



Doctoral Thesis

## **Die Sensitivitätsanalyse der Standortfaktoren beim Standortproblem mit Kapazitäts- und Konfigurationsrestriktionen**

**Author(s):**

Breu, Raymund

**Publication Date:**

1972

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-000087783> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

**Diss. Nr. 4812**

**Die Sensitivitätsanalyse der Standortfaktoren  
beim Standortproblem mit Kapazitäts- und  
Konfigurationsrestriktionen**

ABHANDLUNG

zur Erlangung der Würde eines Doktors der Mathematik  
der  
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE  
ZÜRICH

vorgelegt von

**RAYMUND BREU**

dipl. Math. ETH

geboren am 31. März 1945

von Oberegg (Kt. Appenzell Inner-Rhoden)

Angenommen auf Antrag von  
Prof. Dr. F. Weinberg, Referent  
Prof. Dr. C. A. Zehnder, Korreferent

Juris Druck + Verlag Zürich  
1972

- Erweisen sich die Umsatzprognosen als einigermaßen zutreffend oder zu pessimistisch, dann kann die Kapazitätsklemme am besten durch die Errichtung einer grossen Fabrik am Standort S15 behoben werden. Diese Fabrik kann dann auch die Produktion der Fabriken S19, S20 und S21 übernehmen.
- Bleibt der Umsatz hinter den Prognosen zurück, oder ist aus qualitativen Gründen die Errichtung einer Fabrik in S15 unerwünscht, so bleibt als Ausweichvariante der Ausbau von S22 oder S18.
- Die optimale Variante bringt gegenüber dem Istzustand eine Verminderung der Kosten um 4.7 %.
- Die Aufteilung der Märkte in Belieferungsregionen ist gegenüber dem Istzustand nur abzuändern, wenn eine neue Fabrik errichtet, oder alte geschlossen werden.
- Die Fabriken S18 und S22 sollten, wenn immer möglich, voll ausgelastet sein.

#### 6.6. Sensitivitätsanalyse der optimalen Lösung

Die angegebene optimale Variante kann nun in Bezug auf ihre Standortfaktoren sensitiviert werden.

Mittels der in den Kapiteln 3, 4 und 5 entwickelten Verfahren ergeben sich folgende Resultate:

Nullkriterium

| Parameter $\psi$ |               |              |
|------------------|---------------|--------------|
|                  | untere Grenze | obere Grenze |
| $\psi_1$         | -0.           | 2.7460E-03   |
| $\psi_2$         | -4.2305E-04   | 0.           |
| $\psi_3$         | -3.9382E-04   | 1.5149E-04   |
| $\psi_4$         | -3.5531E-03   | 2.4077E-03   |
| $\psi_5$         | -6.2217E-04   | 3.5179E-04   |
| $\psi_6$         | -1.8373E-03   | 1.7049E-03   |
| $\psi_7$         | -5.1499E-05   | 3.9297E-04   |
| $\psi_8$         | -1.1808E-04   | 3.7802E-03   |
| $\psi_9$         | -1.6809E-03   | 0.           |
| $\psi_{10}$      | -0.           | 3.4649E+25   |
| $\psi_{11}$      | -1.6424E-02   | 3.1007E-03   |
| $\psi_{12}$      | -1.8167E-04   | 6.1893E-05   |
| $\psi_{13}$      | -.1398        | 6.9969E-02   |
| $\psi_{14}$      | -1.3235E-02   | 1.4731E-03   |
| $\psi_{15}$      | -9.6366E-04   | 2.4092E-04   |
| $\psi_{16}$      | -1.4540E-03   | 1.1908E-04   |
| $\psi_{17}$      | -.1445        | 5.3703E+25   |
| $\psi_{18}$      | -2.3740E-03   | 1.1277E-02   |
| $\psi_{19}$      | -1.0973E-02   | 3.1079E-02   |
| $\psi_{20}$      | -.4248        | 1.3791E-02   |
| $\psi_{21}$      | -3.8498E-02   | 6.8462E-02   |
| $\psi_{22}$      | -4.9570E-03   | 3.5082E-04   |

| Parameter $\delta$ |               |              |
|--------------------|---------------|--------------|
|                    | untere Grenze | obere Grenze |
| $\delta_1$         | -0.           | .1385        |
| $\delta_2$         | -2.1336E-02   | 0.           |
| $\delta_3$         | -2.2559E-02   | 8.6779E-03   |
| $\delta_4$         | -.1965        | .2523        |
| $\delta_5$         | -3.5640E-02   | 3.9886E-02   |
| $\delta_6$         | -.1184        | .1099        |
| $\delta_7$         | -3.3128E-03   | 2.5279E-02   |
| $\delta_8$         | -.3116        | .8972        |
| $\delta_9$         | -.1111        | 0.           |
| $\delta_{10}$      | -0.           | 2.2909E+27   |
| $\delta_{11}$      | -1.000        | .2050        |
| $\delta_{12}$      | -6.1649E-03   | 6.9010E-02   |
| $\delta_{13}$      | -1.000        | 5.129        |
| $\delta_{14}$      | -.5025        | 1.8815E+27   |
| $\delta_{15}$      | -.2147        | 4.0532E-02   |
| $\delta_{16}$      | -6.6381E-02   | 5.4361E-03   |
| $\delta_{17}$      | -1.000        | 1.0000E+30   |
| $\delta_{18}$      | -1.000        | .4953        |
| $\delta_{19}$      | -5.7916E-02   | 2.1611E+26   |
| $\delta_{20}$      | -.5506        | 5.1811E+25   |
| $\delta_{21}$      | -.1145        | 1.0989E+26   |
| $\delta_{22}$      | -3.1328E-02   | 2.2172E-03   |

Abstandskriterium

| Parameter $\psi$ |               |              |
|------------------|---------------|--------------|
|                  | untere Grenze | obere Grenze |
| $\psi$ 1         | -0.           | 1.2243E-03   |
| $\psi$ 2         | -1.7292E-04   | 0.           |
| $\psi$ 3         | -1.9643E-04   | 8.9308E-05   |
| $\psi$ 4         | -1.8033E-03   | 1.4410E-03   |
| $\psi$ 5         | -3.1032E-04   | 2.0794E-04   |
| $\psi$ 6         | -3.6721E-04   | 8.6380E-04   |
| $\psi$ 7         | -3.0426E-05   | 1.9686E-04   |
| $\psi$ 8         | -5.9521E-05   | 1.8863E-03   |
| $\psi$ 9         | -1.0661E-03   | 0.           |
| $\psi$ 10        | -0.           | 1.5758E+25   |
| $\psi$ 11        | -5.0158E-04   | 1.7770E-03   |
| $\psi$ 12        | -7.4472E-05   | 2.5317E-05   |
| $\psi$ 13        | -3.4981E-03   | 3.7565E-02   |
| $\psi$ 14        | -5.8592E-03   | 7.2678E-04   |
| $\psi$ 15        | -5.4321E-04   | 1.3580E-04   |
| $\psi$ 16        | -7.3630E-04   | 5.9023E-05   |
| $\psi$ 17        | -1.5780E-02   | 1.3844E+25   |
| $\psi$ 18        | -9.4310E-04   | 4.9513E-03   |
| $\psi$ 19        | -5.3332E-03   | 1.5235E-02   |
| $\psi$ 20        | -1.5288E-03   | 7.4081E-03   |
| $\psi$ 21        | -3.3626E-03   | 3.7553E-02   |
| $\psi$ 22        | -1.7771E-03   | 1.2543E-04   |

| Parameter $\delta$ |               |              |
|--------------------|---------------|--------------|
|                    | untere Grenze | obere Grenze |
| $\delta$ 1         | -0.           | 2.4276E-05   |
| $\delta$ 2         | -3.4286E-06   | 0.           |
| $\delta$ 3         | -3.4291E-06   | 1.5591E-06   |
| $\delta$ 4         | -3.2609E-05   | 4.9367E-05   |
| $\delta$ 5         | -5.4174E-06   | 7.1685E-06   |
| $\delta$ 6         | -5.6977E-06   | 1.3403E-05   |
| $\delta$ 7         | -4.7299E-07   | 3.0602E-06   |
| $\delta$ 8         | -2.0579E-05   | 1.0546E-04   |
| $\delta$ 9         | -1.6125E-05   | 0.           |
| $\delta$ 10        | -0.           | 2.3834E+23   |
| $\delta$ 11        | -7.5862E-06   | 2.6877E-05   |
| $\delta$ 12        | -2.1946E-06   | 3.0029E-05   |
| $\delta$ 13        | -4.7725E-05   | 5.1251E-04   |
| $\delta$ 14        | -3.0619E-04   | 3.2009E+23   |
| $\delta$ 15        | -3.2727E-05   | 6.1942E-06   |
| $\delta$ 16        | -1.6128E-05   | 1.2929E-06   |
| $\delta$ 17        | -1.2289E-03   | 1.0000E+30   |
| $\delta$ 18        | -1.000        | 5.7294E-04   |
| $\delta$ 19        | -1.0105E-03   | 2.8631E+24   |
| $\delta$ 20        | -1.1795E-03   | 9.6667E+24   |
| $\delta$ 21        | -1.1306E-03   | 5.0173E+24   |
| $\delta$ 22        | -2.8119E-04   | 1.9846E-05   |

Wird nur einparametrisch variiert, so ergeben sich folgende Grenzen:

$$- 3.0668E-04 \leq \psi \leq 9.1193E-04$$

$$- 3.3128E-03 \leq \delta \leq 2.2172E-03$$

Kommentar zu den Ergebnissen:

1) Als Variationsvektoren wurden jeweils angesetzt

$$\tilde{f} = f, \quad \tilde{e} = e$$

d. h., die Zielfunktion wurde folgendermassen parametrisiert:

$$F = \sum_{i \in M} (f_i + \psi_i f_i) \sum_{j \in N} l_j x_{ij} + \sum_{i \in M} (e_i + \delta_i e_i) z_i + \sum_{i \in M} \sum_{j \in N} l_j g_{ij} x_{ij}$$

Die Parameter  $\psi$  und  $\delta$  geben somit den relativen Fehler an:

$$\hat{f}_i = f_i + \psi_i f_i$$

$$\psi_i = \frac{\hat{f}_i - f_i}{f_i}$$

2) Alle Zahlen  $| \quad | > 10^{20}$  gelten als  $+\infty$  resp.  $-\infty$ .

3) Die Parameter der Standorte S1 und S2, sowie der Standorte S9 und S10 sind jeweils auf besondere Art korreliert:

$$\psi_2 \leq 0 \leq \psi_1 \quad \delta_2 \leq 0 \leq \delta_1$$

$$\psi_9 \leq 0 < \psi_{10} \quad \delta_9 \leq 0 \leq \delta_{10}$$

Das liegt daran, dass wohl Standorte S1 und S2, sowie S9 und S10 unterschieden werden, obwohl deren standortabhängige Daten gleich sind. Es gilt also

$$e_1 = e_2, \quad f_1 = f_2$$

$$e_9 = e_{10}, \quad f_9 = f_{10}$$

Das Problem ist demnach degeneriert. Im Ablauf des Algorithmus wurden jeweils nur die Fälle

$$z_2 > 0 \quad \text{und} \quad z_9 > 0$$

durchgespielt, nicht aber

$$z_1 > 0 \quad \text{und} \quad z_{10} > 0 ,$$

in der Annahme, dass

$$z_1 > 0 \quad \text{stets von} \quad z_2 > 0$$

und

$$z_{10} > 0 \quad \text{stets von} \quad z_9 > 0$$

dominiert werden. Oder anders formuliert: Die Produktion der Menge  $y_1$  kann von S2 ebenso gut oder besser als von S1 bewältigt werden.

Würde nun aber eine Variation

$$\psi_2 > \psi_1 , \quad \text{oder entsprechend}$$

$$\delta_2 > \delta_1$$

$$\psi_9 > \psi_{10}$$

$$\delta_9 > \delta_{10}$$

angesetzt, so gälte natürlich die obige Annahme nicht mehr! Mit dem Nullkriterium, oder dem Abstandskriterium, lassen sich also solche Degenerationen sofort erkennen.

- 4) Im degenerierten Fall können die Bereiche folgendermassen zusammengefasst werden:

Nullkriterium:

$$- 4.2305E-04 \leq \psi_2 \leq \psi_1 \leq 2.7460E-03$$

$$- 1.6809E-03 \leq \psi_9 \leq \psi_{10} < +\infty$$

$$- 2.1336E-02 \leq \delta_2 \leq \delta_1 \leq 0.1385$$

$$- 0.1111 \leq \delta_9 \leq \delta_{10} < +\infty$$

Analoges gilt für das Abstandskriterium.

5) Ein Vergleich der Grösse der einzelnen Parameterbereiche lässt auf die Wichtigkeit der Standorte schliessen:

S13, S17, S20 und S21 sind offensichtlich schlechte Konkurrenten im Vergleich zu den gewählten Standorten S15, S18 und S22.

Hingegen sind S2, S3, S5, S7 und S8 ernsthafte Gegenspieler.

6) Die einparametrische Version kann z.B. dahingehend interpretiert werden, dass die berechneten Schranken als Grenzen von erlaubten (nicht schwerwiegenden) Bias' der Kostenschätzungen genommen werden.

Wären also die fixen Kosten zu tief geschätzt, so müsste die Rechnung neu gemacht werden, da sie nur gilt, solange  $\delta \leq 0.0022172$ .