Topologische Untersuchungen offener Flächen

Author(s):
Grimm, Kaspar

Publication Date:
1964

Permanent Link:
https://doi.org/10.3929/ethz-a-000087774

Prom. Nr. 3428

Topologische Untersuchungen offener Flächen

VON DER

EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
IN ZÜRICH

ZUR ERLANGUNG DER WÜRDE EINES

DOKTORS DER MATHEMATIK

GENEHMIGTE

PROMOTIONSARBEIT

VORGELEGT VON

Kaspar Grimm
dipl. Math. ETH

von Uster (ZH)

Referent: Herr Prof. Dr. H. Hopf
Korreferent: Herr Prof. Dr. E. Specker

Zürich 1964
L. Speich, Reproduktionsanstalt, Brandschenkestr. 47/49

1. EINLEITUNG

Seit B. v. Kerékjártó 1923 seine Arbeit über den Hauptsatz der Flächentopologie bei unendlich hohem Zusammenhang publiziert hat, sind in der Untersuchung offener Flächen keine Fortschritte erzielt worden. V. Kerékjártó benützte zu seinen Untersuchungen den Begriff des Randstückes einer offenen Fläche und unterschied drei Arten von Randstücken: Schlichtartige, orientierbare (aber nicht schlichtartige) und nicht orientierbare. Das Hauptziel der vorliegenden Arbeit ist darin zu sehen, diese Einteilung der Randstücke zu verfeinern (s. u.).

Als geeignetes Hilfsmittel solcher Untersuchungen erweist sich der von Freudenthal geschaffene Begriff des Endes eines topologischen Raumes. Im 2. und 3. Kapitel wird bewiesen, dass jedes Randstück einer Fläche ein Ende definiert, und dass umgekehrt jedes Ende einer Fläche ein Randstück definiert. Dies bedeutet, dass beide Begriffe in der Theorie der offenen Flächen äquivalent sind. Offene Flächen können nach der Methode von Freudenthal zu kompakten Räumen abgeschlossen werden. Unter welchen Bedingungen die Freudenthalsche Kompaktifikation noch eine Fläche bleibt oder ein komplizierterer Raum wird, untersuchen wir im 4. Kapitel. Als Hauptergebnis folgt, dass die Freudenthalsche Kompaktifikation einer offenen Fläche nur dann eine Fläche ist, wenn die offene Fläche keine Randstücke zweiter und dritter Art besitzt.

Die Freudenthalsche Kompaktifikation ordnet jedem Ende einer offenen Fläche einen Endpunkt zu. Im 5. Kapitel wird durch eine mengentheoretische Untersuchung gezeigt, dass die Endpunktmenge in ein Cantorsches Diskontinuum und einen separierten Teil, welcher höchstens abzählbar ist, zerfällt. Jedem Endpunkt des separierten Teiles der Endpunktmenge kann eine Ordinalzahl zugeordnet werden, welche entweder natürliche Zahl oder Zahl der zweiten Cantorschen Zahlklasse ist. Im 6. Kapitel wird von einigen Typen von Enden gezeigt, dass ihre topologische Charakterisierung durch Angabe von Art und Ordnung oder durch Angabe von Art und Zugehörigkeit des Endpunktes zum Cantorschen Diskontinuum möglich ist.

Damit ist die grobe Unterteilung der Enden in ihre Arten nach v. Kerékjártó wesentlich verfeinert worden. Diese Untersuchungen wurden auf alle jene Enden ausgedehnt, deren Endpunkte mengentheoretisch auf einfache Weise beschrieben werden können.

Der Inhalt des 7. Kapitels befasst sich mit der Existenz von fixpunktfreien, die Orientierung umkehrenden, involutorischen topologischen Selbstabbildungen der orientierbaren, aber nicht schlichtartigen Enden offener Flächen.

Schliesslich wird (unabhängig von den vorangehenden Untersuchungen) im 8. Kapitel bewiesen, dass die Fundamentalgruppe *einer offenen* Fläche eine freie Gruppe ist, welche dann und nur dann endlich viele Erzeugende aufweist, wenn die Fläche nur Enden erster Art, d. h. nur schlichtartige Enden, in endlicher Anzahl aufweist.