Prom. Nr. 3180

Analogieverfahren zur Bestimmung von magnetischen Feldern in nichtlinearen nichtisotropen Medien

Von der

EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN ZÜRICH

zur Erlangung
der Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften
genehmigte

PROMOTIONSARBEIT

vorgelegt von

PETER TSCHOPP
dipl. El.-Ing. E. T. H.
von Leukerbad (VS)

Referent: Herr Prof. Dr. M. J. O. Strutt
Korreferent: Herr P.-D. Dr. A. P. Speiser

Juris-Verlag Zürich
1961

1. EINLEITUNG

1.1. Allgemeines

Infolge seiner vielfältigen Anwendungen in der Technik beanspruchte das magnetische Feld von jeher einen wichtigen Platz in der Elektrodynamik. Die genaue Kenntnis der differentiellen Struktur magnetischer Felder war daher bald ein dringendes Problem. Neben den klassischen Anwendungen in Elektromotoren, Generatoren, Transformatoren und Kleingeräten wie Relais, Messinstrumenten, elektroakustischen Apparaten usw. ergaben sich in jüngerer Zeit neue Anwendungen und damit neue Probleme: moderne Hochleistungs-Magnetronröhren, Massenspektographen, Magnetsysteme und Ablenkeinheiten für Partikel-Beschleuniger (Cyclotron usw.), Labormagnete für das Studium von plasmaphysikalischen Fragen u.a.m.

1.1.1. Bisherige Methoden

Die bis anhin bekannten Methoden zur Lösung von magnetischen Feldproblemen können etwa grob in mathematische und in graphische Verfahren aufgeteilt werden.

Der Vorteil der graphischen Verfahren liegt in ihrer Anschaulichkeit, ihrer Leistungsfähigkeit in Fällen, wo die mathematischen Methoden versagen, und nicht zuletzt in ihrem didaktischen Werte. Als Nachteil ist hauptsächlich der prinzipielle Mangel an Einsicht in allgemeine Gesetzmässigkeiten zu nennen, wie diese eben nur die mathematische Analyse zu vermitteln vermag.

Bei den mathematischen Verfahren stehen für die Lösung der Differentialgleichung des magnetischen Potentialfeldes verschiedene Methoden und Hilfsmittel zur Verfügung. Ein erstes dieser Hilfsmittel ist die Wahl des zweckmässigsten Koordinatensystems unter den krummlinigen orthogonalen Koordinaten wie Zylinderkoordinaten, Kugelkoordinaten oder eines der drei auf der Basis zweier ebener, orthogonaler Kreisbüschel gebildeten Systeme (bipolare, toroidale, dipolare-bisphärische Koordinaten). Für die Lösung ebener Probleme dienen verschiedene komplexe Potentialfunktionen der Funktionentheorie und speziell die konforme Abbildung mit der beinahe universell verwendbaren Schwarz-Christoffelschen Abbildungsformel. Für räumliche Felder schliesslich gelangt der in den Greenschen Sätzen enthaltene Lösungsformalismus zur Anwendung. Für die Randwertaufgaben wird dabei hauptsächlich die Methode der Partikulärlösungen benutzt[1).

1.1.2. Grenzen der bisherigen Methoden

Die bekannten analytischen Methoden beschränken sich auf die Lösung der homogenen oder inhomogenen Laplaceschen Differentialgleichung für Potentialfelder, in denen sich die Materialbeschaffenheit nur sprunghaft ändert. Zusätzlich setzen sie voraus, dass die magnetischen Medien eine konstante und gegenüber der umgebenden Luft sehr grosse (unendliche!) relative Permeabilität aufweisen. Mit andern Worten: die Inhomogenitäten des magnetischen Potentialfeldes dürfen nur aus vollkommen permeablen Körpern bestehen; von den für die technischen Magnetmaterialien charakteristischen Eigenschaften der Nichtlinearität, der Nichtisotropie und der Hysterese muss somit abgesehen werden. Dennoch sind mit den mathematischen Methoden eine Vielzahl von Problemen in auch für die Praxis befriedigender Weise zu lösen[1), 2)].

Den prinzipiell gleichen Einschränkungen unterliegen die bisher bekannten graphischen Verfahren, wie sie etwa von Th. Lehmann entwickelt wurden[3), 4), 5)], während durch ein etwas anderes Vorgehen O. Benedikt[6)] zu einem Verfahren gelangt, welches in dieser Beziehung nur wenig vielseitiger ist.

1.2. Differentialgleichungen für das magnetische Potential

1.2.1. Das Skalarpotential

Zu untersuchen ist die differentielle Struktur des magnetischen Feldes in stromfreien Gebieten. Da die elektrische Stromdichte $\vec{J}$ verschwindet, so muss nach der 1. Maxwellschen Gleichung die magnetische Feldstärke $\vec{H}$ wirbelfrei sein, d.h.

$$\mathrm{rot}\ \vec{H} = 0 \tag{1}$$

Die allgemeine Lösung dieser Gl. (1) lautet:

$$\vec{H} = -\,\mathrm{grad}\ V_m \tag{2}$$

worin V_m die skalare Ortsfunktion des magnetischen Potentials bedeutet. Aus dem Zusammenhang zwischen der magnetischen Flussdichte (Induktion) $\vec{B}$ und der magnetischen Feldstärke $\vec{H}$ in seiner speziellen Form