



Doctoral Thesis

Resource theories of knowledge

Author(s):

Rio, Lidia Pacheco Cañamero Barbieri del

Publication Date:

2015

Permanent Link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-010553983> →

Rights / License:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Resource theories of knowledge

A thesis submitted to attain the degree of
DOCTOR OF SCIENCES of ETH ZURICH
(Dr. sc. ETH Zurich)

presented by

Lídia Pacheco Cañamero Barbieri del Rio

MSc. Physics, Universidade de Aveiro

born on 26th February 1986
citizen of Portugal

accepted on the recommendation of

Renato Renner, examiner
Fernando Brandão, co-examiner
Patrick Hayden, co-examiner

2015

Kurzfassung

Inspiziert von Zurgängen zur Thermodynamik aus der Quanteninformationstheorie führe ich ein allgemeines Framework für Ressourcentheorien ein, das die Perspektive subjektiver Agenten einnimmt. Ressourcentheorien gehen von einer Menge an erlaubten Transformationen auf einem Zustandsraum aus, die einfach zu implementierenden Operationen entsprechen oder solchen, die kostenlos ausgeführt werden können—zum Beispiel lokale Operationen und klassische Kommunikation, oder “thermische” Operationen. Die Menge an Operationen bringt eine Quasiordnung auf dem Zustandsraum mit sich, von der aus wir Ressourcen charakterisieren können. Zum Beispiel können wir dann nach notwendigen und hinreichenden Bedingungen für Transformationen suchen, die freien Zustände identifizieren, und versuchen, den Ressourcen Wert zuzuweisen. All diese Konzepte werden in dieser Arbeit behandelt und verallgemeinert.

Zuerst formalisiere ich eine Art, subjektives Wissen zu beschreiben mittels sogenannter *specification spaces*, oder Spezifizierungsräume, in denen Wissenszustände (oder Spezifizierungen) durch Mengen dargestellt werden, deren Elemente die möglichen Zustände der Wirklichkeit sind, die ein Beobachter zulässt. Ich zeige, wie man verschiedene Ansichten der Wirklichkeit über Einbettungen zwischen Spezifizierungsräumen miteinander verbindet, wie man konvexe Zustandsräume und Wahrscheinlichkeiten behandelt, und wie man die Konzepte von Lernen, Vergessen und Nähe zwischen Wissenszuständen formalisiert.

Dann führe ich Ressourcentheorien auf Spezifizierungsräumen ein, die man von einer Menge erlaubter Operationen aus konstruiert. Ich charakterisiere die daraus resultierende Quasiordnungsstruktur, die freien Ressourcen und konservierten Grössen. Zudem zeige ich, wie man verschiedene Ressourcentheorien miteinander vergleicht, verbindet und neu kreiert.

Die lokale Struktur auf einem Spezifizierungsraum (die in der Quantenmechanik durch das Tensorprodukt von verschiedenen Hilberträumen gegeben ist) wird hier nicht als a priori angenommen, sondern operationell aus der Modularität im Set der erlaubten Transformationen hergeleitet. Ich charakterisiere Theorien mit einer guten lokalen Struktur sowie Korrelationen zwischen Subsystemen.

Abschliessend erläutere ich den relativen Wert von Ressourcen, indem ich die Idee einer Währung einführe: eine lokale Ressource, die es erlaubt, jede andere

Ressource zu generieren, vorausgesetzt, man startet von einer genügenden Anzahl an Kopien. In einer Ressourcentheorie, die Lokalität beschreibt, könnte so eine Währung zum Beispiel durch maximal verschränkte Qubit-Paare gegeben sein. Mit einer Währung können wir die Kauf- und die Verkaufskosten von Ressourcen definieren (analog zum entanglement of formation und distillation) und diese nutzen, um notwendige und hinreichende Bedingungen für Ressourcentransformationen zu finden. Es werden dazu noch andere Arten behandelt, Ressourcen zu quantifizieren.

Anwendungen in der Thermodynamik von Quantensystemen werden in vielzähligen Beispielen erläutert. Insbesondere wird die Annahme, dass thermische Zustände kostenlos zur Verfügung stehen, von Grund auf analysiert. Ich finde notwendige und hinreichende Bedingungen für typische, subjektive Thermalisierung von Quantensystemen.

Abstract

Inspired by quantum information approaches to thermodynamics, I introduce a general framework for resource theories, from the perspective of subjective agents. The idea behind resource theories is that there is a set of allowed transformations on a state space, corresponding to operations that are easy to implement, or that can be implemented for free—for instance, local operations and classical communication, or thermal operations. The set of operations imposes a pre-order on the state space, and from there we can characterize resources. For instance, we may look for necessary and sufficient conditions for state transformations, identify the set of free states, and try to assign value to resources. All of these concepts are addressed and generalized in this thesis.

First I formalize a way to think of subjective knowledge, *specification spaces*, where states of knowledge (or specifications) are represented by sets whose elements are the possible states of reality admitted by an observer. We explore how to conciliate different views of reality via embeddings between specification spaces, how to treat convex spaces and probability, and how to convey the notions of learning, forgetting, and closeness between states of knowledge.

Then I introduce resource theories on specification spaces, which are constructed from a set of allowed operations. I characterize the pre-order structure imposed by the set of transformations, free resources and conserved quantities. We see how to relate, combine and create different resource theories.

The local structure of a specification space (which in quantum theory is given by tensoring different Hilbert spaces) is not assumed a priori. Instead, it is derived operationally from modularity in the set of transformations. I characterize theories with a good local structure and correlations between subsystems.

Finally, I discuss the relative value of resources, by introducing the idea of a currency: a local resource that, given enough copies, allows us to achieve any other resource. For instance, in resource theories of locality this could be a maximally entangled pair of qubits. With a currency we can define the buying and selling cost of resources (similar to the entanglement of formation and distillation), and use this to find necessary and sufficiency conditions for resource transformations. Other ways to quantify resources are mentioned.

Applications to thermodynamics of quantum systems are discussed in various examples. In particular, the assumption that thermal states are given for free is analysed from first principles. I find necessary and sufficient conditions for typical, subjective thermalization of quantum systems.