

Diss. Nr. 4676

**Lösung der Randwertaufgabe
der gestörten Keplerbewegung
in regularisierten Variablen**

ABHANDLUNG

zur Erlangung der Würde eines Doktors der Mathematik
der
**EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
ZÜRICH**

vorgelegt von

BRUNO STANEK
dipl. math. ETH
geboren am 9. November 1943
von Zürich

Angenommen auf Antrag von
Prof. Dr. E. Stiefel, Referent
Prof. Dr. P. Läuchli, Korreferent

Juris Druck+Verlag Zürich
1971

EINLEITUNG

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem Randwertproblem der Keplerbewegung. Es ist zu unterscheiden zwischen dem ungestörten Randwertproblem, bei welchem das Mobil nur der Newtonschen Zentralkraft unterliegt, und seine Bahn durch zwei vorgegebene Punkte mit gegebener Laufzeit gelegt werden soll. Beim gestörten Randwertproblem treten Störkräfte hinzu, zum Beispiel die Anziehungskraft eines dritten Körpers.

Klassische Methoden zur Lösung des ungestörten Problems stammen von Lambert [1,2] und Gauss [1]. In neuerer Zeit hat H. Bucerius eine nichtlineare Integralgleichung benützt, in deren Kern die zentrale Anziehung voll eingeht, wodurch die Konvergenz der iterativen Lösung stark verlangsamt wird. Die Lösung ist auch im gestörten Fall anwendbar, [3].

Unser Ziel ist es, eine Integralgleichung zu verwenden, in deren Kern nur die Störkräfte auftreten, was eine sehr rasche Konvergenz sichert. Dies wird erreicht durch Zurückführung der Bewegungsgleichungen auf lineare Oszillatorgleichungen, indem man die Variablen der Levi-Civita-Transformation oder ihrer Verallgemeinerung in den Raum nach Kustaanheimo und Stiefel [4] unterwirft. Letztere ist für diese Arbeit von fundamentaler Bedeutung, und soll fortan mit KS-Transformation bezeichnet werden.

Der einführende Teil befasst sich mit der Definition der KS-Transformation -- bei der sowohl eine neue unabhängige als auch neue abhängige Variablen eingeführt werden -- den transformierten Differentialgleichungen der gestörten Zweikörperbewegung, und der Lösung des ungestörten Randwertproblems in den neuen Variablen.

Der ganze zweite Teil behandelt die Lösung der Integralgleichungen, die zum Randwertproblem des gestörten harmonischen Oszillators gehören. Die Theorie ist isoliert vom himmelsmechanischen Problem dargestellt, und kann daher auch unabhängig davon gelesen werden. Eine numerische Methode, die aber analytisch sehr weitgehend vorbereitet wird, erweist sich als vorteilhaft.

Der dritte Teil stellt darauf aufbauend schliesslich den Zusammenhang zur Himmelsmechanik wieder her. Um jedoch das Randwertproblem der gestörten Zweikörperbewegung auf jenes des gestörten Oszillators zurückführen zu können, sind noch einige Schwierigkeiten zu überwinden, die ihren Ursprung in der neuen unabhängigen Variablen sowie in der Dimensionserhöhung der KS-Transformation haben. Sie erweisen sich aber nicht als entscheidend.

Zum Schluss wird eine Bilanz über die Vorteile bei der Verwendung der neuen, regularisierten Gleichungen gegeben, und mit einem numerischen Beispiel illustriert. Das verwendete FORTRAN-Programm ist vollständig gelistet.

An dieser Stelle möchte ich Herrn Prof. Dr. E. Stiefel dafür danken, dass er meine Aufmerksamkeit auf das behandelte Problem gelenkt hat, sowie für seine zahlreichen wertvollen Hinweise im Verlaufe der Untersuchung.

Herrn Prof. Dr. P. Läubli gilt mein besonderer Dank für sein Interesse, das er dieser Arbeit entgegengebracht hat.