



Doctoral Thesis

Some aspects of families of cusp forms

Author(s):

Steiger, Andreas

Publication Date:

2014

Permanent Link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-010464252> →

Rights / License:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Diss. ETH No. 22410

Some aspects of families of cusp forms

A dissertation submitted to
ETH ZÜRICH

for the degree of
Doctor of Sciences

presented by

ANDREAS STEIGER
MSc ETH Mathematik
born July 5, 1985
citizen of Zürich, ZH

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Emmanuel Kowalski, examiner
Prof. Dr. Étienne Fouvry, co-examiner

2014

Zusammenfassung

Diese Arbeit besteht aus zwei mathematisch unabhängigen, jedoch thematisch zusammenhängenden Kapiteln.

Im ersten Kapitel betrachten wir eine nach dem Vorzeichen $\varepsilon(\chi) \in S^1$ der Funktionalgleichung eingeschränkte Familie von Dirichlet-Charakteren χ mit Primzahlordnung p ; Wir verlangen, dass sich $\varepsilon(\chi)$ in einem fixierten Intervall $J \subset S^1$ befinde. Wir zeigen eine Orthogonalitätsbeziehung für diese Familie wenn p wächst. Wir leiten daraus die lokale spektrale Gleichverteilung von Dirichlet-Charakteren an Primstellen ab und verallgemeinern ein Resultat über niedrigliegende Nullstellen von Dirichlet L -Funktionen.

Im zweiten Kapitel beweisen wir ein vertikales Sato-Tate-Gesetz für Hecke-Maass-Formen auf $GL(3)$ mithilfe einer Orthogonalitätsbeziehung für Fourier-Whittaker-Koeffizienten $A(m, n)$. Auf Grundlage dieses Resultats studieren wir dann die Koeffizienten $A_f(m, n)$ von Hecke-Maass-Formen f und zeigen, dass die Menge der Formen f , deren Realteile von $A_f(p, 1)$ für Primzahlen p in einer endlichen Menge S alle positiv sind, über eine positive Dichte in der Gesamtheit der Hecke-Maass-Formen verfügt. Der Beweis ist dabei so konstruiert, dass die endliche Menge S im Grenzwertprozess beliebig gross werden kann.

Summary

This thesis consists of two mathematically independent, thematically linked chapters.

In the first chapter we restrict the family of Dirichlet characters χ of prime conductor p by demanding that the sign $\varepsilon(\chi) \in S^1$ of the functional equation of the corresponding L -function be in a fixed interval $J \subset S^1$. We find that this family satisfies an orthogonality relation as p grows. Based on this relation we then deduce local spectral equidistribution for values of Dirichlet characters at prime places and generalize a result on low-lying zeroes for Dirichlet L -functions.

In the second chapter we prove a vertical Sato-Tate law for Hecke-Maass forms on $GL(3)$ based on an orthogonality relation for the Fourier-Whittaker coefficients $A(m, n)$. We apply this result to study the coefficients $A_f(m, n)$ of Hecke-Maass forms f and find that there is a positive density of Hecke-Maass forms f such that the real part of $A_f(p, 1)$ is positive for all p in some finite set S . The proof is constructed in such a way that the set S can become arbitrarily large in the limit process.