Longueurs extrémales et théorie des fonctions

Author(s):
Hersch, Joseph

Publication Date:
1955

Permanent Link:
https://doi.org/10.3929/ethz-a-000090221

Prom. No. 2294

LONGUEURS EXTRÉMALES ET THÉORIE DES FONCTIONS

THÈSE

PRÉSENTÉE A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE, ZURICH
POUR L'OBTENTION DU GRADE DE
DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

JOSEPH HERSCH

DE CHÊNE-BOUGERIES (GENÈVE)

RAPPORTEUR: M. LE PROFESSEUR DR A. PFLUGER
CORAPPORTEUR: M. LE PROFESSEUR DR M. PLANCHEREL

1955

ORELL FÜSSLI ARTS GRAPHIQUES S. A.

ZURICH

Longueurs extrémales et théorie des fonctions

par JOSEPH HERSCH, Zurich

Introduction

Le but essentiel du présent travail est de mettre en lumière un champ d'applications de la *méthode des longueurs extrémales*, due notamment à *Ahlfors* et *Beurling*. Cette méthode est appliquée sous une forme modifiée présentant certains avantages. La longueur extrémale est un invariant conforme.

On peut caractériser par des longueurs extrémales les autres invariants conformes que sont le *module* d'un quadrilatère ou d'un domaine doublement connexe (cette propriété est connue), et, pour un domaine de Jordan, la *mesure harmonique* d'un arc-frontière en un point et la *distance hyperbolique* de deux points.

En même temps que des formules exactes, nos méthodes de variation fournissent d'utiles évaluations de théorie des fonctions : les unes précisent, parfois de façon essentielle, des inégalités connues (de *Nevanlinna*, *Ostrowski*, *Sario*, *Strebel*) ; les autres concernent des problèmes nouveaux.

Nous dirons toujours „courbe fermée" pour *courbe de Jordan*, „arc" pour *arc de Jordan* et „courbe" pour *courbe ou arc de Jordan* ; une „coupure" d'un domaine sera un arc de Jordan à extrémités sur la frontière. Tous les domaines considérés seront supposés définis dans le plan complexe ou sur une surface de *Riemann*.

Les principaux résultats de ce travail ont été annoncés dans trois Notes aux *Comptes rendus* [7], [8], [12]. Une publication ultérieure [10] donnera des applications des méthodes développées ici aux fonctions pseudo-analytiques et aux transformations quasi-conformes, ainsi qu'à une classe plus générale de fonctions ; la plupart de ces résultats ont été sommairement annoncés dans une autre Note aux *Comptes rendus* [11].

J'exprime ici ma vive reconnaissance au Prof. *A. Pfluger* : il m'a fourni l'essentiel de ma formation en théorie des fonctions, et c'est à lui que je dois d'avoir étudié la méthode des longueurs extrémales ; je lui sais particulièrement gré de ses conseils précieux et de sa bienveillance constante. Je remercie aussi vivement le Prof. *B. Eckmann*, dont je suis depuis

longtemps l'assistant et qui m'a toujours encouragé dans mon travail; ainsi que le Prof. *M. Plancherel*, corapporteur de ma thèse, pour toute l'attention qu'il lui a consacrée. — D'autre part, on verra au Chapitre III que bien des applications m'ont été suggérées par le livre si riche de contenu „Eindeutige analytische Funktionen" de *R. Nevanlinna*.

TABLE DES MATIÈRES