beton
Z_s		Zugkraft im schlaffen Stahl

Massen und Gewichte

g	(g)	Eigengewicht des Balkens ohne Zusatzmassen pro m'
G_s		Eigengewicht des servohydraulischen Schwingers
G_A		Eigengewicht der Ankerplatten
m	(m)	Masse des Balkens inkl. Zusatzmassen pro m'
M	(G)	Masse des servohydraulischen Schwingers
ΔM	(ΔM)	Zusatzmassen pro Paket
q		Gewicht der Zusatzmassen pro m'
γ		Raumgewicht von Leichtbeton und Beton

Festigkeitswerte, Spannungen

σ_c	(σ_b)	Spannungen im Leichtbeton und Beton
f_{cw}	(β_w)	Würfeldruckfestigkeit von Leichtbeton und Beton
f_c	(β_p)	Prismendruckfestigkeit von Leichtbeton und Beton
f_{ct}		Zugfestigkeit von Leichtbeton und Beton
σ_s	(σ_e)	Spannungen im schlaffen Stahl
f_{sy}	($\sigma_{e,20}$)	Streckgrenze des schlaffen Stahls
f_{st}	(β_z)	Zugfestigkeit des schlaffen Stahls
σ_p		Spannungen im Spannstahl
f_{pt}		Zugfestigkeit des Spannstahls
E_c	(E_B)	Elastizitätsmodul des Leichtbetons und des Betons
E_s	(E_e)	Elastizitätsmodul des schlaffen Stahls
E_p		Elastizitätsmodul des Spannstahls
E_{5-10}		Sekantenmodul bei Belastung eines Betonzylinders von 5 bis 10 N/mm ²
E_{5-20}		" " " 5 bis 20 N/mm ²

Verformungen

w_{rel}	(δ_{rel})	Relativdurchbiegung in Balkenmitte (Amplitudenmaximum)
$w_{rel,max}$		Maximale Relativdurchbiegung in Balkenmitte bei Beginn eines Ausschwingversuchs
k	(k)	Federsteifigkeit eines Einmassenschwingers
B	(k_{ey})	Biegesteifigkeit des Balkens ($B = EI$)
B_{korr}		korrigierte Biegesteifigkeit (repräs. für volle Vorspannung in der Phase 3 bzw. 4)
ϵ_c	(ϵ_b)	Dehnungen im Leichtbeton und im Beton
ϵ_s	(ϵ_e)	Dehnung im schlaffen Stahl
ϵ_{sm}	($\epsilon_{e,m}$)	mittlere Dehnung im schlaffen Stahl längs eines Biegerisselementes
$\epsilon_{s,max}$	($\epsilon_{e,max}$)	maximale Dehnungen im schlaffen Stahl im Riss eines Biegerisselementes
ϵ_p		Dehnungen im Spannstahl
λ_{G1}	(λ_{G1})	Gleichmassdehnung des Stahls

Dynamische Größen

ω	(ω)	Eigenkreisfrequenz
f	(f)	Eigenfrequenz
f_{korrr}		korrigierte Eigenfrequenz (repräs. für volle Vorspannung in der Phase 3 bzw. Phase 4)
δ	(δ)	logarithmisches Dekrement der Dämpfung
ζ	(ζ)	Dämpfungsmaß
c	(c)	Dämpfungskoeffizient
c_{cr}	(c_{cr})	kritische Dämpfung
a	(b)	Beschleunigung
g	(g)	Erdbeschleunigung
$\dot{\epsilon}$	($\dot{\epsilon}$)	Dehngeschwindigkeit

Dimensionslose Parameter

ρ	(μ)	Bewehrungsgehalt der unteren Längsbewehrung
ρ'	(μ')	Bewehrungsgehalt der oberen Längsbewehrung
κ_0		Vorspanngrad in Balkenruhelage
$\kappa_{\text{rel,max}}$		Vorspanngrad bei maximalen Relativedurchbiegungen
$\bar{\kappa}$	(κ)	Verbundkoeffizient

Hochgestellte Indizes

+	Durchbiegungen nach unten
-	Durchbiegungen nach oben

Bild 1 : Versuchsanlage (Teilphase 3.3)

Schnitt C-C :

Bild 2 : Abmessungen und Bewehrungen

Bild 3 : Dämpfung (logarithmisches Dekrement ν bzw. Dämpfungsmass ξ) schlaff bewehrter Balken in Funktion der Relativedurchbiegung w_{rel}^+ in Balkenmitte (aus [1])

Ungerissenes Biegeelement

Gerissenes Biegeelement

Bild 4 : Dämpfungsmodelle für das ungerissene und das gerissene Biegeelement (aus [2])

Bild 5 : Übertragung der Verbundspannungen (aus [2])

Bild 6a : Übersicht Phase 1 (schematisch)

Bild 6b : Übersicht Phase 2 (schematisch)

Bild 6c : Übersicht Phasen 3 und 4 (schematisch)

Längsschnitt :

Detail Längsschnitt :

Detail Grundriss :

Bild 7 : Lage und Anordnung der Zusatzmassen

Bild 8: Spannungs- Dehnungs- Diagramme der Betone

<p><u>Typ A :</u> Reiner Betonquerschnitt</p>	<p><u>Typ B :</u> Teilphase 2.2</p> <p>(Spannstäbe)</p> <p>$A_s = A_s' : \text{ je } 4 \phi 12$ $A_{p1} : 0$ $A_{p2} : 0$</p>	<p><u>Typ C :</u> Phase 1</p> <p>$A_s = A_s' : \text{ je } 4 \phi 12$ $A_{p1} : 6 \phi 12$ $A_{p2} : 0$</p>
<p><u>Typ D :</u> Teilphasen 2.1, 2.3</p> <p>$A_s = A_s' : \text{ je } 4 \phi 12$ $A_{p1} : 4 \phi 12$ $A_{p2} : 0$</p>	<p><u>Typ E :</u> Teilphase 2.4</p> <p>$A_s = A_s' : \text{ je } 4 \phi 12$ $A_{p1} : 2 \phi 12$ $A_{p2} : 7 \phi 7$</p>	<p><u>Typ F :</u> Phasen 3 und 4</p> <p>$A_s = A_s' : \text{ je } 4 \phi 12$ $A_{p1} : 0$ $A_{p2} : 7 \phi 7$</p>

Bild 9 : Querschnittstypen (Massangaben siehe Bild 2)

Bild 10 : Rechnerische Steifigkeit $EI = B$ im gerissenen Zustand für Biegung mit Normalkraft (Verbundkoeffizient $\bar{\kappa} = 1.0$)

Phase	Beton				Leichtbeton			
	M_{Dec} [kNm]	M_{ro} [kNm]	M_r [kNm]	M_{pl} [kNm]	M_{Dec} [kNm]	M_{ro} [kNm]	M_r [kNm]	M_{pl} [kNm]
1.1	18.0	18.0	30.4	~ 75	18.0	18.5	31.7	~ 75
1.2	26.9	26.9	39.3	~ 85	27.6	27.6	40.8	~ 85
1.3	34.0	34.0	46.4	~ 93	34.5	34.5	47.7	~ 93
2.1	37.7	21.9	34.3	~ 91	38.0	22.3	35.5	~ 91
2.2	0	0	12.2	~ 45	0	0	12.9	~ 45
2.3	38.0	22.1	—	~ 91	38.6	22.7	—	~ 91
2.4	39.6	22.0	—	~ 93	39.9	22.5	—	~ 93
3.1 ÷ 3.5	28.6	11.0	—	~ 93	28.5	11.1	—	~ 93
4.1 ÷ 4.5	28.7	11.1	—	~107	28.7	11.3	—	~107

Definitionen :

Dekompressionsmoment M_{Dec} :

Rissöffnungsmoment M_{ro} :

Rissmoment M_r :

Bild 11 : Dekompressionsmomente M_{Dec} , Rissöffnungsmomente M_{ro} ,
Rissmomente M_r und plastische Momente M_{pl} ,
Rechnerische Werte und Definitionen

Längsschnitt schematisch :

Schnitt a - a schematisch :

Bild 12 : Statische Belastungseinrichtung (schematisch)

Bild 13: Statische Belastungseinrichtung
(Abbildung für Relativ-
durchbiegungen nach unten)

Bild 14: Detail der stat. Belastungsein-
richtung (Abbildung für Relativ-
durchbiegungen nach oben)

Bild 15: Servohydraulischer Schwinger

Bild 16: Ankerplatte Kraftmessdosen für
Spannkraftmessung in den
Spannstäben (Phase 1)

Bild 17: Festes Lager

Bild 18: Bewegliches Lager

Bild 19: Dehnmessrahmen für Dehnungsmessung
von Beton und Stahl

Bild 20 : Messstellenplan

Phase 1 Leichtbeton	Momente [kNm]	Rechn. Spannungen in Balkenmitte [N/mm ²]
<p>(1.1)</p> <p>$f = 9.80 \text{ Hz}$ (aus Versuch)</p> <p>$w_{\text{rel,max}} = \pm 2 \text{ mm}$ (gewählte Steuergrösse)</p>		
<p>(1.2)</p> <p>$f = 9.77 \text{ Hz}$</p> <p>$w_{\text{rel,max}} = \pm 3 \text{ mm}$</p>		
<p>(1.3)</p> <p>$f = 9.80 \text{ Hz}$</p> <p>$w_{\text{rel,max}} = \pm 4 \text{ mm}$</p>		

Annahmen : Biegesteifigkeit unabhängig von Relativdurchbiegung und konstant längs Balkenachse

Bild 21a : Verlauf der Biegebeanspruchungen in Balkenruhelage M_{op}
(inf. Balkeneigengewicht, Zusatzmassen, Schwinger und Vorspannung)
sowie bei maximaler Relativdurchbiegung M_{rel} ,
Phase 1, Leichtbetonbalken

Annahmen: Biegesteifigkeit unabhängig von Relativedurchbiegung und konstant längs Balkenachse

Bild 21b : Verlauf der Biegebeanspruchungen in Balkenruhelage M_{op}
(inf. Balkeneigengewicht, Zusatzmassen, Schwinger und Vorspannung)
sowie bei maximaler Relativedurchbiegung M_{rel} ,
Phase 1, Betonbalken

Phase ② Leichtbeton	Momente [kNm]	Rechn. Spannungen in Balkenmitte [N/mm ²]
②.1 $f = 5.06 \text{ Hz}$ (aus Versuch) $w_{\text{rel,max}} = \pm 10 \text{ mm}$ (gewählte Steuer- größe)		
②.2 $f = 2.78 \text{ Hz}$ $w_{\text{rel,max}} = \pm 20 \text{ mm}$		
②.3 $f = 4.92 \text{ Hz}$ $w_{\text{rel,max}} = \pm 10 \text{ mm}$		
②.4 $f = 4.89 \text{ Hz}$ $w_{\text{rel,max}} = \pm 10 \text{ mm}$		

Annahmen: Biegesteifigkeit unabhängig von Relativedurchbiegung und konstant längs Balkenachse

Bild 21c : Verlauf der Biegebeanspruchungen in Balkenruhelage M_{op}
 (inf. Balkeneigengewicht, Zusatzmassen, Schwinger und Vorspannung)
 sowie bei maximaler Relativedurchbiegung M_{rel} ,
 Phase 2, Leichtbetonbalken

Annahmen: Biegesteifigkeit unabhängig von Relativdurchbiegung und konstant längs Balkenachse

Bild 21d : Verlauf der Biegebeanspruchungen in Balkenruhelage M_{op}
(inf. Balkeneigengewicht, Zusatzmassen, Schwinger und Vorspannung)
sowie bei maximaler Relativdurchbiegung M_{rel} ,
Phase 2, Betonbalken

Phase Beton	Momente [kNm]	Rechn. Spannungen in Balkenmitte [N/mm ²]
<div>4.1</div> <div>$f = 3.98 \text{ Hz}$ (aus Versuch)</div> <div>$w_{\text{rel,max}} = \pm 20 \text{ mm}$ (gewählte Steuergrösse)</div>		
<div>4.3</div> <div>$f = 3.02 \text{ Hz}$</div> <div>$w_{\text{rel,max}} = \pm 20 \text{ mm}$</div>		
<div>4.5</div> <div>$f = 2.4 \text{ Hz}$</div> <div>$w_{\text{rel,max}} = \pm 20 \text{ mm}$</div>		

Annahmen: Biegesteifigkeit unabhängig von Relativedurchbiegung und konstant längs Balkenachse

Bild 21e : Verlauf der Biegebeanspruchungen in Balkenruhelage M_{op}
(inf. Balkeneigengewicht, Zusatzmassen, Schwinger und Vorspannung)
sowie bei maximaler Relativedurchbiegung M_{rel} ,
Phase 4, Leichtbetonbalken (Phase 3 praktisch identisch)

Annahmen: Biegesteifigkeit unabhängig von Relativedurchbiegung und konstant längs Balkenachse

Bild 21f : Verlauf der Biegebeanspruchungen in Balkenruhelage M_{op}
(inf. Balkeneigengewicht, Zusatzmassen, Schwinger und Vorspannung)
sowie bei maximaler Relativedurchbiegung M_{rel} ,
Phase 4, Leichtbetonbalken (Phase 3 praktisch identisch)

Bild 22a: Ausschwingkurven der Relativedurchbiegungen in Balkenmitte, Teilphasen 1.3, 2.2, Leichtbetonbalken

Bild 22b : Ausschwingkurven der Relativedurchbiegungen in Balkenmitte,
 Teilphasen 2.1, 2.4, Leichtbetonbalken

Bild 22 d : Ausschwingkurven der Relativedurchbiegungen in Balkenmitte, Teilphase 4.1, 4.5, Leichtbetonbalken

Bild 23a : Übersicht des Last - Durchbiegungsverhaltens beim statischen Belastungsversuch

Bild 23b: Last - Durchbiegungsverhalten beim statischen Belastungsversuch
 Phase 2

Bild 23c : Last – Durchbiegungsverhalten beim statischen Belastungsversuch ,
 Phase 3

Bild 23d: Last – Durchbiegungsverhalten beim statischen Belastungsversuch ,
 Phase 4

Bild 24a : Dynamische Biegesteifigkeit und statische Sekantensteifigkeit in Funktion der Relativedurchbiegung nach unten w_{rel}^+ in Balkenmitte, Phase 2

Bild 24b : Dynamische Biegesteifigkeit und statische Sekantensteifigkeit in Funktion der Relativedurchbiegung nach unten w_{rel}^+ in Balkenmitte, Phase 3

Bild 24c: Dynamische Biegesteifigkeit und statische Sekantensteifigkeit in Funktion der Relativedurchbiegung nach unten w_{rel}^+ in Balkenmitte, Phase 4

Bild 25b : Eigenfrequenzen in Funktion der Relativedurchbiegung
nach unten w_{rel}^+ in Balkenmitte,
Phasen 3 und 4

Bild 26 : Gemessene Beschleunigung a_{ef}^+ in Balkenmitte in Funktion der Relativ - durchbiegung nach unten w_{rel}^+ beim Ausschwingversuch

Annahmen : Biegesteifigkeit unabhängig von Durchbiegung und konstant längs Balkenachse

Bild 27 : Verhältnis der rechnerischen Beschleunigung a_{rechn} zur gemessenen Beschleunigung a_{ef}^+ für Relativedurchbiegung nach unten w_{rel}^+ in Balkenmitte

Bild 28a: Übersicht Dämpfung (logarithmisches Dekrement ν bzw. Dämpfungsmass ξ) in Funktion der Relativedurchbiegung nach unten w_{rel}^+ in Balkenmitte

Bild 28b: Dämpfung (logarithmisches Dekrement ν bzw. Dämpfungsmass ξ) in Funktion der Relativedurchbiegung nach unten w_{rel}^+ in Balkenmitte, Phase 1 und Teilphasen 2.1, 2.3, 2.4

Bild 28c : Dämpfung (logarithmisches Dekrement ν bzw. Dämpfungsmass ξ)
in Funktion der Relativedurchbiegung nach unten w_{rel}^+ in Balkenmitte,
Teilphase 2.2 und Phase 3

Bild 28d : Dämpfung (logarithmisches Dekrement ν bzw. Dämpfungsmass ξ) in Funktion der Relativedurchbiegung nach unten w_{rel}^+ in Balkenmitte, Phase 4

Bild 29 : Dämpfung in Funktion des Versuchszeitpunktes nach Veränderung der Vorspannkraft, Teilphase 1.3

Bild 30c : Einfluss des Vorspanngrades auf die Dämpfung

κ_0 : Vorspanngrad in Balkenruhelage
 $\kappa_{\text{rel, max}}^+$: Vorspanngrad bei maximaler Relativedurchbiegung nach unten

} in Balkenmitte

Bild 30a : Einfluss des Vorspanngrades auf die dynamische Biegesteifigkeit
Phase 4

κ_0 : Vorspanngrad in Balkenruhelage
 $\kappa_{rel,max}^+$: Vorspanngrad bei maximaler Relativedurchbiegung nach unten

} in Balkenmitte

Bild 30b : Einfluss des Vorspanngrades auf die Eigenfrequenz ,
Phase 4

Phase 1: $l = 5.04 \text{ m}$, volle Vorspannung, zentrische Vorspannkraft		
Variierter Parameter	Normalspannung (Variation der zentrischen Vorspannkraft)	
Teilphasen	1.1 zentrische Vorspannkraft klein 1.2 zentrische Vorspannkraft mittel 1.3 zentrische Vorspannkraft gross	
Vorspannung	Zentrische Vorspannkraft mit sechs geraden Spannstäben ohne Verbund. Volle Vorspannung in Balkenruhelage und bei maximalen Relativedurchbiegungen. Gekrümmtes Spannglied nicht eingeführt.	
Belastung	Nur Eigengewicht, keine Zusatzmassen.	
Risszustand	Keine Risse	
Zweck	1. Einfluss der Grösse der zentrischen Vorspannkraft auf Eigenfrequenz und Dämpfung des ungerissenen Querschnittes. 2. Einfluss des Versuchszeitpunktes nach Veränderung der Vorspannkraft auf Eigenfrequenz und Dämpfung des ungerissenen Querschnittes.	Vergleich:
Versuche	Pro Teilphase drei Ausschwingversuche jeweils 1 Stunde nach Veränderung der Vorspannkraft. Für die Teilphase 1.3 weitere Ausschwingversuche nach 2, 4, 8, 24, 48 Stunden. Keine statischen Belastungsversuche	

Tabelle 1a: Kurzbeschreibung der Phase 1 (vgl. Bild 6a)

Phase 2: $l = 7.92 \text{ m}$, volle Vorspannung und ungerissen, keine Vorspannung, volle Vorspannung, jedoch gerissen		
Variierter Parameter	Risszustand (Variation durch Vorspannung)	
Teilphasen	<p>2.1 Keine Risse. Volle Vorspannung in Balkenruhelage sowie bei maximalen Relativdurchbiegungen</p> <p>2.2 Volle Rissbildung, keine Vorspannung</p> <p>2.3 Wie Teilphase 2.1, jedoch mit überdrückten Rissen</p> <p>2.4 Wie Teilphase 2.3, jedoch mit gekrümmtem Spannglied anstelle der zwei exzentrischen geraden Spannstäbe</p>	
Vorspannung	<p>Exzentrische Vorspannkraft mit vier geraden Spannstäben ohne Verbund in den Teilphasen 2.1 und 2.3</p> <p>Keine Vorspannung in der Teilphase 2.2</p> <p>Exzentrische Vorspannkraft mit gekrümmtem Spannglied (nicht injiziert) mit zwei zentrischen geraden Spannstäben ohne Verbund in der Teilphase 2.4</p>	
Belastung	Nur Eigengewicht, keine Zusatzmassen	
Zweck	<ol style="list-style-type: none"> Einfluss der Eigenfrequenz auf das Dämpfungsverhalten des ungerissenen Querschnittes. Einfluss von überdrückten Rissen auf die Eigenfrequenz, die Dämpfung und die Steifigkeit. Einfluss eines gekrümmten, nichtinjizierten Spanngliedes auf die Eigenfrequenz, die Dämpfung und die Steifigkeit. Bezugswerte zur 1. Versuchsserie an schlaff bewehrten Balken [1]. Erzeugung des abgeschlossenen Risszustandes, um in den Phasen 3 und 4 den Einfluss der Rissentstehung zu eliminieren. 	<p>Vergleich:</p> <p>(2.1) ↔ (1.2)</p> <p>(2.3) ↔ (2.1)</p> <p>(2.4) ↔ (2.3)</p> <p>(2.2) ↔ [1]</p>
Versuche	<p>Pro Teilphase drei Ausschwingversuche jeweils eine Stunde nach Veränderung der Vorspannkraft.</p> <p>Pro Teilphase je ein statischer Belastungsversuch vor und nach den drei Ausschwingversuchen (Bestimmung der Biegesteifigkeit).</p>	

Tabelle 1b: Kurzbeschreibung der Phase 2 (vgl. Bild 6b)

Phase 3: l = 7.92 m, teilweise Vorspannung, Spannglied nicht injiziert		
Variierter Parameter	Vorspanngrad (Variation durch Zusatzmassen) vgl. Tabelle 3	
Teilphasen	<p>3.1 Keine Zusatzmassen. Volle Vorspannung in Balkenruhelage, teilweise Vorspannung bei maximalen Relativedurchbiegungen nach unten.</p> <p>3.2 20% Zusatzmassen. Volle Vorspannung in Balkenruhelage, teilweise Vorspannung bei maximalen Relativedurchbiegungen nach unten. Prüfung nur bei Leichtbetonbalken.</p> <p>3.3 50% Zusatzmassen. Teilweise Vorspannung in Balkenruhelage sowie bei maximalen Relativedurchbiegungen nach unten.</p> <p>3.4 70% Zusatzmassen. Teilweise Vorspannung wie in der Teilphase 3.3. Prüfung nur bei Leichtbetonbalken.</p> <p>3.5 100% Zusatzmassen. Teilweise Vorspannung wie in der Teilphase 3.3.</p>	
Vorspannung	Exzentrische Vorspannkraft mit gekrümmtem nichtinjiziertem Spannglied. Gerade Spannstangen nicht eingeführt.	
Risszustand	Vollständig gerissen	
Zweck	<p>1. Einfluss des Vorspanngrades auf die Dämpfung, die Eigenfrequenz und die Steifigkeit</p> <p>2. Einfluss der Betonart bei ca. gleicher Masse und/oder ca. gleichem Vorspanngrad auf die Eigenfrequenz, die Dämpfung und die Steifigkeit</p>	<p>Vergleich:</p> <pre>graph TD; 24((2.4)) --- 31((3.1)); 31 <--> 33((3.3)); 31 <--> 35((3.5)); LB((LB)) <--> B((B))</pre>
Versuche	Wie Phase 2	

Tabelle 1c: Kurzbeschreibung der Phase 3 (vgl. Bild 6c)

Phase 4: $l = 7.92$ m, teilweise Vorspannung, Spannglied injiziert		
Variierter Parameter	Vorspanngrad (Variation durch Zusatzmassen) vgl. Tabelle 3	
Teilphasen	<p>4.1 Keine Zusatzmassen. Volle Vorspannung in Balkenruhelage, teilweise Vorspannung bei maximalen Relativdurchbiegungen nach unten.</p> <p>4.2 20% Zusatzmassen. Volle Vorspannung in Balkenruhelage, teilweise Vorspannung bei maximalen Relativdurchbiegungen nach unten. Prüfung nur bei Leichtbetonbalken.</p> <p>4.3 50% Zusatzmassen. Teilweise Vorspannung in Balkenruhelage sowie bei maximalen Relativdurchbiegungen nach unten.</p> <p>4.4 70% Zusatzmassen. Teilweise Vorspannung wie in der Teilphase 4.3. Prüfung nur bei Leichtbetonbalken.</p> <p>4.5 100% Zusatzmassen. Teilweise Vorspannung wie in der Teilphase 4.3.</p>	
Vorspannung	Exzentrische Vorspannkraft mit gekrümmtem injiziertem Spannglied. Gerade Spannstangen nicht eingeführt.	
Risszustand	Vollständig gerissen	
Zweck	<ol style="list-style-type: none">1. Einfluss des Vorspanngrades auf die Dämpfung, die Eigenfrequenz und die Steifigkeit.2. Einfluss der Betonart bei ca. gleicher Masse und/oder ca. gleichem Vorspanngrad auf die Eigenfrequenz, die Dämpfung und die Steifigkeit.3. Einfluss der Injektion auf die Dämpfung, die Eigenfrequenz und die Steifigkeit.	<p>Vergleich:</p> <p>Phase ③ ↔ Phase ④</p>
Versuche	Wie in der Phase 2	

Tabelle 1d: Kurzbeschreibung der Phase 4 (vgl. Bild 6c)

Spannstab gerade $\varnothing 12$: $f_{pt} = 1'600 \text{ N/mm}^2$; $Z_R = A_{p1} f_{pt} = 181 \text{ kN}$										
Spannglied gekrümmt 7 $\varnothing 7$: $f_{pt} = 1'700 \text{ N/mm}^2$; $Z_R = A_{pz} f_{pt} = 457 \text{ kN}$										
	Phasen	Spannstäbe gerade [kN]						Spannglied gekrümmt	Spannkraft total	Zentrische Betonspannung im Querschnitt
		oben		Mitte		unten		[kN]	[kN]	[N/mm ²]
		1	2	3	4	5	6			
Betonbalken	1.1	71.6	72.3	72.3	71.9	72.7	71.7	0	432.5	4.37
	1.2	108.3	107.3	108.0	108.6	106.3	107.2	0	645.7	6.53
	1.3	135.9	135.9	136.0	137.2	136.5	135.1	0	816.6	8.26
	2.1	0	0	131.4	131.0	130.8	132.2	0	525.4	5.31
	2.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2.3	0	0	132.1	132.9	132.2	131.9	0	529.1	5.35
	2.4	0	0	132.1	132.9	0	0	263.2	528.2	5.34
	3.1-3.5	0	0	0	0	0	0	263.2	263.2	2.66
	4.1-4.5									
Leichtbetonbalken	1.1	73.3	71.5	72.7	72.7	70.9	73.2	0	434.3	4.22
	1.2	109.4	107.9	107.1	108.3	106.7	107.8	0	647.2	6.29
	1.3	135.5	134.6	134.1	135.5	133.9	133.8	0	807.4	7.85
	2.1	0	0	131.5	130.8	130.5	130.7	0	523.5	5.09
	2.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2.3	0	0	133.5	133.1	132.4	133.0	0	532.0	5.17
	2.4	0	0	133.5	133.1	0	0	259.3	525.9	5.12
	3.1-3.5	0	0	0	0	0	0	259.3	259.3	2.52
	4.1-4.5									

Tabelle 2: Vorspannkraften (Messwerte)

	Phase	Vorspanngrad in Balkenruhelage κ_0	Vorspanngrad bei maximaler Relativedurchbiegung nach unten (+) bzw. nach oben (-)	
			$\kappa_{rel,max}^+$	$\kappa_{rel,max}^-$
Betonbalken	2.1	1.55	1.0	-
	2.2	0	0	-
	2.3	1.56	1.03	-
	2.4	1.62	1.06	-
	3.1; 4.1	1.17	0.64	-
	3.3; 4.3	0.80	0.54	1.49
Leichtbetonbalken	3.5; 4.5	0.61	0.47	0.85
	2.1	1.93	1.02	-
	2.2	0	0	-
	2.3	1.96	1.06	-
	2.4	2.03	1.10	-
	3.1; 4.1	1.45	0.69	-
	3.2; 4.2	1.16	0.63	-
	3.3; 4.3	0.91	0.56	2.39
	3.4; 4.4	0.80	0.53	1.63
	3.5; 4.5	0.67	0.48	1.10

Tabelle 3: Rechnerische Vorspanngrade in Balkenmitte

Beton			Leichtbeton			Injektionsgut	
Sand	0 - 4 mm	624 kg/m3	Sand	0 - 4 mm	575 kg/m3	Zement PC	100 kg
Sand	4 - 8 mm	195 kg/m3	hydraul. Kalk		50 kg/m3	Wasser	38 kg
Kies	8 - 16 mm	351 kg/m3	Leca-hade	3 - 8 mm	400 kg/m3	W/Z-Faktor	0.38
Kies	16 - 32 mm	780 kg/m3	Leca-hade	8 - 15 mm	375 kg/m3	Zusatzmittel:	
Zement PC		300 kg/m3	Zement PC		350 kg/m3	Intracrete EH	0.75 kg
Wasser		150 kg/m3	Wasser		~ 210 kg/m3		
W/Z-Faktor		0.5	W/Z-Faktor		~ 0.60		
Raumgewicht γ		2'400 kg/m3	Raumgewicht γ		1'960 kg/m3		
Konsistenz		weichplastisch	Konsistenz		weichplastisch		

Tabelle 4: Zusammensetzung von Beton, Leichtbeton und Injektionsgut

Prüfkörper: Würfel 0.15 x 0.15 x 0.15 m → γ, f_{cw} Zylinder 0.15 x 0.30 m → E, f_c							
	Anzahl Proben	Probenalter Tage	γ [kN/m3]	f_{cw} [N/mm2]	f_c [N/mm2]	E_{5-10} [N/mm2]	E_{5-20} [N/mm2]
Beton	4	29	23.7	42			
	2	29			33	31'620	28'950
Leichtbeton	4	34	17.27	44			
	2	34			39	18'950	18'220
Injektionsgut:							
- Betonbalken	4	21	17.21	-	24	-	-
- Leichtbetonbalken	4	23	17.52	-	25	-	-

Tabelle 5: Eigenschaften von Beton, Leichtbeton und Injektionsgut

Stahlsorte	A [mm2]	f_y [N/mm2]	f_t [N/mm2]	E [N/mm2]	λ_{GI}
Stahl S 500 Ø 12 mm (TORIP)	113	520	580	210'000	13%
Spannstahl Ø 12 mm (BBRV)	113	1'440	1'600	210'000	2%
Spannstahl Ø 7 mm (BBRV)	38.5	1'530	1'700	210'000	2%

Tabelle 6: Eigenschaften der Stähle (garantierte Werte der Stahllieferanten)

	Querschnitts- Typ gemäss Bild 15	A_c [mm ²]	$A_s = A'_s$ [mm ²]	A_{p1} [mm ²]	A_{p2} [mm ²]	A_i [mm ²]	y [mm]	I_i [mm ⁴]	B [N/mm ²]
Beton	A	96'000	452	0	0	96'000	120	460.8	13.82
	B	92'551	452	0	0	98'879	119	491.6	14.75
	C	92'551	452	679	0	101'731	119	498.5	14.96
	D	92'551	452	453	0	100'781	120	494.9	14.85
	E	92'551	452	227	269	160'962	120	495.5	14.87
	F nichtinjiziert	92'551	452	0	269	100'013	120	495.5	14.87
	F injiziert	93'300	452	0	269	101'511	121	506.2	15.19
Leicht- beton	A	96'000	452	0	0	96'000	120	460.8	8.52
	B	92'551	452	0	0	102'813	119	520.7	9.63
	C	92'551	452	679	0	107'438	119	531.8	9.84
	D	92'551	452	453	0	105'893	120	526.1	9.73
	E	92'551	452	227	269	106'184	120	527.1	9.75
	F nichtinjiziert	92'551	452	0	269	104'647	120	527.1	9.75
	F injiziert	93'300	452	0	269	106'614	121	541.7	10.02

y = Abstand der Schwerachse zum oberen Rand

Tabelle 7: Rechnerische Querschnittswerte im ungerissenen Zustand für reine Biegung
(Verbundkoeffizient $\bar{\kappa} = 1.0$)

	Querschnitts- Typ gemäss Bild 9	$A_s = A'_s$ [mm ²]	A_{p2} [mm ²]	x [mm]	I_i [mm ⁴] $\times 10^6$	B [N/mm ²] $\times 10^{12}$
Beton	B	452	-	48	96.4	2.83
	F nichtinjiziert	452	269	54	117.8	3.53
	F injiziert	452	269	57	131.7	3.95
Leicht- beton	B	452	-	57	141.3	2.61
	F nichtinjiziert	452	269	64	172.9	3.20
	F injiziert	452	269	68	197.7	3.66

x = Neutralachsenabstand zum oberen Rand

Tabelle 8: Rechnerische Querschnittswerte im gerissenen Zustand für reine Biegung
(Verbundkoeffizient $\bar{\kappa} = 1.0$)

	Betonbalken [kN/m']	Leichtbetonbalken [kN/m']
Balkeneigengewicht g	2.34	1.74
Balkeneigengewicht g + Gewicht q der Zusatzmassen:		
Teilphasen 3.2 und 4.2: $\Delta M = 20\%$	-	2.36
Teilphasen 3.3 und 4.3: $= 50\%$	3.82	3.22
Teilphasen 3.4 und 4.4: $= 70\%$	-	3.79
Teilphasen 3.5 und 4.5: $= 100\%$	5.25	4.65
Schwinger in Balkenmitte G_s [kN]	3.1	
Ankerplatten an Balkenenden G_A [kN]	je 0.22	

Tabelle 9: Gewichte

	Teilphasen	M_o [kNm]	Balkenmitte		über dem Auflager		
			M_p [kNm]	M_{op} [kNm]	M_o [kNm]	M_p [kNm]	M_{op} [kNm]
Beton- balken	1.1-1.3	7.7	0	7.7	-3.7	0	-3.7
	2.1	24.4	-15.8	8.6	-0.12	-15.8	-15.9
	2.2	24.4	0	24.4	-0.12	0	-0.12
	2.3	24.4	-15.9	8.5	-0.12	-15.9	-16.0
	2.4	24.4	-17.6	6.8	-0.12	0	-0.12
	3.1, 4.1	24.4	-17.6	6.8	-0.12	0	-0.12
	3.3, 4.3	35.9	-17.6	18.3	-0.16	0	-0.16
	3.5, 4.5	47.1	-17.6	29.5	-0.20	0	-0.20
	1.1-1.3	6.4	0	6.4	-2.8	0	-2.8
	2.1	19.7	-15.7	4.0	-0.10	-15.7	-15.8
Leicht- beton- balken	2.2	19.7	0	19.7	-0.10	0	-0.10
	2.3	19.7	-15.9	3.8	-0.10	-15.9	-16.0
	2.4	19.7	-17.4	2.3	-0.10	0	-0.10
	3.1, 4.1	19.7	-17.4	2.3	-0.10	0	-0.10
	3.2, 4.2	24.5	-17.4	7.1	-0.12	0	-0.12
	3.3, 4.3	31.3	-17.4	13.9	-0.14	0	-0.14
	3.4, 4.4	35.7	-17.4	18.3	-0.16	0	-0.16
	3.5, 4.5	42.4	-17.4	25.0	-0.18	0	-0.18
M_o = Biegemoment in Balkenruhelage infolge Balkeneigengewichtes, Zusatzmassen, Schwinger und Ankerplatten M_p = Moment infolge Vorspannung							

Tabelle 10: Rechnerische Biegemomente in Balkenruhelage

Teilphasen	Betonbalken		Leichtbetonbalken	
	Balkenmitte [N·sec2]	Auflager [N·sec2]	Balkenmitte [N·sec2]	Auflager [N·sec2]
1.1-1.3	53.0·10 ³	13.1·10 ³	43.7·10 ³	10.1·10 ³
2.1-2.4	84.2·10 ³	0	68.9·10 ³	0
3.1, 4.1	84.2·10 ³	0	68.9·10 ³	0
3.2, 4.2	-	-	84.7·10 ³	0
3.3, 4.3	121.8·10 ³	0	106.5·10 ³	0
3.4, 4.4	-	-	121.0·10 ³	0
3.5, 4.5	158.1·10 ³	0	142.8·10 ³	0
Moment = Tabellenwert x Frequenz ² x Relativedurchbiegung in Balkenmitte [N/mm] [N·sec2] [1/sec2] [mm]				
Annahmen: Biegesteifigkeit unabhängig von der Relativedurchbiegung und konstant längs der Balkenachse				

Tabelle 11: Rechnerische Biegemomente für eine dynamische Relativedurchbiegung in Balkenmitte von $w_{rel} = 1$ mm bei einer Eigenfrequenz $f = 1$ Hz

Teilphasen	Betonbalken $w_{rel,max}^+$ [mm]	Leichtbetonbalken $w_{rel,max}^+$ [mm]
1.1 1.2 1.3	+ 1.0 + 2.0 + 3.0	+ 2.0 + 3.0 + 4.0
2.1 2.2 2.3 2.4	+ 5.0 + 10.0 + 5.0 + 5.0	+ 10.0 + 20.0 + 10.0 + 10.0
3.1, 4.1 3.2, 4.2 3.3, 4.3 3.4, 4.4 3.5, 4.5	+ 15.0 - + 15.0 - + 15.0	+ 20.0 + 20.0 + 20.0 + 20.0 + 20.0

Tabelle 12: Für Versuchssteuerung gewählte maximale Relativedurchbiegungen nach unten $w_{rel,max}^+$ in Balkenmitte

Relativedurchbiegung nach unten w_{rel}^+ = Steuergrösse		+ 1.0 [mm]	+ 2.0 [mm]	+ 3.0 [mm]	+ 4.0 [mm]	+ 5.0 [mm]	+ 10.0 [mm]	+ 15.0 [mm]	+ 20.0 [mm]
Relativedurchbiegung nach oben w_{rel}^- = gemessene Grösse									
Betonbalken	Teilphasen								
	1.1 1.2 1.3	-0.99	- 1.97	- 2.96					
	2.1 2.2 2.3 2.4			- 2.91 - 2.93 - 2.94		- 4.88 - 5.20 - 4.86 - 4.88	- 10.66		
	3.1 3.3 3.5					- 4.81 - 4.82 - 4.81	- 9.26 - 9.13 - 9.38	- 13.62 - 12.80 - 13.88	
	4.1 4.3 4.5					- 5.02 - 4.98 - 4.94	- 9.88 - 9.38 - 9.65	- 14.50 - 13.75 - 14.15	
	1.1 1.2 1.3		- 2.00	- 3.00	- 3.97				
	2.1 2.2 2.3 2.4					- 5.02 - 5.06 - 5.10	- 10.00 - 10.30 - 10.05 - 10.13	- 15.45	- 20.80
	3.1 3.2 3.3 3.4 3.5						- 10.13 - 9.80 - 9.25 - 9.25 - 9.13	- 15.15 - 14.50 - 13.45 - 13.40 - 13.28	- 20.05 - 19.11 - 17.63 - 17.40 - 17.23
	4.1 4.2 4.3 4.4 4.5						- 10.25 - 9.78 - 9.55 - 9.28 - 9.52	- 15.20 - 14.75 - 14.25 - 13.57 - 14.02	- 20.25 - 19.75 - 18.96 - 18.00 - 18.48

Tabelle 13: Relativedurchbiegung nach unten w_{rel}^+ (= gewählt) und zugehörige Relativedurchbiegung nach oben w_{rel}^- (= gemessen) in Balkenmitte beim Ausschwingversuch

	Teil- phase	Dehnungsmessrahmen Balkenmitte				Rechn. Dehnungen in Balkenmitte aus Spannungen gemäss Bild 21		
		Beton ϵ_c [%]		schlaffer Stahl ϵ_s [%]		Beton ϵ_c [%]		schlaffer Stahl ϵ_s
Betonbalken		unten	oben	unten		unten	oben	unten
	1.1	0.090	0.096	0.068		0.10	0.10	0.070
	1.2	0.186	0.192	0.143		0.206	0.206	0.148
	1.3	0.278	0.284	0.200		0.308	0.308	0.220
	2.1	0.210	0.204	0.156		0.204	0.204	0.146
	2.2	-	0.249	0.608		-	0.250	0.848
	2.3	0.207	0.198	0.156		0.196	0.196	0.140
	2.4	0.195	0.195	0.158		0.195	0.195	0.142
	3.1	-	0.54	0.56		-	-	-
	3.3	-	0.46	0.68		-	-	-
	3.5	-	0.41	0.70		-	-	-
	4.1	-	0.58	0.58		-	0.336	0.348
	4.3	-	0.47	0.63		-	0.317	0.438
	4.5	-	0.40	0.66		-	0.304	0.514
Leichtbetonbalken	1.1	0.188	0.190	0.136		0.200	0.200	0.144
	1.2	0.275	0.280	0.206		0.296	0.296	0.212
	1.3	0.372	0.378	0.274		0.402	0.402	0.288
	2.1	0.416	0.439	0.302		0.422	0.422	0.302
	2.2	-	0.456	0.940		-	0.448	1.21
	2.3	0.406	0.415	0.295		0.402	0.402	0.288
	2.4	0.404	0.411	0.298		0.396	0.396	0.284
	3.1	-	0.86	0.64		-	-	-
	3.3	-	0.78	0.75		-	-	-
	3.5	-	0.64	0.76		-	-	-
	4.1	-	0.89	0.63		-	0.512	0.472
	4.3	-	0.74	0.67		-	0.485	0.543
	4.5	-	0.66	0.68		-	0.442	0.576
Annahmen: $E_{5-10} = 31'250 \text{ N/mm}^2$ für Beton, $E_{5-10} = 18'950 \text{ N/mm}^2$ für Leichtbeton								

Tabelle 14: Gemessene Dehnungsdifferenzen für Relativedurchbiegungen nach unten bis zugehörige Relativedurchbiegung nach oben (gemäss Tabellen 12 und 13)

Teilphase		Vorspanngrad des betrachteten Schwingzyklus		dynamische Biegesteifigkeit		Eigenfrequenz (bezogen auf Masse in der Teilphase 3.1 bzw. 4.1)	
		κ_0	κ_{rel}^+	$B_{dyn} \cdot 10^{12}$ [N/mm ²]	Reduktion zu $B_{dyn,korr}$	f [Hz]	Reduktion zu f_{korr}
	3.1	1.45	0.69	7.4	11%	4.25	6%
	3.3	0.91	0.56	6.35	23%	3.94	12%
	3.5	0.67	0.48	5.15	38%	3.54	21%
	4.1	1.45	0.69	6.4	11%	3.95	6%
	4.3	0.91	0.56	6.1	15%	3.86	8%
	4.5	0.67	0.48	5.15	28%	3.54	16%
	3.1	1.17	0.64	10.0	19%	4.45	11%
	3.3	0.80	0.54	7.25	41%	3.81	23%
	3.5	0.61	0.47	5.55	55%	3.33	33%
	4.1	1.17	0.64	8.4	16%	4.05	9%
	4.3	0.80	0.56	6.9	31%	3.71	17%
	4.5	0.61	0.47	5.55	45%	3.23	26%

Tabelle 15: Reduktion der dynamischen Biegesteifigkeit und der Eigenfrequenz bei teilweiser Vorspannung bezüglich der korrigierten dynamischen Biegesteifigkeit $B_{dyn,korr}$ bzw. der korrigierten Eigenfrequenz f_{korr} bei voller Vorspannung.
(Eigenfrequenz auf Einheitsmasse in der Teilphase 3.1 bzw. 4.1 umgerechnet, vgl. Bild 30)