Torsionsversuche an Stahlbetonbalken

Working Paper**Author(s):**

Lampert, Paul; Thürlimann, Bruno

Publication date:

1968

Permanent link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-000574534>

Rights / license:

In Copyright - Non-Commercial Use Permitted

Originally published in:

Bericht / Institut für Baustatik ETH Zürich 6506(2)

Torsionsversuche an Stahlbetonbalken

Paul Lampert
Bruno Thürlimann

Juni 1968
Bericht Nr. 6506-2

Institut für Baustatik ETH Zürich

Torsionsversuche an Stahlbetonbalken

von

Dipl. Ing. Paul Lampert
Prof. Dr. Bruno Thürlimann

Institut für Baustatik
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Zürich
Juni 1968

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. Einleitung	
1.1. Problemstellung und Zielsetzung	2
1.2. Versuchsprogramm	2
2. Versuchsbalken	
2.1. Beschreibung	4
2.2. Baustoffe	5
2.3. Rechnerische Werte	6
3. Versuchsdurchführung	
3.1. Versuchsanlage	9
3.2. Versuchsablauf	9
3.3. Lastmessungen	10
3.4. Verformungsmessungen	10
4. Versuchsergebnisse	
4.1. Trag- und Bruchverhalten	12
4.2. Beanspruchung der Armierung	16
4.3. Beanspruchung des Betons	17
4.4. Verformungen	20
4.5. Risseverhalten	25
5. Zusätzliche Versuche	
5.1. Ueberarmierter Querschnitt T_0	27
5.2. Kurzversuch T_{4S}	28
6. Zusammenfassung	30
Summary	32
Verdankungen	34
Literaturverzeichnis	35
Bezeichnungen	36
Tabellen 1 + 10	39
Bilder 1 + 78	43
Anhang A: Räumliche Fachwerktheorie	95
Anhang B: Betondehnungen infolge Verwindung der Kastenwände	96
Anhang C: Schiebungs- und Krümmungsberechnung	97
Anhang D: Verschiebungsplan	98
Bilder 79 + 82 zu Anhang A + D	100

1. EINLEITUNG

1.1. Problemstellung und Zielsetzung

Das Verhalten von Stahlbeton- und Spannbetonträgern bis zum Bruch unter den einfachen Beanspruchungsarten Normalkraft, Biegung und Querkraft ist eingehend untersucht worden. Bisher fehlen aber systematische Untersuchungen für den Lastfall Torsion und besonders die kombinierten Beanspruchungen Torsion-Biegung und Torsion-Querkraft. Solche Fälle treten sehr oft in der Praxis auf, z.B. bei schiefen und gekrümmten Brücken, Rampen, Klimaträgern, Treppen usw. Eine genauere Kenntnis des Bruch- und Verformungsverhaltens unter diesen Beanspruchungsarten erweist sich als notwendig. Deshalb wird gegenwärtig am Institut für Baustatik, Abt. Massivbau, der Eidgenössischen Technischen Hochschule (ETH), Zürich, eine theoretische und experimentelle Untersuchung über das Verhalten von Stahlbetonbalken unter Torsion, Biegung und Querkraft bis zum Bruch durchgeführt.

Im Ausland setzte in den letzten Jahren eine intensive Forschung auf diesem Gebiet ein. Vor allem in den USA, Australien und Deutschland wurden Balken mit Rechteckquerschnitten untersucht. Im laufenden Forschungsprogramm des Instituts für Baustatik (ETH Zürich) wurden von November 1965 bis Februar 1967 fünfzehn schlaff armierte, gut verbügelte Balken, vorwiegend Hohlquerschnitte, unter reiner Torsion, Torsion-Biegung und Torsion-Querkraft geprüft.

Das Ziel dieses Programmes besteht darin, aufgrund der Versuchsergebnisse ein zutreffendes mechanisch-mathematisches Modell für die Berechnung von Stahlbetonbalken zu entwickeln, welches für Torsion und ihre Kombination mit Biegung und Querkraft gültig ist. Durch Auswertung der ausländischen Untersuchungen sowie durch weitere eigene Versuche soll versucht werden, dieses Modell auch auf andere Querschnittsformen und auf vorgespannte Träger zu übertragen.

1.2. Versuchsprogramm

Das gesamte bis heute durchgeführte experimentelle Forschungsprogramm ist in Bild 1 zusammengestellt. Daraus sind die wesentlichsten variierten oder konstant gehaltenen Parameter ersichtlich. Die Aufstellung zeigt, dass die grosse Zahl von Variablen eine umfassende statistische Untersuchung nicht zulässt. Folgendes Vorgehen scheint deshalb viel zweckmässiger zu sein: Zuerst wird eine möglichst zutreffende theoretische Lösung des Problems gesucht. Diese wird anhand von relativ wenigen, geschickt ausgewählten und gezielten Versuchen überprüft und evtl. modifiziert.

Nachdem sich ausländische Versuche vorwiegend auf Rechteckquerschnitte beschränkten, die zudem häufig sehr kleine Abmessungen aufwiesen und gar keine oder eine sehr weitmaschige Bügelarmierung besaßen, wurde für das Versuchsprogramm ein schlaff armierter, gut verbügelter Hohlkasten mit genügend gros-

sen Abmessungen als Grundquerschnitt gewählt. Die Form des in der Praxis häufig angewandten Kastenquerschnittes wurde zudem quadratisch ausgebildet, um Wölbeinflüsse vorläufig auszuschalten. Auch die Beton- und Stahlqualität aller Träger wurde möglichst konstant belassen.

Bei der Serie "Reine Torsion" wurde vor allem die Anordnung der Längseisen variiert. Bügel und Längseisen waren annähernd volumengleich. Neben einem torsions- und einem biegearmierten Querschnitt (T_1 , T_3) sollte auch der Fall einer konzentrierten Längsarmierung in den Ecken untersucht werden (T_2). Der Vergleich zum Vollquerschnitt wurde durch den Balken T_4 ermöglicht, der genau gleich wie T_1 armiert war. In einem Vorversuch, der zur Ueberprüfung der Versuchseinrichtung diente, wurde ein überarmierter Querschnitt (T_0) geprüft, um die Grössenordnung der oberen Schubspannungsgrenze (schiefer Druckbruch) ermitteln zu können.

Die Serie "Torsion und Biegung" wurde auf der Grundlage obiger Versuche geplant. Zur Bestimmung einiger Punkte der Interaktionskurve Torsion-Biegung wurde für den biegearmierten Querschnitt das Verhältnis von Torsions- und Biegemoment variiert (TB_1 , TB_2 , TB_3). Der Vergleich mit dem Vollquerschnitt wurde hier nochmals angestellt (TB_4). Um noch Interaktionspunkte anders armierter Querschnitte zu erhalten, wurden einerseits ein torsionsarmerter (TB_0) und andererseits ein biegearmerter Querschnitt mit geringerer Bügelarmierung (TB_5) unter Torsion und Biegung geprüft. Der Balken TB_6 , der wie TB_5 armiert war, wurde zur Ermittlung der Biegesteifigkeit in einer ersten Phase auf reine Biegung bis nahe an die Fließgrenze beansprucht. Anschliessend wurde er neu wie TB_5 belastet, wobei nun der Einfluss der in der ersten Phase aufgetretenen Biegerisse auf die Tragfähigkeit beobachtet wurde.

Durch Verwendung einer antimetrischen Belastungsanordnung wurden zwei weitere Balken (TB_7 , TB_8) unter Torsion und Querkraft geprüft, wobei das Verhältnis zwischen Längs- und Bügelarmierung variiert wurde. Hier sollte die Ueberlagerung der Schubkräfte aus Torsion und Querkraft studiert werden. Die künftige Forschung wird sich auf die Untersuchung von Torsion-Biegung-Querkraft und auf vorgespannte Träger ausdehnen.

Im folgenden wird über die Serie "Reine Torsion" berichtet. Die Versuchsserie "Torsion und Biegung" wird in einem weiteren Bericht "Torsions-Biege-Versuche an Stahlbetonbalken" beschrieben. Erste Teilergebnisse wurden bereits veröffentlicht [1].

2. VERSUCHSBALKEN

2.1. Beschreibung

2.1.1. Abmessungen und Armierung

Die Abmessungen sowie die Armierung der Versuchsbalken T_1 bis T_4 sind aus Bild 2 ersichtlich.

Bügel- und Längsarmierung bestanden aus naturhartem Stahl (normaler Boxstahl), Durchmesser $d = 12 \text{ mm}$. Alle Stahleinlagen wurden der gleichen Walzserie entnommen. Die geschlossenen Bügel wurden mit einem Radius von $1,5 \cdot d$ gebogen und oben stumpf verschweisst. Die verlangte Abbiegetoleranz der Bügelbreite von $\pm 2 \text{ mm}$ wurde eingehalten.

Die Längsarmierung ragte über die Balkenenden hinaus. So konnte eine einwandfreie Kontrolle eines allfälligen Schlupfes durchgeführt werden. Die beiden Krafteinleitungsstellen an den Balkenenden wurden sowohl durch Bügel wie Längseisen verstärkt, um einen Bruch in diesem Gebiet zu vermeiden. Der Prüfbereich der Balken betrug somit rund 250 cm oder die fünffache Höhe. An den Enden angebrachte Querträger mit je einem Loch für die Beobachtung des Balkeninnern erwiesen sich als unnötig.

Die Betonüberdeckung der Bügel betrug ungefähr 11 mm, diejenige der Längseisen dementsprechend etwa 23 mm.

2.1.2. Herstellung

Die Aussenschalung der Versuchsbalken bestand aus zwei auf einem Holzpodest aufgestellten Holzschaltafeln mit einem "Kelco"-Ueberzug, um ein Verziehen zu vermeiden. Aus dem gleichen Material waren auch die inneren Schalungsbretter. Die grössten gemessenen Abweichungen der Aussenmasse vom Sollprofil betrugen 6 mm. Der Betoniervorgang der Hohlkasten-Träger ist aus Bild 3 ersichtlich. Nach einem Tag wurden die Innenschalung entfernt und die beiden Querträger betoniert. Nach einem weiteren Tag wurde der gesamte Balken ausgeschalt.

Um für die Messung der Dehnungen einen Zugang zu den Stahleinlagen zu erhalten, wurden an den Aussenschalungen Bolzen $\varnothing 20 \text{ mm}$ angeschraubt, die bis zu den Armierungseisen reichten. Nach dem Ausschalen wurden die Bolzen aus dem Beton gezogen und die freigelegten Stahloberflächen gereinigt.

Der Beton wurde in einem 500 lt-Zwangsmischer in 2 Mischchargen à 300 lt pro Träger mit Kastenquerschnitt resp. 3 Mischchargen à 390 lt pro Träger mit Vollquerschnitt hergestellt. Er wurde nach dem Einbringen mit Nadelvibratoren $\varnothing 20 \text{ mm}$ resp. $\varnothing 40 \text{ mm}$ verdichtet. Nach erfolgtem Glattstrich wurden die Bal-

ken mit feuchten Säcken zugedeckt, die zusammen mit den Aussenschalungen entfernt wurden. Bis zum Versuch lagerten die Balken bei ungefähr 20°C Raumtemperatur.

2.2. Baustoffe

2.2.1. Stahl

Die Festigkeitswerte des verwendeten Boxstahles gehen aus Tabelle 1 hervor. Ein typisches, auf einer mechanischen Prüfmaschine aufgenommenes Spannungs-Dehnungs-Diagramm ist in Bild 4 (a) dargestellt. Da die gesamte Stahllieferung aus der gleichen Walzserie stammte, sind die Streuungen der Spannungswerte der 10 Probestäbe klein. Deshalb wurde der Auswertung ein gemitteltes Diagramm zugrunde gelegt, welches in Bild 4 (b) gezeigt ist.

Da die dynamischen Festigkeitswerte von der Dehnungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon} = d\epsilon/dt$ abhängig sind, wurden die sog. statischen Werte ($\dot{\epsilon} = 0$) als Grundlage für die Auswertung ermittelt. Diese wurden durch kurze Dehnungshalte beim Fließplateau und bei der Bruchgrenze erreicht. Einzelheiten dieses Verfahrens sind in [2] enthalten. Damit wurde das Spannungs-Dehnungs-Diagramm dem Ablauf der Balkenversuche angepasst.

2.2.2. Beton

Die Zusammensetzung des Frischbetons ist in Tabelle 2 angegeben. Als Zuschlagstoffe wurde gut gewaschenes und getrocknetes, rolliges Material $0 + 18\text{ mm}$, getrennt nach 3 Komponenten, verwendet. Die Sieblinie lag zwischen der Fuller- und der EMPA-Kurve (Bild 5). Als Zement wurde normaler schweizerischer Portlandzement verwendet. Seine Mörtelfestigkeit gemäss SIA-Normen 115 betrug 578 kg/cm^2 nach 28 Tagen.

Zur Ermittlung der Betonfestigkeit wurden gleichzeitig mit dem Balken 6 Prismen ($12 \times 12 \times 36\text{ cm}$) aus der ersten, sowie 2 zusätzliche Prismen aus jeder weiteren Mischcharge hergestellt. Nach 7 Tagen erfolgte eine Kontrollprüfung an je einem Prisma pro Mischcharge. Im Versuchsalter von 6 Wochen wurden an 2 Prismen die Prismendruckfestigkeit und an 3 bis 4 Prismen die Biegezug- und Würfeldruckfestigkeit ermittelt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 festgehalten.

Die Festigkeitswerte des Betons sind ebenfalls von der Dehnungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon}$ abhängig. Da der Einfluss des Kriechens gross ist, ist der sog. statische Festigkeitswert ($\dot{\epsilon} = 0$) wesentlich von der Wartezeit beim Dehnungshalt abhängig. Systematische Untersuchungen müssten an einer grossen Zahl von Prismen durchgeführt werden. Um gleichwohl qualitative Aussagen zu erhalten, wurden an 3 Prismen die Spannungs-Dehnungs-Diagramme mit verschiedenen Dehnungsgeschwindigkeiten und Wartezeiten aufgenommen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4 zusammengestellt. Ein σ - ϵ -Diagramm ist in Bild 6 aufgezeichnet. Der absteigende Ast des Diagramms kann nur bei sorgfältiger Versuchsdurchführung beobachtet

werden, wenn der plötzliche Bruch kurz nach Erreichen der Prismenfestigkeit infolge Rückfederung der Prüfmaschine vermieden wird.

Um dehnungsgesteuerte Spannungs-Dehnungs-Diagramme mit einer hydraulischen Maschine aufnehmen zu können, wurde eine mechanisch-elektrische Messeinrichtung konstruiert, die in Bild 7 gezeigt wird. Die Distanzänderung zwischen zwei am Betonprisma mechanisch befestigten Klemmen wird in eine Durchbiegungsänderung eines Kragarms umgewandelt, dessen Krümmungsänderung unter Verwendung von Dehnungs-Messstreifen auf einer Messbrücke abgelesen wird. Ein dazwischen liegender Schalter ermöglicht das Abgreifen der Dehnungen der vier Seiten einzeln (Zentrierung) und des Mittelwertes, der für die Dehnungssteuerung gebraucht wird.

Vorgängig der Aufnahme des Diagramms wurde der Probekörper kraftgesteuert bis etwa $\beta_p/3$ belastet. Dabei wurde der E_b -Modul aus der bei einer Erhöhung der Spannung von 5 auf 25 kg/cm² gemessenen Dehnungszunahme bestimmt. In Tabelle 4 ist ausserdem der Sekantenmodul über den Gebrauchsbereich von 5 + 100 kg/cm² eingetragen. Die Form des aufsteigenden Astes des gemessenen Spannungs-Dehnungs-Diagrammes lässt sich annähernd beschreiben mit der kubischen Parabel

$$\frac{\sigma_b}{\beta_p} = \rho \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_u} \right) \left[1 - \left(2 - \frac{3}{\rho} \right) \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_u} \right) + \left(1 - \frac{2}{\rho} \right) \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_u} \right)^2 \right] \quad (1)$$

$$\text{mit } \rho = \epsilon_u \frac{E_{bo}}{\beta_p}$$

Für Prisma 3 wurde diese Kurve mit den gemessenen Werten für β_{ps} , E_b und ϵ_u berechnet. Sie ist in Bild 8 mit dem gemessenen σ - ϵ -Diagramm verglichen.

Der Auswertung der in den Torsionsversuchen beobachteten Betondehnungen wurde die aus den Mittelwerten der Prismen 1 bis 3 gebildete und in Bild 9 dargestellte Parabel zugrundegelegt, die einer Wartezeit von 30 min entspricht. Damit wurde auch das Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Betons dem Ablauf der Balkenversuche angepasst, so dass der Einfluss des Kriechens während der Dehnungshalte annähernd berücksichtigt ist.

2.3. Rechnerische Werte

2.3.1. Querschnittsgrößen

Die am Querschnitt eingeführten Bezeichnungen sind in Bild 10 erläutert. Die numerischen Werte für die Versuchsträger sind in Tabelle 5 zusammengestellt. Für die Lage und Fläche der Armierung wurden die tatsächlich vorhandenen Werte eingesetzt.

Der Armierungsgehalt μ an Bügeln und Längseisen wird für eine Wand eines Hohlkastens definiert zu:

$$\mu_B = \frac{F_B}{s \cdot t} \quad \mu_L = \frac{\Sigma F_{Li}}{b_m \cdot t} \quad \text{resp.} \quad \frac{\Sigma F_{Li}}{h_m \cdot t} \quad (2)$$

wobei ΣF_{Li} die Summe der Längseisenfläche der Wand i bedeutet. Die Definitionen sind so gewählt, dass bei volumengleicher Armierung $\mu_B = \mu_L$ wird. Für Vollquerschnitte ist μ nicht definiert.

2.3.2. Ungerissener Zustand

Solange der Träger noch keine Risse aufweist, gelten nach der Elastizitätstheorie (siehe z.B. [3]) für die Schiebungen, Verdrehungen und Schubspannungen infolge Torsion folgende Beziehungen:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad (3)$$

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{T}{GK} \quad (4)$$

$$\tau = \frac{T}{W_T} \quad (5)$$

Für den dünnwandigen quadratischen Kastenquerschnitt konstanter Stegdicke sind:

$$K = \frac{4F_0^2}{\oint \frac{ds}{t}} = a_m^3 \cdot t \quad (6)$$

$$W_T = 2F_0 \cdot t = 2a_m^2 \cdot t \quad (7)$$

und für den quadratischen Vollquerschnitt:

$$K = 0,1406 \cdot a_a^4 \quad (8)$$

$$W_T = 0,208 \cdot a_a^3 \quad (\text{für } \tau_{\max}) \quad (9)$$

Die numerischen Werte für K und W_T sind in Tabelle 5 enthalten.

2.3.3. Fließ- und Bruchmomente für reine Torsion

Als Modell für die Wirkungsweise eines durch reine Torsion beanspruchten Stahlbetonbalkens wird ein räumliches Fachwerk betrachtet, dessen Zugglieder durch den Bewehrungskorb und dessen Druckglieder durch die unter 45° geneigten Betondiagonalen gebildet werden (siehe z.B. [4]). Eine einfache Herleitung der durch die Armierung aufnehmbaren Torsionsmomente wird in Anhang A gezeigt.

Für den quadratischen Querschnitt ergibt sich das durch die Bügel resp. Längsarmierung aufnehmbare Moment bei gleichmässiger Verteilung der Stahleinlagen zu:

$$T(B) = \frac{2F_{0e}}{s} \cdot F_B \cdot \sigma_e(B) = \frac{2a_e^2}{s} \cdot F_B \cdot \sigma_e(B) \quad (10)$$

$$T(L) = \frac{2F_{0e}}{u_e} \cdot \Sigma F_L \cdot \sigma_e(L) = \frac{a_e}{2} \cdot \Sigma F_L \cdot \sigma_e(L) \quad (11)$$

wobei ΣF_L die Summe der Längseisen im ganzen Querschnitt bedeutet. Als Fläche F_{0e} wird die vom Armierungskorb eingeschlossene Fläche definiert, die in unserem Fall von der durch die Mittellinie eingeschlossenen Fläche F_0 abweicht. Für den gleich armierten Hohl- und Vollquerschnitt ergeben sich so dieselben $T(B)$ und $T(L)$, was vernünftig scheint.

Die theoretischen, statischen Torsions-Fliessmomente T_{fs} ergeben sich, wenn in die Gleichungen (10) und (11) als Stahlspannung die gemessene statische Fliessspannung eingesetzt wird. Bei ungleichmässig über den Umfang verteilter Bewehrung wird ein gleichmässig armierter Ersatzquerschnitt betrachtet, dessen Armierung derjenigen der schwächsten Seite entspricht (T_3). In Tabelle 6 sind diese Fliessmomente, zusammen mit den dabei vorhandenen nominellen Schubspannungen τ (T_{fs}), aufgeführt. Der massgebende kleinere Wert von $T(B)$ und $T(L)$ ist unterstrichen.

Bei volumengleicher Bügel- und Längsarmierung (T_1, T_2, T_4) beginnen theoretisch alle Eisen gleichzeitig zu fliessen. Sieht man vom Einfluss der Verfestigung des Stahles ab, so ist mit dem Fliessen der Bewehrung die Tragfähigkeit des räumlichen Fachwerkmodells erschöpft. Das Bruchmoment wird deshalb nicht stark vom Fliessmoment abweichen.

Bei nicht volumengleicher Torsionsarmierung (T_3) sind Bügel und Längseisen ungleich beansprucht. Es darf deshalb vermutet werden, dass beim Fliessbeginn des schwächeren Bewehrungsanteils die Tragfähigkeit des Balkens noch nicht erreicht ist, sondern dass sich der stärkere Bewehrungsanteil vermehrt an der Kraftaufnahme beteiligt. Dies bedingt eine Neigungsänderung der Druckdiagonalen und somit eine Modifizierung des Fachwerkmodells. Das Bruchmoment des Balkens T_3 wird daher deutlich über dem theoretischen Fliessmoment liegen.

3. VERSUCHSDURCHFÜHRUNG

3.1. Versuchsanlage

Die Balkenversuche wurden auf dem Aufspannboden in der Prüfhalle der Eidgenössischen Materialprüfungs- und Versuchsanstalt (EMPA) in Dübendorf (ZH) durchgeführt. Die Versuchsanlage, die für das vorliegende Forschungsprogramm zuerst konstruiert werden musste, ist in [5] ausführlich beschrieben. Bild 12 zeigt eine Uebersichtphoto für den Fall "Reine Torsion". In Bild 13 ist das entsprechende Belastungsschema skizziert.

3.2. Versuchsablauf

Der generelle Belastungsablauf, welcher in allen Versuchen angewendet wurde, ist in Bild 11 dargestellt. Zuerst wurde die Last stets bis zu einem bestimmten, vorher festgelegten Wert erhöht (Belastung nach Lastinkrement). In diesem Bereich wurde über Mittag und über Nacht des 1. Versuchstages je eine Entlastung auf das Grundmoment vorgenommen. War eine vorgesehene Lastzunahme nicht mehr möglich, so wurde die Last jeweils nur noch soweit gesteigert, bis die Verdrehung des Balkens um einen bestimmten Betrag zugenommen hatte (Belastung nach Deformationsinkrement). Diese Verdrehung wurde durch eine Messuhr am Belastungsarm kontrolliert (Bild 12). Der ganze Versuch dauerte 1 1/2 bis 2 Tage.

Würde man bei einer bestimmten Laststufe für die Dauer der Messungen die Belastung konstant halten, so ergäbe sich während dieser Zeit eine ständige Zunahme der zu messenden Deformationen infolge Kriechen. Es wurde deshalb nach dem Schema des Bildes 14 verfahren: In den Phasen I und III, zu Beginn und am Ende jeder Laststufe, wurde die Last konstant gehalten und gemessen. In der Phase II wurde das Pendelmanometer, mit dem die Belastung aufgebracht wurde, so gesteuert, dass die Verdrehung am oben erwähnten Kontrollpunkt konstant blieb. Während dieser Zeit wurden die Verformungsmessungen durchgeführt.

Vom Beginn bis zum Ende einer Laststufe fiel die Last und damit das Torsionsmoment von einem Anfangswert T_A auf einen Endwert T_E ab. Die Grösse dieses Abfalls bei sämtlichen Laststufen der Versuche T_1 bis T_4 ist aus Tabelle 8 ersichtlich. Er ist besonders gross bei der ersten Laststufe nach erfolgter Rissbildung und bei den Laststufen nach dem Fliessbeginn. Die Verdrehungsgeschwindigkeit des Balkens und damit die Dehngeschwindigkeiten $\dot{\epsilon}$ des Betons und des Stahles in der Phase I lagen in der Grössenordnung derjenigen der Betonprismenversuche (Tabelle 4). Diese Geschwindigkeit ist für Stahl-Zugversuche extrem niedrig [2]. Eine Zuordnung von Dehnung und Spannung anhand eines σ - ϵ -Diagrammes wird daher schwierig. Klarere Verhältnisse liegen bei den Dehnungshalten der Phase II vor: Den Dehnungen bei $\dot{\epsilon} = 0$ können Spannungen zugewiesen werden, die aus einem analog aufgenommenen σ - ϵ -Diagramm (Bilder 4 und 6) ermittelt werden. Der Abfall von T_A auf T_E rührt somit vom Spannungsabfall des Betons (Kriechen inbegriffen) und des Stahles während des Dehnungshaltes

her. In den ersten Laststufen nach der Anrisslast hat ausserdem der Steifigkeitsverlust infolge fortwährender Rissbildung während der Phase II einen grossen Einfluss. Bei der Auswertung der Versuche wurde deshalb den Verformungsmessungen stets das End-Torsionsmoment T_E zugeordnet, falls nichts anderes vermerkt ist.

3.3. Lastmessungen

Zu Beginn und am Ende einer Laststufe (Phasen I und III, vgl. Bild 14) wurde die aufgebrachte Kraft der Zugpresse an einem Pendelmanometer abgelesen. Gleichzeitig wurde die Kraft auch im Verankerungsstab (Bild 12) am anderen Balkenende gemessen, der mittels Dehnungsmessstreifen als Dynamometer ausgebildet war. Beide Messeinrichtungen wurden vor und nach den Versuchen geeicht. Aus diesen beiden Lastmessungen konnte das auf den Balken wirkende Torsionsmoment ermittelt werden.

3.4. Verformungsmessungen

Der Versuchsbalken mit einer Spannweite von 3,60 m wurde in 6 Abschnitte à 60 cm unterteilt. In einem der beiden mittleren Abschnitte wurden die Stahldehnungen gemessen (Detail-Messbereich), im anderen, weniger durch Messfenster gestörten Abschnitt, wurden das Rissbild und die Rissbreiten aufgenommen (Detail-Rissbereich). Stahldehnungen wurden zu Kontrollzwecken über die ganze Länge des Prüfbereiches nur an der Vorderseite gemessen. Die Anordnung der Messstellen findet sich in den Bildern 15, 16 und 17.

In der Phase II (vgl. Bild 14) einer Laststufe wurden folgende Verformungsmessungen durchgeführt:

- Verdrehungen an 7 Stellen mit einem speziell konstruierten Klinometer,
- Durchbiegungen an 7 Stellen mit auf den Balken gestellten Messstäben (Flexometern) durch Nivellieren,
- Längseisendehnungen mit Setzdehnungsmessern mit der Basis 60 cm und 20 cm,
- Bügeldehnungen mit Setzdehnungsmessern mit der Basis 20 cm und 10 cm,
- Schiebungen des Detail-Messbereiches durch Ausmessen der Abschnittsseiten und -diagonalen mit Setzdehnungsmessern mit der Basis 74 cm, 60 cm und 43 cm,
- Betondehnungen über die Balkenhöhe, sowie nach dem Auftreten der Risse an geeigneten Stellen der Druckstreben, mit Setzdehnungsmessern mit der Basis 10 cm,
- Schlupf der Längsarmierung an den Balkenenden mit an den hervorstehenden Eisen angebrachten Messuhren,
- Rissbreiten im Detail-Rissbereich auf 3 (verschiedenen) Axen pro Seite (Eckeseiten, Seitenmitte) mit einem Rissmikroskop mit einer Ablesegenauigkeit von 1/100 mm.

Das für die Stahldehnungsmessungen angewandte Verfahren mit speziell konstruierten Setzdehnungsmessern hat sich gut bewährt. Auf den im ausgesparten Messfenster $\varnothing$ 20 mm freiliegenden und gereinigten Stahl wurden Messbolzen mit einem Schnellklebstoff befestigt. Dadurch wurde ein einwandfreies Ansetzen der Messinstrumente bis zum Bruch des Balkens gewährleistet.

4. VERSUCHSRESULTATE

4.1. Trag- und Bruchverhalten

4.1.1. Bruchmomente

Die experimentell erreichten Bruchmomente T_u^{Ex} sind in Tabelle 6 zusammengestellt. Dabei bedeuten T_{uA}^{Ex} resp. T_{uE}^{Ex} die am Anfang resp. am Ende der entsprechenden Laststufe gemessenen Werte (vergl. 3.2.). Zum Vergleich sind die nach der üblichen Fachwerk-Theorie (siehe 2.3.) gerechneten Momente daneben aufgeführt. Das Verhältnis der experimentellen Bruchmomente zu den rechnerischen Fliessmomenten beträgt 1,09 + 1,11 für die Anfangsmomente sowie 0,99 + 1,00 für die Endmomente der volumengleich armierten Balken T_1 , T_2 und T_4 . Für den Balken T_3 liegen die entsprechenden Werte mit 1,73 resp. 1,56 erwartungsgemäss höher; die Resultate sind in Bild 18 graphisch dargestellt.

Bei den Balken T_1 , T_2 und T_4 stimmt das gemessene Torsionsbruchmoment T_{uE}^{Ex} mit dem nach der Fachwerk-Theorie errechneten statischen Fliessmoment T_{fs}^{Th} überein. Dies bedeutet, dass entgegen vielfach geäusserten Vermutungen (z.B. [6,7,8]), die Armierung zusammen mit den Beton-Druckdiagonalen das gesamte Torsionsmoment aufnehmen muss. Es sei auch festgehalten, dass diese Bruchmomente bei den gleich armierten Balken T_4 (Vollquerschnitt) und T_1 (Kastenquerschnitt) gleich gross sind.

Der Träger T_3 mit einer Biegearmierung erreichte, wie aufgrund der Versuchsplanung erwartet, ein wesentlich über dem rechnerischen Fliessmoment liegendes Bruchmoment. Dies ist auf die relativ starke Bügelarmierung im Vergleich zu der in den beiden Stegen und der oberen Platte vorhandenen Längsarmierung zurückzuführen. Durch Veränderung der Neigung der Betondiagonalkraft gelang es dem Träger, die überdimensionierte Bügelarmierung ebenfalls auszunützen. Stellt sich die Diagonale der schwächsten Seite so ein, dass Bügel und Längseisen zum Fliesen kommen, so gilt für den Winkel α (vgl. Anhang A):

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{F_B}{\Sigma F_L} \cdot \frac{\sigma_f(B)}{\sigma_f(L)} \cdot \frac{u_e}{s} \quad (12)$$

und für das Torsionsfliessmoment

$$T_f(B, \alpha) = T_f(L, \alpha) = \frac{2F_{Oe}}{s} \cdot F_B \cdot \sigma_f(B) \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{T_f(B)}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (13)$$

für gleichmässig über den Umfang verteilte Armierung.

Setzen wir für Balken T_3 die numerischen Werte ein, so wird

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{8} \cdot 1 \cdot \frac{4 \cdot 43}{11} = 1,95 \quad \operatorname{tg} \alpha = 1,39$$

$$T_f(B, \alpha) = \frac{T_{fs}^{Th}(B)}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{13,4}{1,39} = 9,6 \text{ mt}$$

Die Differenz zum gemessenen Bruchmoment von 10,75 mt kann von der eingetretenen Verfestigung der Armierung und von einem zusätzlichen Widerstand der stark armierten, nur kleine Rissbreiten aufweisenden unteren Platte herrühren.

4.1.2. Tragverhalten

Nachfolgend wird das Tragverhalten bis zum Bruch der einzelnen Versuchsbalken beschrieben. In Tabelle 8 sind für sämtliche Laststufen die Anfangs- und Endmomente, deren prozentuale Differenz sowie die zeitliche Dauer aufgeführt. Einen Ueberblick über das Tragverhalten vermitteln auch die Verdrehungskurven (Bild 63).

Balken T₁

Der Hohlkasten T₁ war volumengleich armiert, mit gleichmässig über den Umfang verteilten Längseisen. Im ungerissenen Zustand verdrehte er sich entsprechend der homogenen Torsionssteifigkeit nur wenig. Nach dem Auftreten der Risse, die auf allen Seiten durchschnittlich unter 45° geneigt waren, nahm die Steifigkeit erheblich ab (Bild 59). Die Armierung, im ungerissenen Zustand praktisch spannungslos, erhielt nun schlagartig eine Spannung, die der nach der Fachwerk-Theorie berechneten sehr gut entsprach (Bilder 29, 30). Infolge der Volumengleichheit waren Bügel und Längseisen gleich stark beansprucht. Damit war mit dem Fliessen der gesamten Armierung auch die Tragfähigkeit praktisch erreicht.

Im Gegensatz zum Biegeschub wird die bei der Risslast vorhandene Schubkraft nicht weiterhin vom Beton allein aufgenommen. Das gesamte Torsionsmoment muss durch die Armierung im Zusammenwirken mit den Beton-Druckdiagonalen aufgenommen werden. Die Umlagerung vom homogenen Balken zum räumlichen Fachwerk erfolgt vollständig.

Nach Erreichen des Fliessens nahm die Verdrehung ohne nennenswerte Steigerung des Torsionsmomentes stark zu. Erste schraubenförmige Verschiebungen wurden längs des Balkens sichtbar. In der letzten Laststufe vor dem Bruch (beim maximalen Moment) öffnete sich unten ein Riss auf 3 mm. Nach weiterer Verdrehung, bei der die aufgebrachte Last die Maximallast nicht mehr erreichte, sondern stetig abfiel, kündigte sich der bevorstehende Bruch durch Abbröckeln von Betonsplittern an. Plötzlich löste sich im Bereich des erwähnten Risses die ausserhalb der Armierung liegende Betonschale. Als Folge davon wurde der Beton auf den andern Seiten auch zerstört, und die Last fiel ab. Bild 20 zeigt den Bruchbereich des Balkens in der Abwicklung. Die freigelegte Armierung auf der Unterseite zeigt die eingetretene Verformung deutlich. Infolge dieser Schiebung war der Beton total zerbröckelt. Eine Bruchfigur mit spiralförmiger Oeffnung um eine Drehaxe auf der vierten Seite wurde nicht beobachtet.

Balken T₂

Der Hohlkasten T₂ war ebenfalls volumengleich armiert, die Längseisen waren aber zu gleichen Teilen in den Ecken konzentriert. Dieser Balken sollte zeigen, ob die in den Ecken angeordneten Eisen voll zur Wirkung kommen. Es zeigte sich, dass das Verhalten von T₂ bis zum Bruch demjenigen von T₁ mindestens gleichwertig war (Bilder 60, 31, 32).

Beim Erreichen des maximalen Momentes öffneten sich Risse bis auf 2 mm. Nachher nahm die Verdrehung weiter stark zu, bei gleichbleibendem bis leicht abnehmendem Torsionsmoment. Eine Reihe von schraubenförmigen Verschiebungen bildete sich entlang des Balkens (Bild 19). Schliesslich lösten sich die ausserhalb der Armierung liegenden Betonecken (Bild 21). Nach dem Entfernen der losen Betonteile ist die Abstützung der Beton-Druckdiagonalen auf die Eckarmierung zu erkennen (Bild 22). Der Steg ist durch die grosse Verformung teilweise zerstört worden. Infolge Erreichens der maximal möglichen Verdrehung musste der Versuch abgebrochen werden, wobei die vorhandene Last immer noch 75 % des erreichten Höchstwertes betrug.

Dieser Versuch zeigt, dass die Kräfte in den Beton-Druckdiagonalen durch in den Ecken konzentrierte Stahleinlagen einwandfrei abgestützt und umgelenkt werden. Die auftretenden Schiebungen werden stark behindert und somit auf die ganze Balkenlänge verteilt. Es ist deshalb verständlich, dass T₂ ein ausgeglicheneres Verformungsverhalten als T₁ aufwies.

Balken T₃

Der Hohlkasten hatte die gleiche Bügelarmierung und die gleiche Summe der Längseisen wie T₁, jedoch entsprach die Anordnung der Längseisen einer Biegearmierung. Der Balken war auf keiner der vier Seiten volumengleich armiert. Oben, vorne und hinten waren volumenmässig nur halb so viele, unten dagegen zweieinhalb mal so viele Längseisen wie Bügel vorhanden.

Nach Auftreten der Risse, die auf allen Seiten unter etwa 45° geneigt waren, nahm die Spannung der oberen Längseisen erwartungsgemäss rascher zu als diejenige der Bügel (Bilder 33, 34). Die Spannungswerte der oberen Längseisen blieben jedoch stets unter, diejenigen der oberen Bügel stets über den nach der Fachwerktheorie mit 45°-Diagonalen gerechneten Werten. Nach dem Fliessen der oberen und seitlichen Längseisen, der oberen und seitlichen Bügel (in dieser Reihenfolge) war die Tragfähigkeit des Balkens erschöpft.

In der zweitletzten Laststufe vor dem Bruch (beim maximalen Moment) öffnete sich oben ein Riss bis auf 2,5 mm. Oben wurden zudem einzelne Schiebungen sichtbar, während die Unterseite kompakt blieb, da sich die Risse unten nur wenig öffneten. Damit kamen auch die Eisen auf der Unterseite nie zum Fliesen. Nach weiterer Verdrehung bei langsam sinkender Last trat oben eine plötzliche Schiebung ein. Diese führte zu einer konzentrierten Verdrehung der beiden Balkenteile um die kompakte Unterseite und zu entsprechenden Auswirkungen

auf den Seitenflächen. Dieser Bereich ist in Bild 23 in der Abwicklung ersichtlich. Eine Drehaxe ist auf der Unterseite nicht deutlich zu erkennen. In Bild 24 ist die zerstörte Zone oben freigelegt: Der Beton ist total zermalmt. Einige umgelegte Bruchstücke zeigen, dass neben der Zerstörung der Zementpaste auch Brüche durch die Kies-Körner erfolgten.

Dieser Versuch zeigte, dass für das Versagen eines normalarmierten Hohlkastens unter Torsionsbeanspruchung Fliessen auf drei der vier Seiten genügt. Die Tatsache, dass die oberen Längseisen durch die Bügel entlastet werden, bedingt eine Änderung der Neigung der Druckdiagonalen gegen die Bügel hin. Diese tritt ungeachtet der vorhandenen Risse ein. Damit kann ein Teil der erhöhten Tragfähigkeit dieses Balkens gegenüber dem Fachwerk-Modell mit 45° -Diagonalen erklärt werden (siehe 4.1.1.). Die Frage, bis zu welchem Verhältnis der Längs- zur Bügelarmierung solche Umlagerungen stattfinden, bleibt vorläufig noch offen. Auch der Einfluss der kompakten vierten Seite auf Torsionsbruchmoment und Verdrehung ist noch abzuklären. Der geringe Unterschied zur Torsionssteifigkeit des Balkens T_1 (Bild 61) scheint auf einen zusätzlichen Widerstand der stark armierten Unterseite hinzudeuten.

Balken T_4

Der Vollquerschnitt T_4 war genau gleich armiert wie der Hohlkasten T_1 . Mit diesem Balken sollte ein eventuell vorhandener Unterschied zwischen Voll- und Hohlquerschnitt festgestellt werden.

Der Balken T_4 erreichte etwa das gleiche maximale Moment wie T_1 ; der Kern lieferte somit keinen Beitrag. Das Rissmoment war entsprechend der homogenen Schubspannungsverteilung wohl höher als bei den Hohlkästen, nach erfolgter Rissbildung erhielt die Bewehrung jedoch sofort hohe Spannungen, die den mit der Fachwerk-Theorie errechneten Werten gut entsprachen (Bilder 35, 36). Das normale Fachwerk-Modell mit 45° -Diagonalen behält auch beim Vollquerschnitt seine Gültigkeit.

Nach Beginn des Fliessens wurden erste schraubenförmige Verschiebungen besonders auf einer Balkenhälfte sichtbar. Die durchschnittlich unter 45° geneigten Risse öffneten sich beim maximalen Moment bis auf 3 mm. Nachher nahmen die Schiebungen bei leicht abfallender Last stark zu. Einzelne ausserhalb des Armierungskorbes liegende Betonschalen fielen nacheinander ab. Schliesslich wurde der Versuch nach Erreichen der maximal möglichen Verdrehung abgebrochen, wobei die aufgebrachte Last immer noch 80 % der maximalen betrug. Bild 25 zeigt die in diesem Zeitpunkt vorhandenen Schiebungen.

Um den Zustand des Kernes zu überprüfen, wurden die Armierungseisen durchgebrannt und der Balken auseinandergezogen (Bild 26). Eine Drehaxe auf einer der vier Seiten ist nicht festzustellen. Vielmehr ist, begünstigt durch die Bügelverlängerung, zwischen einer äusseren Betonschale (hier schon teilweise

abgesprengt), welche die Druckdiagonalen bildet, und einem relativ gut erhaltenen Kern zu unterscheiden. Wie bereits erwähnt, vermag dieser in viele ineinandergreifende, kegelförmige Gebilde zerfallene Kern keinen merklichen Beitrag an das Torsionsbruchmoment zu leisten. Das Verformungsverhalten erscheint hingegen etwas besser als dasjenige des Balkens T_1 (Bild 62). Ein Planschnitt senkrecht zur Balkenaxe in der Nähe der "Bruchfläche" verdeutlicht den Zustand des inneren Kernes (Bild 27).

4.1.3. Brucharten - Schiebungsbruch

Eine Ansicht der vier Torsionsbalken $T_1 \div T_4$ nach dem Ausbau aus der Versuchsanlage ist in Bild 28 gezeigt. Nach der Beschreibung des Tragverhaltens (4.1.2.) führten bei allen vier Balken nach Erreichen des Maximalmomentes die gleichen Erscheinungen zum Bruch oder zumindest zu einem Abfall des Torsionsmomentes. Es sind dies insbesondere:

- Fließen der Armierung auf mindestens drei Seiten
- Grosse Verformung durch schraubenförmig um den Balken auftretende Schiebungen
- Loslösung der ausserhalb des Bewehrungskorbes liegenden Betonschalen und Zermalmung der Druckdiagonalen

Die Betondruckdiagonalen werden durch Normalkraft, Biegung, Torsion und Querkraft höchst komplex beansprucht. Die auftretenden grossen Schiebungen zusammen mit der Spaltwirkung der Armierung führen schliesslich zu einem allgemeinen Zerfall des Betons in Kieskörner und zermalmte Zementpaste (siehe 4.3.). Eine solche Bruchart wird bei Biegeschubversuchen im allgemeinen nicht beobachtet. Deshalb wird dieses Versagen neu als Schiebungsbruch bezeichnet, womit bereits der Wortaufbau die Hauptursache der Zerstörung zum Ausdruck bringt.

Diese Bruchart ist wohl typisch für Balken, die nicht überarmiert sind, deren Armierung einwandfrei verankert und deren Bügel genügend eng angeordnet sind. Zur Illustration sei auf die Bilder 22, 24 und 25 verwiesen. Eine in neueren Arbeiten (z.B. [9, 10]) beschriebene Modellvorstellung mit einer Druckzone auf einer der vier Seiten wurde nicht beobachtet. Kommt bis zum Bruch eine der vier Seiten nicht zum Fließen, so dreht sich der schiebende Balken um diese eine Seite. Eine deutliche Drehaxe konnte jedoch nicht festgestellt werden.

4.2. Beanspruchung der Armierung

Die Dehnungen der Bewehrung wurden mit Setzdehnungsmessern der Basis 60, 20 und 10 cm gemessen (vgl. 3.4.). Die Genauigkeit betrug etwa $0,05 \cdot 10^{-3}$. Die Messstellen sind aus den Bildern 15, 16, 17 ersichtlich.

Die anhand der gemittelten Dehnungen bestimmten Längseisen- und Bügelspannungen sind in den Bildern 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36 in Funktion des Tor-

sionsmomentes dargestellt.

Bei den torsionsarmierten Balken T_1 , T_2 und T_4 ist nach der Rissbildung eine sprunghafte Zunahme der Stahlspannung bis zum theoretischen Wert des Fachwerk-Modells festzustellen. Bügel- und Längseisenanspannungen stimmen praktisch überein. Differenzen zwischen oben und unten sind durch den Einfluss der Biegung infolge Eigengewicht bedingt.

Kompliziertere Verhältnisse liegen beim biegearmierten Balken T_3 vor. Die oberen Längseisen erreichen ihre theoretische Spannung nie (Bild 33). Andererseits werden die überdimensionierten Bügel stärker als nach der Fachwerktheorie beansprucht (Bild 34). Dies ist die Bestätigung der in 4.1. erwähnten Neigungsänderung der Druckdiagonalen gegen die Bügel hin. Wird der Querschnitt so idealisiert, dass die Längseisen in den Ecken konzentriert gedacht werden (Fachwerk), so weist T_3 oben je 2 und unten je 6 Eckeisen auf. Die Spannung der Längseisen unten und oben müsste sich demnach wie 1 : 3 verhalten. Wie aus Bild 33 hervorgeht, ist diese Idealisierung gerechtfertigt.

Der Verlauf der Stahldehnungen über die Balkenlänge wurde auf der Vorderseite gemessen und ist in den Bildern 37, 38, 39, 40 für verschiedene Laststufen dargestellt. Bis zum Fließen zeigt sich eine gleichmässige Dehnungsverteilung. Diejenige der Bügel ist etwas unregelmässiger, da infolge der kürzeren Messbasis Zufälligkeiten in der Rissbildung stärker ins Gewicht fallen. Nach dem Fließbeginn macht sich der Bruchbereich durch grössere Dehnungen beider Armierungsteile bemerkbar. Entsprechend den Längseisendehnungen verlängern sich die Balken beträchtlich.

An einem Bügel pro Balken wurden die Dehnungen mit Messstrecken von 10 cm über den Balkenumfang gemessen. Die daraus resultierenden Spannungen sind in den Bildern 41, 42, 43, 44 dargestellt: Auch über den Umfang wurden die Bügel gleichmässig beansprucht. Unregelmässigkeiten sind durch den Verlauf der Risse bedingt. Eine erhöhte Spannung in Seitenmitte entsprechend dem elastischen Schubspannungsverlauf beim Vollquerschnitt T_4 nach dem Rissbeginn konnte nicht beobachtet werden. Gleiches gilt auch für die Längseisen.

Die Verankerung der Längseisen wurde durch Messung des Schlupfes der an beiden Balkenenden vorstehenden Armierung kontrolliert. Es zeigte sich kein Schlupf. Die Bügel waren stumpf zusammengeschweisst, so dass kein Verankerungsproblem entstand. Kontroll-Zugversuche mit geschweissten Bügelenden ergaben Brüche ausserhalb des Einwirkungsbereiches der Schweissung.

4.3. Beanspruchung des Betons

Die Dehnungen der Betonoberfläche in Richtung der Druckdiagonalen wurden mit Setzdehnungsmessern der Basis 10 cm gemessen. Die Messstellen sind den Bildern 15, 16, 17 zu entnehmen. Bei der Mittelbildung der unter einer Neigung von 45° gemessenen Stauchungen wurden die durch den Risseverlauf gestörten Messresul-

tate eliminiert.

Die gemittelten Betondehnungen sind in Bild 45 in Funktion des Torsionsmomentes aufgetragen. Nach dem Rissbeginn ist eine starke Zunahme der Dehnungen festzustellen. Bemerkenswert ist jedoch die starke Zunahme der Dehnungen nach dem Fließbeginn der Armierung bei nur geringer Vergrößerung des Torsionsmomentes.

In Bild 46 sind die anhand des σ - ϵ -Diagramms (Bild 9) berechneten Betonspannungen dargestellt. Durch den übereinstimmenden Belastungsablauf des Prismendruck- und des Balkenversuches ist der Kriecheinfluss weitgehend berücksichtigt. Im homogenen Zustand ist die theoretische Hauptdruckspannung:

$$\sigma_2 = -\tau \quad (14)$$

Nach der Rissbildung ergibt sich nach der Fachwerktheorie (Anhang A) die Spannung in der Druckstrebe zu :

$$\sigma_b(S) \cong -2\tau \quad (15)$$

Diese beiden Geraden sind in Bild 46 eingetragen. Es zeigt sich, dass die Betondruckspannungen am Querschnittsrand erheblich über diesem theoretischen Wert liegen. Diese Abweichung soll im folgenden für den Hohlkasten näher untersucht werden.

Da die Zugkräfte in der Armierung mit den Werten des Fachwerkmodells gut übereinstimmen, muss aus Gleichgewichtsgründen die mittlere Betonspannung -2τ betragen. Die hohen Randspannungen entstehen demnach durch die Ueberlagerung einer Krümmung. Zusätzlich können in den Diagonalen infolge ihrer Steifigkeiten und infolge exzentrischer Krafteintragung an ihren Umlenkstellen Biege- und Torsionsmomente entstehen. Da die Betondehnungen jedoch nach dem Fließbeginn bei geringer Zunahme des aufgebrachtten Torsionsmomentes stark anwachsen (Bild 45), kann dieser Einfluss nicht wesentlich sein. Vielmehr zeigt Bild 53 einen linearen Zusammenhang zwischen Dehnung und Schiebung. Die Betondehnungen sind daher hauptsächlich durch die Verdrehung entstanden.

Im Anhang B wird eine Kastenwand genauer betrachtet. Infolge einer Verdrehung um die Balkenaxe verwinden sich die ursprünglich ebenen Seitenwände zu räumlichen Flächen. Die in unverformtem Zustand zur x- und y-Axe parallelen Erzeugenden bleiben bei der Verformung Geraden. In einer davon abweichenden Richtung entsteht eine Krümmung, die für 45° und 135° extremal wird (Hauptkrümmung). Die Verformungsfläche, eine Sattelfläche, ist ein hyperbolisches Paraboloid. Für die Richtung der Druckdiagonalen ergibt sich infolge dieser Verwindung folgende Randstauchung:

$$\epsilon_b(\varphi) = -\gamma \frac{t}{b} = -\frac{d\varphi}{dx} \cdot \frac{t}{2} \quad (16)$$

Dieser Verwindungseffekt bleibt auch nach der Rissbildung erhalten. Da die

Druck-Streben bei einer Verdrehung aus der Ebene der sie schneidenden Bügel- und Längseisen austreten möchten, biegt sich die Strebe nach innen, die Armierung nach aussen durch. Erst bei grosser Rissöffnung und Verdrehung treten die Diagonalen aus der Fläche heraus (Bild 19) und die Dehnungszunahme verflacht (Bild 53).

Die Randstauchung des Betons setzt sich demnach aus einem Strebenkraft- und einem Verwindungsanteil zusammen:

$$\epsilon_b = \epsilon_b(S) + \epsilon_b(\vartheta) \quad (17)$$

Im homogenen Bereich wird mit Gl. (14), (16) und $G = \frac{3}{7} E$:

$$\epsilon_b = -\frac{\tau}{E_b} - \frac{d\vartheta}{dx} \cdot \frac{t}{2} = -\frac{\tau}{E_b} \left(1 + \frac{7 \cdot W_T \cdot t}{6 \cdot K} \right) \quad (18)$$

Für den vorliegenden Kastenquerschnitt wird:

$$\epsilon_b = -\frac{\tau}{E_b} \left(1 + \frac{7t}{3a_m} \right) = -1,45 \frac{\tau}{E_b}$$

Die Spannung beträgt bei Annahme eines konstanten E_b -Moduls

$$\sigma_b = \epsilon_b \cdot E_b = -1,45 \tau ,$$

welche mit den Messwerten in Bild 46 gut übereinstimmt.

Im inhomogenen Bereich (nach der Rissbildung) kann der E_b -Modul nicht mehr konstant angenommen werden. Auch ist der theoretische Zusammenhang zwischen T und ϑ vorderhand noch unbekannt. Die rechnerische Betondehnung kann aber mit der gemessenen Verdrehung bestimmt werden. Mit Gl. (15) und (16) wird:

$$\epsilon_b = -\frac{2\tau}{E_b} - \frac{d\vartheta}{dx} \cdot \frac{t}{2} \quad (19)$$

Für den vorliegenden Kastenquerschnitt ergibt sich die Dehnung:

$$\epsilon_b = -\frac{2\tau}{E_b} - \frac{\vartheta_{60}}{15}$$

und die Spannung:

$$\sigma_b = \epsilon_b \cdot E_b = -(2\tau + E_b \frac{\vartheta_{60}}{15}) \quad (20)$$

Für E_b ist der zur zu berechnenden Spannung gehörende Sekantenmodul einzusetzen. Die auf diese Weise iterativ ermittelten Spannungswerte sind für den Balken T_1 in Bild 46 eingetragen. Die gute Übereinstimmung zeigt, dass mit diesem Verwindungseffekt die sehr hohen Betonrandspannungen erklärt werden können.

Die grösseren Betondehnungen des Balkens T_3 sind durch die bei gleichem Torsionsmoment vorhandene grössere Verdrehung gegenüber den übrigen Balken (vgl. Bild 63) verständlich.

Der Vollquerschnitt T_4 wies ähnliche Betonrandstauchungen auf wie die Hohlkästen (Bild 45). Diese setzen sich auch hier aus einem Normalkraft- und einem Verwindungsanteil zusammen. Infolge der Bügelverlängerung löst sich vom Kern eine mitwirkende Schale ab, die wie ein Hohlkasten wirkt.

Anhand einer in Seitenmitte angeordneten Rosette (Bild 15) wurde versucht, die Hauptdehnungsrichtungen in einer Druckdiagonalen zu ermitteln. Dies gelang nur bei den Balken T_2 und T_3 , deren Rosetten von Rissen verschont blieben. In Bild 47 sind die gemessenen Dehnungen sowie die Hauptdruckrichtungen für mehrere Laststufen eingetragen. Bei T_2 stellt sich die erwartete Neigung von 45° ein. Bei T_3 wird die Druckdiagonale ungeachtet vorhandener Risse mit zunehmendem Torsionsmoment immer steiler. Damit wird die in 4.1.2. erwähnte Neigungsänderung der Druckdiagonalen gegen die Bügel hin bestätigt. Dabei ist zu beachten, dass sich die relativ hohen Dehnungswerte in Zugrichtung aus dem Verwindungseffekt (nach Anhang B) und dem Querdehnungseinfluss zusammensetzen.

Nach der Rissbildung wurden noch an geeigneten Stellen der Druckdiagonalen Dehnungsmessstellen angebracht, deren Anordnungen und Ergebnisse aus Bild 48 ersichtlich sind. Die Dehnungsverteilung über die Breite einer Druckdiagonale ist gleichmässig. Auch hier fällt die Zunahme der Dehnungen bei hohen Laststufen und damit kaum steigendem Torsionsmoment auf. In der Nähe einer Bügelabiegung um eine Kante wurde noch versucht, eine evtl. Spannungskonzentration beim Bügel zu messen. Diese trat nicht auf; die gleichmässige Dehnungsverteilung lässt auf eine einwandfreie Abstützung der Druckdiagonalen durch Bügel und Eckeisen schliessen.

4.4. Verformungen

4.4.1. Schiebungen und Krümmungen

Die Schiebungen γ und Krümmungen φ wurden im Detail-Messbereich (vgl. Bild 15) durch Ausmessen der Abschnittsseiten und -diagonalen mit Setzdehnungsmessern bestimmt. Die Berechnung der Winkeländerungen $\Delta\gamma$ in den vier Ecken aus den gemessenen Grössen und damit die Bestimmung von γ und φ ist in Anhang C erläutert. Infolge des Krümmungseinflusses sind die vier Werte $\Delta\gamma$ einer Seite nicht gleich gross. Gleichwohl lassen sich γ und φ getrennt berechnen, wobei sich die Schiebung γ im Falle reiner Torsion auch als das arithmetische Mittel der absoluten Beträge der Winkeländerungen $\Delta\gamma$ ergibt.

Die auf diese Weise ermittelten Schiebungen sind für die Ober- und Unterseite in den Bildern 49, 50, 51, 52 in Funktion der entsprechenden Längseisen- und Bügeldehnungen dargestellt. In Bild 53 wird die Schiebung hinten mit den auf der gleichen Seite gemessenen Betondehnung verglichen. Als Resultat kann der lineare Zusammenhang zwischen den Schiebungen und den Stahl-, wie auch den Betondehnungen hervorgehoben werden. Auch die Uebereinstimmung der Messwerte der Balken untereinander ist sehr gut. Aus der erwähnten Linearität folgt, dass sich die Schiebung im inhomogenen Bereich (nach der Rissbildung) aus den Stahl- und Betondehnungen linear zusammensetzen lässt. Unter dieser Voraussetzung lässt sich ein Verschiebungsplan konstruieren.

Ein solcher Verschiebungsplan ist für ein Seitenelement eines räumlichen Fachwerks im Anhang D gezeichnet worden. Die dort abgeleitete Beziehung für die Krümmung

$$\varphi \cong \frac{c}{a} (\epsilon_{cu} - \epsilon_{co}) \quad (21)$$

bedeutet nichts anderes als die durch die Balkenhöhe dividierte Differenz der Längseisendehnungen unten und oben. Für die Schiebung ergibt sich für den häufigen Fall eines Neigungswinkels α der Druckdiagonalen von 45° die Beziehung:

$$\gamma \cong \epsilon_a + \epsilon_c - 2\epsilon_b = \epsilon_B + \epsilon_L - 2\epsilon_b \quad (22)$$

Dabei ist für ϵ_L das Mittel der Längseisendehnungen oben und unten einzusetzen.

Vergleicht man die aus dem Verschiebungsplan nach Anhang D abgeleiteten Beziehungen für φ und γ mit den Auswertungsformeln nach Anhang C, so lässt sich eine Identität der entsprechenden Beziehungen nachweisen, wenn man von Gliedern höherer Ordnung absieht. Ein Einsetzen der gemessenen Dehnungswerte in die Gleichungen (21) und (22) führt deshalb genau zu den gemessenen Schiebungen und Krümmungen.

Die Schiebungsgleichung (22) wurde auch in die Bilder 49, 50, 51, 52 eingetragen. Für T_1 , T_2 und T_4 wurde nach der Fachwerktheorie $\epsilon_B = \epsilon_L$, für T_3 (oben) $\epsilon_B = \epsilon_L/2$ resp. $\epsilon_L = 2\epsilon_B$ eingesetzt. Es ist ersichtlich, dass die Stauchung der Druckdiagonalen für die Bestimmung der Schiebung nicht vernachlässigt werden darf. Aus den Messungen ergibt sich $\epsilon_B = \epsilon_L = \epsilon_e \cong \gamma/3$ (Bilder 49 ÷ 52) und $\epsilon_b \cong -\gamma/4$ (Bild 53) und damit $\epsilon_b \cong -0,75 \epsilon_e$. Die unter Berücksichtigung dieser gemessenen Betonrandstauchungen nach Gl. (22) berechneten Schiebungen werden zu gross (vgl. Geraden in den Bildern 49 ÷ 52 mit $\epsilon_b = \epsilon_b^{Ex}$), da diese Stauchungen infolge des erwähnten Verwindungseffektes an der Oberfläche am grössten sind. Die zentrische Dehnung in der Kastenwand infolge der Strebekraft allein ($-2\tau/E_b$) ergibt z.B. für T_1 Werte in der Grössenordnung von 25 % der Randdehnung. Die damit berechneten Schiebungen würden zu klein (vgl. Bild 49), da bei den vorliegenden Hohlkästen der Armierungskorb nicht in der Mittellinie des Kastens liegt. Die in der Ebene der Armierung vorhandene Stauchung beträgt schätzungsweise 60 % der Randstauchung. Die mit diesem Betondehnungswert bestimmten Schiebungen würden auch in Bild 49 gut mit den gemessenen Werten übereinstimmen.

4.4.2. Verdrehungen und Durchbiegungen

Gemäss Bild 54 lässt sich der Verdrehungswinkel θ aus den Schiebungen der vier Seiten bestimmen. Bei symmetrisch armierten Balken (T_1 , T_2 , T_4) sind diese Schiebungen auf allen Seiten praktisch gleich gross. Beim unsymmetrisch armierten Balken (T_3) hingegen wurden verschiedene Schiebungen gemessen. Sie waren oben am grössten, unten am geringsten und nahmen vorne und hinten einen

dazwischen liegenden Wert an. Diese Tatsache lässt sich auch mit Gl. (22) erklären, wenn für ϵ_L der zur entsprechenden Seite gehörende Mittelwert eingesetzt wird. Bei unsymmetrisch angeordneter Armierung erfolgt gemäss Bild 54 auch eine seitliche Verschiebung der Balkenaxe. Dies kann bei entsprechender Lagerung zu Zwängungsbiegemomenten führen.

Nach Bild 54 gilt für den quadratischen Hohlkasten:

$$d\phi_o = d\phi_u = \frac{\gamma_v + \gamma_h}{a} dx \quad d\phi_v = d\phi_h = \frac{\gamma_o + \gamma_u}{a} dx$$

Infolge ungleicher Schiebungen könnte sich der verdrehte Querschnitt zu einem Rhombus verformen. Aus obigen Beziehungen ist ersichtlich, dass in diesem Fall die Summen der Schiebungen gegenüberliegender Seiten voneinander abweichen müssten. Diese Kontrolle wurde in den Bildern 55, 56, 57, 58 für alle Balken gemacht: Selbst für Balken T_3 mit seinen stark ungleichen Seitenschiebungen γ_o und γ_u ist die Bedingung $\gamma_o + \gamma_u = \gamma_v + \gamma_h$ erfüllt. Die rechten Winkel des Querschnitts bleiben somit erhalten. Mit dem Mittelwert γ_m der vier Seitenschiebungen wird:

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi_o}{dx} + \frac{d\phi_v}{dx} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma_v + \gamma_h + \gamma_o + \gamma_u}{a} \right) = \frac{2\gamma_m}{a} \quad (23)$$

Dabei sind für den homogenen oder inhomogenen Zustand die entsprechenden a und γ_m (Gl. 3 oder 22) einzusetzen. Diese Gerade ist für $a_e = 43$ cm in die Bilder 55, 56, 57, 58 eingetragen worden. Die Uebereinstimmung mit den gemessenen Werten ist gut. Sie könnte durch Einsetzen eines etwas grösseren a_e (Bezug auf die Ebene des Armierungskorbes) noch verbessert werden. Als Ergebnis sei festgehalten, dass die Verdrehung aus den Seitenschiebungen zusammengesetzt werden darf.

Die Mittelwerte der an Balkenabschnitten von 60 cm Länge mittels Klinometern gemessenen Verdrehungen ϕ_{60} sind in den Bildern 59, 60, 61, 62 in Funktion des Torsionsmomentes dargestellt. Der Beginn des Fliessens sowie die durchgeführten Entlastungen sind eingetragen. In Bild 63 werden alle vier Balken verglichen. Die gute Uebereinstimmung der Torsions-Steifigkeiten der Balken T_1 , T_2 und T_4 sowie die geringere Steifigkeit von T_3 seien festgehalten.

Der Vollständigkeit halber sind in Bild 64 noch die unter maximalem Torsionsmoment durch Nivellement gemessenen vertikalen Durchbiegungen w dargestellt worden. Aus der genauer durchgeführten Krümmungsmessung geht hervor, dass die Biegelinie der Balken T_1 , T_2 und T_4 dem Einfluss des Eigengewichtes zuzuschreiben ist. Beim Balken T_3 hingegen ist die grosse Durchbiegung nach oben auf die Torsionsbeanspruchung zurückzuführen. Die Torsions-Schubkraft muss oben durch weniger Längseisen aufgenommen werden als unten, wodurch oben grössere Dehnungen entstehen. Dies führt zur beobachteten Krümmung nach oben, die auch mit Gl. (21) verständlich wird.

4.4.3. Torsions-Steifigkeit

Die Torsions-Steifigkeit GK stellt gemäss Gl. (4) das für eine Einheitsverdrehung notwendige Torsionsmoment dar:

$$GK = T / \frac{d\phi}{dx} \quad (24)$$

Die aus den gemessenen Verdrehungen bestimmten Steifigkeiten $T \cdot t_{60} / \phi_{60}$ sind, auf die homogene Torsions-Steifigkeit des Hohlkastens bezogen, in Bild 65 für den Balken T_1 dargestellt worden. Auffallend ist der grosse und plötzliche Steifigkeitsabfall vom homogenen zum inhomogenen Bereich auf rund 1/15 des homogenen Wertes. Dieser Steifigkeitsverlust ist bedeutend grösser als derjenige eines Biegebalkens nach der Biegerissbildung.

Im homogenen Zustand berechnet sich der Einheitsverdrehungswinkel nach Gl. (23) mit $\gamma_m = \tau_m / G_{bo}$ für den vorliegenden Hohlquerschnitt zu:

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{2}{a_m} \cdot \frac{\tau_m}{G_{bo}} = \frac{2}{a_m} \cdot \frac{T}{2F_0 t} = \frac{T}{G_{bo} \cdot a_m^3 \cdot t}$$

Damit wird die homogene Torsions-Steifigkeit:

$$GK_h = T / \frac{d\phi}{dx} = G_{bo} \cdot a_m^3 \cdot t \quad (25)$$

in Uebereinstimmung mit Gl. (6).

Für den inhomogenen Zustand wurde die Gültigkeit des Verschiebungsplanes (Anhang D) nachgewiesen. Mit der Schiebungsgleichung (22) und Gl. (23) ergibt sich für ein Fachwerk mit 45°-Diagonalen:

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{2}{a_e} (\epsilon_B + \epsilon_L - 2\epsilon_b) \quad (26)$$

Bis zum Fliessen der Armierung können diese Dehnungswerte nach den Beziehungen der Fachwerktheorie (Anhang A) bestimmt werden zu:

$$\epsilon_B = \frac{\sigma_e(B)}{E_e} = \frac{T \cdot s}{2F_{0e} \cdot F_B \cdot E_e} \quad (27)$$

$$\epsilon_L = \frac{\sigma_e(L)}{E_e} = \frac{T \cdot u_e}{2F_{0e} \cdot \Sigma F_L \cdot E_e} \quad (28)$$

$$\epsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b} = -\lambda \frac{2\tau \cdot F_0}{E_{bo} \cdot F_{0e}} = -\lambda \frac{T}{E_{bo} \cdot F_{0e} \cdot t} \quad (29)$$

Mit dem Faktor λ wird einerseits das Verhältnis $\lambda_1 = E_{bo} / E_b$ des Elastizitätsmoduls E_{bo} zum Sekantenmodul E_b , andererseits die Abweichung λ_2 der Betonstauung in der Armierungsebene von derjenigen in der Mittellinie erfasst (Verwindungseffekt). Beim Fliessbeginn des Balkens T_1 (L.S. 6) z.B. beträgt $\sigma_b(S) \cong -2\tau = -80 \text{ kg/cm}^2$. Nach Bild 9 wird $E_b = 300\,000 \text{ kg/cm}^2$ und $\lambda_1 = 1,13$.

Nach 4.4.1. verhalten sich die Stauchungen in der Armierungsebene zu denjenigen in Wandmitte schätzungsweise wie 60 % zu 25 % der Randdehnung. Damit wird $\lambda_2 = 60/25 = 2,4$ und damit $\lambda = \lambda_1 \lambda_2 = 2,7$ für diese Laststufe von T_1 .

Setzt man die Beziehungen (27), (28), (29) unter Verwendung von (2) und $n = E_e/E_{bo}$ in Gl. (26) ein, so wird für den quadratischen Hohlkasten:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{T}{E_{bo} \cdot a_e^3 \cdot t} \left(\frac{1}{n\mu_B} + \frac{1}{n\mu_L} + 4\lambda \right) \quad (30)$$

Die ideelle Torsions-StEIFigkeit des inhomogenen Bereichs wird zu:

$$GK_1 = T / \frac{d\theta}{dx} = \frac{E_{bo} \cdot a_e^3 \cdot t}{\frac{1}{n\mu_B} + \frac{1}{n\mu_L} + 4\lambda} \quad (31)$$

Das Verhältnis zur homogenen Steifigkeit nach Gl. (25) ergibt sich mit $G_{bo} = 3/7 E_{bo}$ zu:

$$\frac{GK_1}{GK_h} = \frac{E_{bo} \cdot a_e^3}{G_{bo} \cdot a_m^3 \left(\frac{1}{n\mu_B} + \frac{1}{n\mu_L} + 4\lambda \right)} = \frac{\frac{7}{3} \cdot \left(\frac{a_e}{a_m} \right)^3}{\frac{1}{n\mu_B} + \frac{1}{n\mu_L} + 4\lambda} \quad (32)$$

Die so bestimmten Verhältniswerte sind für T_1 in Bild 65 für verschiedene λ -Werte eingetragen worden. Es ist ersichtlich, dass bei Vernachlässigung der Betonstauchung ($\lambda = 0$) zu grosse Steifigkeitswerte erhalten werden. Beim Fließbeginn des Balkens T_1 entspricht nach Bild 65 das Messresultat einem λ -Wert von 2,65, der den oben geschätzten Wert von $\lambda = 2,7$ bestätigt.

Für Balken T_3 muss in Gl. (26) die mittlere Längseisendehnung eingesetzt und somit in Gl. (32)

$$\frac{1}{n\mu_L} \quad \text{durch} \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n\mu_{Lo}} + \frac{1}{n\mu_{Lu}} \right)$$

ersetzt werden. Die rechnerische Steifigkeit wird etwas kleiner als diejenige von T_1 , was im Versuch bestätigt wurde (Bild 63).

Die gemessenen Steifigkeiten des Vollquerschnittes T_4 stimmten beim Fließbeginn mit denjenigen des Hohlquerschnittes T_1 überein (Bild 63). Die Dicke der mittragenden Betonschale scheint deshalb nicht wesentlich zu sein. Tatsächlich lässt sich abschätzen, dass λ/t in Gl. (29) und damit die Steifigkeit bei verschiedener Wahl von t nicht stark variieren kann.

4.5. Risseverhalten

4.5.1. Risslast

Das Auftreten des ersten Torsions-Schubrisses konnte am Pendelmanometer eindeutig festgestellt werden, da der plötzliche Steifigkeitsverlust das Pendel in Schwingung versetzte. Die zu diesem Zeitpunkt gemessenen Torsionsmomente sowie die dazugehörigen Schubspannungen sind in Tabelle 7 zusammengestellt. Es erweist sich als zweckmässig, für den Vollquerschnitt an Stelle des elastischen das plastische Widerstandsmoment (Sandhügel-Analogie) einzusetzen, da die Zugfestigkeit des Betons bei allen Balken ungefähr gleich ist. Für den quadratischen Vollquerschnitt wird:

$$W_T^S = \frac{1}{3} \cdot a_a^3 \quad (33)$$

Da die Armierung bei reiner Torsion die Risslast nicht wesentlich beeinflusst, ist ihre Beobachtung von Interesse für unarmierte Torsionsbalken, für die die Risslast praktisch mit der Bruchlast zusammenfällt. Nach amerikanischem Vorschlag wird die Betonzugfestigkeit mit $5\sqrt{f'_c}$ in Beziehung zur Zylinderfestigkeit gesetzt. Umgerechnet in das metrische System entspricht dies etwa $1,33\sqrt{\beta_p}$ oder $1,15\sqrt{\beta_w}$ im Vergleich mit $(1,25 + 1,5) \cdot \sqrt{\beta_w}$ nach SIA-Norm 162 (1968). In Tabelle 7 wurden für unsere Balken Werte von $1,03\sqrt{\beta_w}$ bis $1,22\sqrt{\beta_w}$ bestimmt. Es erscheint deshalb vernünftig, bei reiner Torsion vorläufig $\tau_R^S = \sqrt{\beta_w}$ zu setzen und das Rissmoment mit $T_R = \sqrt{\beta_w} \cdot W_T^S$ nach der Sandhügel-Analogie zu bestimmen.

4.5.2. Risseverlauf

Bild 66 zeigt Entwicklung und Verlauf der Risse bei T_2 und T_4 . Der Rissbeginn trat ungefähr an der Stelle grösster Zugspannungen nach elastischer Theorie auf. Bei weiterer Rissbildung war jedoch der dadurch bedingte Unterschied zwischen Hohl- und Vollquerschnitt nicht mehr zu beobachten.

Als erste bildeten sich die eigentlichen Diagonalrisse, die schraubenförmig unter etwa 45° um den ganzen Balken verliefen. Ihre Breite nahm ständig zu; sie begrenzten die eigentlichen Druckdiagonalen des sich bildenden Fachwerks. Beim Hohlquerschnitt reichten sie bis ins Kasteninnere. Zwischen ihnen wurden bei hohen Laststufen viele kleinere lokale Risse beobachtet. Diese traten vor allem im Bereich von Bügeln und an den Querschnittsecken auf. Ihre Ursache liegt deshalb vor allem in der Verbundwirkung mit der Armierung und in Spaltkräften begründet.

4.5.3. Rissbreiten

In einem 60 cm langen Detail-Rissbereich (vgl. Bild 15) wurden die Rissbreiten auf je drei Axen pro Balkenseite mit einem Risse-Mikroskop mit einer Ables-

genauigkeit von $1/100$ mm gemessen. Die ermittelten Werte wurden mittels einer Folie neben den Messpunkten direkt am Balken fixiert und photographiert. Das Verfahren ist aus den Abbildungen des Bildes 66 ersichtlich. Die Summen, Mittelwerte und Maximalwerte der Risse der Ober- und Unterseite längs der drei Messaxen sind Bild 67 zu entnehmen.

Die Summe der Rissbreiten ist ein Mass für die Verformung; zusammen mit den mittleren Rissbreiten gibt sie Aufschluss über Rissabstand und Verbund. Die Abweichungen des Balkens T_3 sind aufgrund der Armierungsverteilung verständlich, die ja auch eine Durchbiegung nach oben zur Folge hatte. Die Risse der übrigen Balken differieren nicht wesentlich voneinander.

Es ist zu beachten, dass die Rissbreiten nur bis zum Flie遥eginn der Armierung miteinander verglichen werden dürfen, da nachher die Risse vor allem in der Umgebung der späteren Bruchstelle stark anwachsen, die auch ausserhalb des Detail-Rissbereiches liegen kann.

Die mittlere Rissbreite beim Flie遥eginn betrug rund 0,2 mm. Es ist ersichtlich, dass die Risse oben eher etwas grösser als unten sind, obwohl der Eigengewichtseinfluss eher das Gegenteil bewirken sollte. Da alle Balken in der gleichen Stellung betoniert wurden, ist dies dem schlechteren Verbund der obenliegenden Bewehrungsstäbe zuzuschreiben. In den Seitenmitten waren die Risse anfänglich etwas grösser als in den Ecken, speziell beim Balken T_2 mit fehlender Längsarmierung in Seitenmitte. Die Mittelwerte über eine Seite sind nach Bild 67 jedoch etwa dieselben.

Unter der maximalen Rissbreite wird der grösste überhaupt auftretende Riss verstanden. Aus Bild 67 ist zu entnehmen, dass für die zulässigen Torsionsmomente gemäss SIA-Norm 162 (1956) eine Rissweite von 0,2 mm nicht überschritten wird.

5. ZUSÄTZLICHE VERSUCHE

Zur Prüfung der Versuchseinrichtung und der verschiedenen Messverfahren diente ein stark armierter Versuchsträger T_0 , der sich schliesslich als überarmiert herausstellte. Es wurden dieselben Messungen wie bei T_1 durchgeführt. Da dieser Versuch weniger ausführlich dokumentiert ist als die Hauptserie, werden seine Resultate hier gesondert wiedergegeben.

Im weiteren fand neben der Hauptserie ein Kurzversuch T_{4S} mit einem T_4 entsprechenden Balken im Rahmen einer Demonstration statt. Es wurden nur sehr wenige Messungen durchgeführt.

5.1. Ueberarmierter Querschnitt T_0

5.1.1. Versuchsbalken

Die Abmessungen und die Armierungsanordnung entsprechen dem Balken T_1 . Für die Bewehrung wurden Stahleinlagen mit dem Durchmesser 16 mm gegenüber 12 mm bei der Hauptserie verwendet.

Die Festigkeitswerte von Stahl und Beton sind in Tabelle 9 zusammengestellt. Die um rund 100 kg/cm^2 höhere Würfeldruckfestigkeit von T_0 gegenüber T_1 rührt vom kleineren Wasser/Zement-Faktor von 0,58 gegenüber 0,64 bei T_1 her.

Die Querschnittsgrössen sowie die rechnerischen Momente sind ebenfalls in Tabelle 9 enthalten. Ihre Berechnung erfolgte analog T_1 nach 2.3.. Die Beanspruchung der Druckdiagonalen nach der Fachwerktheorie (Anhang A) beträgt für T_0 unter Verwendung der Gl. (10), (11) und (2):

$$|\sigma_b| \cong 2\tau = \frac{T}{F_0 t} = 2\sigma_e \mu_e \quad (34)$$

Beim Fliessen der Bügel ($\sigma_f = 3,52 \text{ t/cm}^2$, $\mu_B = 2,31 \%$) wird $\sigma_b = 163 \text{ kg/cm}^2$, ein Wert, der angesichts der hohen Prismendruckfestigkeit von 369 kg/cm^2 nicht ohne weiteres einen schiefen Druckbruch erwarten lässt.

5.1.2. Versuchsergebnisse

Der Belastungsablauf, das Riss- und Bruchmoment sind Tabelle 9 zu entnehmen. Die Schubspannung bei Rissbeginn $\tau_R = 22 \text{ kg/cm}^2 = 1,02 \sqrt{f_w}$ liegt im Rahmen der bei der Hauptserie gemessenen Werte. Bei einem Torsionsmoment T_A von 21,1 mt brachen plötzlich die Diagonalen auf der Vorderseite aus (Bild 68). Schon kurz zuvor wurden auf dieser Seite Absplitterungen festgestellt. Die Armierung floss nicht. Die beim Bruch vorhandene nominelle Schubspannung betrug 75 kg/cm^2 . Angesichts der hohen Druckfestigkeit des Betons überrascht dieser geringe Wert. Es scheint, dass durch den Verwindungseffekt (siehe 4.3. und Anhang B) die Druckdiagonalen früher versagen können, als man aus dem Verhalten

bei Biegeschubbeanspruchung schliessen könnte. Die Bezeichnung des schiefen Druckbruches wird für diese Bruchart trotzdem übernommen, da in beiden Fällen eine sog. "obere Schubspannungsgrenze" zur Vermeidung einer solchen Bruchart festgelegt werden muss.

In den Bildern 69 und 70 sind die Längs- und Bügelspannungen in Funktion des Torsionsmomentes dargestellt. Die Übereinstimmung mit der Fachwerktheorie ist gut.

Die Betonverformung wurde nur mit einer Rosette gemessen. In Bild 71 sind die 45° -Stauchungen mit den Mittelwerten des schwächer armierten Balkens T_1 verglichen. Ihre Differenz kann mit der Verwindung erklärt werden, da nach Bild 73 der Balken T_0 steifer ist als T_1 , womit die Randdehnungen des Betons gemäss Gl. (19) kleiner werden. Die gemessenen Schiebungen in Funktion der Längs- und Bügeldehnungen sind in Bild 72 dargestellt. Die nach Gl. (22) mit $\epsilon_b = 0$ berechnete Gerade ist eingetragen. Wiederum zeigt sich, dass die Betonstauchung einen grossen Einfluss auf die Verformung hat. Dieser besitzt hier die gleiche Grössenordnung wie bei T_1 , wie ein Vergleich mit Bild 49 verdeutlicht.

Die Mittelwerte der Verdrehungen in Funktion des Torsionsmomentes sind in Bild 73 mit denjenigen des Balkens T_1 verglichen. Die Steifigkeit nach der Rissbildung des stärker armierten Balkens T_0 ist deutlich grösser als diejenige von T_1 . In Bild 74 sind die theoretischen ideellen Steifigkeitswerte nach Gl. (32) eingetragen. Beim geschätzten Fliessbeginn wäre ein Wert von $\lambda \approx 3$ zutreffend, womit die erwähnte Ähnlichkeit des Einflusses der Betonverformung bei T_0 und T_1 ($\lambda \approx 2,7$; Bild 65) auch im theoretischen Steifigkeitsansatz zum Ausdruck kommt.

5.2. Kurzversuch T_{4S}

5.2.1. Versuchsbalken

Der Balken T_{4S} mit Vollquerschnitt entspricht genau dem Träger T_4 hinsichtlich Geometrie und Materialeigenschaften. Nur die Betonqualität ist dank dem kleineren Wasser/Zement-Faktor von 0,60 gegenüber 0,64 bei T_4 um rund 100 kg/cm^2 höher (Tabelle 10).

5.2.2. Versuchsergebnisse

Der Belastungsablauf, die Riss- und Bruchmomente sind Tabelle 10 zu entnehmen. Die beim Riss vorhandene Schubspannung nach der plastischen Theorie gemäss 4.5.1. beträgt $26 \text{ kg/cm}^2 = 1,21 \sqrt{f_{t,w}}$. Nach Erreichen des maximalen Momentes machten sich die gleichen Brucherscheinungen wie bei T_4 bemerkbar.

Es ist zu beachten, dass infolge der besonderen Umstände dieses Versuches sowohl die Belastungs- wie auch die Wartezeit pro Laststufe extrem kurz waren. Beim Vergleich mit T_4 wird deshalb das Torsionsmoment am Ende der Laststufe (T_E)

des Balkens T_{4S} erheblich höher liegen.

In Bild 75 sind die mit wenigen Messstellen ermittelten Bügel- und Längseisen-spannungen dargestellt. Nach erfolgter Rissbildung streben die Spannungswerte gegen diejenigen nach der Fachwerktheorie.

Die an zwei Stellen gemessenen Betondehnungen in Richtung der Druckdiagonalen sind in Bild 76 mit den Werten von T_4 verglichen. Die hohen Randdehnungen werden bestätigt.

Die zwischen den Schnitten 4 und 5 gemessene Verdrehung (Bild 15) ist in Bild 77 dargestellt. Die höhere Risslast von T_{4S} gegenüber T_4 ist wegen der besseren Betonqualität verständlich. Die Differenz im weiteren Verlauf der Verdrehungskurven ist vor allem den erwähnten erheblich kürzeren Laststufen bei T_{4S} und nicht einem allfälligen Beitrag des Betonkernes zuzuschreiben.

6. ZUSAMMENFASSUNG

Im Rahmen eines Forschungsprogrammes über das Verhalten von Stahlbetonbalken unter Torsion, Biegung und Querkraft wurde vom Institut für Baustatik, Abt. Massivbau, der Eidg. Techn. Hochschule (ETH) Zürich, eine erste Serie von sechs Balkenversuchen unter reiner Torsionsbelastung durchgeführt.

Die Hauptvariablen (Querschnitt und Armierung), die Materialqualitäten sowie die maximal erreichten Torsionsmomente sind in Bild 78 für die 4 Balken mit Kasten- und 2 Balken mit Vollquerschnitt zusammengestellt. Neben der aufgetragenen Last wurden die Stahl- und Betondehnungen, die Verdrehungen und Durchbiegungen, die Rissbreiten sowie die Schiebungen gemessen.

Die Versuchsergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die bei Rissbeginn vorhandene Schubspannung nach der plastischen Theorie (Sandhügel-Analogie) lag etwas über $\sqrt{\beta_w}(\text{kg/cm}^2)$. Die Neigung der Risse war rund 45° .
- Bei den volumengleich und symmetrisch armierten Balken T_0 , T_1 , T_2 , T_4 , T_{4S} stimmte nach dem Rissbeginn die Beanspruchung der Armierung mit den nach dem räumlichen Fachwerkmodell mit 45° -Streben berechneten Werten gut überein. Bei den unterarmierten Balken T_1 , T_2 , T_4 , T_{4S} entsprachen die maximal erreichten Momente den nach obiger Fachwerktheorie berechneten Fliessmomenten.
- Beim volumengleich, aber unsymmetrisch armierten Balken T_3 zeigte sich nach der Rissbildung auf der schwächsten Seite eine Umlagerung der Kräfte von den Längseisen zu den Bügeln, so dass schliesslich sämtliche Armierungseisen auf drei der vier Seiten flossen. Dies bedingte eine Neigungsänderung der Druckdiagonalen ungeachtet vorhandener Risse. Das maximal erreichte Moment lag daher über dem nach der einfachen Fachwerktheorie mit 45° -Streben berechneten Fliessmoment. Eine Modifikation des Fachwerkmodells mit von der Armierung abhängiger Strebenneigung konnte diese Differenz erklären.
- Die unterarmierten Balken T_1 bis T_{4S} gingen nach dem Fliesen der Bewehrung schliesslich zu Bruch, indem infolge grosser Verdrehung und Schiebung die Druckdiagonalen zermalmt wurden (Schiebungsbruch).
- Beim überarmierten Balken T_0 kamen beim Bruch die Armierungseisen nicht zum Fliesen. Dieser trat plötzlich bei relativ geringer Verformung ein. Da die Ueberbeanspruchung der Druckdiagonalen diesen Bruch verursachte, wurde er als schiefer Druckbruch bezeichnet.
- Der Vollquerschnitt wies kein vom Kastenquerschnitt abweichendes Tragverhalten auf. Begünstigt durch die Verlängerung der Bügel bildete sich eine tragende Schale aus, während der Kern keinen Beitrag an die Traglast mehr leistete.

- Aus der Gültigkeit der Fachwerktheorie und aus dem Vergleich zwischen Kasten- und Vollquerschnitt konnte geschlossen werden, dass der Beton ausser den zum Gleichgewicht notwendigen Druckdiagonalen keinen merklichen Beitrag an den Torsionswiderstand leistete.
- Die Beanspruchung der Betondruckdiagonalen wich von der Fachwerktheorie insofern ab, als sich dem Normalkrafteinfluss noch eine Krümmung überlagerte. Diese entstand durch eine Verwindung der ursprünglich ebenen Seitenwände des Balkens in hyperbolische Paraboloidflächen. Durch diesen Verwindungseffekt waren die nach der einfachen Fachwerktheorie unerwartet hohen Randstauchungen zu erklären.
- Die Schiebungen nach dem Rissbeginn konnten aus den Dehnungen der Längseisen, Bügel und Betondruckdiagonalen linear zusammengesetzt werden. Der Einfluss der Betonstauchung musste dabei berücksichtigt werden.
- Die Verdrehung im homogenen Zustand erfolgte entsprechend den Beziehungen der Elastizitätstheorie. Nach dem Rissbeginn fiel die Torsions-Steifigkeit erheblich ab. Nach wie vor bestand eine lineare Beziehung zwischen Verdrehung und Schiebung.
- Basierend auf dem Fachwerkmodell und der Linearität zwischen der Verdrehung und den Dehnungen der Stahleinlagen und des Betons konnte ein Ansatz für eine ideale Torsions-Steifigkeit gefunden werden.
- Die Konzentration der Längseisen in den Querschnittsecken erwies sich als konstruktiv günstig. Sie ergab eine einwandfreie Abstützung und Umlenkung der Druckdiagonalen. Das maximale Moment wurde dadurch nicht beeinflusst.
- Sämtliche Balken verlängerten sich infolge der Dehnung der Längsarmierung. Neben der Verdrehung trat beim unsymmetrisch armierten Balken T_3 noch eine Durchbiegung in Richtung der am schwächsten armierten Seite auf.

Abschliessend sei hervorgehoben, dass diese Versuche an Balken mit quadratischem Querschnitt von 50 x 50 cm durchgeführt wurden. Die geschlossenen Bügel waren in einem Abstand von einem Viertel der Höhe angeordnet. Die Resultate sollten auch auf grössere, gut verbügelte Rechteckquerschnitte übertragbar sein. Den Verhältnissen von Breite zu Höhe, von Längs- zu Bügelarmierung, sowie dem Bügelabstand und dem Armierungsgehalt sind gewisse Schranken gesetzt, wenn die eingelegte Bewehrung voll ausgenützt werden soll. Diese Grenzen wurden im vorliegenden Versuchsprogramm nicht untersucht.

SUMMARY

The Institute of Structural Engineering, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, carries out a research program on the behavior of reinforced concrete beams under torsion, bending and shear. The results of six tests in pure torsion are reported in this paper.

The main variables (cross-section, reinforcement), material properties and ultimate torsional moments of the six test beams are shown in Fig. 78. Beside the applied load strains of the reinforcement and the concrete, angles of twist, deflections, crack openings and shearing strains were measured.

The test results may be summarized as follows:

- The shearing stress at cracking according to the plastic theory (sandhill-analogy) exceeded $4\sqrt{f'_c}$ (psi). The inclination of cracks was about 45° .
- The beams T_0 , T_1 , T_2 , T_4 , T_{4S} had a symmetrical longitudinal armature and equal volumes of longitudinal and stirrup reinforcements. After cracking the stress in the reinforcement coincided well with that of a space truss model with 45° diagonals. The ultimate moments of the under-reinforced beams T_1 , T_2 , T_4 , T_{4S} corresponded to the yield moments of the truss model.
- The unsymmetrically reinforced beam T_3 exhibited after cracking on the weakest side a rearrangement of the forces from the longitudinal to the transverse reinforcement, so that finally all bars on three of the four sides yielded. This redistribution required a change in the inclination of the concrete compression diagonals in spite of existing cracks. The ultimate moment exceeded the yield moment of the simple truss theory with 45° diagonals. The difference could be explained by a modification of the truss model making the inclination of diagonals a function of the ratio longitudinal to stirrup reinforcement.
- The under-reinforced beams T_1 to T_{4S} failed after considerable yielding of the reinforcement by a general distress of the concrete compression diagonals due to large shear deformations (shearing failure).
- The armature of the over-reinforced beam T_0 did not yield at failure. Fracture occurred suddenly at a relatively small angle of twist by crushing of the compression diagonals. It was hence named diagonal compression failure.
- The behavior of the plain section did not deviate from that of the corresponding box section. Due to the elongation of the stirrups a supporting shell was formed. The remaining core did not contribute materially to the ultimate load.
- From the validity of truss theory and from the similar behavior of the plain and the corresponding box section it was concluded that in the concrete the compression diagonals necessary for equilibrium were formed. Beyond the con-

crete did not furnish any additional contribution to the torsional resistance.

- The stress of the concrete compression diagonals deviated from the truss theory in so far as a curvature was superimposed on the strain due to the normal force. This curvature was produced by twisting an originally plane wall of the beam into a hyperbolic paraboloid. By this effect the high concrete strains at the surface could be explained.
- The shearing strains after cracking could be computed from a combination of the strains of the longitudinal and transverse reinforcement and the concrete diagonals, the influence of the concrete strains being not negligible.
- The twist in the homogeneous range followed the relations of the theory of elasticity. After cracking the torsional rigidity decreased greatly. However the linear relation between twist and shearing strain remained valid.
- From the truss theory and the linear relationship between the angle of twist and the strains in the reinforcement and the concrete an expression for the inhomogeneous torsional rigidity was derived.
- The concentration of the longitudinal reinforcing bars in the corners of a cross-section provided a perfect support and change of direction for the concrete diagonals. The ultimate moment was not influenced, however the angle of twist before the drop-off in loads was increased.
- All beams showed an elongation because of the tensile strain in the longitudinal reinforcement. The unsymmetrically reinforced beam T_3 showed in addition to the twist a deflection in the direction of the weakest side.

In concluding it should be mentioned that the tests were carried out on beams with square cross-section of 20 x 20 in. The closed stirrups were placed at a distance equal to a quarter of the beam depth. The results should be applicable to larger, well reinforced rectangular cross-sections. Limits for the ratios of width to depth, of longitudinal to stirrup reinforcement, the stirrup spacing and the amount of steel exist if the reinforcement should be efficient up to yielding. These limits were not investigated in the described testing program.

VERDANKUNGEN

Der vorliegende Bericht wurde im Rahmen eines Forschungsprogrammes "Torsion und Biegung von Stahlbetonbalken" des Institutes für Baustatik, Abt. Massivbau, Eidgenössische Technische Hochschule, ausgearbeitet. Für die grosszügige finanzielle Unterstützung dieses Programmes möchten die Verfasser der

Stiftung für wissenschaftliche, systematische Forschungen
auf dem Gebiete des Beton- und Eisenbetonbaues

aufrichtig danken. Der experimentelle Teil der Untersuchungen wurde an der Eidgenössischen Materialprüfungs- und Versuchsanstalt (EMPA) in Dübendorf durchgeführt. Für dieses Entgegenkommen möchten die Verfasser Herrn Professor E. Amstutz, Direktionspräsident der EMPA, ihren besten Dank aussprechen. Die Armierungsstähle für die Versuchsbalken wurden in verdankenswerter Weise von der Firma Monteforno Stahl- und Walzwerke AG, Bodio, zur Verfügung gestellt.

Bei der Versuchsdurchführung war Herr A. Wegmüller, dipl. Ing. ETH, wesentlich mitbeteiligt. Herr A. Meyer, dipl. Ing. ETH, hat bei der Auswertung der Versuchsergebnisse mitgearbeitet. Für die Gestaltung dieses Berichtes war Herr G. Göseli verantwortlich, die Zeichenarbeiten besorgte Herr P. Marti, die Druckbogen wurden von Frl. U. Matthys geschrieben. Für ihre Mitwirkung sei den Genannten, wie auch den übrigen Mitarbeitern des Institutes, bestens gedankt.

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Thürlimann, B.: "Torsion und Biegung von Stahlbetonbalken", Jahresbericht 1966 des Vereins Schweizerischer Zement-, Kalk- und Gips-Fabrikanten.
- [2] Lampert, P./Wegmüller, A./Thürlimann, B.: "Einfluss der Dehngeschwindigkeit auf Festigkeitswerte von Armierungsstählen", Bericht Nr. 10, April 1967, Institut für Baustatik, ETH, Zürich (Sonderdruck Schweizerische Bauzeitung, 85. Jahrgang, Heft 14, 6. April 1967).
- [3] Timoshenko, S./Goodier, J.N.: "Theory of Elasticity", 2. Auflage 1951, McGraw-Hill.
- [4] Rausch, E.: "Drillung (Torsion), Schub und Scheren im Stahlbetonbau", 3. Auflage 1953, Deutscher Ing. Verlag GmbH, Düsseldorf.
- [5] Lampert, P./Thürlimann, B.: "Versuchsanlage für Balken unter Torsion-Biegung-Querkraft", Bericht Nr. 12, Juni 1967, Institut für Baustatik, ETH, Zürich (Sonderdruck Schweizer Archiv, Heft 9, 33. Jahrgang 1967).
- [6] Mukherjee, P.R./Kemp, E.L.: "Ultimate Torsional Strength of Plain, Prestressed and Reinforced Concrete Members of Rectangular Cross Section", Structural Engineering Research Report No. 2003, Morgantown, West Virginia, 1967.
- [7] Hsu, T.T.C.: "Ultimate Torque of Reinforced Rectangular Beams", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 94. No. ST 2, Proc. Paper 5814, Feb. 1968.
- [8] "Torsion of Structural Concrete ", ACI Special Publication No. 18, 1968.
- [9] Walsh, P.F./Collins, M.P./Archer, F.E./Hall, A.S.: "Experiments on the Strength of Concrete Beams in Combined Flexure and Torsion", University of New South Wales, UNICIV Report No. R-15, February 1966.
- [10] Lyalin, I.M.: "The Ultimate Equilibrium Method", Chapter 6 in the book: "Reinforced and Prestressed Concrete in Torsion" by H.J. Cowan, Edward Arnold Ltd., 1965.

Eine umfassende Zusammenstellung der Literatur über Torsion bis 1964 findet sich im Buch von H.J. Cowan [10].

BEZEICHNUNGENLängen, Flächen und Querschnittswerte

a	Seitenlänge eines quadratischen Querschnittes mit $b = h$
b	Querschnittsbreite
d	Durchmesser der Stahleinlagen
e	Lastexzentrizität beim Beton-Prismendruckversuch
h	Querschnittshöhe
k	Kernweite
l	Länge
l ₆₀	Länge eines Balkenabschnittes von 60 cm
r	Hebelarm des Schubflusses
s	Bügelabstand
t	Wandstärke eines Kastenquerschnittes
u _e	Umfang des Armierungskorbes
w	vertikale Durchbiegung
x	Koordinatenaxe in Richtung der Balkenaxe
y, z	Koordinatenachsen
F ₀	Fläche, die von der Mittellinie des Hohlkastens eingeschlossen wird
F _{0e}	Fläche, die von den Längseisen des Armierungskorbes eingeschlossen wird
F _B	Querschnittsfläche eines Bügels
F _L	Querschnittsfläche eines Längseisens
ΣF _{Li}	Querschnittsfläche der Längseisen in der Hohlkastenwand i
ΣF _L	totale Fläche der Längseisen im Trägerquerschnitt bei symmetrischer oder im Ersatzquerschnitt bei unsymmetrischer Armierungsverteilung (siehe Anhang A)
F _{eff}	effektive Stahlquerschnittsfläche
K	Torsionskonstante
R	Rissbreite
W _T	Widerstandsmoment gegen Torsion
W _T ^S	Widerstandsmoment gegen Torsion nach der plastischen Theorie (Sandhügel-Analogie)

Kräfte und Momente

B	Zugkraft in der Bügelarmierung
D	Druckkraft in den Betondruckstreben
M	Biegemoment
M _u	Bruch-Biegemoment
Q	Querkraft
Q _B	Querkraft, die durch die Bügel aufgenommen werden kann
S _F	Schubkraft im Flansch = Schubfluss x Flanschfläche
S _S	Schubkraft im Steg = Schubfluss x Stegfläche
T	Torsionsmoment
T _A	Torsionsmoment am Anfang einer Laststufe

T_E	Torsionsmoment am Ende einer Laststufe
T_R	Riss-Torsionsmoment
T_f	Flieiss-Torsionsmoment
T_{fs}^{Th}	theoretisches statisches Flieiss-Torsionsmoment
T_u	Bruch-Torsionsmoment
T_u^{Ex}	experimentelles Bruch-Torsionsmoment

Festigkeitswerte und Spannungen

β	Prismendruckfestigkeit des Betons
β_{ps}	statische Prismendruckfestigkeit des Betons
β_{pd}	dynamische Prismendruckfestigkeit des Betons
$\beta_{w,28}$	Würfeldruckfestigkeit des Betons nach 28 Tagen
$\beta_{bz,28}$	Biegezugfestigkeit des Betons nach 28 Tagen
β_{zs}	statische Zugfestigkeit des Stahles
β_{zd}	dynamische Zugfestigkeit des Stahles
σ	Normalspannung
$\sigma_{1,2}$	Hauptspannungen
σ_b	Betonspannung
$\sigma_b(S)$	Spannung in der Betondruckstrebe
σ_e	Stahlspannung
σ_f	Flieissspannung des Stahles
σ_{fs}	statische Flieissspannung des Stahles
σ_{fd}	dynamische Flieissspannung des Stahles
$\sigma_e(B)$	Bügelspannung
$\sigma_e(L)$	Längseisenspannung
τ	Schubspannung
τ_R	Schubspannung beim Rissbeginn
E	Elastizitätsmodul
E_e	Elastizitätsmodul des Stahles
E_b	Elastizitätsmodul des Betons
E_{bo}	Elastizitätsmodul des Betons im Anfangsbereich des Spannungs-Dehnungs-Diagramms
$E_{b(5-25)}$	gemessener Elastizitätsmodul des Betons für eine Druckspannung zwischen 5 und 25 kg/cm ² (Sekantenmodul)
G	Schubmodul
G_{bo}	Schubmodul des Betons im Anfangsbereich des Spannungs-Dehnungs-Diagramms

Verformungen, Winkel und Zeitgrössen

α	Neigungswinkel der Betondruckkraft zur Balkenaxe
γ	Schiebung
ϵ	Dehnung
ϵ_f	Flieissdehnung
ϵ_u	Betondehnung beim Erreichen der Prismendruckfestigkeit
ϵ_e	Stahldehnung

ϵ_{eu}	Dehnung in der unteren Längsarmierung
ϵ_{eo}	Dehnung in der oberen Längsarmierung
ϵ_B	Bügeldehnung
ϵ_L	Längseisendehnung
ϵ_b	Betondehnung
$\epsilon_b(\phi)$	Betonstauchungen infolge Verwindung
$\epsilon_b(S)$	Betonstauchung infolge Strebenkraft
ϵ_b^{Ex}	experimentelle Betondehnung
$\dot{\epsilon}$	Dehnungsgeschwindigkeit (Stahl, Beton): $\dot{\epsilon} = d\epsilon/dt$
ϕ	Verdrehung
ϕ_{60}^{4-5}	Verdrehung über einen Balkenabschnitt von 60 cm Länge zwischen den Messquerschnitten 4 und 5
λ_5	Bruchdehnung eines Armierungsstabes, gemessen auf eine Länge von 5 d über die Einschnürungszone
λ_{10}	wie λ_5 , jedoch Messlänge 10 d
λ_{G1}	Gleichmassdehnung eines Armierungsstabes, gemessen ausserhalb der Einschnürungszone
φ	Krümmung
$\Delta\gamma$	Winkeländerungen (s. Anhang C)
t_w	Wartezeit pro Dehnungshalt im Spannungs-Dehnungs-Diagramm
$t_{L.S.}$	Zeitdauer einer Laststufe im Balkenversuch

Dimensionslose Parameter

λ	Beiwert (s. Kap. 4.4.3.)
μ	Armierungsgehalt
μ_B	Armierungsgehalt einer Kastenwand an Bügeln
μ_L	Armierungsgehalt einer Kastenwand an Längseisen
ρ	Beiwert (s. Kap. 2.2.2.)
γ	Kontraktion eines Armierungsstabes an der Bruchstelle
n	Wertigkeit: $n = E_e/E_{bo}$

Indices

a	auf Querschnittsrand bezogen	A	Anfang der Laststufe
b	Beton	B	Bügel
d	dynamisch	E	Ende der Laststufe
e	auf Armierungskorb bezogen; Eisen	L	Längseisen
f	Fließ-	O	Null
h	hinten; homogen	R	Riss-
i	ideell; auf i-te Seite bezogen		
m	auf Mittellinie bezogen; Mittelwert		
o	oben		
s	statisch		
u	unten; ultimate		
v	vorne		

Nenn- ϕ	F_{eff}	G_{fs} $\dot{\epsilon} = 0$	G_{fd} $\dot{\epsilon} = 1,25\%/min$	β_{zs} $\dot{\epsilon} = 0$	β_{zd} $\dot{\epsilon} = 12,5\%/min$	λ_5	λ_{10}	λ_{GL} gemessen	λ_{GL} gerechnet	ψ	E_e
mm	cm ²	t/cm ²	t/cm ²	t/cm ²	t/cm ²	%	%	%	%	%	kg/cm ²
12	1,10	3,64	3,90	5,11	5,49	32,2	26,5	19,1	20,9	60	$2,10 \cdot 10^6$
Var. Koeff. %	3,4	0,68	0,65	0,85	0,4	3,6	5,9	12,8	—	—	—

Tabelle 1 : Festigkeitswerte der Boxstahl - Probestäbe (naturhart)

Sand	0 ÷ 4mm	646 kg/m ³
Sand	4 ÷ 8mm	526 kg/m ³
Kies	10 ÷ 18mm	848 kg/m ³
Zement PC		250 kg/m ³
Wasser		160 kg/m ³
W/Z - Faktor		0,64
Raumgewicht		2430 kg/m ³
Konsistenz		stark plastisch

Balken	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	Mittelwert	Var. Koeff.
Alter (Tage)	42	42	42	42		
β_{bz} (kg/cm ²)	55	59	60	56	58	—
	62	58	58	60		
	56	64	59	50		
β_w (kg/cm ²)	350	375	388	324	361	7,5 %
	343	389	396	345		
	359	387	398	320		
	359	352	412	320		
	340	387	336	326		
	347	366	357	334		
β_p (kg/cm ²)	252	282	296	214	261	—
	276	278	278	211		

Tabelle 2 : Zusammensetzung des Frischbetons

Tabelle 3: Festigkeitswerte der Betonprismen 12x12x36 im Versuchsalter der Balken

Mit G- ϵ -Diagramm ermittelte Werte an Prismen 12 x 12 x 36 cm															Prismendruck-Versuch	
Prisma	Alter	Lastex-zentritizität	Dehnungs-schritt	Belastungs-zeit pro $\Delta \epsilon$	Dehnungs-geschwin-digkeit	Wartezeit pro Dehnungsschritt	β_{pd} ($\dot{\epsilon} > 0$)	$\beta_{ps}(2')$ $t = 2min$	$\beta_{ps}(30')$ $t = 30min$	$\frac{\beta_{pd}}{\beta_{ps}(2')}$	$\frac{\beta_{pd}}{\beta_{ps}(30')}$	$E_b(5 \div 25)$	$E_b(5 \div 100)$	ϵ_u	Alter	β_p
Nr.	Tage	e/k	10^{-3}	min	$10^{-3}/min$	min	kg/cm ²	kg/cm ²	kg/cm ²			kg/cm ²	kg/cm ²	10^{-3}	Tage	kg/cm ²
1	92	0	0,1	1	0,1	2	270	250	—	1,08	—	345000	315000	1,5	42	264
2	100	0	0,2	4	0,05	30	279	260	240	1,08	1,16	345000	312000	1,6	42	280
3	98	0	0,2	4	0,05	2	289	270	—	1,07	—	328000	298000	1,8	42	287
Mittelwerte Prismen 1÷3							280	260	240	1,08	1,16	340000	310000	1,6		277
4	100	1	0,1	1	0,1	2	217	182	—	1,19	—	ϵ_{links} ϵ_{mitte} ϵ_{rechts}			42	212
												0,4	1,7	3,1		

Tabelle 4: Festigkeitswerte der Beton-Probekörper

Balken	$b_a = h_a$	$b_m = h_m$	t	K	W_T	$b_e = h_e$	s	F_B	F_L	$\Sigma F_{Li}^{1)}$	μ_B	μ_L
	cm	cm	cm	m ⁴	m ³	cm	cm	cm ²	cm ²	cm ²	%	%
T ₁	50	42	8	$0,593 \cdot 10^{-2}$	$2,82 \cdot 10^{-2}$	43	11	1,10	1,10	4,40	1,25	1,31
T ₂	50	42	8	$0,593 \cdot 10^{-2}$	$2,82 \cdot 10^{-2}$	43	11	1,10	1,10	4,40	1,25	1,31
T ₃	50	42	8	$0,593 \cdot 10^{-2}$	$2,82 \cdot 10^{-2}$	43	11	1,10	1,10	$\left\{ \begin{array}{l} o : 2,20 \\ v,h : 4,40 \\ u : 6,60 \end{array} \right.$	1,25	1,31
T ₄	50	—	—	$0,879 \cdot 10^{-2}$	$2,60 \cdot 10^{-2}$	43	11	1,10	1,10		—	—

1) Summe der Längseisen einer Seite (Mittelwert der in die angrenzenden Querschnittsecken aufgeteilten Eisen, Bild 10)

Tabelle 5: Querschnittsgrößen

Balken	gerechnet			gemessen		$\frac{T_{uA}^{Ex}}{T_{fs}^{Th}}$	$\frac{T_{uE}^{Ex}}{T_{fs}^{Th}}$	Bruchart
	$T_{fs}^{Th(B)}$	$T_{fs}^{Th(L)}$	$\tau(T_{fs}^{Th})$	T_{uA}^{Ex}	T_{uE}^{Ex}			
	mt	mt	kg/cm ²	mt	mt			
T ₁	<u>13,4</u>	13,7	48	14,65	13,20	1,09	0,99	Schiebungsbruch
T ₂	<u>13,4</u>	13,7	48	14,60	13,40	1,09	1,00	
T ₃	13,4	<u>6,9</u>	25	11,95	10,75	1,73	1,56	
T ₄	<u>13,4</u>	13,7	52	14,85	13,20	1,11	0,99	

Tabelle 6: Rechnerische Fließmomente (eff. Werte) und gemessene Bruchmomente

Balken	Rissmoment T_R	$\tau_R = T_R / W_T^{2)}$	$\tau_R^S = T_R / W_T^{S3)}$	β_w	$\tau_R^S / \sqrt{\beta_w}$
	mt	kg/cm ²	kg/cm ²	kg/cm ²	
T ₁	5,45	19,3	19,3	350	1,03
T ₂	6,70	23,7	23,7	376	1,22
T ₃	6,25	22,2	22,2	381	1,14
T ₄	9,00	34,6	21,6	342	1,17

2) Membran – Analogie (elastisch)

3) Sandhügel – Analogie (plastisch)

Tabelle 7: Rissmomente Balken T₁ ÷ T₄

T ₁				
L.S.	T _A	T _E	$\frac{T_A - T_E}{T_A} \cdot 100$	t _{L.S.}
	mt	mt	%	min
0	0,65	0,65	0	48
0	0,65	0,65	0	63
1	2,80	2,65	5,4	45
2	4,75	4,50	5,3	36
3	6,65	5,75	13,5	25
0'	0,65	0,65	0	10
3'	6,75	6,45	4,4 ¹⁾	7
4	8,85	8,15	7,9	41
5	10,90	10,00	8,3	43
6	12,85	11,60	9,7	68
0''	0,70	0,70	0	49
6'	12,90	12,40	3,9 ¹⁾	15
7	14,50	12,85	11,4	80
8	14,65	13,20	9,9	50

T ₂				
L.S.	T _A	T _E	$\frac{T_A - T_E}{T_A} \cdot 100$	t _{L.S.}
	mt	mt	%	min
0	0,65	0,65	0	46
0	0,65	0,65	0	50
1	2,80	2,70	3,6	42
2	4,80	4,60	4,2	35
3	6,70	6,00	10,4	75
0'	0,65	0,65	0	15
3'	6,75	6,45	4,4 ¹⁾	17
4	8,90	8,20	7,9	38
5	10,90	10,05	7,8	41
6	12,90	11,80	8,5	69
0''	0,70	0,70	0	55
6'	12,95	12,35	4,6 ¹⁾	27
7	14,55	13,10	10,0	65
8	14,60	13,40	8,2	43
9	14,60	13,40	8,2	37
10	14,60	13,25	9,2	60
11	14,55	13,25	8,9	53
12	14,50	13,20	9,0	40

T ₃				
L.S.	T _A	T _E	$\frac{T_A - T_E}{T_A} \cdot 100$	t _{L.S.}
	mt	mt	%	min
0	0,65	0,65	0	58
0	0,65	0,65	0	42
1	2,10	2,00	4,8	31
2	3,35	3,25	3,0	31
0'	0,65	0,65	0	13
2'	3,35	3,30	1,5 ¹⁾	9
3	4,60	4,45	3,3	30
4	5,85	5,55	5,1	34
5	7,10	6,30	11,3	75
6	8,35	7,60	9,0	57
0''	0,75	0,75	0	74'
6'	8,40	8,10	3,6 ¹⁾	15
7	9,65	8,90	7,8	37
8	10,90	10,00	8,3	55
9	11,80	10,55	10,6	46
10	11,95	10,75	10,0	57
11	11,90	10,60	10,9	64

T ₄				
L.S.	T _A	T _E	$\frac{T_A - T_E}{T_A} \cdot 100$	t _{L.S.}
	mt	mt	%	min
0	0,65	0,65	0	51
0	0,65	0,65	0	38
1	2,55	2,45	3,9	45
2	4,35	4,15	4,6	33
3	6,15	5,90	4,1	43
0'	0,65	0,65	0	13
3'	6,15	6,05	1,6 ¹⁾	11
4	8,80	8,10	8,0	39
5	10,70	9,40	12,1	55
6	12,75	11,25	11,8	75
0''	0,65	0,65	0	65
6'	12,90	12,00	7,0 ¹⁾	20
7	14,60	13,00	11,0	45
8	14,85	13,15	11,4	74
9	14,75	13,20	10,5	51
10	14,40	12,80	11,1	50

¹⁾L.S.' kürzer, deshalb kleinerer Abfall des Torsionsmomentes.

Tabelle 8: Torsionsmomente aller Laststufen (Belastungsablauf)

Festigkeitswerte Stahl		
Nenn - ϕ	16	mm
F_{eff}	2,03	cm ²
$G_{fs} (\dot{\epsilon} = 0)$	3,52	t/cm ²
$G_{fd} (\dot{\epsilon} = 1,25\%/min)$	3,74	t/cm ²
$\beta_{zs} (\dot{\epsilon} = 0)$	5,22	t/cm ²
$\beta_{zd} (\dot{\epsilon} = 12,5\%/min)$	5,57	t/cm ²
E_e	$2,10 \cdot 10^6$	kg/cm ²
$\lambda_{gl} (gemessen)$	19,3	%
$\lambda_{gl} = 2\lambda_{10} - \lambda_5$	20,2	%

Festigkeitswerte Beton		
$\beta_{bz, 28}$	58 kg/cm ²	
$\beta_{w, 28}$	461 kg/cm ²	
$\beta_{p, 28}$	369 kg/cm ²	
$E_b (5 \div 25)$	360 000 kg/cm ²	
$E_b (5 \div 100)$	345 000 kg/cm ²	
ϵ_u	$2,0 \cdot 10^{-3}$	

Querschnittsgrößen		
$b_o = h_o$	50	cm
$b_m = h_m$	42	cm
t	8	cm
K	$0,593 \cdot 10^2 m^4$	
W_T	$2,82 \cdot 10^2 m^3$	
$b_e = h_e$	42	cm
s	11	cm
F_B	2,03	cm ²
F_L	2,03	cm ²
$\sum F_{Li}^{1)}$	8,12	cm ²
μ_B	2,31	%
μ_L	2,42	%
1) Summe der Längseisen einer Seite.		
Bezeichnungen siehe Bild 10.		

Belastungsablauf			
L.S.	T_A	T_E	$t_{L.S.}$
	mt	mt	min
0	0,65	0,65	70
1	2,65	2,50	50
2	4,75	4,50	49
3	6,70	5,85	53
0'	0,65	0,65	42
3'	6,70	6,40	17 ²⁾
4	9,95	9,15	55
5	13,00	12,00	44
6	15,85	14,50	68
0''	0,65	0,65	65
6'	15,95	15,35	10 ²⁾
7	19,05	17,35	58
Bei $T_A = 21,1$ mt plötzlicher Bruch.			
2) Kürzere Laststufen			

Rechn. Fließ- Momente	
$T_{fs}^{Th} (B)$	22,9 mt
$T_{fs}^{Th} (L)$	24,0 mt
$\tau (T_{fs}^{Th})$	81 kg/cm ²

Riss- und Bruchmoment	
T_R	6,15 mt
τ_R	22 kg/cm ²
$\tau_R / \sqrt{\beta_w}$	1,02
T_{uA}^{Ex}	21,1 mt
$\tau (T_{uA}^{Ex})$	75 kg/cm ²
Bruchart	schiefer Druckbruch

Tabelle 9: Zusammenstellung der Grundlagen und Versuchsergebnisse des Balkens T₀

Belastungsablauf				Festigkeitswerte Beton		Riss- und Bruchmomente	
L.S.	T_A	T_E	$t_{L.S.}$	$\beta_{bz, 28}$	69 kg/cm ²	T_R	10,90 mt
	mt	mt	min	$\beta_{w, 28}$	460 kg/cm ²	τ_R	42 kg/cm ²
0	0,65	0,65	9	$\beta_{p, 28}$	340 kg/cm ²	τ_R^S	26 kg/cm ²
0	0,65	0,65	14	$E_b (5 \div 25)$	335 000 kg/cm ²	$\tau_R^S / \sqrt{\beta_w}$	1,21
1	2,60	2,50	11	$E_b (5 \div 100)$	310 000 kg/cm ²	<div>T_{uA}^{Ex}15,70 mt T_{uE}^{Ex}14,40 mt $\tau (T_{uE}^{Ex})$56 kg/cm² Bruchart Schiebungsbruch</div>	
2	4,45	4,30	8	ϵ_u	$2,6 \cdot 10^{-3}$		
3	6,20	6,05	6	<div>Festigkeitswerte Stahl, Querschnittsgrößen, Fliessmomente wie T₄.</div>			
4	8,90	8,70	5				
5	10,90	9,10	19				
6	12,90	12,05	8				
7	15,00	13,85	12				
8	15,70	14,40	10				
9	15,55	14,05	10				

Tabelle 10: Zusammenstellung der Grundlagen und Versuchsergebnisse des Balkens T_{4s}

Beanspruchungsart	Reine Torsion						Torsion und Biegung						Torsion u. Querkraft	
	T ₀	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	TB ₀	TB ₁	TB ₂	TB ₃	TB ₄	TB ₅	TB ₆	TB ₇	TB ₈
Balken – Bezeichnung														
Prüf – Querschnitt mit Anordnung der Längsarmierung														
Längsarmierung 16 Stk.	Φ16	Φ12	Φ12	Φ12	Φ12	Φ12	Φ12	Φ12	Φ12	Φ12	Φ12	Φ12	Φ10	Φ14
Bügelarmierung s=11 cm	Φ16	Φ12	Φ12	Φ12	Φ12	Φ12	Φ12	Φ12	Φ12	Φ12	Φ8	Φ8	Φ10	Φ8
Wesentliche Parameter:														
1. Beanspruchung T/M – Verhältnis T/Q-h – Verhältnis Reihenfolge T, M, Q	v													
	v													
	v													
	o													
2. Querschnittsform Vollquerschnitt Hohlquerschnitt Offener Querschnitt Abmessungen	v													
	v													
	o													
	k													
3. Armierungsanordnung Vorspanngrad Armierungsgehalt Bügelabstand Längsarmierungsverteilung T ₀ /M ₀ – Verhältnis T ₀ /Q ₀ -h – Verhältnis	o													
	v													
	v													
	k													
	v													
	v													
4. Materialqualität Betonfestigkeit Stahlsorte	k													
	k													
	o													
5. Modell – Masstab														
Legende	v : variierter Parameter k : konstant gehaltener Parameter o : nicht untersucht													

Bild 1: Experimentelles Forschungsprogramm

Ansicht 1:25

Schnitt A-A 1:25

Bild 2 : Armierung der Versuchsbalcken T₁ ÷ T₄

Bild 3: Schema des Betoniervorganges des Hohlkasten-Trägers

Bild 4a: Spannungs – Dehnungs – Diagramm eines Boxstahles $\phi 12\text{mm}$

Bild 4b: Gemitteltes σ - ϵ -
Diagramm für Auswertung

Bild 6 : σ - ϵ -Diagramm eines Betonprismas

Bild 7: Messeinrichtung für Spannungs-Dehnungs-Diagramme von Betonprismen

Bild 8: Anfangsbereich des σ - ϵ -Diagramms eines Betonprismas mit math. Näherungskurve

Bild 9: σ - ϵ -Diagramme der Betonprismen 12 x 12 x 36 cm (gemittelt)

Idealisierung

$$\begin{aligned} F_O &= b_m \cdot h_m & F_{Oe} &= b_e \cdot h_e \\ u &= 2(b_m + h_m) & u_e &= 2(b_e + h_e) \\ \Sigma F_{Lo} &= \frac{1}{2} (F_1 + F_2) & \Sigma F_{Lv} &= \dots\dots\dots \\ \Sigma F_L &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \\ \mu_{Bo} &= \frac{F_{Bo}}{s_o \cdot t_o} & \mu_{Bv} &= \dots\dots\dots \\ \mu_{Lo} &= \frac{\Sigma F_{Lo}}{b_{mo} \cdot t_o} & \mu_{Lv} &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

Für Quadrat: $b=h=a$

Bild 10: Bezeichnungen am Querschnitt

Bild 11: Genereller Belastungsablauf für die Balken $T_1 \div T_4$ mit Numerierung der Laststufen

Bild 12: Versuchsanlage „Reine Torsion“

Bild 13: Schema für „Reine Torsion“

Bild 14: Schema einer Laststufe mit den Phasen I, II und III

Bild 15: Messstellenplan der Versuchsbalke T₁, T₄ (1:15)

Bild 16: Messstellenplan des Versuchsbalkens T_2 (1:15)

Bild 17: Messstellenplan des Versuchs balkens T₃ (1:15)

Bild 18 : Höchste gemessene Torsionsmomente T_u^{Ex} bezogen auf die FlieBmomente nach Fachwerktheorie T_{fs}^{Th} (eff. Grössen)

Bild 19 : Innenaufnahme Balken T_2

Bild 20: Bruchbereich des Balkens T_1 in der Abwicklung

Bild 21 : „Bruch“ Balken T_2 (oben)

Bild 22 : „Bruch“ Balken T_2 (oben), abgedeckt

Bild 23: Bruchbereich des Balkens T_3 in der Abwicklung

Bild 24: Bruchbereich Balken T_3 (oben), abgedeckt

Bild 25: „Bruch“ Balken T_4 (unten)

Bild 26: „Bruchfläche“ Balken T_4

Bild 27: Planschnitt Balken T_4

Bild 28: Balken $T_1 \div T_4$ nach dem Ausbau aus der Versuchsanlage

Bild 29: Längseisenstressungen Balken T_1 in
 Funktion des Torsionsmomentes

Bild 30: Bügelstressungen Balken T_1 in
 Funktion des Torsionsmomentes

Bild 31: Längseisenmessungen Balken T_2 in Funktion des Torsionsmomentes

Bild 32: Bügelspannungen Balken T_2 in Funktion des Torsionsmomentes

Bild 33: Längseisenmessungen Balken T_3 in Funktion des Torsionsmomentes

Bild 34: Bügelmessungen Balken T_3 in Funktion des Torsionsmomentes

Bild 35: Längseisenstressungen Balken T_4 in Funktion des Torsionsmomentes

Bild 36: Bügelstressungen Balken T_4 in Funktion des Torsionsmomentes

Dehnungen der Längseisen und Bügel über die Balkenlänge $T_1 \div T_4$ (vorn)

Bild 41: BÜGELSPANNUNGEN Balken T_1 an einem BÜGEL über den Balkenumfang

Bild 42: Bügelspannungen Balken T₂ an einem Bügel über den Balkenumfang

Bild 43: Bügelspannungen Balken T_3 an einem Bügel über den Balkenumfang

Bild 44: Bügelspannungen Balken T₄ an einem Bügel über den Balkenumfang

Bild 45: Betondehnungen am Querschnittsrand,
Balken $T_1 \div T_4$

Bild 46: Betonspannungen am Querschnittsrand,
Balken $T_1 \div T_4$

Bild 47: Verformungen der Rosette und Hauptdehnungsrichtungen der Druckdiagonalen, Balken T_2 und T_3

Bild 48: Betonstauchungen geeigneter Druckdiagonalen nach der Rissbildung

Bild 49: Gemessene Schiebungen Balken T_1 in Fkt. der mittleren Eisendehnungen

Bild 50: Gemessene Schiebungen Balken T_2 in Fkt. der mittleren Eisendehnungen

Bild 51: Gemessene Schiebungen Balken T₃ in Fkt. der mittleren Eisendehnungen

Bild 52 : Gemessene Schiebungen Balken T₄ in Fkt. der mittleren Eisendehnungen

Bild 53: Gemessene Schiebungen hinten in Fkt. der mittleren Betondehnungen

Bild 54: Bestimmung des Verdrehungswinkels aus den Schiebungen

Bild 55: Verdrehungs-Schiebungs-Diagramm Balken T_1 Bild 56: Verdrehungs-Schiebungs-Diagramm Balken T_2

Bild 57: Verdrehungs-Schiebungs-Diagramm Balken T_3

Bild 58: Verdrehungs-Schiebungs-Diagramm Balken T_4

Bild 59: Verdrehungen Balken T_1

Bild 60: Verdrehungen Balken T_2

Bild 63: Verdrehungen der Balken $T_1 \div T_4$

Bild 64: Vertikale Durchbiegung unter max. Torsionsmoment

Bild 65: Torsions-Steifigkeit Balken T_1

T_2

T_4

Bild 66: Risseverlauf Balken T_2 und T_4

Bild 67: Rissbreiten der Balken $T_1 \div T_4$

Bild 68 a: Balken T_0 kurz vor dem Bruch

Bild 68 b: Bruchbild Balken T_0

Bild 69: Längseisenmessungen Balken T_o in Funktion des Torsionsmomentes

Bild 70: Bügelmessungen Balken T_o in Funktion des Torsionsmomentes

Bild 71: Betondehnungen am Querschnittsrand, Balken T_0

Bild 72: Gemessene Schiebungen Balken T_0 in Fkt. der mittleren Eisendehnungen

Bild 74: Torsions - Steifigkeit Balken T_0

Bild 73: Verdrehungen Balken T_0

Bild 75: Bügel- und Längseisenspannungen Balken T_{4S} in Funktion des Torsionsmomentes

Bild 76: Betondehnungen am Querschnittsrand, Balken T_{4s}

Bild 77: Verdrehung Balken T_{4s}

Balken- bezeich- nung	Hauptvariable	Balkenquerschnitt	Armierung		Materialqualität		Theor. ²⁾ Fließ - moment T_{fs}	Gemess. Bruch - moment T_{uE}	Nominelle Schub - spannung $\tau (T_{uE})$	Bruchart
			längs	quer	Beton β_w	Stahl σ_{fs}				
T_1	Grundquerschnitt: Torsionsarmierter Hohlkasten		$16 \phi 12$		360 kg/cm^2		13,4 mt	13,2 mt	47 kg/cm^2	Schiebungsbruch
T_2	Längseisen - verteilung						13,4 mt	13,4 mt	48 kg/cm^2	
T_3	Biegearmierter Hohlkasten						6,9 mt	10,75 mt	38 kg/cm^2	
T_4	Vollquerschnitt						13,4 mt	13,2 mt	51 kg/cm^2	
$T_{4S}^{1)}$	Kurzversuch		$\phi 12; s = 11 \text{ cm}$		460 kg/cm^2	3,64 t/cm^2	13,4 mt	14,4 mt ¹⁾	56 kg/cm^2	
T_O	Armierungsgehalt		16 $\phi 16$	$\phi 16$ $s = 11 \text{ cm}$	460 kg/cm^2	3,52 t/cm^2	22,9 mt	T_{uA} 21,1 mt	$\tau (T_{uA})$ 75 kg/cm^2	Schiefer Druck - bruch

1) Rasche Belastung, kurze Laststufen

2) Fachwerktheorie $\alpha = 45^\circ$

Bild 78: Zusammenfassung der sechs Versuche in reiner Torsion

ANHANG

Anhang A: Räumliche Fachwerktheorie

In Bild 79 (a) ist ein schlaff armierter Rechteckquerschnitt dargestellt. Der gegen Torsion wirksame Querschnitt besteht aus der Längs- und Bügelarmierung und einer diese Stähle umhüllenden Betonschale mit einer Wandstärke t . Dieser gedachte Ersatzquerschnitt kann wie ein dünnwandiger geschlossener Kastenquerschnitt behandelt werden. Bei einer Torsionsbeanspruchung entsteht ein konstanter Schubfluss $(\tau \cdot t)$ über den Umfang. Das Torsionsmoment beträgt

$$T = \oint (\tau \cdot t) \cdot r \cdot ds$$

Für den betrachteten Fall des Rechteckquerschnittes beträgt die Schubkraft in einem vertikalen Steg $S_S = \tau \cdot t \cdot h_e$, im oberen oder unteren Flansch $S_F = \tau \cdot t \cdot b_e$. Das Torsionsmoment wird somit:

$$T = S_S \cdot b_e + S_F \cdot h_e = 2h_e b_e \tau t = 2F_{Oe} \tau t \quad (A1)$$

wobei F_{Oe} gleich der vom Armierungskorb eingeschlossenen Fläche ist.

Zur Bestimmung der durch die Längseisen und Bügel aufnehmbaren Schubkraft wird der vordere Steg mit beliebiger Diagonalenneigung α betrachtet. Für die Längseisen ergeben die Gleichgewichtsbedingungen in Bild 79 (b):

$$\Sigma H = 0 = D \cdot \cos \alpha - Z$$

$$\Sigma V = S_S = D \cdot \sin \alpha$$

$$\text{Daraus folgt:} \quad S_S = Z \cdot \tan \alpha \quad (A2)$$

Für die Bügel ist die aufnehmbare Schubkraft gemäss Bild 79 (c):

$$\begin{aligned} \Sigma H = 0 & \text{ erfüllt zusammen mit dem hinteren Steg} \\ \Sigma V = S_S & = B \end{aligned} \quad (A3)$$

Für das durch die Armierung aufnehmbare Torsionsmoment wird der kleinste Schubfluss S_S/h_e resp. S_F/b_e nach den Gl. (A2) und (A3) aller vier Seiten massgebend und in Gl.(A1) eingesetzt.

Für den Spezialfall gleichmässig über den Umfang verteilter Längsarmierung (L) und allseitig gleicher Bügel (B) ergeben sich folgende durch die Bügel resp. Längseisen aufnehmbaren Torsionsmomente:

$$T(B, \alpha) = \frac{2F_{Oe} S_S(B)}{h_e} = \frac{2F_{Oe}}{h_e} F_B^{\sigma_e}(B) \cdot \frac{h_e}{s \cdot \tan \alpha} = \frac{2F_{Oe}}{s \cdot \tan \alpha} F_B^{\sigma_e}(B) \quad (A4)$$

$$T(L, \alpha) = \frac{2F_{0e} S_S(L)}{h_e} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{2F_{0e}}{h_e} \cdot \Sigma F_{Li} \cdot \sigma_e(L) \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{2F_{0e} \cdot \operatorname{tg} \alpha}{u_e} \cdot \Sigma F_L \cdot \sigma_e(L) \quad (A5)$$

Die in der Betondruckstrebe vorhandene Spannung wird mit den Gl. (A2), Bild 79 (b) und $\tau = T/2F_0 t$:

$$\sigma_b(\alpha) = \frac{D}{t \cdot h_e \cos \alpha} = \frac{S_S}{t \cdot h_e \cos \alpha \sin \alpha} = \frac{T}{2tb_e h_e \cos \alpha \sin \alpha} = \frac{2\tau}{\sin 2\alpha} \cdot \frac{F_0}{F_{0e}} \quad (A6)$$

Bei einer Neigung der Druckdiagonalen von 45° (entsprechend der Hauptdruckrichtung) vereinfachen sich mit $\operatorname{tg} \alpha = 1$ obige Gleichungen zu:

$$\left. \begin{aligned} T(B) &= \frac{2F_{0e}}{s} \cdot F_B \cdot \sigma_e(B) \\ T(L) &= \frac{2F_{0e}}{u_e} \cdot \Sigma F_L \cdot \sigma_e(L) \\ \sigma_b &= 2\tau \frac{F_0}{F_{0e}} \end{aligned} \right\} \quad (A7)$$

Modifiziert man dieses einfachste Fachwerkmodell in der Weise, dass sowohl in den Längsseiten wie auch in den Bügeln die Fliesskraft erreicht wird (Umlagerung), so folgt aus der Gleichsetzung von $T(B, \alpha)$ und $T(L, \alpha)$ der Gl. (A4) und (A5) mit $\sigma_e = \sigma_f$ die Bedingung für die Neigung der Druckstrebe:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{F_B}{\Sigma F_L} \cdot \frac{\sigma_f(B)}{\sigma_f(L)} \cdot \frac{u_e}{s} \quad (A8)$$

Das zugehörige Torsionsfliessmoment wird mit den Gl. (A4) und (A7):

$$T_f(B, \alpha) = T_f(L, \alpha) = \frac{2F_{0e}}{s \cdot \operatorname{tg} \alpha} \cdot F_B \cdot \sigma_f(B) = \frac{T_f(B)}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (A9)$$

Für volumengleiche Längs- und Bügelarmierung mit gleicher Fliessgrenze ($F_B \cdot u_e = \Sigma F_L \cdot s$) wird nach Gl. (A8) $\operatorname{tg}^2 \alpha = 1$. Das einfachste Fachwerkmodell mit 45° -Diagonalen ist in diesem Fall bis zum Fliessen der Stahleinlagen zutreffend.

Bei ungleichmässig über den Umfang verteilter Bewehrung wird ein gleichmässig armierter Ersatzquerschnitt betrachtet, dessen Armierung derjenigen der schwächsten Seite entspricht.

Anhang B: Betondehnungen infolge Verwindung der Kastenwände

In Bild 80 ist ein Seitenelement des Hohlkastens vergrössert dargestellt. Zusammen mit der Verdrehung ϑ_f treten Schiebungen γ auf. Die zur x- und y-Axe parallelen Geraden innerhalb der Wand bleiben bei dieser Verformung gerade. In einer um den Winkel α davon abweichenden Richtung $\bar{x}$ treten jedoch Krümmungen auf; die ursprünglich ebene Wand verformt sich zu einer hyperbolischen Paraboloidfläche. Diese Fläche besitzt die Gleichung:

$$z = a \cdot xy \quad (B1)$$

Die Konstante a ergibt sich aus der Bedingung $z(x = t, y = -b/2) = \gamma t$ zu $-2\gamma/b$; daraus folgt mit $2\gamma/b = \frac{d\theta}{dx}$ nach Bild 80:

$$z = -\frac{2\gamma}{b} \cdot xy = -\frac{d\theta}{dx} \cdot xy \quad (B2)$$

Die Krümmung der Fläche in einer Richtung $\bar{x}$ ist gleich der 2. Ableitung der Durchbiegung $z = a \cdot xy$ nach $\bar{x}$.

$$\frac{dz}{d\bar{x}} = \frac{dz}{dx} \cos \alpha + \frac{dz}{dy} \sin \alpha = a(y \cos \alpha + x \sin \alpha)$$

$$\frac{d^2 z}{d\bar{x}^2} = a(2 \sin \alpha \cos \alpha) = a \sin 2\alpha \quad (B3)$$

Dieser Ausdruck erreicht sein Maximum bei $\alpha = 45^\circ$:

$$\frac{d^2 z}{d\bar{x}^2} (\alpha = 45^\circ) = a = -\frac{2\gamma}{b} = -\frac{d\theta}{dx} \quad (B4)$$

Für die zu $\bar{x}$ senkrechte Richtung $\bar{y}$ ergeben sich dieselben Ausdrücke mit negativem Vorzeichen. Somit entsteht durch diesen Verwindungseffekt in der Hohlkastenwand eine Sattelfläche mit maximalen positiven und negativen Krümmungen in ihren Hauptrichtungen.

In Richtung der Fachwerk-Druckstrebe entsteht auf der Aussenseite der Wand eine Druckstauchung, orthogonal dazu eine Zugdehnung. Ihr Betrag lässt sich aus der Krümmung durch folgende Beziehung bestimmen:

$$\epsilon_b(\theta) = \pm \frac{d^2 z}{d\bar{x}^2} \cdot \frac{t}{2} \quad (B5)$$

Für die Hauptrichtungen ($\alpha = 45^\circ$) ergibt sich:

$$\epsilon_b(\theta) = \pm \sqrt{\frac{t}{b}} = \pm \frac{d\theta}{dx} \cdot \frac{t}{2} \quad (B6)$$

Infolge der eingelegten engmaschigen Bewehrung bleiben diese Dehnungsbeziehungen auch nach der Rissbildung gültig. Diesem von der Verdrehung herrührenden Dehnungsanteil $\epsilon_b(\theta)$ überlagert sich der Anteil infolge der Strebenkraft $\epsilon_b(S)$. Auf diese Weise werden die hohen Betonstauchungen auf der Aussenseite verständlich.

Anhang C: Schiebungs- und Krümmungsberechnung

In einem Balkenabschnitt von 60 cm Länge (Detail-Messbereich) wurden auf allen vier Seitenwänden Rechtecke in der Weise ausgemessen, dass die aufgetretenen Schiebungen und Krümmungen daraus berechnet werden konnten. In Bild 81 ist ein solches Rechteck dargestellt, dessen Verformung sich aus einer Schiebung und einer Krümmung zusammensetzt. Bei jeder Laststufe wurden die Längen aller vier Seiten und der beiden Diagonalen gemessen.

Zunächst ist aus obigen Messdaten die Winkeländerung Δv_i in jeder Ecke bestimmbar (in Bild 81 z.B. Δv_1 aus den Seiten a, b, c). Allgemein gilt $\Delta v_i = v_{i0} - v_i$ und für kleine Winkeländerungen:

$$\Delta v_i \cong \sin \Delta v_i \cong \cos v_i - \cos v_{i0} \quad (C1)$$

Mit dem Kosinussatz wird dann die Winkeländerung an der Ecke i:

$$\Delta v_i \cong \frac{2(1 - \epsilon_a - \epsilon_c)(\epsilon_a a^2 + \epsilon_c c^2 - \epsilon_b b^2) - (\epsilon_a + \epsilon_c) \overbrace{(a^2 + c^2 - b^2)}^{\text{klein}}}{2ac} \quad (C2)$$

Darin bedeuten a und c die Längen der v_i einschliessenden Seiten, b diejenige der dazugehörigen Diagonalen und die ϵ -Werte die entsprechenden Dehnungen. Bildet man nach Bild 81 den Ausdruck

$$\Delta v_1 - \Delta v_2 - \Delta v_3 + \Delta v_4 = (\gamma - \frac{\varphi}{2}) + (\gamma - \frac{\varphi}{2}) + (\gamma - \frac{\varphi}{2} + \varphi) + (\gamma - \frac{\varphi}{2} + \varphi) = 4\gamma,$$

so ergibt sich der Schiebungswinkel γ einer Seite aus der Beziehung:

$$\gamma = \frac{\Delta v_1 - \Delta v_2 - \Delta v_3 + \Delta v_4}{4} \quad (C3)$$

Andererseits gewinnt man aus dem Ausdruck

$$-\Delta v_1 + \Delta v_2 - \Delta v_3 + \Delta v_4 = -(\gamma - \frac{\varphi}{2}) - (\gamma - \frac{\varphi}{2}) + (\gamma - \frac{\varphi}{2} + \varphi) + (\gamma - \frac{\varphi}{2} + \varphi) = 2\varphi$$

eine Beziehung für den Krümmungswinkel φ :

$$\varphi = \frac{-\Delta v_1 + \Delta v_2 - \Delta v_3 + \Delta v_4}{2} = 2\gamma - (\Delta v_1 - \Delta v_2) \quad (C4)$$

Die Schiebungs- und Krümmungswinkel einer Seitenwand sind demnach aus den gemessenen Winkeländerungen Δv_i getrennt berechenbar. Die in diesem Bericht erwähnten gemessenen Schiebungen wurden nach Gl. (C3) ermittelt.

Anhang D: Verschiebungsplan

Die Versuchsergebnisse zeigen, einen linearen Zusammenhang zwischen den gemessenen Schiebungen und Krümmungen einerseits und den gemessenen Stahl- und Betondehnungen andererseits. Daher lässt sich die Verformung einer Seitenwand eines Balkens nach der Rissbildung aus den Dehnungen der Stahl- und Betonstäbe des Fachwerkmodells linear zusammensetzen.

Sehr geeignet zur Untersuchung dieser Zusammenhänge ist ein Verschiebungsplan, wie er in Bild 82 für eine allgemeine Verformung einer Seitenwand dargestellt ist. Daraus ist die Beziehung für den Krümmungswinkel φ ersichtlich:

$$\varphi = \frac{\Delta c_u - \Delta c_o}{a + \Delta a} \cong \frac{c(\epsilon_{cu} - \epsilon_{co})}{a} \quad (D1)$$

Der Winkel ist die Differenz der Längenänderungen der unteren und oberen Längseisen, dividiert durch deren Abstand.

Aus der Strecke d (Bild 82) lässt sich zunächst der Winkel

$$\left(\gamma - \frac{\varphi}{2}\right) \cong \frac{d}{c} = \frac{\Delta a + \Delta c_o \frac{c}{a} - \Delta b \frac{b}{a}}{c} = \frac{a \cdot \Delta a + c \cdot \Delta c_o - b \cdot \Delta b}{ac}$$

berechnen. Nach Einsetzen von $\varphi/2$ nach Gl. (D1) ergibt sich für den Schiebungswinkel γ :

$$\gamma(a) \cong \frac{\epsilon_a a^2 + \epsilon_{co} c^2 - \epsilon_b b^2}{ac} + \frac{c(\epsilon_{cu} - \epsilon_{co})}{2a} = \frac{\epsilon_a a^2 + \frac{1}{2}(\epsilon_{cu} + \epsilon_{co})c^2 - \epsilon_b b^2}{ac} \quad (D2)$$

Die Beziehungen (D1) und (D2) lassen sich auch aus den Gl. (C4) und (C3) des Anhangs herleiten, wenn Glieder höherer Ordnung vernachlässigt werden. Ein Einsetzen der gemessenen Dehnungswerte in die oben abgeleiteten Gleichungen für φ und γ wird deshalb zu einer Uebereinstimmung mit den Messwerten führen.

Für das einfachste Fachwerkmodell mit einer Diagonalenneigung von $\alpha = 45^\circ$ vereinfacht sich mit $a = c$ und $b = a\sqrt{2}$ Gl. (D2) zu:

$$\gamma \cong \epsilon_a + \frac{\epsilon_{cu} + \epsilon_{co}}{2} - 2\epsilon_b = \epsilon_a + \epsilon_c - 2\epsilon_b \quad (D3)$$

Darin bedeuten ϵ_a , ϵ_c , ϵ_b die algebraischen Werte für die mittleren Dehnungen der Bügel, der Längseisen und der Betondruckdiagonalen. Gl. (D3) kann somit auch folgendermassen geschrieben werden:

$$\gamma = \epsilon_B + \epsilon_L - 2\epsilon_b \quad (D4)$$

Mit einem theoretischen Ansatz für die Stahl- und Betondehnungen lässt sich daher die nach der Rissbildung zu erwartende Schiebung nach Gl. (D4) bestimmen.

Ansicht des vorderen Steges :

Bild 79: Räumliches Fachwerkmodell

Bild 80: Verwindungseffekt

Bild 81: Schiebungs- und Krümmungsberechnung

Bild 82: Verschiebungsplan