



## Doctoral Thesis

### **Cooperation on the Multiple-Access Channel**

**Author(s):**

Wigger, Angela Michèle

**Publication Date:**

2008

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-005680690> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Diss. ETH No. 17991

# Cooperation on the Multiple-Access Channel

A dissertation submitted to the  
ETH ZURICH

for the degree of  
Doctor of Sciences ETH Zurich

presented by  
MICHELE ANGELA WIGGER

born 19 February 1978  
citizen of Flühli (LU)  
Dipl. El.-Ing. ETH

submitted to  
Prof. Dr. Amos Lapidot, examiner  
Prof. Dr. Michael Gastpar, co-examiner  
Dr. Gerhard Kramer, co-examiner

18 September 2008



# Abstract

We study the two-user additive white Gaussian noise (AWGN) multiple-access channel (MAC), i.e., a scenario where two transmitters communicate with a common receiver and where the receiver observes the sum of the two transmitted signals in additive white Gaussian noise. In the classical MAC the transmitters can cooperate only through the choice of the codebooks but not based on their messages, because each transmitter is completely ignorant of the other transmitter's message. Here, we consider two variations of the classical MAC where the transmitters have additional means to cooperate. The first variation involves that the two transmitters observe imperfect feedback from the channel outputs, and thus each transmitter can generate its signal also depending on the observed feedback outputs (which depend on both messages). The second variation involves that prior to each transmission block the two transmitters can communicate over noise-free bit-pipes of given capacities. Thus, each transmitter can generate its signal also depending on the observed pipe outputs (which depend on the other transmitter's message).

For the first variation, called the AWGN MAC with imperfect feedback, we study four different kinds of imperfect feedback: 1.) noisy feedback, where both transmitters have feedback that is corrupted by additive white Gaussian noise; 2.) noisy partial feedback, where one transmitter has noisy feedback and the other no feedback; 3.) perfect partial feedback, where one transmitter has perfect feedback and the other no feedback; and 4.) noisy feedback with receiver side-information, where both transmitters have noisy feedback and the receiver is perfectly cognizant of the feedback noises.

For all four kinds of feedback we derive new achievable rate regions. These regions exhibit that, irrespective of the Gaussian feedback-noise

variances, for all four kinds of feedback the capacity region with feedback is strictly larger than without. Moreover, for certain channel parameters our new achievable region for perfect partial feedback is strictly larger than the Cover-Leung region. This answers in the negative a question posed by van der Meulen as to whether the Cover-Leung region equals the capacity region of the AWGN MAC with perfect partial feedback. Finally, our achievable region for noisy feedback converges to the perfect-feedback capacity region as both feedback-noise variances tend to 0.

For the second variation, called the two-user AWGN MAC with conferencing encoders, we derive the capacity region. Our derivation introduces a new technique for proving optimality of Gaussian distributions in certain optimization problems involving mutual information expressions with a Markovity constraint. This technique is fairly general and can also be used to establish optimality of jointly Gaussian Markov distributions for the Slepian-Wolf region (for the AWGN MAC with a common message) and for the Cover-Leung region (for the AWGN MAC with perfect or perfect partial feedback).

We also consider a Costa-type extension of the AWGN MAC with conferencing encoders where the received signal suffers not only from Gaussian noise but also from Gaussian interference that is acausally known to both transmitters (but not the receiver). We show that the capacity region with interference coincides with the capacity region without interference, irrespective of whether the transmitters learn the interference sequence before or after the conference. It follows as a corollary that for the AWGN MAC with degraded message sets—which is equivalent to a special case of the AWGN MAC with conferencing encoders—the transmitters can perfectly cancel a Gaussian interference if they acausally know the interference. Our Costa-type achievability results generalize to settings with arbitrary (not necessarily Gaussian) ergodic noise.

Additionally, we generalize Cohen and Lapidoth's achievability result for single-user channels with additive white Gaussian interference and independent (not necessarily Gaussian) ergodic noise to channels with dependent interference and noise.

**Keywords:** additive white Gaussian noise, bit-pipes, capacity region, channel capacity, conferencing encoders, cooperation, Costa, feedback, interference, Markov conditions, multiple-access channel, noisy feedback, partial feedback, writing on dirty paper.

# Kurzfassung

Wir untersuchen den gedächtnislosen, Gauss'schen Mehrfachzugriffskanal (MZK) mit zwei Benutzern. Das heisst, wir betrachten ein Szenario, in dem zwei Sender mit einem gemeinsamen Empfänger kommunizieren, und der Empfänger die Summe der zwei gesendeten Signale und weissem Gauss'schem Rauschen beobachtet. Im klassischen MZK können die Sender nur durch die Wahl der Kodierbücher zusammenarbeiten, jedoch nicht basierend auf den Mitteilungen, da sie die Mitteilung des jeweils anderen Senders nicht kennen. In dieser Dissertation betrachten wir zwei Variationen des klassischen MZK, in denen die Sender zusätzliche Mittel zur Zusammenarbeit besitzen. In der ersten Variation besitzen die zwei Sender zusätzlich fehlerhafte Rückkopplungen vom Kanalausgang und können so ihre Signale abhängig von den Rückkopplungssignalen (die wiederum von beiden Mitteilungen abhängen) erzeugen. In der zweiten Variation haben die zwei Sender zusätzlich die Möglichkeit vor jedem Sendeblock über rauschfreie Bit-Röhren von gegebener Kapazität zu kommunizieren. Deshalb können die Sender ihre Signale abhängig von den beobachteten Bit-Röhren-Ausgangssignalen (welche von der Mitteilung des jeweils anderen Senders abhängen) erzeugen.

Für die erste Variation, den sogenannten Gauss'schen MZK mit fehlerhaften Rückkopplungen, untersuchen wir vier verschiedene Arten von fehlerhaften Rückkopplungen: 1.) verrauschte Rückkopplungen, d.h. beide Sender besitzen Rückkopplungen, die durch additives weisses Gauss'sches Rauschen gestört werden; 2.) verrauschte Teilrückkopplung, d.h. ein Sender besitzt eine verrauschte Rückkopplung und der andere keine; 3.) perfekte Teilrückkopplung, d.h. ein Sender besitzt eine perfekte Rückkopplung und der andere keine; und 4.) verrauschte Rückkopplungen mit Zusatzinformation am Empfänger, d.h. beide Sen-

der besitzen eine verrauschte Rückkopplung und zusätzlich kennt der Empfänger beide Rückkopplungsrauschen.

Für alle vier Fälle leiten wir neue erreichbare Regionen her. Die Regionen zeigen, dass ungeachtet der Varianz des Gauss'schen Rückkopplungsrauschen, die Kapazitätsregionen in allen vier Fällen strikt grösser sind als ohne Rückkopplung. Zudem ist unsere erreichbare Region für den Fall mit perfekter Teilrückkopplung bei gewissen Kenngrössen des MZK grösser als die Cover-Leung-Region. Diese Beobachtung beantwortet eine Frage von van der Meulen, ob die Cover-Leung-Region gleich der Kapazitätsregion für den gedächtnislosen Gauss'schen MKZ mit perfekter Teilrückkopplung ist. Schliesslich zeigen wir, dass unsere erreichbare Region für den Fall mit verrauschten Rückkopplungen zur Kapazitätsregion im Fall von perfekten Rückkopplungen konvergiert, wenn die Rauschvarianzen beider Rückkopplungen gegen 0 streben.

Für die zweite Variation, den sogenannten Gauss'schen MZK mit konferenzierenden Kodierern, leiten wir die Kapazitätsregion her. Dabei führen wir eine neue Methode ein, die beweist, dass Gauss'sche Verteilungen optimal sind für gewisse Optimierungsprobleme mit gegenseitigen Informationen und einer Markov-Bedingung. Diese Methode ist ziemlich allgemein und kann auch verwendet werden, um zu beweisen, dass Gauss'sche Markov-Verteilungen optimal sind für die Slepian-Wolf-Region (für den gedächtnislosen, Gauss'schen MKZ mit einer gemeinsamen Mitteilung) und für die Cover-Leung-Region (für den gedächtnislosen, Gauss'schen MKZ mit perfekten Rückkopplungen).

Wir betrachten auch eine Costa'sche Erweiterung des gedächtnislosen, Gauss'schen MKZ mit konferenzierenden Kodierern. In dieser Anordnung wird das Empfangssignal nicht nur durch Gauss'sches Rauschen gestört, sondern auch durch eine Gauss'sche Interferenz die nicht-kausal an den Sendern bekannt ist (aber nicht am Empfänger). Wir zeigen, dass die Kapazitätsregion mit Interferenz gleich der Kapazitätsregion ohne Interferenz ist, ungeachtet der Tatsache, ob die Sender die Interferenz vor oder nach der Konferenz kennen lernen. Als Korollar folgt daraus, dass auch im gedächtnislosen, Gauss'schen MKZ mit degradierten Mitteilungsmengen—welcher einem Spezialfall des MKZ mit konferenzierenden Kodierern entspricht—die Sender eine Gauss'sche Interferenz vollständig auslöschen können, falls sie sie nicht-kausal kennen. Dieselben Costa'schen Erreichbarkeitsresultate gelten auch wenn das Rauschen des MKZ nicht Gaussisch sondern

beliebig ergodisch ist.

Schliesslich verallgemeinern wir Cohen und Lapidoth's Erreichbarkeitsresultat für den gedächtnislosen Gauss'schen Einfachzugriffskanal mit additiver gedächtnisloser Gauss'scher Interferenz und (nicht notwendigerweise Gauss'schem) ergodischem Rauschen auf Kanäle mit Rauschen welches von der Interferenz abhängt.

**Stichworte:** additives weisses Gauss'sches Rauschen, Bit-Röhren, Costa, Interferenz, Kanalkapazität, Kapazitätsregion, konferenzierende Kodierer, Markov Bedingungen, Mehrfachzugriffskanal, Rückkopplung, Teilrückkopplung, verrauschte Rückkopplung, Zusammenarbeit.