



Doctoral Thesis

Towards optimal approximations for firefighting and related problems

Author(s):

Baggio, Andrea

Publication Date:

2016

Permanent Link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-010738727> →

Rights / License:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

DISS. ETH NO. 23717

**TOWARDS OPTIMAL APPROXIMATIONS FOR
FIREFIGHTING AND RELATED PROBLEMS**

A thesis submitted to attain the degree of
DOCTOR OF SCIENCES of ETH ZURICH
(Dr. sc. ETH Zurich)

presented by

ANDREA BAGGIO

Dott. mag. in Matematica, Università degli Studi di Padova

born on 27.01.1988

citizen of Italy

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Rico Zenklusen, examiner
Prof. Dr. Ola Svensson, co-examiner
Dr. David Adjashvili, co-examiner

2016

Abstract

This thesis addresses problems that arise in protection models for optimal inhibition of harmful diffusion processes in networks. Specifically, we study the Firefighter problem, introduced two decades ago by Hartnell [59], a variant of it, known as Resource Minimization for Fire Containment (RMFC), and the Multilevel Critical Node problem (MCN), which is a new model introduced in this thesis.

The Firefighter problem and the RMFC problem have attracted considerable attention in the last decades, but despite progresses on several fronts, the approximability of these problems is still badly understood. This is the case even when the underlying graph is a tree, which is one of the most-studied graph structures in this context and the focus of the first part of this thesis. Prior to this work, the best known approximation ratios were an $O(1)$ -approximation for the Firefighter problem and an $O(\log^* n)$ -approximation for RMFC, both being LP-based and essentially matching the integrality gaps of two natural LP relaxations. We improve on both approximations by presenting a PTAS for the Firefighter problem and an $O(1)$ -approximation for RMFC, both qualitatively matching the known hardness results. Our results are obtained through a combination of the known LPs with several new techniques, which allow for efficiently enumerating over super-constant size sets of constraints to strengthen the natural LPs.

In the second part of this thesis, we define the MCN problem as a combination of two different paradigms in the field of network protection. The first perspective looks at network safety from the point of view of prevention: for a given network, the goal is to modify its structure, in order to minimize its capacity to propagate failures. The second perspective consider blocking models. These problems have been proposed for scenarios where the attack has already taken place, in the spirit of the Firefighter problem. In this case, the harmful diffusion process is assumed to propagate through the network with particular dynamics that allow for adopting defensive reactions. The MCN problem combines these two perspectives, following the framework of the Defender-Attacker-Defender model, as introduced by Brown et al. [19]. In this thesis, we define the MCN problem, we devise an exact algorithm for it and we perform an experimental study, both on the performance and

iv

on the quality of the optimal solution in comparison to a simpler sequential model.

Riassunto

Questa tesi affronta problemi derivanti da modelli di protezione per l'inibizione ottimale di processi dannosi che si diffondono su reti. Nello specifico, studiamo il Firefighter problem, introdotto circa venti anni fa da Hartnell [59], una sua variante, conosciuta come Resource Minimization for Fire Containment (RMFC), e il Multilevel Critical Node problem (MCN), che è un nuovo modello introdotto in questa tesi.

Il Firefighter problem e il problema RMFC hanno attirato un'attenzione considerevole negli ultimi decenni. Tuttavia, nonostante i progressi su vari fronti, l'approssimabilità di questi problemi è ancora poco conosciuta. Questo corrisponde pure al caso in cui il grafo sottostante è un albero, che è una delle strutture di grafi più studiate in questo contesto e l'interesse della prima parte di questa tesi. Prima di questo lavoro, i migliori rapporti di approssimazione conosciuti erano una $O(1)$ -approximation per il Firefighter problem e una $O(\log^* n)$ -approximation per RMFC, entrambi LP-based e essenzialmente corrispondenti agli integrality gap dei due rilassamenti dei rispettivi LP conosciuti. Miglioriamo entrambi le approssimazioni, presentando un PTAS per il Firefighter problem e una $O(1)$ -approximation per RMFC, entrambi qualitativamente coincidenti con le rispettive complessità conosciute. I nostri risultati sono ottenuti attraverso la combinazione degli LP conosciuti e di diverse nuove tecniche, che permettono di enumerare efficientemente su un più che costante numero di insiemi di vincoli in modo da rafforzare gli LP.

Nella seconda parte di questa tesi, definiamo il problema MCN come una combinazione di due paradigmi noti nel campo della protezione di reti. Il primo studia la sicurezza di reti da un punto di vista preventivo: data una rete, l'obiettivo è quello di modificarne la struttura in modo da minimizzare la sua capacità di propagare guasti. Il secondo invece prende in considerazione modelli di contenimento. Questi problemi sono stati proposti per la circostanza in cui il guasto ha già preso luogo, come ad esempio per il Firefighter problem. In questo caso, si assume che il processo dannoso di diffusione si propaga attraverso la rete con una dinamica tale da permettere una reazione di contenimento. Il problema MCN, mette assieme queste due prospettive e si classifica come un modello Defender-Attacker-Defender,

introdotto da Brown et al. [19]. In questa tesi, definiamo il problema MCN, ideiamo un algoritmo esatto per risolverlo e esibiamo studi computazionali sia sulle prestazioni dell'algoritmo che sulla qualità delle soluzioni ottimali rispetto a quelle che ne derivano da un modello sequenziale più semplice.