On the quantum mechanical N-body system

Author(s):
Schtalheim, Alex

Publication Date:
1970

Permanent Link:
https://doi.org/10.3929/ethz-a-000087560 →

Dissertation No. 4602

On the Quantum Mechanical N-Body System

A Dissertation submitted

to the

SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY
ZURICH

for the degree of Doctor of Natural Sciences

presented by
ALEX SCHTALHEIM
dipl. Phys. ETH
born October 2, 1941
from Winterthur (Kt. Zürich)

Accepted on the recommendation of
Prof. Dr. W. Hunziker
Prof. Dr. K. Hepp

Druck: Arnold Anderegg, Zürich
1970

Zusammenfassung:

Die vorliegende Arbeit ist dem quantenmechanichen, nicht-relativistischen N Teilchenproblem unterhalb der 4-Teilchenschwelle s_4 gewidmet.

Im Abschnitt I untersuchen wir den Resolventenkern in der Impulsdarstellung. Die Resolvente $R(E+i\varepsilon)$ wird durch Zusammenhangsamplituden $T^{\alpha}(E+i\varepsilon)$ ausgedrückt. Diese erfüllen die Faddeev-Yakubovsky'schen Operatorgleichungen [8]: $T^{\alpha}(E+i\varepsilon)=T_{o}^{\alpha}(E+i\varepsilon)+\sum_{\beta} K^{\alpha\beta}(E+i\varepsilon)T^{\beta}(E+i\varepsilon)$. Das zugehörige System gekoppelter, singulärer Integralgleichungen wird in einem Banachraum B von Hölderstetigen Funktionen diskutiert. Um Regularitätseigenschaften dieser Kerne (für $\varepsilon\geq 0$) herzuleiten, versucht man, über die Fredholmalternative, die eindeutige Lösbarkeit des Gleichungssystems für $\varepsilon\geq 0$ sicherzustellen. Die Fredholmalternative gilt, falls eine Potenz $(K(E+i\varepsilon))^{n}$ auf einen kompakten Operator in B führt. Dies wird für E unterhalb der 4-Teilchenschwelle verifiziert. Um die Eindeutigkeit der Lösung zu sichern, nehmen wir, wie Faddeev [4] im Falle $N=3$, an, dass das kontinuierliche Spektrum $\sigma_{c}(H)$ keine Eigenwerte des Hamiltonoperators H enthält. Das Resultat dieser Analyse ist die "maximale Regularität" der Kerne $T^{\alpha}(\ell,k,E+i\varepsilon)$ für $E<s_4$. Damit ist gemeint, dass die $T^{\alpha}(\ell,k,E+i\varepsilon)$, abgesehen von den Polen, die zu den gebundenen Zuständen gehören, so regulär sind, wie wir aus der Störungstheorie erwarten. Für $N=4$ verallgemeinern wir die Faddeev-Yakubovsky Gleichungen auf n-Körperkräfte $(n=2,3,4)$. Wir deuten kurz an, wie die obige

Analyse (von Systemen mit Paarwechselwirkungen) auf diesen allgemeinen Fall übertragen werden kann.

Hepp [6] hat darauf hingewiesen, dass man die Unitarität des Streuoperators S zeigen kann, falls der Resolventenkern hinreichend regulär ist, um die Vertauschung gewisser Limites zu gestatten. Im Abschnitt II verifizieren wir die partielle Unitarität unterhalb der 4-Teilchenschwelle, gestützt auf die maximaleRegularität unterhalb s_4.

Der Abschnitt III ist einem Problem, das von Hunziker [12] aufgeworfen wurde, gewidmet. In [12] wird eine Definition des Streuquerschnittes $\sigma_{ba}(\Omega,\Phi_a)$, für die Streuung von m (ev. zusammengesetzten) einlaufenden Teilchen im Kanalzustand Φ_a in ein Gebiet Ω des Impulsraumes der n Endteilchen im Kanal b, vorgeschlagen. Diese Definition ist sicher nur möglich für Gebiete Ω, die so gewählt sind, dass Beiträge von nicht zusammenhängenden Prozessen ausgeschlossen werden. Ferner lassen Beispiele vermuten, dass man auch gewisse Mehrfachstreuprozesse niedriger Ordnung ausblenden muss. Das Definitionsproblem von Hunziker reduziert sich auf die Aufzählung eben dieser Prozesse. Mit unserer Kenntnis des N-Körperproblems gelingt dies für zwei Klassen von Reaktionen: Für die Streuung von zwei Anfangsteilchen in n Endteilchen (2-n Streuung) mit einer Gesamtenergie unterhalb s_4 und für die 3-3 Streuung in einem 3-Teilchensystem.

Abstract.

We consider a quantum mechanical system of N nonrelativistic particles. The solutions of the Faddeev-Yakubovsky equations below the 4-particle threshold s_4 are discussed. The results are used for a proof of the unitarity of the scattering operator below s_4 and for the definition of scattering cross sections for the 2-n scattering below s_4 and the 3-3 scattering in 3-body systems.