

Prom. Nr. 2515

**Beiträge zur Kenntnis  
des Halbleiterrauschens mit besonderer  
Berücksichtigung von Kristalldioden  
und Transistoren**

Von der  
Eidgenössischen Technischen  
Hochschule in Zürich

zur Erlangung  
der Würde eines Doktors der Technischen Wissenschaften  
genehmigte

**PROMOTIONSARBEIT**

vorgelegt von  
**WALTER GUGGENBÜHL**  
dipl. El.-Ing. E.T.H.  
von Meilen (Kt. Zürich)

Referent: Herr Prof. Dr. M. Strutt  
Korreferent: Herr Prof. Dr. F. Tank

Juris-Verlag Zürich  
1955

Leer - Vide - Empty

**Meinen Eltern**

Leer - Vide - Empty

## Inhaltsverzeichnis

	Seite
Einleitung	7
1. Mathematische Grundlagen	9
1.1 Wahrscheinlichkeits-Verteilungsfunktionen und Mittelwerte	9
1.2 Berechnung des Spektrums von statistisch schwankenden Grössen	12
1.3 Addition zweier korrelierter statistischer Funktionen	15
1.4 Statistische Verteilungen	16
Literatur zu Kap. 1	18
2. Zur Theorie des Rauschens von Metall- und Halbleiterwiderständen	19
2.1 Die Schwankungsursachen	19
2.2 Das Wärmerauschen als Summe der Schwankungsbewegungen der Elektronen	20
2.3 Das thermische Rauschen stromdurchflossener Widerstände	23
2.4 Das Rauschen bedingt durch die statistischen Schwankungen der Ladungsträgerzahl	28
2.5 Das Funkel-Rauschen als Folge spontaner Schwankungen der Kontaktperrschichten	35
2.6 Schlussfolgerungen	38
Literatur zu Kap. 2	39
3. Das Rauschen von Halbleiterdioden	42
3.1 Das Funkelrauschen von Kristalldioden	42
3.2 Das Rauschen im Bereich des weissen Spektrums	45
Anhang Kap. 3: Die Messschaltungen	51
Literatur zu Kap. 3	53
4. Das Rauschen von Transistoren	54
4.1 Rauschfaktoren und Rauschspektren	54
4.2 Vollständige Beschreibung des Rauschens von Transistorvierpolen	57
4.3 Allgemeine Darstellung des Transistorrauschens durch zwei Quellen und ihre Korrelation	58
4.4 Das Rauschen von Flächentransistoren im Bereich des weissen Spektrums	66
4.41 Die Rauschersatzschaltbilder	66
4.42 Der Nachweis der Rauschquellen	71
4.43 Messungen des Rauschfaktors und seiner Bestandteile	74
4.44 Dimensionierung rauscharmer Transistoren und Schaltungen	79
4.45 Vergleich mit Hochvakuumelektronenröhren	80

	<b>Seite</b>
<b>Anhang zu Kap. 4</b>	<b>83</b>
<b>A. Abweichungen vom Stromverteilungsrauschgesetz</b>	<b>83</b>
<b>B. Die Bestimmung des Basiszuleitungswiderstandes</b>	<b>85</b>
<b>C. Messschaltungen</b>	<b>87</b>
<b>Literatur zu Kap. 4</b>	<b>89</b>
<b>5. Die Messapparatur</b>	<b>90</b>
<b>5.1 Prinzipielle Fragen der Rauschmessung</b>	<b>90</b>
<b>5.2 Der Aufbau der Messanlage</b>	<b>91</b>
<b>5.21 Der Vorverstärker</b>	<b>92</b>
<b>5.22 Die Filter</b>	<b>93</b>
<b>5.23 Das Anzeigeinstrument</b>	<b>94</b>
<b>5.3 Die Eichung</b>	<b>94</b>
<b>5.4 Die Transistorparameter-Messgeräte</b>	<b>95</b>
<b>Literatur zu Kap. 5</b>	<b>96</b>

## EINLEITUNG

Das Problem des Rauschens der Halbleiter hat im Verlauf der letzten Jahre eine immer grössere Bedeutung erlangt, nachdem die Halbleiter als Baustoffe elektrischer Schaltelemente vermehrte Anwendung gefunden haben. Besonders wichtig wird die Frage des Rauschens für Kristalldioden und Transistoren, ist doch hier die Grösse der spontanen Schwankungen in direktem Zusammenhang mit der Mindestgrösse der Signale, die von solchen Schaltelementen noch übertragen werden können. Rauschprobleme sind aber auch vom Standpunkt der Halbleiterphysik aus interessant. Vielen der bis heute noch nicht völlig geklärten Probleme des Neuerzeugungs- und Rekombinationsmechanismus von Trägern und des Festhaltens von Ladungsträgern in sog. Fangstellen liegen spontan schwankende Vorgänge zu Grunde, die als "Rauschen" gemessen werden können. Nachdem das Funkelrauschen von Halbleitern mit dem typischen  $1/f$  Spektrum als Folge unvollkommener Kristallstruktur und von Oberflächeneffekten erkannt worden ist, können Rauschmessungen direkt zur Beurteilung der Vollkommenheit eines Halbleiterkristalls herangezogen werden.

Entsprechend dieser Vielfalt von Problemen ist die Zahl der publizierten Arbeiten über dieses Gebiet sehr gross geworden. Dazu hilft mit, dass die für Halbleiter typische Frequenzabhängigkeit des Rauschens nach dem  $1/f$  Gesetz theoretisch noch immer nicht befriedigend geklärt worden ist. Es schien deshalb angezeigt - nach einer einleitenden Uebersicht über einige mathematische Probleme des Rauschens in Kapitel 1 - die Fülle der Publikationen über die Theorie des Halbleiterrauschens zu ordnen und zusammenfassend darzustellen. In diese Uebersicht, die im zweiten Kapitel gegeben wird, sind einige eigene theoretische Ergebnisse eingefügt worden. Es sei insbesondere auf die Ableitung der Nyquist'schen Formel für das thermische Rauschen ausgehend von den Stossprozessen der einzelnen Elektronen und auf ihre Erweiterung auf stromdurchflossene Festkörper hingewiesen.

In Kapitel 3 und 4 sind die an Halbleiterdioden und Transistoren gewonnenen experimentellen Ergebnisse dargestellt worden. Da in der Zeit, während der diese Arbeiten durchgeführt wurden, allgemein grosse Fortschritte in der Germaniumherstellung und eine damit verbundene bedeutende Verbesserung der Rauschverhältnisse erzielt wurde, sind deutlich zwei Gruppen von Messungen zu unterscheiden. Die älteren Messungen wurden an Dioden und Transistoren durchgeführt, die im allgemeinen noch hohes Funkelrauschen zeigen. Ihr Rauschverhalten kann im allgemeinen nur qualitativ und formal beschrieben werden, da keine allgemein gültigen physikalischen Berechnungsgrundlagen für die zu Grunde liegenden Prozesse angegeben werden können.

Als im Verlaufe des Jahres 1954 einzelne Exemplare von Flächentransistoren und -dioden mit "weissem" Rauschspektrum oberhalb ca. 1000 Hz durch Ausschauen aus grossen Stückzahlen gefunden werden konnten, wandte sich mein Interesse vor

allem der Untersuchung dieses Gebietes zu. Offenbar ist hier die physikalische Mindestgrenze des Rauschens dieser Schaltelemente erreicht worden.

Diese zweite Gruppe von Messungen an solchen guten Exemplaren konnte mit Rauschgesetzen, wie sie von den Hochvakuumelektronenröhren her bekannt sind, sehr gut erklärt werden. Damit ist aber die Möglichkeit gegeben, das Dioden- und Transistorenrauschen formelmässig zu erfassen und die Probleme der günstigsten Dimensionierung dieser Elemente und rauscharmer Schaltungen zu lösen.

Im fünften Kapitel sind schliesslich die für diese Messungen gebauten Apparaturen beschrieben worden.

Die Anregung zu den vorliegenden Arbeiten, die in den Jahren 1953-1955 am Institut für höhere Elektrotechnik der E. T. H. durchgeführt wurden, verdanke ich meinem sehr verehrten Lehrer Herrn Prof. Dr. M. J. O. Strutt. Für die grosszügige Unterstützung dieser Arbeit sowie für die wertvollen Diskussionen und Ratschläge bin ich ihm sehr zu Dank verpflichtet.

Mein Dank gilt ferner den verschiedenen Transistor-Herstellerfirmen für die freundliche Ueberlassung grösserer Mengen von Transistoren und vor allem der Firma A. G. Brown Boveri & Cie. für die finanzielle Unterstützung der Arbeit aus der Schenkung BBC.

Zum Schlusse möchte ich es nicht unterlassen, Frau H. König für ihre Mithilfe bei der Vorbereitung des Manuskriptes zu danken.

Zürich, Juni 1955.

# 1. Mathematische Grundlagen zur Behandlung von spontanen elektrischen Schwingungsvorgängen

---

Bevor auf die einzelnen Rauschvorgänge eingegangen wird, soll kurz eine Uebersicht der mathematischen Methoden zur Behandlung von spontanen Schwingungserscheinungen gegeben werden.

## 1.1 Wahrscheinlichkeits-Verteilungsfunktionen und Mittelwerte

Zur Beschreibung eines statistischen Vorgangs, wie ihn das Rauschen darstellt, werden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung die sogenannten Verteilungsfunktionen angegeben. Wir gehen hier nur auf die erste Verteilungsfunktion  $P_1$  ein, für die höheren Funktionen sei auf die Literatur verwiesen<sup>1, 2)</sup>. Wenn wir eine bestimmte statistische Funktion  $y_1(t)$  betrachten, so gibt die Verteilungsfunktion  $P_1(y, t)$  die Wahrscheinlichkeit an, dass zu einer bestimmten Zeit  $t$  der Funktionswert  $y_1$  im Intervall  $y$  bis  $y + dy$  liegt. Für eine grosse Schar gleichartiger statistischer Funktionen  $y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)$  gibt daher  $P_1(y, t)$  die wahrscheinliche Verteilung der Amplituden  $y_1$  bis  $y_n$  zu einer bestimmten Zeit  $t$  an. Ueber die genauen Definitionen der Begriffsbildungen gleichartiger Funktionen usw. sei auf die Literatur verwiesen<sup>2, 9)</sup>. Mit Hilfe dieser Funktion können die für die Messung wichtigen Mittelwerte definiert werden. Es sind prinzipiell 2 Arten der Mittelwertbildung möglich:

1. die Berechnung des Mittelwertes über viele gleichartige Fälle, d. h. über die Funktionen  $y_1, y_2, \dots, y_k$  zu einer bestimmten Zeit  $t_1$

$$\bar{y}_{\text{mittel}} = \int_{-\infty}^{+\infty} y P_1(y, t_1) dy \tag{1.1}$$

2. die Berechnung des zeitlichen Mittelwerts für eine bestimmte Funktion z. B.  $y_1$

$$\tilde{y}_{\text{mittel}} = \lim_{\text{Zeit} \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} y(t) dt \tag{1.2}$$

Es ist leicht einzusehen, dass für einen stationären Vorgang (keine Einschalt- und Ausgleichsvorgänge) die beiden Mittelwerte  $\bar{y}$  und  $\tilde{y}$  übereinstimmen. Mittelwerte werden im folgenden immer mit einem Querstrich bezeichnet.

Der oben definierte lineare Mittelwert einer statistischen Funktion ist für unsere Anwendungen in den meisten Fällen Null (Uebertragung über Kondensatoren) und wird nur im Fall der Gleichrichtung eines Signals interessant. Die wichtigste Kennzeichnung eines Rauschvorgangs wird durch den Mittelwert der quadratischen Abweichung, das sogenannte quadratische Streuungsmass  $\sigma^2$  angegeben.

$$\sigma^2 = \overline{(y-\bar{y})^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} (y-\bar{y})^2 P_1(y) dy \quad (1.3)$$

Dieser Ausdruck gibt ein Mass für die mittlere Leistung einer Rauschgrösse. Die für Rauschvorgänge wichtigste Verteilungsfunktion ist die Gauss'sche Verteilung

$$P_1(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.4)$$

Ihre besondere Bedeutung ergibt sich aus dem zentralen Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Er besagt, dass bei der Addition einer grossen Zahl unabhängiger statistischer Variablen unter sehr allgemeinen Voraussetzungen<sup>3)</sup> eine Gauss'sche Verteilung entsteht. Insbesondere gilt dieser Satz für Summanden mit gleicher statistischer Verteilungsfunktion. Rauscherscheinungen wie sie in elektrischen Schaltelementen auftreten, setzen sich stets aus einer grossen Anzahl gleicher statistisch verteilter Elementenereignissen zusammen und ergeben daher nach dem obigen Satz eine resultierende Rauschspannung mit Gaussverteilung.

Wird eine Rauschspannung mit Gauss'scher Verteilungsfunktion der Amplitude über ein lineares Netzwerk übertragen, so wird die Ausgangsspannung wieder eine Gaussverteilung aufweisen. Dagegen wird diese Verteilungsfunktion beim Passieren von nichtlinearen Schaltelementen im allgemeinen zerstört.

Die Kenntnis der Verteilungsfunktion ermöglicht die Berechnung des arithmetischen Mittelwerts einer Rauschspannung wie er nach einem linearen Doppelweggleichrichter auftritt

$$\begin{aligned} \overline{u}_{\text{arithm}} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |u| dt = 2 \int_0^{\infty} u P_1(u) du \\ &= \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} \int_0^{\infty} u \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right) du \quad (1.5) \end{aligned}$$

$$\overline{u_{ar}} = 0,798 \sqrt{u^2}$$

d. h. arithm. Mittelwert  $\cong 0,8$  Effektivwert.

Weiter gibt die Kenntnis der Verteilungsfunktion einen Anhaltspunkt über die bei Rauschmessungen nötige Reserve der linearen Verstärkung. Bei der Messung des Effektivwertes einer Rauschspannung entsteht immer ein Fehler, da die Verstärker keine unendlich grossen Amplituden, wie sie nach der Gauss Verteilung theoretisch zu erwarten sind, übertragen können. Zur Abschätzung der Fehlergrösse nehmen wir an, der Messverstärker beschränke die Rauschspannung bei den Spannungswerten  $\pm u_g$ . Der Fehler in der Effektivwertmessung wird dann

$$\overline{\Delta u^2} = 2 \left\{ \int_{u_g}^{\infty} P_1(u) u^2 du - u_g^2 \int_{u_g}^{\infty} P_1(u) du \right\}$$

Durch partielle Integration kann der explizite nicht auflösbare Integralausdruck auf tabellierte Fehlerintegralfunktionen<sup>4)</sup> umgeformt werden.

Es wird dann der prozentuale Fehler

$$\frac{\overline{\Delta u^2}}{u^2} = 2 \left\{ \left(1 - \frac{u_g^2}{u^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{u_g}^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2u^2}\right) \frac{du}{\sqrt{u^2}} - \left[ \frac{u}{\sqrt{u^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2u^2}\right) \right]_{u_g}^{\infty} \right\} \quad (1.6)$$

und für

$$\frac{u_g}{\sqrt{u^2}} = 2 \quad \left| \quad \frac{\overline{\Delta u^2}}{u^2} = 8\% \right.$$

$$\frac{u_g}{\sqrt{u^2}} = 3 \quad \left| \quad \frac{\overline{\Delta u^2}}{u^2} = 0,56\% \right.$$

Da alle verwendeten Messverstärker ein Verhältnis  $\frac{u_g}{\sqrt{u^2}}$ , mindestens 5 aufweisen, so ist der Messfehler infolge Begrenzung auch bei etwaiger kleiner Verschiebung der Arbeitspunkte der Röhren vernachlässigbar klein.

Da Rauschspannungen statistisch schwankende Grössen sind, wird auch das Anzeigeelement Schwankungen ausführen. Diese werden umso grösser sein, je kleiner die Frequenzbandbreite des Messverstärkers und je kleiner die Zeitkonstante

des Anzeigeinstrumentes ist. Um die Grösse der nötigen Zeitkonstante für eine bestimmte Frequenzbandbreite  $\Delta f$  abzuschätzen, seien folgende Annahmen gemacht:

Die Schwankungen der Funktion  $E_T = \int_{t_1}^{t_1+T} u^2(t) dt$  wo T die Zeitkonstante des Anzeigeinstrumentes bedeutet, stimmen in  $t_1$  der Grössenordnung mit den wirklichen Schwankungen der Anzeige überein. Dieses vereinfachte Problem ist von S. O. Rice<sup>5)</sup> unter Zugrundelegung einer Gauss-Verteilung für kleine  $\Delta f$  gelöst worden. Er findet für die mittlere quadratische Abweichung  $\sigma_T$  von  $E_T$

$$\frac{\sigma_T}{E_T} \approx \frac{1}{\sqrt{T\Delta f}} \quad \text{für } T\Delta f \gg 1 \quad (1.7)$$

Lassen wir einen mittleren Fehler von 1 % zu, so ergibt sich  $T\Delta f \sim 10^4$ . Die praktisch auftretenden Schwankungen sind etwas kleiner, da die Nachwirkung einer zur Zeit  $t_1$  vorhandenen Amplitude nicht über die ganze Zeit T konstant ist, sondern sich nach einer e-Funktion abschwächt. H. Bittel<sup>6)</sup> gibt als praktische Zahlen für 1 % Fehler

$$T\Delta f \approx 10^3 + 10^4$$

Seine Messungen der Verteilungsfunktionen von Rauschspannungen haben eine gute Übereinstimmung mit Gl. (1.4) ergeben.

## 1.2 Berechnung des Spektrums von statistisch schwankenden Grössen<sup>5, 7)</sup>

Jeder Rauschspannung, deren zeitlicher Ablauf durch die Funktion  $y(t)$  wiedergegeben werden soll, kann nach Fourier ein Spektrum nach Gl. (1.8) zugeordnet werden.

$$s(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} s_T(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{+T/2} y(t) \exp(-j2\pi ft) dt \quad (1.8)$$

$s(f)$  ist komplex, also durch Betrag und Phase charakterisiert. Obwohl die Spektraldichte eine zeitunabhängige Funktion ist, so wird jede dazugehörige Spannungsfunktion Schwankungen als Funktion der Zeit ausführen, da jedes noch so schmal gewählte Frequenzband  $\Delta f$  eine ganze Fülle von Frequenzkomponenten enthält, deren Zusammenwirken wiederum eine schwankende Spannung ergibt. Der Begriff Betrag und Phase ist deshalb im Falle von Rauschspannungen nur auf unendlich schmale Frequenzbänder anwendbar.

Das Spektrum  $w(f)$  der Rauschleistung wird

$$w(f) = |s(f)|^2 \quad (1.9)$$

Aus Gleichung (1.9) berechnet man die mittlere quadratische Schwankung der Funktion nach (1.10)

$$\overline{y^2} = \int_0^{\infty} w(f) df \quad (1.10)$$

Alle Rauschspannungen und -ströme werden im folgenden durch Angabe des Leistungsspektrums  $w(f)$  charakterisiert. Die Probleme der Uebertragung durch lineare Netzwerke lassen sich auf diese Weise ebenso leicht lösen wie für gewöhnliche Wechselspannungen.

Methoden zur Berechnung des Spektrums aus der Kenntnis des physikalischen Vorgangs

a) Setzt sich ein Rauschvorgang aus sehr vielen gleichen statistisch unabhängigen Teilvorgängen zusammen

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} y_1(t-t_k)$$

so wird der Mittelwert nach dem Theorem von Campbell<sup>5)</sup>

$$\overline{y} = \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} y_1(t) dt$$

wo  $\gamma$  die mittlere Anzahl der Vorgänge pro Zeiteinheit (sec) angibt, und die mittlere quadratische Abweichung

$$\overline{(y - \overline{y})^2} = \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} y_1^2(t) dt$$

Auf dieselbe Weise werden auch die Spektren überlagert. Ist  $s_1(f)$  das lineare Spektrum

eines Einzelvorgangs  $y_1(t)$  nach Gl. (1.8), so wird das Leistungsspektrum  $w(f)$  der Summenfunktion  $y(t)$

$$w(f) = \gamma |s_1(f)|^2. \quad (1.11)$$

b) Ist es möglich den Mittelwert  $y_{m\tau}$  einer statistischen Funktion über ein Zeitintervall  $\tau$  zu bilden

$$y_{m\tau} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} y(t) dt$$

so wird das Leistungsspektrum

$$w(f) = 2\tau \overline{y_{m\tau}^2} \quad (1.12)$$

wenn  $\tau \gg \tau_0$  und  $2\pi f \tau_0 \ll 1$  ( $\tau_0$  = Zeitkonstante von  $y(t)$ ).

c) Das wichtigste Theorem zur Berechnung von Rauschspektren ist die Formel von Wiener-Khinchine die einen Zusammenhang zwischen der Autokorrelationsfunktion und dem Spektrum einer statistischen Funktion angibt. Die Autokorrelationsfunktion ist definiert als

$$\begin{aligned} \psi(\tau) &= \overline{y(t)y(t+\tau)} \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T y(t)y(t+\tau) dt \end{aligned} \quad (1.13)$$

und stellt damit ein Mass für die Dauer der Wirkung eines physikalischen Einzelvorgangs dar. Der Zusammenhang mit dem Spektrum wird durch die Gleichung (1.14)

$$w(f) = 4 \int_0^{\infty} \overline{y(t)y(t+\tau)} \cos \omega \tau d\tau \quad (1.14)$$

gegeben. Mit der normalisierten Korrelationsfunktion

$$g(\tau) = \frac{\overline{y(t)y(t+\tau)}}{\overline{y(t)^2}} \quad (1.15)$$

wird Gl. (1.14)

$$w(f) = 4 \int_0^{\infty} \overline{y(t)^2} g(\tau) \cos \omega \tau d\tau \quad (1.15)$$

1.3 Addition zweier korrelierter statistischer Funktionen

Die Formel für die mittlere quadratische Abweichung einer Summe zweier statistischer Funktionen mit Mittelwert Null

$$y(t)^2 = \overline{(y_1(t) + y_2(t))^2} = \overline{y_1^2(t)} + \overline{y_2^2(t)} + 2 \overline{y_1(t) y_2(t)} \quad (1.16)$$

zeigt, dass im Falle vollständiger Unabhängigkeit der beiden Funktionen das quadratische Additionsgesetz gilt, da dann der Mittelwert des Produktes  $y_1(t) y_2(t)$  null wird. Sind aber die beiden Funktionen  $y_1(t), y_2(t)$  korreliert, d.h. statistisch voneinander nicht unabhängig, nimmt  $\overline{y_1(t) y_2(t)}$  einen endlichen Wert an.

Im Falle der Darstellung der Schwankungsfunktionen mit Hilfe der Leistungsspektren (1.9) wird das zu Gl. (1.16) analoge Additionsgesetz

$$\begin{aligned} w(f) &= \left| s_1(f) + s_2(f) \right|^2 = \left[ s_1(f) + s_2(f) \right] \left[ s_1^*(f) + s_2^*(f) \right] \\ &= s_1(f) s_1^*(f) + s_2(f) s_2^*(f) + s_1(f) s_2^*(f) + s_1^*(f) s_2(f) \\ w(f) &= w_1(f) + w_2(f) + 2 \gamma_1 \left[ w_1(f) w_2(f) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (1.17)$$

\* bedeutet den konjugierten komplexen Wert.

$$\text{Der Ausdruck } \gamma = \gamma_1 + j \gamma_2 = \frac{s_1(f)^* s_2(f)}{|s_1(f)| |s_2(f)|} \quad (1.18)$$

wird als Korrelationskoeffizient bezeichnet.

Der Korrelationskoeffizient tritt dann komplex im Additionsgesetz auf, wenn einer der beiden Summanden mit einer komplexen Zahl K multipliziert wird. Es gilt in diesem Fall

$$\begin{aligned} w(f) &= \left| s_1(f) + K s_2(f) \right|^2 = w_1(f) + |K|^2 w_2(f) + 2 \text{Re}(K \gamma) \left[ w_1(f) w_2(f) \right]^{1/2} \\ \text{bzw.} \\ w(f) &= \left| K s_1(f) + s_2(f) \right|^2 = |K|^2 w_1(f) + w_2(f) + 2 \text{Re}(K^* \gamma) \left[ w_1(f) w_2(f) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (1.19)$$

Der Korrelationskoeffizient wird ± eins, wenn die eine Funktion durch Multiplikation mit einer reellen Zahl in die andere übergeführt werden kann. Er wird null im Falle vollständiger statistischer Unabhängigkeit.

Praktisch alle Messungen über Rauschspannungen und Ströme beziehen sich auf das Leistungsspektrum. Ueber die Statistik der Phasenbeziehungen von Rauschspannungen sind bis heute keine Arbeiten publiziert worden. Der statistische Zusammenhang zweier Rauschgrößen wird meistens durch die Angabe des Korrelationskoeffizienten charakterisiert.

1.4

Statistische Verteilungen 3, 8)

a) Binominalverteilung

Es sei eine Urne gegeben, in der rote und schwarze Kugeln im Verhältnis  $q/(1-q)$  vorhanden seien.  $q$  bezeichnet dann die Wahrscheinlichkeit dafür beim Zug einer Kugel eine rote Kugel herauszuziehen,  $1-q$  die entsprechende Wahrscheinlichkeit für eine schwarze Kugel. Die Wahrscheinlichkeit  $P_n(r)$  dafür, dass in  $n$  Zügen  $r$  rote Kugeln und  $n-r$  schwarze Kugeln gezogen werden (wobei jedesmal die gezogene Kugel zurückgelegt wird) ist

$$P_n(r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} q^r (1-q)^{n-r} \quad (1.20)$$

Die mittlere quadratische Abweichung vom Mittelwert für sehr viele Versuchsserien wird

$$\overline{(r-\bar{r})^2} = n q (1-q) = \bar{r} (1-q) \quad (1.21)$$

Für sehr hohe Versuchszahlen  $n$  geht die Binominalverteilung in die Gauss'sche Verteilungsfunktion über

$$P(r) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(r-\bar{r})^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$wo \sigma^2 = \frac{\bar{r}(1-q)}{n}$$

Die Binominalverteilung wird für alle die physikalischen Probleme wichtig, wo die Abweichungen von einer mittleren Verteilung auf zwei Zustände studiert werden soll, z.B. beim Stromverteilungsrauschen.

b) Poisson'sche Verteilung

Die Poisson'sche Verteilung ist ein Grenzfall der Binominalverteilung. Sie tritt dann auf, wenn die Versuchszahl  $n$  sehr gross, die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines bestimmten Ereignisses (z.B. rote Kugel) jedoch gleichzeitig sehr klein wird, sodass das Produkt  $nq$  endlich bleibt. Für den Grenzfall  $n \rightarrow \infty, q \rightarrow 0, nq = \bar{r}$  = mittlere Ereigniszahl wird die Wahrscheinlichkeit  $P(r)$  für das Auftreten von genau  $r$  Ereignissen

$$P(r) = \frac{\bar{r}^r}{r!} \exp(-\bar{r}) \quad (1.22)$$

und für die mittlere quadratische Abweichung vom Mittelwert gilt

$$\overline{(r-\bar{r})^2} = \overline{r^2} - (\bar{r})^2 = \bar{r}$$

Poissonverteilungen werden in der Praxis da auftreten, wo im Vergleich zur Zahl der Möglichkeiten ein Ereignis nur relativ selten eintritt. Das typische Beispiel dafür ist die Elektronenemission aus einer Kathode: Von der sehr grossen Zahl  $n$  der Elektronen, die aus der Kathode emittiert werden könnten, erhalten nur relativ wenige ( $r$ ) die zur Ueberwindung der Austrittspotentialschwelle nötige Anregungsenergie.

-----

Literaturverzeichnis zu Kapitel 1

- 1) M. C. Wang, G. E. Uhlenbeck, "On the theory of the Brownian motion II",  
Rev. mod. phys. 17 (1945) p. 233.
- 2) J. L. Lawson, G. E. Uhlenbeck, "Threshold signals". Rad. lab. series,  
Mc. Graw Hill, New York 1950, Cap. 3.
- 3) H. Cramer, "Random variables and probability distributions", Cambridge,  
London 1937.
- 4) Mathematical tables from handbook of chemistry and physics. Chemical Rubber  
Publishing Co., Cleveland.
- 5) S. O. Rice, "Mathematical Analysis of Random Noise", Bell Syst. tech., J., Vol. 23  
(1944) p. 282-332, Vol. 24 (1945) p. 46-108.
- 6) H. Bittel, "Zur Kennzeichnung von Geräuschen und Rauschspannungen", Z.  
angew. Physik, Bd. 4 (1952) p. 137-146.
- 7) H. M. James, N. B. Nichols, R. S. Philips, "Theory of Servomechan-  
nism", Rad. lab. series, Mc. Graw Hill, New York 1947.
- 8) W. Saxer, "Vorlesung über Wahrscheinlichkeitsrechnung", Vorlesung E. T. H.
- 9) A. Kolmogoroff, "Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung", Ergebnis-  
se der Mathematik II/3, Berlin 1933.
- 10) K. Fränz, "Die Amplitude von Geräuschspannungen", Elektr. Nachr. Techn.,  
Vol. 19 (1942) p. 116-173.

## 2. Zur Theorie des Rauschens von Metall- und Halbleiterwiderständen

### 2.1

### Die Schwankungsursachen

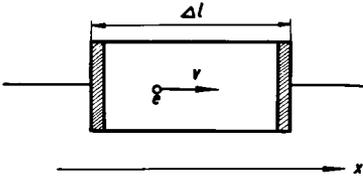


Abb. 2.1

Der Beitrag eines zwischen zwei Elektroden laufenden Ladungsträgers zum an den Klemmen abgenommenen Strom wird für ein homogenes Widerstandsmaterial nach dem Influenzgesetz

$$I_{el} = \frac{ev_x}{\Delta l}$$

wo  $v_x$  die Geschwindigkeit des Trägers in Richtung der Elektroden,  $e$  die Ladung des Trägers und  $\Delta l$  den Abstand der Elektroden bezeichnet (Abb. 2.1). Befinden sich  $N$  Träger zwischen den beiden Elektroden wird der mittlere an den Klemmen abgenommene Gleichstrom

$$\bar{I} = \frac{\bar{N} e \bar{v}_x}{\Delta l} \quad (2.1)$$

Der an den Klemmen auftretende Schwankungsstrom wird

$$\Delta I = \frac{e}{\Delta l} (\bar{N} \Delta v_x + \bar{v}_x \Delta N) \quad (2.2)$$

Wenn wir annehmen, dass die den beiden Summanden zugrunde liegenden Vorgänge (Geschwindigkeitsschwankungen und Schwankung der Trägerzahl) nicht oder nur unmerklich korreliert sind, können die beiden Anteile separat berechnet und ihre Schwankungsquadrate addiert werden. Der erste Summand ist unter dem Namen Wärmerauschen bekannt und ist für thermodynamisches Gleichgewicht (kein Stromfluss) von G. L. de Haas-Lorentz<sup>52)</sup> H. Nyquist<sup>1)</sup> und anderen berechnet worden. Bedeutende Schwierigkeiten bereitet der zweite Term in Gl. (2.2). Sein Beitrag kann bei Metallen vernachlässigt werden, da die Trägerzahl hier ungefähr konstant ist. Ebenso wird er im Fall der Stromlosigkeit gleich Null, da dann  $\bar{v}_x = 0$ . Er wird aber wesentlich, im Falle von Halbleitern, wo infolge der ständigen Rekombination und Neuerzeugung der an der Leitung beteiligten Ladungsträger die Zahl  $N$  schwankt.

Schliesslich sind als mögliche Ursache für die bei Halbleitern beobachteten sehr hohen Rauschströme Schwankungen in den Sperrschichten von Kontakten vorgeschlagen worden. Die dadurch entstehenden Widerstandsschwankungen bewirken eine Modulation des durchfliessenden Stromes.

## 2.2 Das Wärmerauschen als Summe der Schwankungsbewegungen der Elektronen

Die von H. Nyquist<sup>1)</sup> 1928 publizierte Ableitung der Formel für das Wärmerauschen eines Widerstandes (s. Anm. 1)

$$\overline{u_r^2} = 4 k T R \Delta f \quad (2.3)$$

wo  $k$  = Boltzmann'sche Konstante =  $1,38 \cdot 10^{-23}$  Joule/Grad

$T$  = absolute Temperatur

hat den Nachteil, dass sie rein thermodynamischer Natur ist und darum keine Vorstellung über die Art der Schwankungsvorgänge gibt. Es sind deshalb verschiedene Arbeiten veröffentlicht worden<sup>3, 4, 5, 6, 7)</sup> die die Formel (2.3) durch Addition der Stossvorgänge der einzelnen Elektronen ableiten und damit teilweise eine Verbindung zur Theorie des Rauschens in einer gesättigten Hochvakuum-Diodenstrecke, wie sie von W. Schottky<sup>2)</sup> entwickelt wurde, herstellen. Keine dieser Arbeiten ist genügend allgemein um nachher auf stromdurchflossene Festkörper übergehen zu können. Ihre physikalische Richtigkeit ist z. T. angefochten worden<sup>8)</sup>.

Im folgenden soll die Nyquistformel abgeleitet werden, indem die durch die einzelnen Elektronen erzeugten Stromimpulse wie bei der Ableitung der Schottky Formel<sup>9)</sup> spektral zerlegt und unter Berücksichtigung ihrer Energie- und Geschwindigkeitsverteilung addiert werden.

Wir betrachten ein Widerstandselement der Länge  $\Delta l$  und der Querschnittsfläche  $\Delta A$  (Abb. 2.1). Ein Elektron, das sich mit der Geschwindigkeit  $v_x$  in Richtung  $x$  bewegt erzeugt nach Gl. (2.1) während der Flugzeit  $t_1$  zwischen 2 Stössen einen Strom  $i = \frac{ev_x}{\Delta l}$ ,  $t_1 v_x < \Delta l$

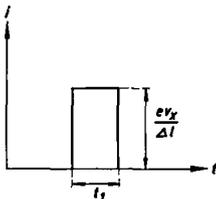


Abb. 2.2

Anm. 1: Die genaue Form der Nyquistgl. lautet:  $\overline{u_r^2} = 4kTR \cdot \frac{hf/kT}{\exp(hf/kT) - 1} \Delta f$   
 Sie geht jedoch für alle technisch verwendeten Frequenzen und Temperaturen in Gl. (2.3) über.

Wir nehmen einmal zunächst an, dieser Stromimpuls nach Abb. 2. 2 wiederhole sich mit der Periode T. Die Grösse der Periodendauer ist von sekundärer Bedeutung solange  $T \gg t_1$ . Sie tritt im Endresultat nicht auf. Zerlegt man diese Impulsfolge nach Fourier, so erhält man für alle Frequenzkomponenten die Amplitude:

$$c_k = \frac{2}{T} \frac{e v_x}{\Delta l} t_1 \quad (2.4)$$

Der Effektivwert der k-ten Oberwellen wird

$$\frac{c_k^2}{2} = \frac{2}{T^2} \frac{e^2 v_x^2}{\Delta l^2} t_1^2$$

und da im Frequenzband  $\Delta f T$  Oberwellen liegen ist der Beitrag einer solchen Impulsserie der Länge  $t_1$  zum Effektivwert

$$c_f^2 = \frac{2}{T} \frac{e^2 v_x^2}{\Delta l^2} t_1^2 \Delta f \quad (2.5)$$

Bei der Summation über mehrere Elektronen derselben Energie muss beachtet werden, dass die Zeit zwischen zwei Stössen nicht für alle Elektronen gleich ist. Nimmt man an, dass die Wahrscheinlichkeit zu stossen für jedes Elektron (derselben Energie) zu jeder Zeit gleich ist, so erhält man nach W. Shockley<sup>10)</sup> für die Wahrscheinlichkeit  $w(t)$  dass ein Elektron eine Stosszeit zwischen  $t$  und  $t + dt$  besitzt

$$w(t) = \exp(-t/\bar{\tau}) \frac{dt}{\bar{\tau}} \quad (2.6)$$

wo  $\bar{\tau}$  die mittlere Stosszeit  $\bar{\tau} = \bar{t}$  bedeutet.

Der für die Addition der Effektivwerte wichtige quadratische Mittelwert der Stosszeiten wird

$$\overline{t^2} = \int_0^{\infty} t^2 \exp(-t/\bar{\tau}) \frac{dt}{\bar{\tau}} = 2 \bar{\tau}^2$$

Der mittlere Beitrag einer solchen Impulsserie ist demnach im Gegensatz zur Ableitung der Formel für den Schroteffekt (wo alle Laufzeiten angenähert gleich sind)

$$\frac{\overline{c_f^2}}{2} = \frac{4}{T} \frac{e^2 v_x^2}{\Delta l^2} \bar{\tau}^2 \Delta f. \quad (2.7)$$

Befinden sich im Volumenelement  $n(E) dE \Delta l \Delta A$  Elektronen der Energie E bis  $E + dE$  so beträgt die mittlere Zahl der Stösse die diese Elektronen in der Zeit T ausführen

$$s = \Delta l \Delta A \frac{T n(E) dE}{\bar{\tau}}$$

Der totale Effektivstrom, den diese Elektronen im Frequenzintervall  $\Delta f$  zur Folge hätten, wenn alle zum Strom beitragen würden, wäre

$$\overline{i_{\text{effE}}^2} = \frac{4}{3} \frac{\Delta A}{\Delta I} n(E) e^2 v^2 \tau \Delta f dE \quad (2.8)$$

Der Faktor  $1/3$  rührt daher, dass bei der Summation über alle  $v^2$  nur  $1/3$  auf die Richtung  $x$  entfällt, sodass  $\overline{v_x^2} = \frac{v^2}{3}$ .

Die Teilchenzahl für das Energieniveau  $E + E + dE$  ist

$$n(E) dE = 2D(E) F(E) dE$$

wo  $2D(E)$  die Anzahl der in diesem Intervall möglichen Energiestufen und  $F(E)$  die Besetzungswahrscheinlichkeit dieser Stufen bedeuten.

In Wirklichkeit tragen aber nicht alle sich bewegenden Elektronen zum Rauschstromquadrat bei. Aus Symmetriegründen muss angenommen werden, dass jedem nach links laufenden Elektron bei vollständiger Besetzung der Energieniveaus ein gleichzeitig nach rechts laufendes zugeordnet werden kann, sodass sich ihre Beiträge zum Schwankungsquadrat kompensieren. Die Auswirkung dieser etwas primitiven Vorstellung ist dieselbe, wie wenn man annimmt, dass ein Teil der Elektronen bei Stößen ihre Plätze einfach vertauschen, sodass die Wirkung des Stosses nach außen nicht spürbar ist. Daraus ergibt sich der Satz, dass ein volles Energieband nicht rauscht.

Sind aber bei den betrachteten Elektronenenergien nicht alle Energieniveaus besetzt, so werden von den betrachteten  $n$  fliegenden Elektronen  $(1 - F(E)) n$  nicht kompensiert, so dass der wirkliche Beitrag der Elektronen der Energie  $E + E + dE$  zum Effektivstrom

$$\overline{i_{\text{effE}}^2} = \frac{4}{3} \frac{\Delta A}{\Delta I} e^2 \Delta f v^2 \tau(E) 2 D(E) F(E) (1 - F(E)) dE \quad (2.9)$$

wird. Integriert man noch über alle Energiestufen so erhält man für den effektiven Rauschstrom des Widerstandselementes

$$\overline{i_r^2} = \frac{8}{3} \frac{\Delta A}{\Delta I} \Delta f e^2 \int_0^\infty v^2 \tau(E) D(E) F(E) (1 - F(E)) dE \quad (2.10)$$

Als Wahrscheinlichkeit für die Besetzung wird im Falle von thermodynamischem Gleichgewicht die Fermi-Verteilung  $F_0(E)$

$$F_0(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - \xi}{kT}\right)} \quad (2.11)$$

angenommen, wo  $\xi$  das sogenannte Fermi-Niveau bedeutet. Der Index 0 soll das thermodynamische Gleichgewicht andeuten.

Ein ganz ähnliches Integral wie Gl. 2.10 ergibt sich aber nach W. Shockley<sup>10)</sup> für die spez. elektrische Leitfähigkeit eines festen Körpers:

$$\sigma = -\frac{2}{3} e^2 \int_0^{\infty} v^2 \tau(E) D(E) \frac{\delta F_0}{\delta E} dE \quad (2.12)$$

Mit der Beziehung

$$\frac{\delta F_0}{\delta E} = -\frac{1}{kT} F_0(E) (1 - F_0(E)) \quad (2.13)$$

kann der Ausdruck (2.10) für den effektiven Rauschstrom  $\overline{i_R^2}$  als

$$\overline{i_R^2} = 4 k T G \Delta f \quad (2.14)$$

geschrieben werden, wo G den Leitwert des Widerstandselementes bezeichnet. Eine Umformung auf das Spannungsquellenersatzschaltbild ergibt die bekannte Nyquist'sche Formel

$$\overline{u_R^2} = 4 k T R \Delta f. \quad (2.3)$$

Diese Ableitung der thermischen Rauschformel aus den Stossprozessen der Elektronen zeigt wohl deutlich genug, dass thermisches Rauschen und elektrischer Widerstand nur zwei verschiedene Auswirkungen desselben physikalischen Grundvorgangs, nämlich der Stossprozesse der Elektronen mit dem Atomgitter sind. Wären diese nicht vorhanden, so würden beide Effekte verschwinden. Dieselben Elektronen, die zur Leitfähigkeit eines Stoffes beitragen, bewirken auch dessen Rauschen. Die oft aufgeworfene Frage des thermischen Rauschens von Kondensatoren und Induktivitäten<sup>11)</sup> dürfte sich damit erübrigen.

Die obige Ableitung hat den Vorteil, dass sie sich auch auf stromdurchflossene Widerstände anwenden lässt, sofern statt der Fermi-Verteilung  $F_0(E)$  für thermodynamisches Gleichgewicht die durch den Stromfluss gestörte Verteilungsfunktion eingesetzt wird.

### 2.3 Das thermische Rauschen stromdurchflossener Widerstände

Im Falle eines stromdurchflossenen Festkörpers ändert sich die in Gl. (2.10) einzuführende Wahrscheinlichkeitsverteilung der Besetzung der Energiestufen auf

$$F(E) = F_0(E) + g(E) \quad (2.15)$$

wo  $F_0(E)$  die ungestörte Fermi-Verteilung nach Gl. (2.11) und  $g(E)$  eine Störungsfunktion bedeutet, die nach G. Busch<sup>12)</sup> durch

$$g(E) = -\tau(E) e \frac{\delta F_0}{\delta E} \epsilon_x \cdot v_x \quad (2.16)$$

bestimmt wird.  $\epsilon_x$  bedeutet die Feldstärke,  $v_x$  die Geschwindigkeit in Richtung  $x$ . Gl. (2.10) schreibt man mit  $v_x$

$$\overline{i_r^2} = 8 \frac{\Delta A}{\Delta l} e^2 \Delta f \int_0^\infty v_x^2 (E) \tau(E) D(E) F(E, v_x) (1 - F(E, -v_x)) dE. \quad (2.17)$$

Bei Produktbildung  $F(1-F)$  als Zahl der nichtkompensierten Stöße muss beachtet werden, dass  $F$  für nach rechts und links laufende Elektronen nicht gleich ist, weil das Vorzeichen von  $g(E)$  von der Richtung  $v_x$  abhängt. Der eine Faktor muss daher für nach rechts laufende, der andere für nach links laufende Elektronen eingesetzt werden. Berücksichtigt man noch dass alle Integrale mit  $v_x^3$  verschwinden, so bleibt für  $\overline{i_r^2}$

$$\overline{i_r^2} = \overline{i_{r0}^2} + 8 \frac{\Delta A}{\Delta l} e^2 \Delta f \int_0^\infty v_x^2 \tau(E) D(E) g^2(E) dE$$

wo  $\overline{i_{r0}^2}$  den Rauschstrom im thermodynamischen Gleichgewicht nach Gl. (2.14) bezeichnet.

Setzt man für  $g(E)$  die Gl. (2.16) ein so wird  $\overline{i_r^2}$

$$\overline{i_r^2} = 4 kT G \Delta f \left( 1 - \frac{e^2}{kT} \epsilon_x^2 \frac{\int_0^\infty v_x^4 \tau^3(E) D(E) \left(\frac{\delta F_0}{\delta E}\right)^2 dE}{\int_0^\infty v_x^2 \tau(E) D(E) \frac{\delta F_0}{\delta E} dE} \right)$$

und mit  $\overline{v_x^2} = \frac{v^2}{3}$ ,  $\overline{v_x^4} = \frac{v^4}{5}$

$$\overline{i_r^2} = 4 kT G \Delta f \left( 1 - \frac{3}{5} \frac{e^2 \epsilon_x^2 \int_0^\infty v^4 \tau^3(E) D(E) \left(\frac{\delta F_0}{\delta E}\right)^2 dE}{kT \int_0^\infty v^2 \tau(E) D(E) \frac{\delta F_0}{\delta E} dE} \right) \quad (2.18)$$

$$\overline{i_r^2} = 4 kT G \Delta f (1 + \Theta)$$

Diskussion der Gleichung (2.18) für ein Metall

Um die Größenordnung des Korrekturgliedes  $\Theta$  für ein Metall abzuschätzen, wird die Annahme gemacht, dass alle Elektronen, die zur Leitfähigkeit beitragen, ungefähr dieselbe Energie besitzen, womit  $v(E)$ ,  $\tau(E)$  und  $D(E)$  als konstant betrachtet werden können. Diese Annahme ist deshalb naheliegend, weil bei Metallen die Fermifunktion  $F_0(E)$  über ein relativ schmales Energiegebiet von 0 nach 1 variiert. Mit diesen vereinfachenden Annahmen wird

$$\Theta = -\frac{3}{5} \frac{e^2 \epsilon_x^2}{kT} v^2 \tau^2 \frac{\int_0^\infty \left(\frac{\delta F_0}{\delta E}\right)^2 dE}{\int_0^\infty \frac{\delta F_0}{\delta E} dE}$$

Die beiden Integrale werden

$$\int_0^\infty \left(\frac{\delta F_0}{\delta E}\right)^2 dE = \frac{1}{6kT} \quad \text{wenn } \xi \gg kT$$

$$\int_0^\infty \frac{\delta F_0}{\delta E} dE = -1$$

und man erhält für  $\Theta$  den Ausdruck (2.19).

$$\Theta = \frac{1}{10} \cdot \frac{e^2 \epsilon_x^2 l^2}{k^2 T^2} \quad (2.19)$$

wo  $l = v \cdot \tau$  die mittlere freie Weglänge der Elektronen im Metall bezeichnet.

Setzen wir als Zahlenwerte

$$\begin{aligned} e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Coulb} \\ \epsilon_x &= \varrho j_x = 1 \text{ V/m (3 A/mm}^2 \text{ in Eisen)} \\ \varrho &= \text{spez. Widerstand} \\ j_x &= \text{Stromdichte} \\ l &\approx 10^{-6} \text{ m} \\ k &= 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Watt/Grad} \\ T &= 273^\circ \text{ K} = 0^\circ \text{ C} \end{aligned}$$

so folgt für  $\Theta$

$$\Theta \approx 2 \cdot 10^{-10}$$

Diese Abschätzung zeigt, dass sich das thermische Rauschen stromdurchflossener Metallwiderstände solange nicht spürbar vom Rauschen im thermodynamischen Gleichge-

wicht unterscheidet, als die Energieaufnahme  $\Delta E$  eines Elektrons während des Fluges zwischen 2 Stößen  $\Delta E = e \cdot E_x \cdot l$  viel kleiner als  $kT$  bleibt, was für unsere technischen Stromdichten immer der Fall ist. Die Tatsache, dass das Rauschen stromdurchflossener Metallwiderstände ebenfalls nach der Nyquist'schen Formel (2.3) berechnet werden kann ist experimentell wiederholt bestätigt worden. Sie bildet eine wesentliche Grundlage zur Dimensionierung der Rausch-Messschaltungen.

### Diskussion der Gleichung (2.18) für einen Halbleiter

Das Integral (2.18) soll für einen n-Halbleiter (Donoren) ausgewertet werden. Um über  $\tau(E)$  etwas aussagen zu können, muss über die Art der Streuprozesse (d.h. der Elektronenstöße) eine Voraussetzung gemacht werden. Im nachfolgenden soll angenommen werden, dass nur thermische Elektronenstreuung vorliegt (d.h. Stöße infolge der thermischen Gitterschwingungen). Streuung an Störstellen und eventuelle weitere Streuungen sollen vernachlässigt werden.

Im Falle thermischer Streuung kann nach <sup>12)</sup> für die Flugzeit als Funktion der Energie

$$\tau = a \cdot E_{tr}^{-1/2} \quad (2.20)$$

geschrieben werden, wo  $E_{tr}$  die kinetische Energie der Elektronen, nach Gl. (2.23) und  $a$  eine energieunabhängige Konstante nach Gl. (2.21) bedeutet.

$$a = \frac{3}{4} \mu_n \sqrt{\frac{\pi k T}{f_n}} \frac{m}{e} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \mu_n &= \text{Beweglichkeit der Elektronen} \\ f_n &= \frac{\text{Masse eines Freien Elektrons}}{\text{eff. Elektronenmasse im Kristall}} = \frac{m}{m_{\text{eff}}} \\ &= \text{Freiheitszahl} \\ m &= \text{Elektronenmasse (freies El.)} \end{aligned}$$

Die Dichte der möglichen Energieniveaus im Leitfähigkeitsband wird durch

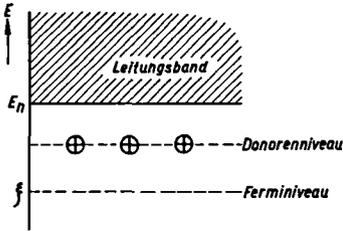
$$D(E) = \frac{1}{4\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar^2 f_n} \right)^{3/2} (E - E_n)^{1/2} \quad (2.22)$$

und die kinetische Energie  $E_{tr}$  durch Gleichung (2.23)

$$E_{tr} = \frac{mv^2}{2} = f_n (E - E_n) \quad (2.23)$$

gegeben.  $E_n$  ist die Energie des unteren Randes des Leitungsbandes. (Vergl. Abb. 2.3).

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Joule sec.}$$



**Abb. 2.3**  
Energieschema eines  
n-Halbleiters

Das Integral N im Zähler von Gl. (2.18) wird mit den Gl. (2.20) (2.22) (2.23)

$$N = \int_{E_n}^{\infty} v^4 \tau(E)^3 D(E) \left( \frac{\delta F_0}{\delta E} \right)^2 dE = \frac{1}{\pi^2} \left( \frac{2}{\hbar^2} \right)^{3/2} \left( \frac{m}{f_n} \right)^{-1/2} \int_{E_n}^{\infty} (E - E_n) a^3 \left( \frac{\delta F_0}{\delta E} \right)^2 dE \quad (2.24)$$

Mit den Substitutionen

$$\frac{E - E_n}{kT} = x, \quad \frac{\xi - E_n}{kT} = \alpha$$

gilt für (2.24)

$$N = \frac{2 \sqrt{2}}{\pi^2} \frac{1}{\hbar^3} \left( \frac{f_n}{m} \right)^{1/2} a^3 \int_0^{\infty} x \frac{\exp^2(x - \alpha)}{[1 + \exp(x - \alpha)]^4} dx \quad (2.25)$$

Im Falle der Nichtentartung (Maxwell'sche Verteilung) der Elektronenverteilung gilt  $\frac{E - \xi}{kT} \gg 1$ . Diese Bedingung ist für technisch verwendetes Germanium fast immer erfüllt. Gl. (2.25) vereinfacht sich dann zu

$$N = \frac{2 \sqrt{2}}{\pi^2} \frac{1}{\hbar^3} \left( \frac{f_n}{m} \right)^{1/2} a^3 \exp 2\alpha \int_0^{\infty} x \exp(-2x) dx$$

$$N = \frac{1}{\pi^2 \sqrt{2} \hbar^3} \left( \frac{f_n}{m} \right)^{1/2} a^3 \exp 2\alpha \quad (2.26)$$

Analog berechnet man für das Integral M im Nenner von Gl. (2.18) im Fall der Nichtentartung des Elektronengases

$$\begin{aligned}
 M &= \int_0^{\infty} v^2 \tau(E) D(E) \frac{\delta F_0}{\delta E} dE \\
 &= - \frac{1}{\pi^2} \frac{\sqrt{2}}{\hbar^3} \left(\frac{m}{f_n}\right)^{1/2} k T \exp \alpha a .
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

Der Ausdruck (2.18) für das Rauschstromquadrat  $\overline{i_r^2}$  wird im Fall eines nichtentarteten n-Halbleiters

$$\overline{i_r^2} = 4 k T g \Delta f \left(1 + \frac{3}{10} \frac{e^2 \epsilon_x^2}{(kT)^2} \frac{a^2 \exp \alpha f_n}{m}\right)$$

und mit a nach Gl. (2.21)

$$\overline{i_r^2} = 4 k T G \Delta f \left(1 + \frac{27\pi}{160} \epsilon_x^2 \mu_n^2 \frac{m}{kT} \exp \alpha\right) . \tag{2.28}$$

$$\overline{i_r^2} = 4 k T G \Delta f (1 + \Theta)$$

Als Zahlenbeispiel sei n-Germanium mit  $n_D = 10^{23}$  Donoren/m<sup>3</sup> angenommen. Bei Raumtemperatur sind diese Donorstufen alle ionisiert<sup>13)</sup>, sodass die Zahl der freien Elektronen  $n \approx 10^{23}/m^3$  beträgt. Dies entspricht einem spezifischen Widerstand des Germaniums  $\xi \approx 5 \cdot 10^{-4} \Omega \text{ m}$ .<sup>14)</sup> Nach<sup>13)</sup> wird dann  $\alpha = \frac{\xi - E_n}{kT} \approx -5,94$ .

Mit den übrigen Daten:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_x &= \xi \cdot j_x = 5 \cdot 10^2 \text{ Volt/m ( bei } j_x = 2 \text{ A/mm}^2 \text{)} \\
 \mu_n &\approx 0,36 \text{ m}^2/\text{Voltsec.} \\
 m &= 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}
 \end{aligned}$$

wird  $\Theta$  für Raumtemperatur  $T = 293^{\circ} \text{ K}$ ,  $\Theta \approx 10^{-8}$ .

Die Korrektur der Nyquistformel (2.3) infolge Stromdurchfluss ist auch im vorliegenden Fall verschwindend klein.

#### 2.4 Das Rauschen bedingt durch die statistischen Schwankungen der Ladungsträgerzahl

Der Beitrag, den die Schwankung der Anzahl der an der Leitung beteiligten Ladungsträger zum Rauschen liefert, wird durch den zweiten Summanden in Gl. (2.2)

angegeben. Der Grund für diese Schwankungen liegt zunächst einmal in der steten Neuerzeugung und Wiedervereinigung von Loch-Elektronpaaren und im Falle von Störstellenhalbleitern in der statistischen Verteilung der Ladungsträger auf Donoren und Leitungsband bei n-Halbleitern bzw. Akzeptoren und Valenzband bei p-Halbleitern.

Studien über die Trägerrekombination<sup>15)</sup> haben ergeben, dass die Wiedervereinigung eines Loches und eines Elektrons an bestimmten Stellen des Kristallgitters (engl. deathnium) erfolgt. Ausser diesen Rekombinationszentren befinden sich im Kristall auch sogenannte Fangstellen<sup>16)</sup> (engl. traps), die Träger für eine bestimmte Zeit festhalten, und dann wieder für die Leitung freigeben können. In einem verallgemeinerten Sinn können also auch die gewöhnlichen Störstellen (Donoren und Akzeptoren), und wenn man auf die Bedingung, dass die Träger wieder zur Leitung freigegeben werden, auch die Rekombinationszentren als "trapping centers" bezeichnet werden. Es sind also diese "traps", die die Trägerlebensdauer und damit das Rauschen der Halbleiter wesentlich beeinflussen. Insbesondere besteht die Möglichkeit, mit dieser Vorstellung das für Halbleiter typische Niederfrequenzspektrum mit der Frequenzabhängigkeit  $1/f$  auch für Einkristallhalbleiter einigermaßen zu begründen. Wenn man als Rauschursachen nicht nur Oberflächeneffekte annehmen will, versagt in diesem Fall die Vorstellung von spontan schwankenden Sperrschichten, (Kap. 2.5) da innere Kontakte an Korngrenzen fehlen.

Der Zusammenhang zwischen Rauschstromquadrat und Trägerzahlschwankung wird am besten mit Hilfe der Formel von Wiener-Khintchine Gl. (1.16) berechnet. Wenn für  $y(t)$  nach Gl. (2.2)

$$y(t) = i(t) = \frac{e \cdot \bar{v}_x}{\Delta l} \Delta N_1 \quad (2.29)$$

eingesetzt wird, so gilt für (1.15)

$$\overline{i_r^2} = w(f) \Delta f = 4 \frac{e^2}{\tau_0^2} \Delta f \int_0^{\infty} \overline{\Delta N_1^2} \varrho(\tau) \cos \omega \tau d\tau \quad (2.30)$$

wo  $\tau_0 = \frac{\Delta l}{\bar{v}_x}$  die Laufzeit eines Trägers mit der mittleren Driftgeschwindigkeit  $\bar{v}_x$  durch den Halbleiter der Länge  $\Delta l$  (Abb. 2.1), und  $\Delta N_1$  die Abweichung von der mittleren an der Leitung beteiligten Ladungsträgerzahl  $N_1$  bedeuten.  $\varrho(\tau)$  ist die Autokorrelationsfunktion nach Gl. (1.15). Sie gibt an, welcher Teil der bei  $t = t_1$  zum Rauschen beitragenden Elektronen  $\Delta N_1$  im Mittel auch bei  $t_2 = t_1 + \tau$  noch wirksam sind.

Als einfachstes Beispiel sei das Rauschen eines Leitungsvorganges berechnet, bei dem nur eine Sorte Ladungsträger vorhanden sind. Diese seien im Mittel während der Zeit  $\tau_1$  beweglich und während der Zeit  $\tau_2$  gebunden (durch "trapping

centers"). Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein sich in Bewegung befindlicher Träger während einer bestimmten Zeit  $\Delta t$  in ein "trap" fällt ist dann  $\frac{1}{\tau_1} \Delta t$ , die Wahrscheinlichkeit der Befreiung eines Trägers  $\frac{1}{\tau_2} \Delta t$ . Für die Wahrscheinlichkeit, dass ein Träger sich im leitenden Zustand befindet gilt  $w_1 = \frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_2}$ , für die Wahrscheinlichkeit des gebundenen Zustandes  $w_2 = \frac{\tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$ . (S. Anm. 1.)

Die mittlere quadratische Abweichung der an der Leitung teilnehmenden Trägerzahl  $\overline{\Delta N_1^2}$  berechnet man dann wie für eine Binominalverteilung

$$\begin{aligned} \overline{\Delta N_1^2} &= \overline{(N_1 - \overline{N_1})^2} = \overline{(N_2 - \overline{N_2})^2} = N w_1 w_2 \\ &= N \frac{\tau_1 \tau_2}{(\tau_1 + \tau_2)^2} = \overline{N_1} \frac{\tau_2}{(\tau_1 + \tau_2)} \end{aligned} \quad (2.31)$$

wo

$N_1$  die Zahl der leitenden,

$N_2$  die Zahl der "getrappten"

und  $N$  die Totalzahl  $N = N_1 + N_2$  bedeuten.

Für die Berechnung der Autokorrelationsfunktion  $\varrho(\tau)$  werden die geometrischen Abmessungen des Widerstandes im Verhältnis zur mittleren freien Driftweglänge der Träger wesentlich. Es können zwei Grenzfälle diskutiert werden.

a)  $\tau_1 \gg \tau_0$

In diesem Fall ist die mittlere Lebensdauer  $\tau_1$  eines Trägers im leitenden Zustand bedeutend grösser als die in Gl. (2.30) definierte Laufzeit  $\tau_0$  durch den Halbleiter. Von den zur Zeit  $t_1$  zur Leitung beitragenden Trägern ist unter Voraussetzung einer konstanten Driftgeschwindigkeit zur Zeit  $t_2 = t_1 + \tau$  nur noch ein Anteil .

$$\varrho(\tau) = 1 - \frac{\tau}{\tau_0} \quad (2.32)$$

vorhanden (Abb. 2.4).

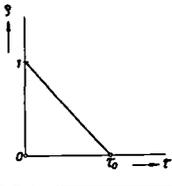


Abb. 2.4

Autokorrelationsfunktion  $\varrho(\tau)$  für den Fall  $\tau_1 \gg \tau_0$ . Die bei  $\tau = 0$  zur Leitung beitragenden Ladungsträger sind bei  $\tau = \tau_0$  alle aus dem HL ausgetreten. Das Verschwinden geschieht linear mit der Zeit.

1) In einer neueren Arbeit von R. E. Burgess (Proc. Phys. Soc. Vol. 68 B (1955) p. 661-672) ist gezeigt worden, dass es nicht immer zulässig ist, die einzelnen Träger als voneinander unabhängig anzunehmen, wie das bei der Anwendung der Binominalverteilung vorausgesetzt wird. Es ergeben sich daher in einzelnen Fällen für diese Schwankungen von den hier angegebenen Gleichungen etwas abweichende Ausdrücke.

Mit diesen Voraussetzungen folgt für  $\overline{i_r^2}$  nach (2.30) (2.31) (2.32) und mit

$$\begin{aligned} \frac{\overline{N_1} e}{\tau_0} &= I_0 = \text{Gleichstrom, der durch den Halbleiter fließt,} \\ \overline{i_r^2} &= 2 I_0 e \frac{\tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \left( \frac{\sin \frac{\omega \tau_0}{2}}{\frac{\omega \tau_0}{2}} \right)^2 \Delta f \end{aligned} \quad (2.33)$$

Gleichung (2.33) geht in die Schottky'sche Formel für eine Hochvakuumdiode im Sättigungsbereich über, wenn  $\tau_2 \gg \tau_1$  gilt, was für eine Glühkathode, wo nur wenige der vorhandenen Elektronen emittiert werden, zutrifft. Der frequenzabhängige Faktor würde im Falle einer Hochvakuumdiode nur für Elektronen gleicher Laufzeit (ohne Anfangsgeschwindigkeit beim Verlassen der Kathode) gelten.

Eine zu (2.33) analoge Gleichung ist von J. H. Gissolf<sup>17)</sup> und A. van der Ziel<sup>18)</sup> jedoch ohne den Faktor  $\frac{\tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$ , für das Rauschen von Halbleitern abgeleitet worden. Der Unterschied zur Gl. 2.33 besteht darin, dass sie anstelle einer Binominalverteilung für die Zahl der leitenden Träger eine Poisson-Verteilung mit  $(N_1 - \overline{N_1})^2 = N_1$  ansetzen. Es ist nicht ohne weiteres einzusehen, dass die Annahme dieser Verteilungsfunktion für alle Fälle zutreffend ist, insbesondere nicht für einen dünnen Halbleiter zwischen zwei Metallelektroden mit sperrschichtfreiem Uebergang Metall-Halbleiter. Technisch bedeutend wichtiger ist jedoch der Fall b)

b)  $\tau_1 \ll \tau_0$

In diesem zweiten Grenzfall werden praktisch alle Träger "getrappt", längst bevor sie den Halbleiter durchlaufen haben und nach einer gewissen Zeit wieder für die Leitung freigegeben. Die Autokorrelationsfunktion  $g(\tau)$  die angibt, welcher Bruchteil der bei  $t = 0$  an der Leitung beteiligten Ladungsträger auch bei  $t = \tau$  einen Beitrag liefern wird dann

$$g(\tau) = \exp \left[ - \left( \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \right) \tau \right] = \exp \left( - \frac{\tau}{\tau} \right) \quad (2.34)$$

Die Geburts- und Todeswahrscheinlichkeit  $\frac{1}{\tau_2}$  resp.  $\frac{1}{\tau_1}$  gehen symmetrisch in die Formel ein, da  $g(\tau)$  für Zustände  $N_1 < \overline{N_1}$  und  $N_1 > \overline{N_1}$  gelten muss. Der exponentielle Zerfall kann dann angenommen werden, wenn die Wahrscheinlichkeit für jeden leitenden Träger, eingefangen zu werden, konstant ist und eine analoge Annahme auch für die Befreiung der "getrappten" Träger gilt (siehe Gl. 2.6).

Mit Gl. (2.30) (2.31) und (2.34) wird dann

$$\overline{i_r^2} = \frac{4 I_0^2}{\overline{N_1}} \frac{\tau_2^2}{(\tau_1 + \tau_2)^2} \tau_1 \frac{1}{1 + \omega^2 T^2} \Delta f \quad (2.35)$$

wo  $\frac{1}{T} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}$  nach Gl. (2.34).

Dieses Resultat ist auch von S. Mach lup<sup>19)</sup> auf andere Weise hergeleitet worden.

Aus Gl. (2.35) können folgende Schlüsse gezogen werden:

Wird eine bestimmte Sorte von Fangstellen gleicher Eigenschaften angenommen z. B. Donoren, so ergibt sich ein weisses Rauschspektrum bis in das Frequenzgebiet, wo  $f \approx 1/T$  wird. Die kleinere der beiden Lebensdauern  $\tau_1$  und  $\tau_2$  bedingt danach das Frequenzgebiet, wo die spektrale Intensität des Rauschens abfällt. Sind praktisch alle Donoren ionisiert (was für Germanium bei Raumtemperatur meist zutrifft) so gilt  $\tau_1 \gg \tau_2$  und mit

$$\overline{i_r^2} = \frac{4 I_0^2}{N_1} \frac{\tau_2^2}{\tau_1} \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_2^2} \Delta f \quad (2.36)$$

wird dieser Rauschbeitrag sehr schwach und verschwindet im Falle von Metallen mit  $\tau_2 = 0$  ganz.

Sind jedoch die Donoren nur schwach ionisiert ( $\tau_1 \ll \tau_2$ ), gilt

$$\overline{i_r^2} = \frac{4 I_0^2}{N_1} \tau_1 \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} \Delta f \quad (2.37)$$

und der Rauschbeitrag von Gl. (2.37) wird bedeutend grösser.

Ein weiteres theoretisch einfaches Beispiel ist das Rauschen eines Eigenhalbleiters, wenn man paarweises Entstehen und Verschwinden von Elektronen und Löchern annimmt. Nur ein relativ kleiner Teil der Elektronen, die die Möglichkeit dazu hätten, beteiligt sich hier an der Leitung. Es kann daher eine Poisson-Verteilung  $(N_1 - \overline{N_1})^2 = \overline{N_1}$  angenommen werden.

Mit den Beweglichkeiten  $\mu_n$  und  $\mu_p$  der Elektronen bzw. Löcher wird der Beitrag  $i_{\text{paar}}$  eines Elektron-Loch-Paars zum Gesamtstrom

$$i_{\text{paar}} = \frac{eV}{\Delta l} (\mu_n + \mu_p)$$

wo V die Spannung am Halbleiter der Länge  $\Delta l$  bedeutet, und der Autokorrelationsfunktion

$$g(\tau) = \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_1}\right)$$

wird

$$\overline{i_r^2} = 4 e I_0^2 \frac{R}{\Delta l^2} (\mu_n + \mu_p) \frac{1}{1 + (\omega \tau_1)^2} \Delta f \quad (2.38)$$

wo R den ohmschen Widerstand des Halbleiters,  $\tau_1$  die mittlere Lebensdauer eines Elektron-Loch-Paars bedeutet (siehe auch<sup>18)</sup>).

Es muss demnach bei allen Halbleitern, also auch bei solchen, die keine durch fehlerhaften Kristallaufbau bedingte zusätzliche Fangstellen aufweisen gegenüber dem thermischen Rauschen prinzipiell ein stromabhängiges Zusatzrauschen auftreten, das bei tiefen Frequenzen ein weisses Rauschspektrum aufweist.

Eine direkte experimentelle Bestätigung dieses sog. "Schrottrauschens" von Halbleitern konnte bis heute nicht erbracht werden, da bei allen bekannten Messungen an Halbleiterwiderständen (Stäbchen) der Anteil des Zusatzrauschens mit dem für Halbleiter typischen "1/f Spektrum" bedeutend stärker als die nach den Gl. (2.35) und (2.38) zu erwartenden Beiträge ist. G.B. Herzog und A.van der Ziel<sup>20)</sup> haben aber darauf hingewiesen, dass die in der doppelt logarithmischen Darstellung des Rauschstromes  $i_r^2$  als Funktion der Frequenz  $f$  oft auftretenden Buckel in der die 1/f Funktion darstellenden Gerade durch dieses Schrottrauschens erklärt werden können. Das Rauschspektrum der von ihnen gemessenen Halbleiterstäbchen kann in guter Annäherung durch die Gl. (2.39)

$$i_r^2 = \frac{4 kT}{R} \Delta f \left( 1 + \frac{A I^2}{f} + \frac{B I^2}{1 + (f/f_1)^2} \right) \quad (2.39)$$

dargestellt werden, wo A und B frequenz- und stromunabhängige Konstanten bedeuten. Der einen Buckel darstellende letzte Summand stimmt der Form nach mit den Gl. (2.35) bis (2.38) überein, Grösse B und Lage  $f_1$  dieses Buckels soll mit den aus den Halbleiterdaten berechneten Beträgen in guter Uebereinstimmung sein<sup>21)</sup>. Das verwendete Halbleitermaterial war nahezu eigenleitend und lieferte daher nach Gl. (2.38) einen beträchtlichen Schroteffekt. Nach K.W. Boer und K. Junge<sup>22)</sup> kann allerdings diese Erklärung nicht für alle im "1/f-Spektrum" auftretenden Buckel herangezogen werden. Schwankungserscheinungen in Rand- bzw. Kontaktschichten können ähnliche Erscheinungen hervorrufen.

Es sind in den letzten Jahren zahlreiche Versuche<sup>23, 24)</sup> unternommen worden, auch das sogenannte Funkelrauschen (engl. flicker- or excess-noise) mit dem typischen "1/f Spektrum" mit Hilfe der Hypothese von Fangstellenwirkungen zu erklären. Da es in den letzten 2 Jahren gelungen ist, Transistorenmaterialien mit weissem Spektrum oberhalb 100 Hz herzustellen, bestehen wohl heute keine Zweifel mehr, dass das Funkelrauschen ein "Schmutzeffekt", herrührend von irgendwelchen Materialfehlern, ist (siehe Kap. 4).

Die Gleichungen (2.35) bis (2.38) zeigen, dass eine einzige Sorte von "traps" kein 1/f Spektrum zur Folge haben kann, da in diesem Fall eine spektrale Abhängigkeit des Rauschens  $\text{prop. } (1 + \omega^2 \tau^2)^{-1}$  resultieren würde. Das 1/f Spektrum wird nun allgemein mathematisch so hergeleitet, dass man Vorgänge mit verschiedenen Lebensdauern  $\tau$  einander überlagert. A.v.d. Ziel<sup>25)</sup> hat auf dieses gemeinsame Merkmal der verschiedenen über dieses Problem erschienenen Arbeiten aufmerksam gemacht. Besteht für das Auftreten einer bestimmten Zeitkonstante  $\tau$  eine Ver-

teilungsfunktion  $g(\tau)$ , so wird  $i_r^2$

$$i_r^2 \text{ prop. } \int_0^{\infty} \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} g(\tau) d\tau \quad (2.40)$$

Diese Gleichung zeigt aber sofort, dass durch geeignete Wahl von  $g(\tau)$  fast jede beliebige Frequenzabhängigkeit des Rauschens bewiesen werden kann. Die Frage geht also darum, ein physikalisch plausibles Modell zur Herleitung einer geeigneten Funktion  $g(\tau)$  zu finden. Eine Funktion  $g(\tau) \text{ prop. } \frac{1}{\tau}$  wo  $\tau_a < \tau < \tau_b$  führt über einen beschränkten Frequenzbereich zum  $1/f$  Spektrum<sup>25)</sup>. Da die  $1/f$  Abhängigkeit des Rauschspektrums bis zu sehr tiefen Frequenzen gültig ist, müssen nach Gl. (2.40) sehr lange Lebensdauern  $\tau$  gefordert werden. Dies scheint heute, nachdem Fangstellenlebensdauern von einigen Sekunden<sup>16)</sup> und mehr festgestellt worden sind, keine Unmöglichkeit mehr. Je länger die Lebensdauer  $\tau$  umso kleiner ist die Zahl der erforderlichen Fangstellen mit der betreffenden Zeitkonstante  $\tau$ . Man könnte nun allerdings einwenden, dass nach Gl. (2.34) nur die kürzere der beiden Lebensdauern  $\tau_1$  und  $\tau_2$  einen wesentlichen Einfluss auf das dadurch erzeugte Rauschen hat, sehr lange  $\tau$  also das Frequenzspektrum nicht beeinflussen würden. Dies gilt aber nur solange das Fermi-niveau als Konstante angesehen werden kann. Man kann sich vorstellen, dass lang lebende Fangstellen mit Lebensdauern die grösser als die Einstellzeiten des Fermi-gleichgewichtes sind, eine örtliche kleine Verschiebung des Fermi-niveaus hervorrufen und dadurch eine Veränderung der mittleren Trägerzahlen bewirken.

W. Baumgartner und H. U. Thoma<sup>26)</sup> haben als Grundprozess des Rauschmechanismus die Bildung eines Elektron-Loch-Paares, ein mehrmaliges Einfangen und Wiederbefreien des Elektrons und die schliessliche Rekombination des Paares zu Grunde gelegt. Sie erhalten damit eine Formel, in die die Lebensdauer der Fangstellen wesentlich eingeht. Wird die Beweglichkeit des Loches während des mehrmaligen Einfangprozesses gleich Null gesetzt, so erhält man, wenn für Halbleiter vernünftige Zahlen der Lebensdauern, Feldstärken usw. eingesetzt werden, ein Rauschniveau, das etwa 40 mal über dem Nyquist-rauschen liegt. Die Annahme einer endlichen Beweglichkeit für die Löcher ergibt für dieses Verhältnis den Wert von ca.  $4 \cdot 10^6$ . Die Frequenzabhängigkeit kann durch die bereits besprochene Methode der kontinuierlich verteilten Lebensdauern erhalten werden, wobei die Autoren auf analoge Vorstellungen (exponentielle Verteilung) in der Theorie der Photoleitung aufmerksam machen.

Ueber den Entstehungsort des Funkelrauschens können auf Grund der Experimentalergebnisse noch keine allgemein gültigen Aussagen gemacht werden. Es ist unbestritten, dass die Oberfläche mit ihren Inhomogenitäten als Sitz sehr starker Rauschquellen in

Frage kommen kann, was durch die Experimente von H.C. Montgomery<sup>27)</sup> an einkristallinen Stäben mit verschieden behandelte Oberfläche im Magnetfeld gezeigt worden ist. Montgomery stellte dabei insbesondere ein starkes Rauschen der Minderheitsträger fest. In Anlehnung an diese Messungen hat L. Bess<sup>47, 48)</sup> ein Modell für das Rauschen solcher Halbleiter entwickelt, indem er sogenannte Emissionszentren (Kristallfehler) an der Oberfläche annimmt. Gewöhnliche Donatoren und Akzeptoren können an der Oberfläche viel grössere Energieabstände vom Bandrand haben als dies im Kristallinnern der Fall ist und wirken daher als traps grösserer Energietiefe. Indem eine Diffusion dieser Störstellen ausgehend von Kristallbaufehlern als Quellen mit einer breiten Verteilung der Lebensdauer  $\tau$  angenommen wird, kann die gewünschte Spektralabhängigkeit über weite Frequenzgebiete ( 8 Dekaden ) erklärt werden. Allerdings müssen dabei Zahlen herangezogen werden, die nur für Germanium typisch sind.

Die Ergebnisse einer neueren experimentellen Arbeit<sup>51)</sup> weisen erneut auf die wichtige Rolle der Oberfläche beim Entstehungsprozess des Funkelrauschens von Halbleitern hin. Messungen an Germaniumstäben in verschiedener Gasatmosphäre haben verschiedenes Rauschniveau ergeben. Interessant ist an dieser Arbeit ferner, dass erstmals ein weisses Spektrum oberhalb ca. 5 kHz bei homogenen Halbleitern festgestellt wurde.

Es ist jedoch theoretisch nicht ausgeschlossen, dass auch das Kristallinnere Beiträge zum Funkelrauschen liefern könnte. Fangstellen können nach den Messungen von J.A. Hornbeck und J.R. Haynes<sup>16)</sup> über das ganze Volumen verteilt sein. Ob diese jedoch auch zum Rauschen beitragen ist experimentell nicht bestätigt worden, da sie durch Leitfähigkeits- und nicht durch Rauschmessungen nachgewiesen wurden.

## 2.5 Das Funkel-Rauschen als Folge spontaner Schwankungen der Kontaktspererschichten

Wenn man als Ursache für das Funkelrauschen der Halbleiter spontane Schwankungen in der Austrittsarbeit an Sperrschichten von Kristallgrenzen ansieht (wie das bei polykristallinen Halbleitern berechtigt sein mag) bereitet die Diskussion der Stromabhängigkeit des Rauschens keine Schwierigkeiten. Fasst man nämlich diese Schwankungen als Veränderungen des Widerstandes R auf, so ergibt sich mit

$$\overline{\delta U^2} = I^2 \overline{\delta R^2} \quad (2.41)$$

eine Rauschspannung proportional zum Quadrat des durchfliessenden Gleichstromes. Bedeutend grössere Schwierigkeiten bereitet auch hier die Diskussion der Spektralabhängigkeit.

Schon 1926 veröffentlichte W. Schottky<sup>28)</sup> im Anschluss an die Messungen von Johnson<sup>29)</sup> eine Theorie zur Erklärung des Funkelrauschens von Röhrenkathoden, die den wesentlichen Gedanken dieser Sperrschicht-Hypothesen bereits enthält: Auf der Kathode sitzen Ba-Ionen, deren Konzentration spontan schwankt. Damit verändert sich aber auch die Austrittsarbeit einzelner Oberflächenstellen und die Zahl der emittierten Elektronen wird im Rythmus dieser Schwankungen moduliert. W. Schottky fand auf Grund dieser Vorstellungen für das Rauschspannungsquadrat

$$\overline{u_r^2} = \text{konst.} \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

wo  $\tau$  die mittlere Lebensdauer der Ba-Atome auf der Kathode bedeutet.

Spätere Messungen von W. Graffunder<sup>30)</sup> E.J. Harris<sup>31)</sup> und von K. Kronenberger<sup>32)</sup> haben jedoch für den Funkeleffekt unterhalb 1000 Hz für die meisten Fälle

$$\overline{u_r^2} = \text{konst.} \ 1/f$$

ergeben. Die von B. G. Macfarlane<sup>33)</sup> vorgeschlagene verbesserte Theorie nimmt als Grundlage wie W. Schottky an, dass die Emission von aktiven Zentren ausgeht, allerdings unter Zugrundelegung eines etwas komplizierten Auf- und Abbauprozesses. Er erreicht damit eine breite Verteilung der Lebensdauern. Damit wird aber das Problem analog dem von Gl. (2.40).

Prinzipiell lassen sich die beschriebenen Vorgänge auch auf Korngrenzen von Halbleitern übertragen. In einer neueren Arbeit<sup>34)</sup> hat Macfarlane solche Diffusionsprozesse vom Emissionsflecken für Halbleiter studiert, wobei er für das Rauschen

$$\overline{u_r^2} = \text{konst.} \ I^2 f \mathcal{X}$$

findet.  $\mathcal{X}$  ist je nach Fleckform verschieden und liegt in der Gegend von -0,5 -1,5. Diese Theorie ist von einigen Autoren angefochten worden<sup>35, 36)</sup>.

Unabhängig von diesen ursprünglich für Oxydkathodenröhren entwickelten Vorstellungen haben C. J. Christenson und G. L. Pearson<sup>37)</sup> schon 1936 zur Erklärung des hohen nach dem 1/f Gesetz variierenden Rauschpegels von Kohlemikrofonen Schwankungserscheinungen in den Kontaktstellen der einzelnen Kohlekörner angenommen. Auch das erhöhte Rauschen von dünnen Metallschichten<sup>23, 38)</sup> und Kohleschichtwiderständen kann, da diese aus einer grossen Anzahl kleiner im Kontakt sich befindenden Teilchen zusammengesetzt sind, auf analoge Weise erklärt werden (siehe auch<sup>53)</sup>).

Eine allgemeine Diskussion des Kontakt-Rauschens ist von J. M. Richardson<sup>39)</sup> durchgeführt worden. Er betrachtet die beobachteten Schwankungen als Auswirkung schwankender Konzentrationen von Partikeln oder Wärme. Diese primären Schwankungsprozesse werden durch einen Diffusionsprozess bestimmt. Das Resultat stimmt formal mit den bisher erwähnten Theorien, d. h. mit Gl. (2.40) überein. Ein  $1/f$ -Gesetz als Spektralabhängigkeit ergibt sich auch hier nur bei Annahme eines speziellen Modells. Richardson erhält eine solche Spektralabhängigkeit bei Voraussetzung relativ grosser rauher Kontakte mit diffundierenden Oberflächenschichten.

Das stärkste Argument das diesen Diffusionstheorien entgegengehalten werden kann, ist die Temperaturabhängigkeit des Funkelrauschens. Verschiedene Publikationen<sup>40, 41, 42)</sup> weisen auf keine oder zumindest nur schwache und nicht eindeutige Temperaturabhängigkeit hin, während alle Diffusionsprozesse stark temperaturabhängig sind.

Schwierigkeiten bereitet auch die Forderung nach den langen Zerfallszeiten, die für die Störzentren gefordert werden müssen, um das  $1/f$  Gesetz bei sehr tiefen Frequenzen zu erklären. B. B. Macfarlane<sup>33)</sup> hat abgeschätzt, dass für typische Oxydkathoden das Spektrum bei Frequenzen in der Gegend 100 Hz auf einen konstanten Betrag abbiegen müsste. Obwohl aus energetischen Gründen die Gültigkeit des  $1/f$ -Gesetzes nach tiefen Frequenzen hin begrenzt sein muss (die Rauschenergie kann nicht unendlich sein), ist im allgemeinen bei tiefen Frequenzen die erforderliche Abweichung nicht festgestellt worden. K. Kronenberger<sup>32)</sup> hat die Gültigkeit des Gesetzes für Oxydkathoden bis mindestens 0,1 Hz, I. M. Templeton und B. V. Rollin<sup>43, 44)</sup> an Kohlenwiderständen und Germaniumstäbchen sogar bis  $10^{-3}$  -  $10^{-4}$  Hz bewiesen.

Auch die Vorschläge von F. K. du Pré<sup>45)</sup> und R. L. Petritz<sup>46)</sup> zur Erklärung des Flickerrauschens geben nur für spezielle Modellvorstellungen die richtige Frequenzabhängigkeit.

Es ist in neuester Zeit auch vorgeschlagen worden<sup>49)</sup> das  $1/f$  Spektrum Oberflächenoxydschichten auf den Kristallen zuzuschreiben. Nimmt man in diesen sehr dünnen Schichten, die von den Elektronen mit Hilfe des Tunneleffektes passiert werden Fangstellen oder sonstige Aufbaufehler an, die die Stromdurchlässigkeit modulieren, so kann bei einer breiten Verteilung der Störstellenlebensdauer ein  $1/f$ -Spektrum berechnet werden. Dieses Rauschspektrum konnte an Al-Oxydschichten gemessen werden. Diese Hypothese gibt auch die gewünschte Temperaturunabhängigkeit.

## 2.6

## Schlussfolgerungen

Beim Ueberblick der für die Entstehung des Funkeffektes angegebenen Theorien scheint es irgendwie unbefriedigend, dass für die Erklärung einer bei den verschiedensten Halbleiterarten auftretenden gleichen Erscheinung so spezielle Modelle herangezogen werden müssen. Ausserdem gibt es einige Ergebnisse von Experimenten die theoretisch nur ungenügend erklärt werden können. So hat H.C. Montgomery<sup>27)</sup> als Stromabhängigkeit für das Funkelrauschen an einkristallinen Germaniumfäden  $\overline{i_r^2} = AI^{4+5}$  gefunden. Die Abweichung vom quadratischen Stromgesetz einfach Oberflächeneffekten zuzuschreiben und im Faktor A zu berücksichtigen<sup>50)</sup>  $\overline{i_r^2} = A(I)I^2$  ist unbefriedigend. Es ist in letzter Zeit gelungen, Halbleiter insbesondere Transistoren herzustellen, die bereits bei Frequenzen über 1000 Hz keinen Funkeffekt mehr zeigen. Mit solchen Ausgangsstoffen sollte es möglich sein, bessere Experimentierobjekte zur Untersuchung des Funkelrauschens zu schaffen und damit unser Wissen um diesen Stör-Effekt weiter zu vertiefen.

Die Messergebnisse an modernen Kristalldioden und Transistoren haben gezeigt, dass es möglich geworden ist, Germaniumkristalle mit sehr kleinem Funkeffekt herzustellen. Es müssten schliesslich bei idealem Aufbau des Materials von den spontanen Schwankungen infolge veränderlicher Ladungsträgerzahl nur noch die Auswirkungen der Rekombination und Neuerzeugung und der statistischen Verteilung der Träger auf Donoren und Leitungsband (bzw. Akzeptoren und Valenzband) zurückbleiben. Für diese Prozesse ist bei tiefen Frequenzen ein weisses Spektrum zu erwarten.

-----

Literaturverzeichnis zu Kapitel 2

- 1) H. Nyquist, Thermal agitation of electric charge in conductors. Phys. Rev. 32 (1928) p. 110-113.
- 2) W. Schottky, Ueber spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern. Ann. d. Phys. 57 (1918) p. 541-567.
- 3) C.J. Becker, G. Heller, On the Brownian motion in electrical resistances, Physica Vol. 6 (1939) p. 262-274.
- 4) R. Fürth, On the theory of electrical fluctuations. Proc. roy. Soc. A. Vol. 192 (1948) p. 593-615.
- 5) B. Meltzer, A note on the identity of thermal noise and shot noise. Phil. Mag. Vol. 40/II (1949) p. 1224-1226.
- 6) H. Dänzer, Zur Theorie des Schrot- und Johnstoneffekts. Ann. d. Phys. 6 F, Bd. 88 (1951) p. 176-186.
- 7) P.A. Bell, Physical basis of thermal noise. Wireless Engr. Vol. 31 (1954) p. 48-50.
- 8a) D.K.C. Mc. Donald, The statistical analysis of electrical noise. Phil. Mag. Vol. 41 (1950) p. 814-818.
- 8b) D.K.C. Mc. Donald, On the theory of electrical fluctuations. Proc. roy. Soc. Vol. 195 (1949) p. 225-230.
- 9) H. Rothe, W. Kleen, Elektronenröhren als Anfangsstufenverstärker. 2. Aufl. Leipzig 1948 Kap. 15.
- 10) W. Shockley, Electrons and holes in semiconductors. Van Nostrand New York 1950.
- 11) E.B. Moullin, Spontaneous fluctuations of voltage. Oxford University press London 1938.
- 12) G. Busch, Halbleiterphysik. Vorlesungen an der E.T.H. 1953/54.
- 13) R.A. Hunter, E.S. Rittner, F.K. du Pré, Fermi levels in semiconductors. Philips Research Reports 5 (1950) p. 188-204.
- 14) J.S. Blackmore, A.E. de Bar, J.B. Gun, Semiconductor Circuits Elements Rep. Progr. Phys. Vol 16 (1953) p. 160-215.
- 15) W. Shockley, W.T. Read, Statistics of the recombination of holes and electrons Phys. Rev. 87 (1952) p. 835-842.
- 16) J.A. Hornbeck, J.R. Haynes, Trapping of minority carriers in silicon. Phys. Rev. Vol 97 (1955) p. 311-321.
- 17) J.H. Gisolf, On the spontaneous current fluctuations in semiconductors. Physica 15 (1949) p. 825-832.
- 18) A.v.d. Ziel, Noise. Prentice Hall Inc. New York, 1954.
- 19) S. Machlup, Noise in semiconductors, spectrum of a two parameter signal. J. appl. Phys. Vol. 25 (1954) p. 341-343.
- 20) G.B. Herzog, A.v.d. Ziel, Shot noise in Germanium single crystals. Letter in Phys. Rev. Vol. 84 (1951) p. 1249-1250.
- 21) A.v.d. Ziel, A simple explanation for the observed shot effect in Germanium filaments. J. appl. Phys. Vol. 24 (1953) p. 1063.
- 22) K.W. Böer, K. Junge, Zur Frequenzabhängigkeit von Elektronenschwankungserscheinungen in Halbleitern. Z. Naturf. Vol. 8a (1953) p. 753-755.

- 23) J. Bernamont, Fluctuation de potentiel aux bornes d'un conducteur métallique de faible volume parcouru par un courant. Ann. de phys. Vol. 7 (1937) p. 71-140.
- 24) M. Surdin, Une théorie des fluctuations électrique dans les semiconducteurs. J. Phys. Radium Vol. 12 (1951) p. 776-789.
- 25) A.v.d. Ziel, On the noise spectra of semiconductor noise and of flicker effect. Physica 16 (1950) p. 359-372.
- 26) W. Baumgartner, H.U. Thoma, Zum Stromrauschen von Halbleitern. Z. angew. Math. Phys. 6 (1955) p. 66-68.
- 27) H.C. Montgomery, Electrical noise in semiconductors. Bell Syst. tech. J. Vol. 31 (1952) p. 950-975.
- 28) W. Schottky, Small shot effect and flicker effect. Phys. Rev. 28 (1926) p. 74-103.
- 29) J.B. Johnson, The Schottky effect in low frequency circuits. Phys. Rev. 26 (1925) p. 71-85.
- 30) W. Graffunder, Das Röhrenrauschen bei Niederfrequenz. Telefunkenröhre. Heft 15 (1939) p. 41-64.
- 31) E.J. Harris, Circuit and current noise. Electronic Engng. Vol.20 (1948) p. 145-148.
- 32) K. Kronenberger, Experimentelle Untersuchungen der Schwankungserscheinungen die die Verstärkung von Gleichspannungs- und Tiefstfrequenzverstärker begrenzen. Z.f. angew. Phys. Bd. 3 (1951) p.1-5.
- 33) B.G. Macfarlane, A theory of flicker effect in valves and impurity semiconductors. Proc. Phys. Soc. Vol 59 (1947) p. 366 - 374.
- 34) B.G. Macfarlane, A theory of contact noise in semiconductors. Proc. phys. Soc. Vol. 63 B (1950) p 107.
- 35) B. Tomlinson, W.L. Price, Theory of the flicker effect. Letter in J. appl. Phys. Vol. 24 (1953) p. 1063-1065.
- 36) R.E. Burgess, Contact noise in semiconductor. Proc. phys. Soc. 66 B (1953) p. 334-335.
- 37) C.J. Christensen, G.L. Pearson, Spontaneous resistance fluctuations in carbon microphones and other granular resistances. Bell Syst. tech. J. Vol. 15 (1936) p. 197-223.
- 38) I.P. Borel, Contribution à l'étude du bruit de fond. Bull. schweiz. elektro-techn. Ver. Vol. 46 (1955) p. 219.
- 39) J.M. Richardson, The linear theory of fluctuations arising from diffusional mechanism - an attempt at a theory of contact noise. Bell Syst. techn. J. Vol. 29 (1950) p. 117-141.
- 40) A.W. Lawson, P.H. Miller, W.E. Stephens, Noise in silicon rectifiers at low temperatures. NDRC 14-189 U. of. Penn. 1943. Zusammenfassung in Torrey u. Whitmer, Crystal Rectifiers M.I.T. Rad. Lab. Series 15; Mc Graw Hill 1948, p. 194-195.
- 41) Y. Inuishi, On the temperature dependence of contact noise. J. phys. Soc. Japan Vol. 8 (1953) p. 128.
- 42) I.M. Templeton, D.K.C. McDonald, The electrical conductivity and current noise of carbon resistors. Proc. phys. Soc. Vol. 66B (1953) p. 680-88.
- 43) B.V. Rollin, I.M. Templeton, Noise in semiconductors at very low frequencies. Proc. phys. Soc. Vol. 66B (1953) p. 259-261.

- 44) B.V. Rollin, I.M. Templeton, Noise in germanium filaments at very low frequencies. Proc. phys. Soc. Vol. 67B (1954) p. 271-272.
- 45) F.K. du Pré, A suggestion regarding the spectral density of flicker noise. Letter in Phys. Rev. 78 (1950) p. 615.
- 46) R.L. Petritz, A theory of contact noise. Phys. Rev. Vol. 87 (1952) p. 535-536.
- 47) L. Bess, A possible mechanism for  $1/f$  noise generation in semiconductor filaments. Letter in Phys. Rev. Vol. 91 (1953) p. 1569.
- 48) L. Bess, A theory of  $1/f$  noise in semiconductor filaments. Quart. progr. rep. Res. Lab. of Electronics MIT Jan. 15 (1955).
- 49) A.L. McWharter, Role of surface oxide layers in  $1/f$  noise. Quart. progr. rep. Res. Lab. of Electronics MIT Jan. 15 (1955).
- 50) H. Schönfeld, Das Rauschen in homogenen Halbleitern. Vortrag N.T.G.-Tagung München 1955 publiziert in Fernmeldetechn. Z. (i. Erscheinen)
- 51) T.G. Maple, L. Bess, H.A. Gebbie, Variation of noise with ambient in germanium filaments. Letter in J. appl. Phys. Vol. 26 (1955) p. 490-491.
- 52) G.L. de Haas-Lorentz, Die Brown'sche Bewegung und einige verwandte Erscheinungen. Vieweg Braunschweig 1913 (Uebersetzung der entsprechenden Leidener Dissertation).
- 53) A.N. Diddens, F.L.M. Stumpers, J. Volger, Das Rauschen eines keramischen Halbleiters, dessen Widerstand von der Frequenz und vom Magnetfeld abhängig ist. Vortrag an der Fachtagung "Rauschen" der NTG Münschen 1955. Publiziert in Fernmeldetechn. Zeitschrift (im Erscheinen).

### 3. Das Rauschen von Halbleiterdioden

#### 3.1 Das Funkelrauschen von Kristalldioden

Spitzendioden, auch solche moderner Bauart, rauschen im Tonfrequenzbereich sehr viel stärker als Hochvakuumdioden unter vergleichbaren Bedingungen. Dies ist nach den in Kap. 2 erwähnten Vorstellungen über das Funkelrauschen homogener Halbleiter nicht erstaunlich, treten doch in den relativ kleinen Kontaktflächen unter den Spitzen sehr hohe Stromdichten und demzufolge auch hohes Funkelrauschen auf. Auf der Oberfläche lokalisierte Störungszentren müssen sich unter diesen Bedingungen besonders stark auswirken. Die Erklärungshypothesen für das  $1/f$ -Spektrum bleiben auch hier im wesentlichen ähnlich wie in Kap. 2, wobei das Problem durch die inhomogene Struktur des in diesem Falle verwendeten Halbleiters nochmals erschwert wird. Auf einige dieser Sonderprobleme bei Dioden wird im Verlauf der Diskussion von Messergebnissen noch hingewiesen.

Das  $1/f$ -Spektrum des Halbleiterdiodenrauschens konnte wiederholt an Spitzendioden und auch an p-n-Flächendioden schlechterer Qualität bestätigt werden. Eine solche Messung an einer Spitzendiode 1 N 34 in Flussrichtung ist in Abb. 3.1 dargestellt worden.

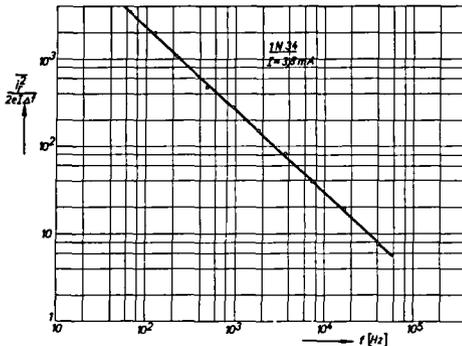


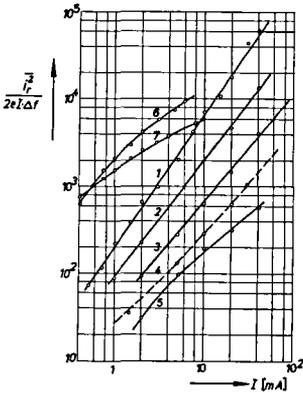
Abb. 3.1  
Rauschstromquadrat  $i_r^2$  im Verhältnis zum Schottky Rauschen  $2 e I \Delta f$  (vertikal) als Funktion der Frequenz  $f$  (horizontal) einer Spitzendiode 1 N 34 in Vorwärtsrichtung. Gleichstrom  $I=3,8$  mA.

Die Gültigkeit dieser Frequenzabhängigkeit  $1/f$  ist von anderen Autoren <sup>1, 2, 3)</sup> bis 1 MHz und nach tiefen Frequenzen hin bis  $10^{-3}$  Hz bestätigt worden, wobei allerdings in einigen Fällen eine ähnliche Buckelstruktur wie bei homogenen Halbleitern (siehe Kap. 2.5 S. 33) festgestellt wurde. <sup>4)</sup> Ein Abbiegen des Spektrums bei sehr tiefen Frequenzen wurde auch hier wie bei Halbleiterwiderständen nie beobachtet.

Die Stromabhängigkeit des Rauschens wurde an einer grösseren Anzahl von Spitzendioden gemessen. In Abb. 3.2 sind einige dieser Kurven dargestellt worden. Es zeigt sich, dass für die meisten Spitzendioden über einen grösseren Strombereich in der Flussrichtung das Quadrat der Rauscheinströmungen  $i_r^2$  durch ein Gesetz

$$i_r^2 \text{ prop } I^k \tag{3.2}$$

dargestellt werden kann, wo  $k = 1,9 + 2,5$ .



**Abb. 3.2**

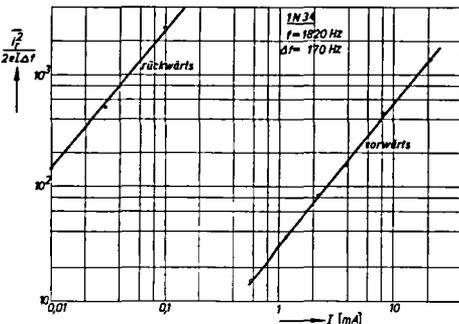
Rauschstromquadrat  $\overline{i_r^2}$  im Verhältnis zum Schottky-Rauschen (vertikal) als Funktion des Vorwärtsstrom  $I$  für einige Spitzendioden.

Kurve 1	Spitzendiode	M 550
2	" "	M 6100
3	" "	1 N 34
4	" "	0 A 53
5	" "	1 N 56
6	Emissionskontakt	VS 200
7	" "	GSN 2

Frequenz  $f = 920$  Hz

Dabei gelten im allgemeinen die niedrigen  $k$ -Werte vor allem für hochleitende Dioden, die meistens auch weniger rauschen als die schlechter leitenden. Die Streuungen in Bezug auf Rauschen unter verschiedenen Dioden der gleichen Type sind allerdings sehr gross. Die Allgemeingültigkeit der Beziehung (3.1) wird durch die Messungen an Emissionskontakten von Spitzentransistoren in Frage gestellt (Kurven 6 und 7 der Abb. 3.2). Dass diese Kontakte im allgemeinen stärker rauschen als normale Dioden erstaunt nicht so sehr, wenn man bedenkt, dass es sich hier um speziell gezüchtete Minderheitsträgerinjektion handelt. Es wurde schon von H.C. Montgomery<sup>5)</sup> darauf hingewiesen, dass Minoritätsträger besonders starkes Rauschen liefern. Dagegen ist die Abweichung vom Potenzgesetz 3.1 beträchtlich. Die nach den Theorien des Funkeleffekts zu erwartende quadratische Stromabhängigkeit gilt auf jeden Fall für Spitzendioden nur in erster Näherung in einem beschränkten Strombereich.

Die quadratische Stromabhängigkeit ist, wie Abb. 3.3 zeigt, auch für die Rückwärtsrichtung einer Spitzendiode in beschränkten Strombereichen erfüllt (vergl. auch<sup>2)</sup>). Dass diese Beziehung auch hier nicht allgemein gilt, geht vor allem aus der Arbeit von F.J. Hyde<sup>4)</sup> hervor.

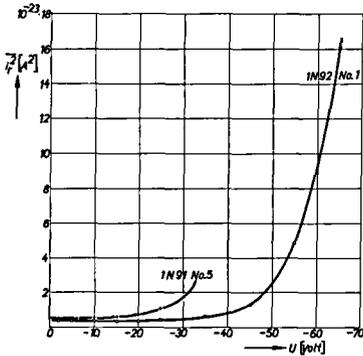


**Abb. 3.3**

Rauschstromquadrat  $\overline{i_r^2}$  im Verhältnis zum Schottky-Rauschen (vertikal) als Funktion des Stromes  $I$  (horizontal) für eine Spitzendiode in Vor- und Rückwärtsrichtung.

Frequenz 1820 Hz.

Die Abb. 3.3 zeigt ferner, dass das Rauschniveau einer Kristalldiode in Fluss- und Sperrichtung betrieben um Größenordnungen verschieden ist. Für diese bekannte Erfahrungstatsache ist bis jetzt keine befriedigende Erklärung gegeben worden. Offenbar haben Störzentren in trägerverarmten Sperrschichten einen bedeutend grösseren Einfluss auf die Stromschwankungen als bei den bedeutend höheren Trägerdichten in Vorwärtsrichtung. Oberflächen spielen bei gesperrten Dioden eine grössere Rolle als in Flussrichtung. Es ist nachgewiesen worden, dass die Leitung gesperrter Dioden sehr oft in Kanälen an der Oberfläche erfolgt.<sup>6)</sup> Dass das Funkelrauschen im Sperrgebiet von Dioden nicht allein durch die Grösse des Stromes bedingt ist, geht deutlich aus den Abb. 3.4 und 3.6 hervor. In Abb. 3.4 ist das Rauschstromquadrat  $\overline{i_r^2}$  zweier Flächendioden als Funktion der Sperrspannung dargestellt worden.

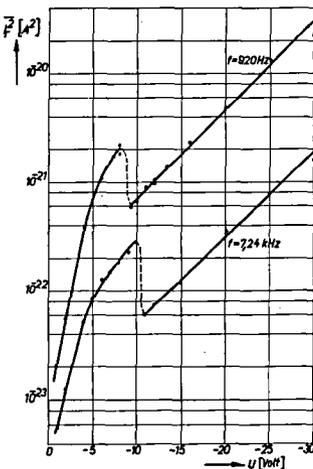


**Abb. 3.4**

Rauschquadrat  $\overline{i_r^2}$  (vertikal) als Funktion der Sperrspannung  $U$  (horizontal) von Flächendioden.

Frequenz  $f = 7,24 \text{ kHz}$

Offenbar ist  $\overline{i_r^2}$  zunächst proportional zum Sperrstrom  $I_0$  wie nach der Theorie des "weissen Rauschens" erwartet wird (Kap. 3.2), bei wachsender Spannung tritt jedoch ein Funkelrauschbeitrag auf, der mit zunehmender Spannung sehr rasch ansteigt. Aus Abb. 3.6 geht hervor, dass sich dabei die zugehörigen Sperrströme  $I_0$  nicht wesentlich verändern. Besonders interessant sind die Messungen an einer relativ schlechten Flächendiode in Sperrichtung (Abb. 3.5).



**Abb. 3.5**

Rauschstromquadrat  $\overline{i_r^2}$  (vertikal) als Funktion der Sperrspannung  $U$  (horizontal) einer Flächendiode 1 N 91 No. 3 im Funkelrauschgebiet.

Frequenz = Parameter.

Hier sind deutlich zwei verschiedene Prozesse am Funkelrauschen beteiligt, deren Beiträge durch ein Exponentialgesetz

$$\overline{i_r^2} \text{ prop. exp } k|u| \quad (3.2)$$

beschrieben werden können. Der Uebergang vom einen zum andern Gebiet erfolgt sprunghaft, wobei auch kleine Hystereseeffekte beobachtet wurden. Auch hier erfährt der Sperrstrom  $I_0$  als Funktion der Spannung  $U$  der entsprechenden Diode nach Abb. 3.6 keine wesentlichen Veränderungen.

Eine mögliche Erklärung für dieses experimentelle Ergebnis könnten wiederum Kanaleffekte bilden, wobei hier dann zwei verschiedene Gruppen von Kanälen angenommen werden müssten.

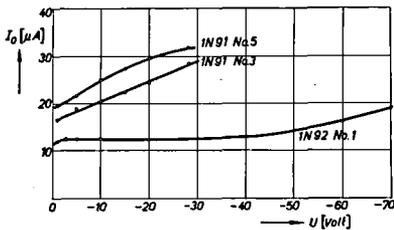


Abb. 3.6

Sperrstrom  $I_0$  (vertikal) als Funktion der Sperrspannung  $U$  (horizontal) der Flächendioden der Abb. 3.4 und 3.5.

Die Messungen der Abb. 3.4 bis 3.6 haben wohl deutlich gezeigt, dass für das Rauschen von Kristalldioden in Sperrichtung nicht mehr die theoretischen Ergebnisse des Kap. 2 allein angewendet werden können. Darnach müsste das Rauschstromquadrat  $\overline{i_r^2}$  als Funktion der Spannung für Flächendioden in erster Näherung konstant sein, da diese Bedingung auch für den Sperrstrom  $I_0$  angenähert gilt. Dies trifft aber für Flächendioden überhaupt nicht zu und es müssen zur Erklärung der Messergebnisse andere Mechanismen in Betracht gezogen werden. Zur genauen Kenntnis der Verhältnisse sind aber noch weitere theoretische und experimentelle Arbeiten erforderlich.

### 3.2 Das Rauschen im Bereich des weissen Spektrums

Das Problem des Rauschens von Kristalldioden ist nur für Dioden, bei denen das Funkelrauschen verschwindet, theoretisch einfach zu behandeln. Dioden mit diesen Eigenschaften können unter den neueren p-n-Flächengleichrichtern gefunden werden. Auch die Emissions- und Kollektorkontakte ausgesuchter Flächentransistoren zeigen schon oberhalb 1000-Hz ein weisses Spektrum.

Die Frequenzspektren solcher Dioden sind in Abb. 3.7 dargestellt.

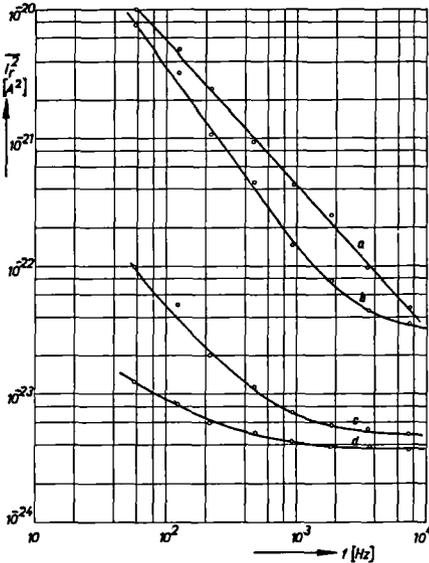


Abb. 3.7

Mittleres Quadrat des Rauschstroms, umgerechnet auf 1 Hz Bandbreite, als Funktion der mittleren Frequenz  $f$  für die Rückwärtsrichtung.

Kurve a: Spitzendiode OA 150 bei einem Rückwärtsstrom von  $8,4 \mu A$ .

Kurve b: Flächentransistor-Kontakt OC 71, belichtet zur Erzielung eines grösseren Rückwärtsstroms, der hier  $60 \mu A$  betrug.

Kurve c: wie Kurve b. aber bei einem Rückwärtsstrom von  $15 \mu A$ .

Kurve d: Flächendiode 1 N 92 bei einem Rückwärtsstrom von  $12,2 \mu A$ . Bei den Kurven b, c und d ist die Betriebsspannung  $U$  so gewählt worden, dass  $eU \gg kT$  ist (Vergl. Gl. (3.3)).

Da das Rauschen in Sperrichtung bei Dioden meist grösser ist als in Flussrichtung, wurden die Kurven der Abb. 3.7 in Sperrichtung gemessen. Als Vergleich zu den Kurven für Flächendioden (b, c, d) ist in Kurve a das Spektrum einer Spitzendiode unter analogen Betriebsbedingungen dargestellt worden. Um in bezug auf das weisse Spektrum sicher zu gehen, wurden die meisten Messungen bei einer mittleren Frequenz von ca. 7 kHz durchgeführt. Bei höheren Frequenzen treten schon die Trägerlaufzeiten in Erscheinung. Bei den als Dioden verwendeten Transistoren wurde sowohl die Emissions- als auch die Kollektorseite benutzt. Unter analogen Betriebsbedingungen ergaben sich zwischen diesen beiden Möglichkeiten keine wesentlichen Unterschiede.

Die Strom-Spannungskennlinie einer idealen Flächendiode wird durch die Gleichung

$$I = I_0 \left[ \exp \left( \frac{e U}{kT} \right) - 1 \right] \quad (3.3)$$

dargestellt, wo  $e$  den Elektronenladungsbetrag,  $k$  die Boltzmannsche Konstante,  $T$  die absolute Temperatur und  $I_0$  einen konstanten Strom bedeuten. Offenbar besteht dieser Strom aus zwei Teilströmen. Der Anteil  $I_1 = I_0 \exp \frac{eU}{kT}$  kommt durch Trägerdiffusion infolge der veränderlichen Trägerdichte in der Diode zustande.  $I_0$  kann man durch das in der Uebergangszone von p zu n Material in Gegenrichtung zum Strom wirkende innere elektrische Feld entstanden denken. Anders betrachtet ist  $I_1$  der durch Rekombination verschwindende Stromanteil,  $I_0$  der infolge Neuerzeugung von Trägern bewirkte Gegenstrom.

Beide Ströme haben verschiedene Entstehungsursachen. Deshalb müssen die zugehörigen Rauschstromquadrate addiert werden, obwohl die beiden Gleichströme in Gegenrichtung fließen. Wendet man nun auf jeden Teilstrom die Gleichung von W. Schottky für eine Hochvakuumdiode im Sättigungsbereich der Kennlinie

$$\overline{i_r^2} = 2 e I \Delta f \quad (3.4)$$

an, so findet man für das Rauschstromquadrat einer Flächendiode

$$\overline{i_r^2} = 2 e I_0 \left( \exp \left( \frac{eU}{kT} \right) + 1 \right) \Delta f \quad (3.5)$$

Diese Form der Gleichung gilt nur so lange, als die reziproken Laufzeiten durch die Sperrschicht und die reziproken Lebensdauern der Minderheitsträger klein gegenüber der Frequenz sind.

Eine wesentliche Voraussetzung für die Gültigkeit der Gl. (3.5) ist aber, dass die das Rauschen erzeugenden Elementarereignisse (Uebergang der Träger zwischen zwei Elektroden) voneinander statistisch unabhängig sind. Die bei der Glühkathodenemission unter diesen Verhältnissen sich ergebende Poisson-Verteilung der emittierten Elektronen hat als mathematische Voraussetzung, dass sehr viele Träger in der Kathode die gleiche Möglichkeit zum Verlassen des Festkörpers haben, jedoch relativ wenige für den Emissionsprozess ausgewählt werden. Analoge Vorstellungen (Auswahl einer kleinen Anzahl aus vielen Möglichkeiten) können aber auch für die genannten Prozesse in Flächendioden gebildet werden.

Aus Gl. (3.5) lässt sich leicht die verfügbare Rauschleistung  $P_v$  der Flächendiode berechnen. Mit Hilfe des differentiellen Widerstandes  $R$  der Diode

$$R = \frac{dU}{dI} = \left[ I_0 \frac{e}{kT} \exp \frac{eU}{kT} \right]^{-1} = \frac{k T}{e I_1} \quad (3.6)$$

erhält man für  $P_v$  den Ausdruck

$$P_v = \frac{1}{2} e (I_1 + I_0) \Delta f R = \frac{1}{2} k T \left( 1 + \frac{I_0}{I_1} \right) \Delta f \quad (3.7)$$

Für die drei Grenzfälle:

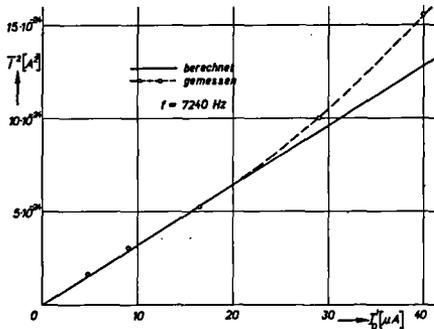
- a) keine Belastung
- b) hohe Sperrbelastung
- c) hohe Flussbelastung

findet man für  $P_v$

$$\begin{array}{lll} \text{a) } I_1 = I_0 & U = 0 & P_v = k T \Delta f \\ \text{b) } I_1 \ll I_0 & & P_v \rightarrow \frac{1}{2} k T \Delta f \frac{I_0}{I_1} \\ \text{c) } I_1 \gg I_0 & & P_v = \frac{1}{2} k T \Delta f \end{array} \quad (3.8)$$

Der Fall a) entspricht einer stromlosen Diode. Die Nyquist-Gleichung, deren Gültigkeit auch aus thermodynamischen Gründen gefordert werden muss, ergibt sich in diesem Fall als Summe zweier Rauschströme, die den zwei sich kompensierenden Gleichströmen zugeordnet sind.

Im Falle b)  $U < 0 \mid |U| \gg \frac{kT}{e}$  geht die Gleichung (3.5) in die einfache Schottky-Gleichung (3.4) über. Die in diesem Fall auftretende Proportionalität zwischen  $\overline{i_r^2}$  und  $I_0$  konnte durch Messungen nachgeprüft werden. Unter Einhaltung der genannten Bedingungen für  $U$  wurde der Sperrstrom  $I_0$  durch variable Belichtung des Kontaktes verändert. Die Resultate einer solchen Messung sind in Abb. 3.8 dargestellt und mit der theoretischen Kurve nach Gl. (3.4) verglichen worden. Es ist deutlich der Uebergang ins Funkelrauschgebiet bei grösseren Strömen zu erkennen.



**Abb. 3.8 :** Mittleres Rauschquadrat  $\overline{i_r^2}$  umgerechnet auf 1 Hz Bandbreite in Abhängigkeit vom Rückwärtsstrom  $I_0$ . Als Flächendiode wurde ein Transistorkontakt (OC 71) verwendet, der rückwärts mit  $|eU| \gg kT$  betrieben wurde. Der Strom wurde durch entsprechende Belichtung verändert. Kurve berechnet nach Gl. (3.4) (siehe Anm. 1).

Durch eine analoge Messung kann nun die Gleichung (3.5) für das ganze Sperrgebiet  $U < 0$  nachgeprüft werden, nur wird in diesem Fall der Diodenstrom durch Verändern der Spannung  $U$  bei konstanter Belichtung (d.h. konst.  $I_0$ ) variiert. Nach Gl. (3.5) muss das Quadrat des Rauschstromes als Funktion des Diodenstromes  $I$

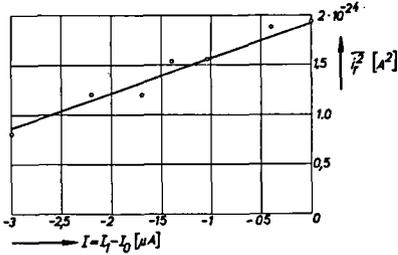
Anm. 1: Bei Belichtung einer Flächendiode wird die Gl. 3.3 modifiziert in

$$I = I_0 \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - I'_0 = I_1 - I'_0 \quad (3.3a)$$

wo  $I'_0$  den durch Belichtung gesteigerten Sperrstrom darstellt, und die Gl. 3.5 für das Rauschstromquadrat wird

$$\overline{i_r^2} = 2e \left[ I_0 \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) + I'_0 \right] \Delta f \quad (3.5a)$$

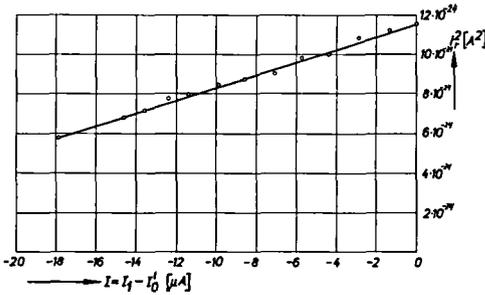
von  $2e I_0 \Delta f$  bei  $I = -I_0$  auf  $4e I_0 \Delta f$  bei  $I = 0$  zunehmen. Die Abb. 3.9 zeigt die Messergebnisse an einem gewöhnlichen p-n-Transistorkontakt verglichen mit der nach Gl. 3.5 berechneten Kurve.



**Abb. 3.9**

Messungen des mittleren Rauschstromquadrates  $\overline{i_r^2}$  einer Transistor-Flächendiode OC 71, umgerechnet auf 1 Hz Bandbreite (vertikal) in der Rückwärtsrichtung als Funktion des Stromes  $I$ . — berechnet nach Gl. (3.5), oooo gemessen.  $I_0 = 3 \mu A$ ,  $f = 7,24$  kHz.

In Abb. 3.10 wurde der Strom  $I_0$  durch Belichtung der Sperrschicht gesteigert, und mit daraus resultierenden grösseren Rauschströmen eine bessere Messgenauigkeit erzielt (siehe Anmerkung 1, S. 48).



**Abb. 3.10**

Messungen wie in Abb. 9, aber an einer anderen Flächendiode der gleichen Type, deren Stromanteil  $I_0$  durch Belichtung auf  $17,9 \mu A$  gesteigert wurde. Punkte gemessen, Kurve berechnet.

Im Gebiet der Flussrichtung kann die Theorie nur für relativ kleine Vorwärtströme nachgeprüft werden, da für grössere Ströme der Rauschpegel infolge des kleinen Innenwiderstandes der Diode um Grössenordnungen unter das Eigenrauschen des Messverstärkers fällt. Die am einfachsten zu bestimmende Grösse ist in diesem Gebiet der äquivalente Rauschwiderstand  $R_{aequ}$  der Diode, da er durch unmittelbaren Vergleich mit dem Rauschen eines ohmschen Widerstandes erhalten werden kann. Er wird nach der Gleichung (3.8)

$$R_{aequ} = \frac{P_v R}{kT \Delta f} \quad (3.8)$$

berechnet.

Solche Messungen sind in Abb. 3.11 dargestellt und mit den berechneten Kurven

für  $R_{aeq}$  verglichen worden. Die Kurve a ist an einem ausgesuchten Transistor p-n-Kontakt gemessen worden.

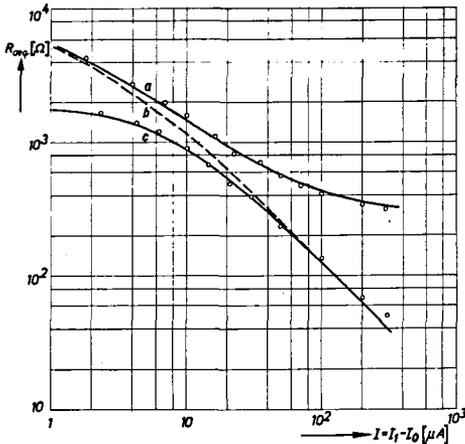


Abb. 3.11

Aequivalenter Rauschwiderstand  $R_{aeq}$  in Abhängigkeit vom Vorwärtsstrom  $I = I_1 - I_0$ .

Kurve a: Transistorkontakt OC 70 als Flächendiode betrieben oo Messpunkte, — nach Formel (3.8) unter Addition eines Reihenwiderstandes  $R_z$  der Kontaktzuleitung von  $300 \Omega$  berechnet.

Kurve b: Diese (gestrichelte) Kurve ergibt sich, wenn wir zu den Messdaten der Kurve a) unmittelbar aus der Formel (3.8) den Wert  $R_{aeq}$  berechnen. Die Differenz zwischen den Kurven a und b beträgt überall  $300 \Omega$ .

Kurve c: Flächendiode 1 N 91, oo Messpunkte, - - - nach Formel (3.8) ohne Korrektur berechnet. Mittlere Messfrequenz :  $f = 7,24 \text{ kHz}$ .

Bei dieser Diodenbauform kann der durch die Transistorbauform bedingte Zuleitungswiderstand  $R_z$  nicht vernachlässigt werden. Er liegt in der Grössenordnung des Basiszuleitungswiderstandes des betreffenden Transistors. Die Bestimmung dieses Reihenwiderstandes  $R_z$  kann z. B. durch Vergleich berechneter und gemessener Werte für den differentiellen Diodenwiderstand  $R$  erfolgen. Der aequivalente  $R_{aeq}$  wird dann  $R_{aeq} + R_z$ . Die Kurve b zeigt  $R_{aeq}$  für die Diode allein, die Kurve a gibt  $R_{aeq} + R_z$ . Die Kurve c ist an einer eigentlichen p-n-Flächendiode gemessen worden. Ihr Zuleitungswiderstand  $R_z$  beträgt ca. 20 Ohm und ist bei der Berechnung der Kurve c nicht berücksichtigt worden, wodurch die Abweichung bei grösseren Strömen erklärt werden kann.

Um schliesslich den Grenzfall c der Gl. (3.8) besonders deutlich zu zeigen ist in Abb. 3.12 das Verhältnis des aequivalenten Rauschwiderstandes zum Diodenwiderstand  $R_{aeq} / R$  als Funktion des Vorwärtsstromes  $I$  für die Diode c der Abb. 3.11 dargestellt worden. Die Messpunkte oo oo sind um den Betrag des Zuleitungswiderstandes  $R_z$  korrigiert worden. Diese Kurve zeigt deutlich den Uebergang vom Fall thermodynamischen Gleichgewichts  $U = 0$   $R_{aeq} / R = 1$  auf den Wert  $R_{aeq} / R = 1/2$  bei grossen Vorwärtsströmen.

Es widerspricht den thermodynamischen Gesetzen nicht, dass die Rauschleistung für die Belastung in Flussrichtung auf  $P_v = \frac{1}{2} k T \Delta f$  absinkt, da es sich nicht um einen Gleichgewichtsfall handelt.

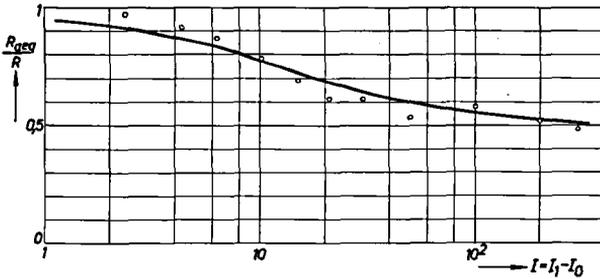


Abb. 3.12

Verhältnis des äquivalenten Rauschwiderstandes  $R_{aeq}$  zum Diodenwiderstand  $R$  (vertikal) als Funktion des Vorwärtsstromes  $I$  (horizontal) einer Flächendiode 1 N 91. Kurve berechnet, Punkte gemessen und korrigiert um den Diodenzuleitungs-widerstand  $R_z = 20 \text{ Ohm}$ , Frequenz  $f = 7,24 \text{ kHz}$ .

Die hier verwendete Darstellung des Rauschens mit Hilfe zweier unabhängiger Rauschströme ist in Übereinstimmung mit den Anschauungen von V. F. Weisskopf<sup>7)</sup>, der mit Hilfe gleicher Vorstellungen eine Theorie für das Rauschen von Spitzendioden entwickelt hat, die allerdings nie genau nachgeprüft werden konnte. Dieselben Annahmen benutzt auch A. van der Ziel<sup>8)</sup>.

Mit etwas anderen Voraussetzungen hat R. L. Petritz<sup>9)</sup> das Rauschen von Flächendioden berechnet. Er betrachtet als Ursache die spontanen Schwankungen der Zahl der Minoritätsträger (Löcher im n-Material, Elektronen im p-Material) und gelangt auf diese Weise zu Formeln, die mit unseren Resultaten bis auf einen Faktor 1 bis 2 übereinstimmen, wenn man die Grenzfälle entsprechend den Formeln (3.8) ausrechnet. Da R. L. Petritz mit einem Modell des p-n-Kontaktes arbeitet, das aus konzentrierten Schaltelementen besteht, ist eine solche Abweichung von der genannten Theorie durchaus erklärlich. Die in einer späteren Publikation von R. L. Petritz<sup>10)</sup> angegebene Gleichung für die exakte Lösung des Problems führt jedoch zu Resultaten, die von unseren experimentellen Ergebnissen um Größenordnungen abweichen. Das von ihm angestrebte theoretische Ergebnis nach dem die verfügbare Rauschleistung immer grösser als  $kT \Delta f$  sein soll ist unbegründet und widerspricht den gezeigten experimentellen und theoretischen Ergebnissen.

---

## Anhang

### Die Messschaltungen

Für die Vorwärtsrichtung wurde die Diode über dem Gitter der 1. Vorverstärkerröhre angeschlossen und die Gleichstromspeisewiderstände  $R_0, R_g$  gross gegenüber dem Diodenwiderstand  $R + R_z$  gewählt. Der äquivalente Rauschwiderstand ist dann

gleich dem Widerstand, der an Stelle der Diode in den Kreis eingeschaltet das gleiche Rauschen wie diese erzeugt. Die Messschaltung ist in Abb. 3.13 dargestellt worden.

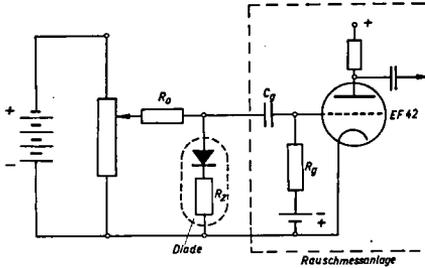


Abb. 3.13

Messschaltung für Halbleiterflächendioden (die auch einen Teil eines Flächentransistors bilden können) in der Vorwärtsrichtung. Die Widerstände  $R_O$  und  $R_g$  sind gross gegen  $R + R_z$  gewählt worden. ( $R$  = Diodendifferentialwiderstand). Die Kopplungskapazität  $C_g$  genügt der Bedingung  $2\pi f C_g \gg 1$ ,  
 $f$  = mittlere Messfrequenz.

Für die Messung des Rauschstromes in Rückwärtsrichtung wird ein Belastungswiderstand  $R_L$  (ca.  $10\text{ k}\Omega$ ) der Diode parallelgeschaltet. Die Messanordnung ist in Abb. 3.14 dargestellt worden. Aus dem gemessenen mittleren Rauschstromquadrat  $\frac{u_r^2}{i_r^2}$  am Eingang des Messverstärkers berechnet man das mittlere Rauschstromquadrat

$$\frac{u_r^2}{i_r^2} = \frac{(R + R_z + R_L)^2 - 4kT \Delta f [(R + R_L)^2 R_L + R_z R_L^2]}{R_L^2 R^2}$$

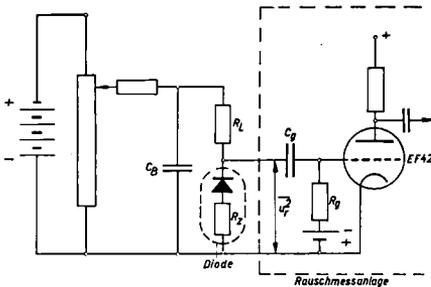


Abb. 3.14

Messschaltung für Halbleiterflächendioden in der Rückwärtsrichtung. Der Widerstand  $R_L$  und der Kondensator  $C_B$  genügen der Bedingung  $2\pi f C_B R_L \gg 1$ . Die Kopplungskapazität  $C_g$  erfüllt die Gleichung

$$2\pi f C_g R_g \gg 1.$$

Literaturverzeichnis zu Kapitel 3

- 1) H.C. Torrey, C.A. Whitmer, Crystal rectifiers. Rad. Lab. Series MIT, Mc Graw Hill, New York 1948.
- 2) P.H. Miller, Noise spectrum of crystal rectifiers. Proc. Inst. Radio Engrs. Vol. 35 (1947) p. 252-256.
- 3) P.K. Bakker, Flicker noise in germanium rectifiers at very low- and audio-frequencies. J. appl. Phys. Vol. 25 (1954) p. 922-924.
- 4) F.J. Hyde, Measurements of noise spectra of a point contact germanium rectifier. Proc. phys. Soc. Vol. 66 B (1953) p. 1017-1024.
- 5) H.C. Montgomery, Electrical noise in semiconductors. Bell syst. techn. J. Vol. 31 (52) p. 950-975.
- 6) H. Christensen, Surface conduction channel phenomeny in germanium. Proc. Inst. Radio Engrs. Vol. 42 (1954) p. 1371-1376.
- 6) A.L. Micwhorter, R.H. Kingston, Channel and excess reverse current in grown germanium p-n-junction diodes. Proc. Inst. Radio Engrs. Vol. 42 (1954) p. 1376-1380.
- 7) V.F. Weisskopf, On the theory of noise in conductors, semiconductors and crystal rectifiers. N D R C 14-133. May 15. 43. Eine Zusammenfassung dieser Arbeit findet sich bei Torrey, H. C. und Whitmer Ch.A. "Crystal rectifiers" Mc Graw Hill Book Co., New York 48.
- 8) A. van der Ziel, Noise. Prentice Hall Inc. New York 1954.
- 9) R.L. Petritz, On the theory of noise in p-n junctions and related devices. Proc. Inst. Radio Engrs. 40 (1952) 1440-1456.
- 10) R.L. Petritz, On noise in p-n-junction rectifiers and transistors. Phys. Rev. 91 (1953) 231.

## 4. Das Rauschen von Transistoren

### 4.1 Rauschfaktoren und Rauschspektren

In vielen Fällen wünscht man das Rauschverhalten eines linearen Vierpols durch eine einzige Zahl zu kennzeichnen. Hierzu dient der Rauschfaktor  $F$ . Diese Beschreibung durch eine einzige Zahl ist, wie in Kap. 4.2 ausführlich besprochen wird, keineswegs vollständig. Analog wie der Leistungsgewinn  $g$  für das normale Wechselstromverhalten eines Vierpols ist sie von der äusseren Schaltung und von der Frequenz abhängig.

Als Rauschfaktor  $F$  wird das Verhältnis der Rauschleistung  $P_{ra}$  zur Signalleistung  $P_a$  am Ausgang eines Vierpols dividiert durch das entsprechende Verhältnis  $P_{re}/P_e$  am Eingang definiert. Wird an den Vierpoleingang eine Signalquelle mit der Quellenspannung  $u_0$  und dem Quellenwiderstand  $R_0$  angeschlossen (Abb. 4.1), so wird  $F$  nach der obigen Definition

$$F = \frac{P_{ra}}{gkT \Delta f} \quad (4.1)$$

wo  $P_{ra}$  die im Belastungswiderstand  $R$  vernichtete Rauschleistung,  $g$  den Leistungsgewinn,  $k$  die Boltzmannsche Konstante,  $T$  die absolute Temperatur des Quellenwiderstandes  $R_0$  (meist Zimmertemperatur) und  $\Delta f$  die Bandbreite bedeuten.  $F$  kann durch einfache Messungen (Ausgangsrauschleistung, Verstärkung, Bandbreite) bestimmt werden. Diese Zahl wird im allgemeinen zur Charakterisierung des Rauschens von Vierpolen angegeben.

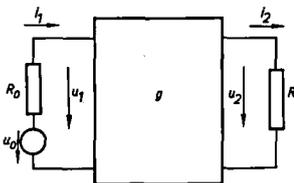
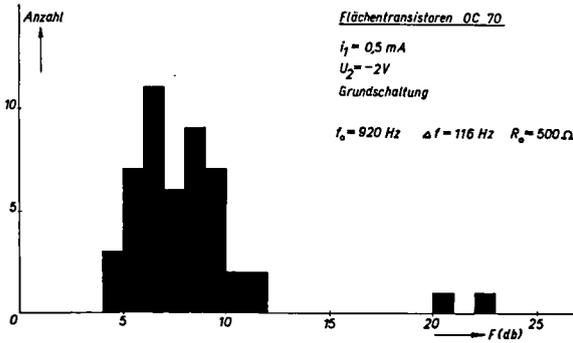


Abb. 4.1

Vierpol mit Gewinn  $g$ , Quellenspannung  $u_0$ , Quellenwiderstand  $R_0$ , Belastungswiderstand  $R$ .

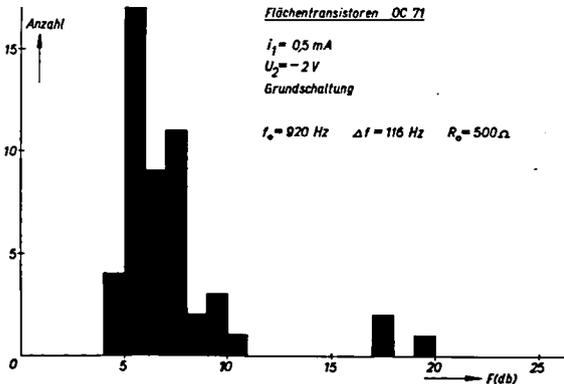
Bald nach der Erfindung der Transistoren ist ihr hohes Funkel-Rauschen bemerkt worden. Schon R.M. Ryder und R.J. Kircher<sup>1)</sup> gaben für Spitzentransistoren Rauschfaktoren von 50 - 70 db bei 1000 Hz an. Wenn auch bis heute diese Zahlen bis auf 40 - 50 db verbessert werden konnten, so liegen sie doch noch immer mindestens um den Faktor  $10^3$  schlechter als für Hochvakuumröhren unter vergleichbaren Bedingungen. Infolge der hohen Stromdichten unter den Spitzenkontakten bereiten beim heutigen Stand der Technik weitere Verbesserungen Schwierigkeiten. Flächentra-

sistoren wiesen vom Beginn ihrer Entwicklung an bedeutend bessere Rauschzahlen von ca 20 - 30 db, gute Exemplare bei kleinen Stromdichten sogar solche von 8 db auf<sup>2)</sup>. Im Zuge der Verbesserung der Transistorherstellung ist es seither gelungen, Exemplare herzustellen mit Rauschfaktoren von ca. 3 db und weniger. Ueber solche gute Transistoren sind bis jetzt nur die sehr wenig ausführlichen Spektralmessungen von H.C. Montgomery und M.A. Clark<sup>3)</sup> bekannt geworden; die Autoren einer neueren Publikation über das Rauschen von Flächentransistoren<sup>4)</sup> konnten offenbar für ihre Messungen keine solchen extrem guten Transistoren finden. Die in den Abb. 4.2 und 4.3 dargestellten statistischen Messungen der Rauschzahlen einer grösseren Anzahl handelsüblicher Flächentransistoren, die den Stand der zweiten Hälfte 1954 wiedergeben, zeigen jedoch schon eine grössere Anzahl guter Exemplare mit  $F = 4, 5$  db.



**Abb. 4.2**

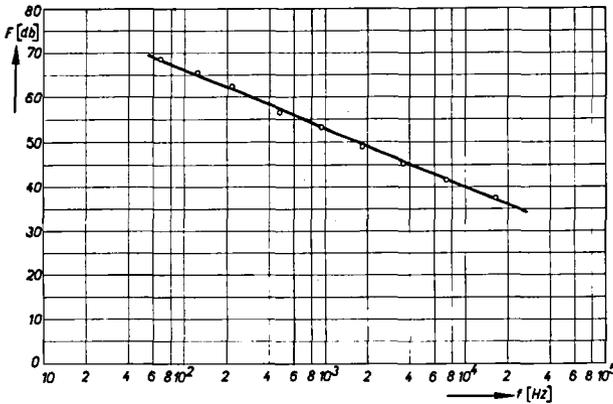
Statistische Verteilung der Rauschfaktoren OC 71. Verteilung der Rauschfaktoren  $F$  von 50 Exemplaren der Flächentransistoren OC 71 in der Basisschaltung mit einem Emissionsstrom von 0,5 mA und einer Kollektorspannung gegen die Basis von -2V; mittlere Frequenz  $f = 920 \text{ Hz}$ , Quellenwiderstand  $500 \Omega$ .



**Abb. 4.3**

Statistische Verteilung der Rauschfaktoren OC 70, Betriebsdaten wie in Abb. 2

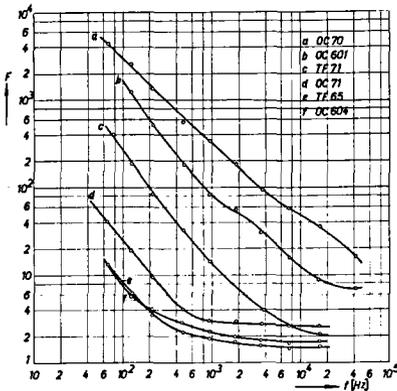
Die Frequenzabhängigkeit des Rauschfaktors von Transistoren bedarf nach den Ausführungen in Kapitel 2 und 3 keiner weiteren Erläuterungen mehr. Spitzentransistoren (Abb. 4.4) und auch die älteren Flächentransistoren (Kurven a, b in Abb. 4.5)



**Abb. 4.4**

Rauschfaktor  $F$  eines Spitzentransistors G 11 (vertikal) als Funktion der Frequenz  $f$  (horizontal). Betriebsdaten: Emissionsstrom  $I_e = 0,49$  mA, Kollektorspannung gegen Basis  $U_k = -17,5$  V, Kollektorstrom  $I_k = 1,7$  mA, Quellenwiderstand  $R_0 = 500 \Omega$ .

zeigen über das ganze Tonfrequenzspektrum das  $1/f$ -Gesetz. Dagegen konnte an einigen ausgesuchten neueren Flächentransistor-Typen schon oberhalb 1000 Hz ein "weisses" Spektrum gemessen werden. (Kurven d, e, f Abb. 4.5). Offenbar ist hier das Funkelrauschen ganz oder zumindest zum grössten Teil verschwunden und das mit Kristallverstärkern erreichbare Mindestrauschen erreicht. Diesem weissen Rauschen wird der Abschnitt 4.3 gewidmet sein.



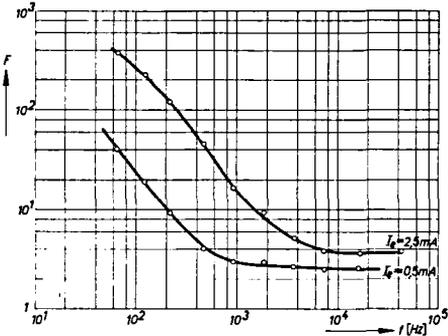
**Abb. 4.5**

Rauschfaktor  $F$  einiger Flächentransistoren (vertikal) als Funktion der Frequenz  $f$  (horizontal). Betriebsdaten:  $I_e = 0,5$  mA,  $U_k = -2$  V,  $R_0 = 500 \Omega$ . Bezeichnungen wie Abb. 4.4.

In Abb. 4.6 ist das Rauschspektrum des Transistors d aus Abb. 4.5 für zwei verschiedene Ströme dargestellt worden. Es ist deutlich zu sehen, dass für grössere Betriebsströme das Funkelrauschen bis zu höheren Frequenzen reicht. Bei den guten Transistoren in Abb. 4.5 ist allmähliches, z. T. beinahe stufenweises Verflachen des  $1/f$ -Spektrums zu erkennen. Von höheren Frequenzen herkommend, steigt die Kurve für  $F$  zunächst nur schwach und dann plötzlich steiler an. Der Grund dafür ist darin zu suchen, dass nicht alle am Transistorrauschen beteiligten Rauschquellen bei der gleichen Frequenz zum Funkelrauschen übergehen.

**Abb. 4.6**

Rauschfaktor  $F$  eines Flächentransistors OC 71 als Funktion der mittleren Frequenz  $f$  für zwei verschiedene Emissionsströme  $I_e$ .  
 $U_k = -2V$ ,  $R_o = 500 \Omega$ .



So beginnt beispielsweise bei den Kurven d, e, f eine relativ schwache Rauschquelle bei einer Frequenz von 7 kHz mit dem Funkelrauschen und bewirkt nur einen schwachen Anstieg des Rauschspektrums mit fallender Frequenz bis offenbar bei einigen hundert Hertz die Hauptrauschquelle ebenfalls zum Funkelrauschen beiträgt.

#### 4.2 Vollständige Beschreibung des Rauschens von Transistorvierpolen

Zur vollständigen Beschreibung eines Vierpols sind im allgemeinen mehr Größen erforderlich. Es können zwei verschiedene Wege zur Behandlung des Vierpolrauschens eingeschlagen werden:

a) Man kann theoretisch zeigen (Abschnitt 4.3) dass für die vollständige Beschreibung des Rauschens eines Vierpols eine bestimmte Mindestanzahl von Größen (4 Zahlen) genügen. Diese Beschreibung ist rein formal und hat mit der physikalischen Vorstellung über die Entstehungsursachen der Schwankungen nichts zu tun. Sie entspricht der vollständigen, ebenfalls formalen Beschreibung des Wechselstromverhaltens eines linearen Vierpols durch 4 komplexe Parameter (8 Zahlen). Die vier Zahlen werden meist in der Form von zwei Rauschquellen im Ersatzschaltbild (Effektivwerte) und ihrer komplexen Korrelation gegeben (Kap. 1.3), könnten aber im Sinne der Definition in Kap. 1.2 auch durch 2 komplexe Rauschquellen charakterisiert werden. Diese erste Methode wurde vor allem zur Beschreibung von älteren stark rauschenden Transistoren, wo eine genaue Theorie der Entstehungsursachen nicht gegeben werden kann, verwendet (Kap. 4.3).

Sind die physikalischen Vorgänge bekannt und die Rauschquellen berechenbar, so ist es naheliegend, diese Quellen in ein der Vorstellung der Wirkungsweise von Transistoren möglichst nahekommendes Ersatzschaltbild einzutragen und damit das Rauschverhalten der Vierpole zu berechnen. Diese Art der Beschreibung entspricht in der

gewöhnlichen Wechselstromtechnik dem Aufbau eines Vierpolschaltbildes aus tatsächlich vorhandenen Schaltelementen. (Widerständen, Kapazitäten, Induktivitäten). Die Anzahl der anzuführenden Quellen ist demnach beliebig und nur durch die physikalischen Grundlagen bestimmt. In Kap. 4.4 wird das "weisse" Rauschen von Flächen-transistoren nach dieser Methode behandelt werden.

### 4.3 Allgemeine Darstellung des Transistorrauschens durch 2 Quellen und ihre Korrelation

Das Rauschen eines Dreipols kann durch zwei voneinander unabhängige (Anm. 1) Rauschströme stets vollständig beschrieben werden. Dies folgt aus dem elektrischen Knotenpunktsatz von G. Kirchhoff. Wenn wir drei aus dem Dreipol herausgerichtete Rauschströme annehmen, so muss ihre Summe gleich Null werden. Die Addition zweier Rauschströme setzt aber nicht nur die Kenntnis der quadratischen Mittelwerte, sondern auch diejenige der Korrelation zwischen den beiden Strömen (Kap. 1.3) voraus. Eine analoge Ueberlegung kann nach dem elektrischen Maschengesetz von G. Kirchhoff auch für drei Spannungen gemacht werden. Es sind daher bei einem Dreipol total 4 Zahlen (2 Effektivwerte + komplexe Korrelation) zur vollständigen Beschreibung der Rauschverhältnisse erforderlich.

Jeder Vierpol kann durch eine Sternschaltung nach Abb. 4.7 ersetzt werden.

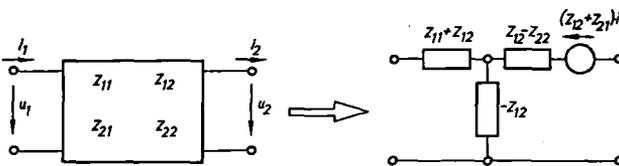


Abb. 4.7

Darstellung eines Vierpols durch ein T-Ersatzschaltbild mit drei Impedanzen und einer Quellen-spannung.  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$ ,  $Z_{21}$  und  $Z_{22}$  bedeuten die Vierpolimpedanzen nach Gl. (4.2).

Die dabei gemachte Annahme, dass die Längsspannungen (Spannungen von Eingang zu Ausgang) keine Rolle spielen, wird in den meisten Vierpolrechnungen stillschweigend vorausgesetzt. Sie ist insbesondere für Transistorvierpole mit einer Klemme gemeinsam an Ausgang und Eingang immer erfüllt. Die Vierpolgleichungen der Abb. 4.7 wurden in der Form

$$\begin{aligned} u_1 &= Z_{11} i_1 + Z_{12} i_2 \\ u_2 &= Z_{21} i_1 + Z_{22} i_2 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Anm. 1: Unabhängig bedeutet in diesem Sinne nicht statistisch unabhängig, sondern durch verschiedene Schaltzweige fließend.

angenommen. Es ist dabei gezeigt worden, dass für Vierpole die Angabe von 4 reellen Grössen zur Charakterisierung des Rauschens genügt. Eine analoge Aussage ist von L.C. Peterson gemacht worden<sup>5)</sup>.

Die Anordnung der Rauschquellen ist prinzipiell gleichgültig, es können 2 Spannungsquellen, 2 Stromquellen oder je eine Spannungs- und Stromquelle gewählt werden. Im Zusammenhang mit der Darstellung des Transistorvierpols durch die Z-Matrix nach Gl. (4.2) ist die Einführung zweier Rauschspannungsquellen am Eingang und Ausgang naheliegend. Diese in amerikanischen Arbeiten über das Transistorenruschen übliche Variante<sup>1, 6)</sup> ist in Abb. 4.8 dargestellt worden. Andere Anordnungen der Rauschquellen sind aber durchaus gleichberechtigt, insbesondere auch ein neuer Vorschlag<sup>7)</sup>, die Rauschquellen in einen eigenen Vierpol zusammenzufassen und diesen dem Wechselstromvierpol, der dann als rauschfrei angenommen werden kann, vorzuschalten. Diese Anordnung ist dann am Platz, wenn der Vierpol durch die A-Matrix dargestellt wird.

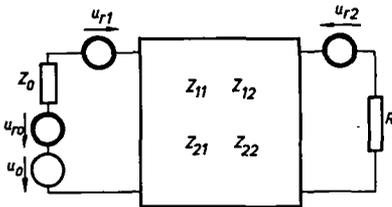


Abb. 4.8

Vierpol mit je einer Rauschquelle am Eingang und Ausgang. Die Signalquelle hat die Quellenimpedanz  $Z_0$ , die Quellenspannung  $u_0$  und die Quellenrauschspannung  $u_0$ .

Rauschquellen: Dicke Kreise.

Der Rauschfaktor  $F$  eines Vierpols nach Abb. 4.8 kann nach den Sätzen von Ohm und Kirchhoff berechnet werden. Man erhält für  $F$

$$F = 1 + \frac{1}{4 k T R_0 \Delta f} \left\{ \frac{1}{|u_{r1}|^2} + \frac{1}{|u_{r2}|^2} \left| \frac{Z_{11} + Z_0}{Z_{21}} \right|^2 - 2 \operatorname{Re} \left[ \gamma \frac{Z_{11} + Z_0}{Z_{21}} \sqrt{\frac{1}{|u_{r1}|^2} \frac{1}{|u_{r2}|^2}} \right] \right\} \quad (4.3)$$

wo  $R_0$  den Realteil der komplexen Quellenimpedanz  $Z_0 = R_0 + j X_0$  und  $\gamma$  den Korrelationskoeffizienten zwischen den Spannungen  $u_{r1}$  und  $u_{r2}$  gemäss Gl. (1.18) bezeichnet.

Als Frequenzabhängigkeit von  $u_{r1}$  und  $u_{r2}$  ist in der Literatur an älteren Transistoren wiederholt das  $1/f$ -Gesetz bestätigt worden<sup>1, 8)</sup>. Unser Interesse gilt vor allem dem Korrelationskoeffizienten  $\gamma$  über den in der Literatur nur für Spitzentransistoren Werte von  $\gamma$  bis 0,8 angegeben wurden<sup>9)</sup>. Grundsätzlich könnten die Rausch-

spannungen  $u_{r1}$  und  $u_{r2}$  nach Abb. 4.8 durch Messung der Rauschspannungen am Eingang und Ausgang des beidseitig leerlaufenden Vierpols bestimmt werden. Der komplexe Korrelationsfaktor ergäbe sich dann durch Nachprüfen des Additionsgesetzes nach Gl. 1.19. Bei Flächentransistoren scheitert jedoch die Durchführung dieses Verfahrens an der grossen Ausgangsimpedanz die der betreffende Vierpol für die Basisschaltung aufweist. Hierdurch ist die Leerlaufbedingung für den Ausgang praktisch kaum mit ausreichender Näherung erfüllbar, da die Speisequellen Impedanzen zwischen 100 und 1000 Megohm aufweisen müssten.

Als praktisch durchführbar erweist sich ein Verfahren, das auf einer Messung des Rauschfaktors als Funktion von  $R_o$  beruht. Diese Methode wird besonders einfach, wenn die Vierpolparameter  $Z$  und  $Z_o$  als reelle Grössen vorausgesetzt werden dürfen. Unter Zugrundelegung des älteren T-Ersatzschaltbildes (Abb. 4.9) wird dann die Formel (4.3) für den Rauschfaktor in der Grundschaltung (Basiselktrode gemeinsam an Eingang und Ausgang geschaltet):

$$F=1 + \frac{1}{4 kTR_o \Delta f} \left[ \overline{|u_{r1}|^2} + \overline{|u_{r2}|^2} \left( \frac{R_e' + R_b' + R_o}{R_m' + R_b'} \right)^2 - 2 \overline{u_{r1} u_{r2}} \right]^{1/2} \frac{R_e' + R_b' + R_o}{R_m' + R_b'} \quad (4.4)$$

Analoge Formeln sind auch für die Emissions- und Kollektorschaltung angegeben worden<sup>10)</sup>.

Da im Fall reeller Schaltelemente kein physikalischer Grund für einen imaginären Anteil des Korrelationskoeffizienten einzusehen ist, kann auch  $\overline{u_{r1} u_{r2}}$  als reell angenommen werden.

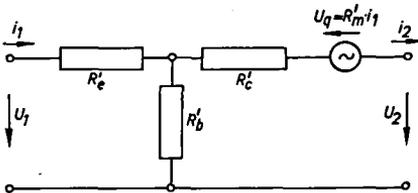


Abb. 4.9

Älteres T-Ersatzschaltbild von Transistoren.

Messungen der Frequenzabhängigkeit der Vierpolparameter zeigen, dass für legierte p-n-p Transistoren  $Z_{22}$  auch für tiefe Frequenzen (ca 1 kHz) komplex wird, indem  $R_c'$  im Ersatzschaltbild 4.9 eine Kapazität  $C_c'$  parallelzuschalten ist. Im Zusammenhang damit ändert sich auch der Wert von  $R_b'$ , (Anm. 1) mit der Frequenz. Ist jedoch der Betrag  $|Z_c'|$  der Impedanz der Parallelschaltung  $R_c', C_c'$  gross  $|Z_c'| \gg$

$R_e'$ ,  $R_b'$ ,  $R$ , so kann für viele Rechnungen  $R_c'$  durch  $|Z_c'|$  resp.  $R_m'$  durch  $\alpha|Z_c'|$  ersetzt werden, da dann diese Impedanz allein die Ströme im Kollektorkreis bestimmt.

Zur Zeit der Durchführung der Korrelationsmessungen stand noch kein Messgerät zur Bestimmung der komplexen Vierpolparameter zur Verfügung und so wurde die Gl. (4.4) auch für Transistoren mit frequenzabhängigem  $Z_{22}$  mit Hilfe der oben beschriebenen quasireellen Parameter  $|Z_c'|$  ausgewertet. Die Resultate werden auch hier in dieser Form wiedergegeben, da sie instruktiver und einfacher sind als die der genauen Behandlung der Gl. (4.3).

Aus einer Messung des Rauschfaktors  $F$  als Funktion des Quellenwiderstandes  $R_o$  können nach Gl. (4.4) aus 3 Punkten der Kurve  $F = f(R_o)$  die Unbekannten  $|u_{r1}|^2$ ,  $|u_{r2}|^2$  und  $\gamma_1 \sqrt{|u_{r1}|^2 \cdot |u_{r2}|^2}$  und damit  $\gamma_1$  bestimmt werden. Da kleine Messfehler zu relativ grossen Fehlern der gesuchten Grössen führen können, wurden die Unbekannten durch ein graphisches Verfahren bestimmt, das anstelle von 3 Punkten die ganze Kurve  $F = f(R_o)$  benutzt und damit den Einfluss der Messfehler verkleinert. Durch einfache Umformung der Gl. (4.4) entsteht

$$(F-1)4kTR_o\Delta f = \sqrt{|u_{r1}|^2} + \sqrt{|u_{r2}|^2} \left( \frac{R_e' + R_b' + R_o}{R_m' + R_b'} \right)^2 - 2 \gamma_1 \left( |u_{r1}|^2 |u_{r2}|^2 \right)^{1/2} \left( \frac{R_e' + R_b' + R_o}{R_m' + R_b'} \right) \quad (4.5)$$

eine quadratische Funktion von  $R_o$ . Ihre erste Ableitung nach  $R_o$  stellt eine lineare Funktion von  $R_o$  dar. Aus der Neigung dieser Geraden ergibt sich  $\sqrt{|u_{r2}|^2}$ , aus der Ordinate bei  $R_o = -(R_e' + R_b')$  ergibt sich der Wert  $\gamma_1 \sqrt{|u_{r1}|^2 |u_{r2}|^2}$ .

Zur Durchführung der Auswertung müssen die Widerstände  $R_e'$ ,  $R_b'$  und  $R_m'$  bekannt sein. Zu ihrer Messung ist ein Parametermessgerät gebaut worden, mit dem die vier Parameter der Vierpolgleichungen

$$\begin{aligned} u_1 &= H_{11} i_1 + H_{12} u_2 \\ i_2 &= H_{21} i_1 + H_{22} u_2 \end{aligned} \quad (4.6)$$

bestimmt werden können. Die Messung der betreffenden Parameter ist insbesondere bei Flächentransistoren empfehlenswert, da das betreffende Messgerät sich einfach bauen lässt. Aus den H-Parametern lassen sich ohne weiteres die Ersatzwiderstände bestimmen:

$$\begin{aligned} R_e' &= H_{11} + \frac{H_{12}}{H_{22}} (1 - H_{21}) \\ R_b' &= - \frac{H_{12}}{H_{22}} \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$R'_c = \frac{H_{12} - 1}{H_{22}} \quad (4.7)$$

$$R'_m = \frac{H_{12} - H_{21}}{H_{22}}$$

Für Spitzentransistoren wurden die Z-Parameter nach Gl. 4.2 gemessen und daraus die Werte für die Ersatzwiderstände bestimmt.

Für einen Spitzentransistor mit einer Kurve  $F = f(R_o)$  nach Abb. 4.10 und den Vierpolersatzwiderständen  $R'_e + R'_b = 274 \text{ Ohm}$  und  $R'_m = 39,4 \text{ kOhm}$  findet man bei

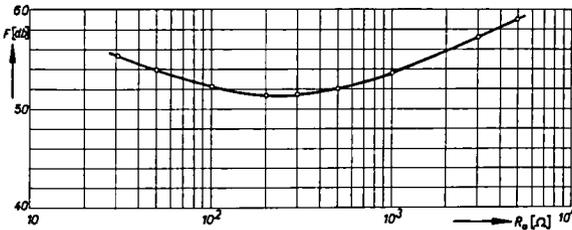


Abb. 4.10

Rauschfaktor  $F$  (vertikal) als Funktion des Quellenwiderstandes  $R_o$  (horizontal) eines Spitzentransistors VS200 (SAF). Betriebsdaten:  $I_e = 0,5 \text{ mA}$ ,  $I_k = 2 \text{ mA}$ ,  $f = 920 \text{ Hz}$  Basis-schaltung. Bezeichnung wie Abb. 4.4.

der Frequenz  $f = 920 \text{ Hz}$  und einer Bandbreite  $\Delta f = 116 \text{ Hz}$

$$\overline{|u_{r1}|^2} = 9,25 \cdot 10^{-12} \text{ Volt}^2, \overline{|u_{r2}|^2} = 4,5 \cdot 10^{-7} \text{ Volt}^2, \delta_1 = +0,57$$

Das Verhalten der Spitzentransistoren wurde nicht weiter untersucht, da sie bei diesen hohen Rauschzahlen niemals für Anwendungen in rauscharmen Schaltungen in Frage kommen.

Die Verhältnisse bei Flächentransistoren wurden eingehender studiert. In Abb. 4.11 sind die Kurven  $F = f(R_o)$  einiger legierter p-n-p Flächentransistoren der gleichen Art mit verschiedener Rauschqualität dargestellt worden. Das Verfahren der Auswertung nach den Rauschquellen und ihrer Korrelation wurde mit den oben gemachten Voraussetzungen der quasireellen Schaltelemente durchgeführt.

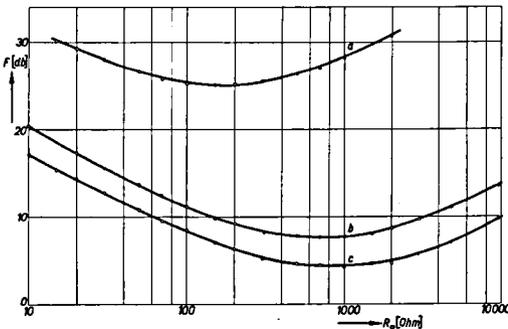


Abb. 4.11

Rauschfaktor  $F$  (vertikal) als Funktion des Quellenwiderstandes  $R_o$  (horizontal) für p-n-p Flächentransistoren OC70, OC71. Betriebsdaten:  $I = 0,5 \text{ mA}$ ,  $U_k = -2V$ ,  $f = 920 \text{ Hz}$ , Basis-schaltung. Bezeichnung wie Abb. 4.4.

Man erhält bei der Frequenz  $f = 920 \text{ Hz}$  und einer Bandbreite  $\Delta f = 116 \text{ Hz}$  die Werte

Transistor a :  $\overline{u_{r1}^2} = 3,8 \cdot 10^{-13} \text{ Volt}^2$     $\overline{u_{r2}^2} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ Volt}^2$     $\gamma_1 \approx 1.$

Transistor b :  $\overline{u_{r1}^2} = 8,8 \cdot 10^{-15} \text{ Volt}^2$     $\overline{u_{r2}^2} = 9,55 \cdot 10^{-9} \text{ Volt}^2$

$\gamma_1 \approx 0,9$

Transistor c :  $\overline{u_{r1}^2} = 2 \cdot 10^{-15} \text{ Volt}^2$     $\overline{u_{r2}^2} = 4,9 \cdot 10^{-9} \text{ Volt}^2$

$\gamma_1 \approx 0,77$

Die Kurve  $F = f(R_O)$  für den Transistor b ist in Abb. 4.12 nochmals dargestellt worden, zerlegt in die Anteile der Quellen  $\overline{u_{r0}^2}$ ,  $\overline{u_{r1}^2}$ ,  $\overline{u_{r2}^2}$  und den Beitrag des Korrelationsgliedes. Dieses Bild zeigt deutlich, dass das Korrelationsglied einen wesent-

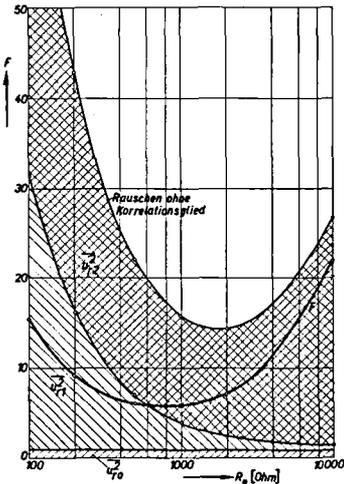


Abb. 4.12

Rauschfaktor  $F$  (vertikal) als Funktion des Quellenwiderstandes  $R_O$  (horizontal) für einen Flächentransistor zerlegt in die Anteile nach Gl. 4.4.

- Quellenrauschen
- Rauschen von  $u_{r1}$
- Rauschen von  $u_{r2}$

dick aus- Mit Berücksichtigung der  
gezogen: Korrelation resultierender  
Rauschfaktor

Daten wie Abb. 4.11.

lichen Beitrag zur Verkleinerung des Rauschfaktors liefert und deshalb nicht vernachlässigt werden darf, wie es im Buch von R. F. Shea<sup>11)</sup> vorgeschlagen worden ist.

Entsprechende Messungen an gezogenen n-p-n Transistoren ergaben für Exemplare mit grossem  $R'_b \approx 180 \text{ Ohm}$   $\gamma_1$  bis 0,95, für Exemplare mit kleinem  $R'_b \approx 56 \text{ Ohm}$   $\gamma_1 \approx 0.$

Die Korrelationskoeffizienten nehmen im allgemeinen mit zunehmender Frequenz ab; genaue Messungen gestalten sich aber bei höheren Frequenzen schwieriger, da der Einfluss der Kapazitäten grösser und damit die Behandlungsweise mit quasireellen Ersatzwiderständen immer ungenauer wird.

Die an Flächentransistoren gemessenen hohen Korrelationskoeffizienten zwischen der Eingangs- und Ausgangsrauschquelle können zwei prinzipiell verschiedene Gründe haben. Eine starke Korrelation kann durch die spezielle Anordnung der Quellen im Ersatzschaltbild bedingt sein. Da die Anordnung rein formal ohne Rücksicht auf physikalische Gesichtspunkte gewählt wurde, kann auch das Auftreten einer Korrelation eine formale Tatsache sein, hinter der keine korrelierten physikalischen Rauschprozesse gesucht werden müssen. Grosse Korrelationskoeffizienten könnten aber auch durch eine wirkliche Kupplung zwischen den physikalischen Rauschvorgängen im Emissions- und Kollektorelektrodenkreis bedingt sein.

Es kann gezeigt werden, dass die hohen Korrelationszahlen nach der ersten Art, d. h. als eine Besonderheit des gewählten Rauschersatzschaltbildes gedeutet werden können. Wir legen dem Rauschen von Transistoren ein neueres Vierpol-Wechselstrom-Ersatzschaltbild zugrunde (Abb. 4.13), das in seinem Aufbau der physikalischen Wirkungsweise der Transistoren besser angepasst ist, als das bisher verwendete. Die Quellen  $c_e u_k$  und  $c_b u_k$  berücksichtigen die Modulation der Basisschichtdicke, bzw. des Basiswiderstandes durch die Kollektorspannung. Die Beziehungen zwischen den Grössen der beiden Ersatzschaltbilder lauten:

$$\begin{aligned} R_e' &\approx R_e - (c_e + c_b) R_c (1 - \alpha) \\ R_b' &\approx R_b + (c_e + c_b) R_c \\ R_m' &\approx R_m \\ R_c' &\approx R_c \end{aligned} \quad (4.6)$$

Es ist nun physikalisch plausibel, den beiden Diodenkontakten, die im Ersatzschaltbild durch die Widerstände  $R_e$  und  $R_c$  dargestellt sind, sowie dem Basiszuleitungswiderstand  $R_b$  je eine Rauschspannungsquelle zuzuordnen. Diese Annahmen werden gestützt durch die im folgenden Abschnitt Kap. 4.4 beschriebene Theorie des Transistorrauschens im Gebiet des weissen Spektrums. Bezeichnen wir die entsprechenden Rauschspannungsquellen mit  $u_{re}$ ,  $u_{rk}$  und  $u_{rb}$ , die statistisch unabhängig sein sollen, so findet man für das Rauschersatzschaltbild Abb. 4.13 den Rauschfaktor  $F$  für die Grundschaltung

$$F = 1 + \frac{|u_{re}^2|}{|u_{ro}^2|} + \frac{|u_{rb}^2|}{|u_{ro}^2|} \left( 1 - \frac{R_o + R_e + R_b}{R_m + R_b} \right)^2 + \frac{|u_{rk}^2|}{|u_{ro}^2|} \left( \frac{R_o + R_e + R_b}{R_m + R_b} \right)^2 \quad (4.7)$$

Diese Beziehung kann mit Hilfe der Gl. (4.6) auf das ältere T-Ersatzschaltbild umgerechnet werden. Man erhält mit  $R_m \gg R_o, R_e, R_b$

$$F \approx 1 + \frac{1}{|u_{ro}|^2} \left\{ |u_{re}|^2 + |u_{rb}|^2 + (c_e + c_b)^2 |u_{rk}|^2 - 2(c_e + c_b) |u_{rk}|^2 \left( \frac{R_o + R_b' + R_e'}{R_m'} \right) + |u_{rk}|^2 \left( \frac{R_o + R_e' + R_b'}{R_m'} \right)^2 \right\} \quad (4.8)$$

Ein Vergleich mit Gl. (4.5) ergibt für die Quellen  $u_{r1}$  und  $u_{r2}$

$$\begin{aligned} |u_{r1}|^2 &= |u_{re}|^2 + |u_{rb}|^2 + (c_e + c_b)^2 |u_{rk}|^2 \\ |u_{r2}|^2 &= |u_{rk}|^2 \end{aligned}$$

und für die Korrelation  $\gamma_1$

$$\gamma_1 = \frac{(c_e + c_b)}{\sqrt{\frac{|u_{re}|^2 + |u_{rb}|^2}{|u_{rk}|^2} + (c_e + c_b)^2}} \quad (4.9)$$

Für  $(c_e + c_b)^2 |u_{rk}|^2 \gg |u_{re}|^2 + |u_{rb}|^2$  wird  $\gamma_1 \approx 1$ .

Transistoren mit hohem Funkelrauschen werden demnach bei tiefen Frequenzen grosse Korrelation zwischen den beiden Quellen  $u_{r1}$  und  $u_{r2}$  zeigen, da dann  $u_{rk}$  als Rauschquelle einer Diode in Rückwärtsrichtung besonders gross ist. Die gemessenen Korrelationskoeffizienten der Transistoren der Abb. 4.11 zeigen dieses Verhalten.

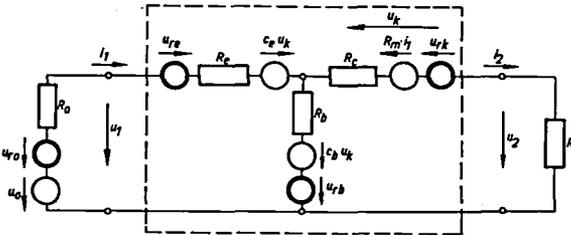


Abb. 4.13

Rauschersatzschaltbild eines Transistorvierpols in der Basisschaltung unter Zugrundelegung eines neueren Wechselstromersatzschaltbildes nach J. M. Early<sup>12</sup>). Die drei Quellen  $u_{re}$ ,  $u_{rb}$ , und  $u_{rk}$  sind statistisch unabhängig. Die Rauschquellen sind durch dicke Kreise dargestellt worden.

Transistoren mit kleinem  $R_b'$  können nach Gl. 4.6 nur kleine Quellen  $c_e u_k$  und  $c_b u_k$  aufweisen. Ihre Korrelation zwischen Eingangs- und Ausgangsrauschquelle ist, wie die Resultate an n-p-n Transistoren zeigen, tatsächlich sehr klein.

Auch die scheinbare Frequenzabhängigkeit des Korrelationskoeffizienten kann als Auswirkung der speziellen Wahl des Ersatzschaltbildes gedeutet werden. Ersetzt man wieder  $R'_c$  durch  $Z'_c$  und denkt sich  $u_{rk}$  durch einen frequenzunabhängigen Rauschstrom, der durch  $Z'_c$  fließt, erzeugt, so wird  $u_{rk}$  infolge der Frequenzabhängigkeit von  $Z'_c$  mit wachsender Frequenz abnehmen. Damit nimmt aber auch die Korrelation nach Gl. 4.9 mit steigender Frequenz ab.

Damit ist gezeigt worden, dass die hohen Korrelationskoeffizienten zwischen der Eingangs- und Ausgangs-Rauschspannungsquelle bei Flächentransistoren sehr gut als eine Folge der gewählten Quellenanordnung und des Ersatzschaltbildes gedeutet werden können.

Die in Abb. 4.5 dargestellten Rauschspektren von Flächentransistoren zeigen für einige gute Exemplare schon oberhalb ca. 1000 Hz "weisses" (d.h. Frequenzunabhängiges) Rauschen. In diesem Bereich ist offenbar die Mindestgrenze des Rauschens von Transistoren erreicht worden. Deshalb ist ein eingehendes Studium der verbleibenden Rauschquellen, der günstigsten Schaltungen und der besten Dimensionierung von rauscharmen Transistoren angezeigt. Die Resultate dieser Untersuchungen sind im folgenden Kapitel 4.4 dargestellt. Die für diese Messungen verwendeten Transistoren mussten erst durch statistische Reihenmessungen (siehe Abb. 4.2 und 4.3) aus einer grösseren Anzahl von Flächentransistoren ausgesucht werden. Die Situation hat sich bis heute (Frühjahr 1955) insofern geändert, als jetzt einige Firmen bereits eine Voraussuche durchführen und rauscharme Transistoren auf den Markt bringen.

#### 4.4 Das Rauschen von Flächentransistoren im Bereich des "weissen" Spektrums

##### 4.41

##### Die Rauschersatzschaltbilder

Beim Rauschen von Transistoren tritt eine Kombination der spontanen Schwankungen zweier Diodenkontakte auf. Allerdings darf man nicht einfach die Schottky'sche Rauschformel (Gl. 3.4) auf Emissions- und Kollektorkontakt anwenden und die zugehörigen Rauschstromquadrate addieren. Die in Kap. 3.2 angegebene Theorie des Diodenrauschens kann zwar ohne weiteres auf die Emissionsdiode eines Flächentransistors angewendet werden, da es sich hier um einen p-n Kontakt handelt, den die Ladungsträger von der Emissionselektrode herkommend voneinander statistisch unabhängig durchlaufen. Die entsprechende Rauschstromquelle ist im Ersatzschaltbild Abb. 4.14 mit  $i_{re}$  bezeichnet und dem Diodenwiderstand  $R_e$  parallelgeschaltet worden. Der betreffende Rauschstrom ergibt sich aus Gleichung 3.5 aus

$$\overline{i_{re}^2} = 2e (I_e + 2I_{e0}) \Delta f \quad (4.10)$$

wo  $I_e$  den Emissionsstrom und  $I_{eo}$  den Sättigungsstrom der Emissionsdiode bezeichnen. In den weitaus meisten Betriebsfällen eines Transistors ist  $I_e \gg I_{eo}$ , sodass sich Gl. 4.10 auf die gewöhnliche Schottky-Gleichung reduziert. (Gl. 4.11)

$$\overline{i_{re}^2} \approx 2eI_e \Delta f \quad (4.11)$$

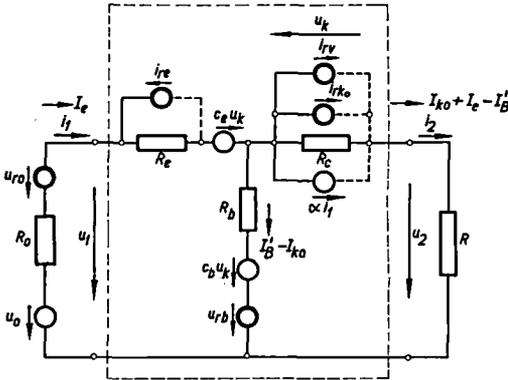


Abb. 4.14

Darstellung der Rauschursachen eines Flächentransistors durch 4 Rauschquellen (dicke Kreise) im Ersatzschaltbild.

Als Wechselstromersatzschaltbild wurde wiederum dasjenige der Abb. 4.13 zu Grunde gelegt. Streng genommen müsste bei legierten Transistoren eine auch im Gebiet niedriger Frequenzen wirksame Kapazität parallel  $R_c$  eingezeichnet werden; ihre Berücksichtigung erübrigt sich aber im vorliegenden Falle, da die Phase des Impedanzzweiges  $Z_c$  in die Rechnung überhaupt nicht eingeht, solange  $|Z_c| \gg R_b, R_e$ .

In der Basisschicht besteht der durch die Emissionselektrode eingespeiste Strom praktisch vollständig aus Minoritätsträgern (Löcher im n-Material, Elektronen im p-Material), die bei ihrer Ankunft an der Kollektorsperrschicht von der relativ hohen Kollektorspannung sofort abgesaugt werden. Die Startbedingungen sind hier deshalb völlig andere, als bei der Emissionsdiode. Es tritt keine statistische Auswahl der die Kollektorsperrschicht durchlaufenden Ladungsträger auf. Setzen wir die Rekombination in der Basisschicht gleich Null ( $\alpha = 1$ ) ( $\alpha =$  Stromverstärkungsfaktor), so wird der Strom seine statistische Struktur beim Durchlaufen der Basis- und Kollektorsperrschicht nicht ändern. Wie bei einem gewöhnlichen Widerstand tritt abgesehen vom Nyquistrauschen, das hier vernachlässigt werden soll bei  $\alpha = 1$  kein zusätzlicher Rauscheffekt auf.

Im Gegensatz zu diesem nicht rauschenden Minoritätsträgerstrom fließt durch die Kollektorsperrschicht infolge der steten Neuerzeugung von Trägerpaaren ein Sättigungsstrom  $I_{ko}$ , dessen Struktur genau gleich ist wie der in einer gesperrten Diode fließende Sperrstrom. Der diesem Gleichstrom zugeordnete Rauschstrom  $i_{rko}$  kann daher nach Gl. (4.12)

$$\overline{i_{rko}^2} = 2e I_{ko} \Delta f \quad (4.12)$$

berechnet werden.

Lassen wir noch die Bedingung  $\alpha = 1$  fallen, so müssen wir, da sich der Emissionsstrom  $I_e$  in einen Anteil  $I_B'$  der zur Basis, und einen Anteil  $I_e - I_B'$  der zum Kollektor fließt, aufteilt, wie bei Tetroden das Verteilungsrauschen berücksichtigen. Wenn der Berechnung des Verteilungsrauschens die gleichen Gesetze wie bei der Ableitung der analogen Gleichungen bei Hochvakuumröhren zu Grunde gelegt werden (Wahrscheinlichkeit der Rekombination für jeden einzelnen Träger gleich), so erhält man für den Verteilungsrauschstrom  $i_{rv}$

$$\overline{i_{rv}^2} = 2 e \frac{(I_e - I_B') I_B'}{I_e} \Delta f \quad (4.13)$$

Der Stromanteil  $I_B'$  kann aus dem gemessenen Basisstrom  $I_B$  durch Addition des Kollektorsättigungsstromes bestimmt werden

$$I_B' = I_B + I_{ko} \quad (4.14)$$

Das Stromverteilungsrauschen kann angenähert durch die Gleichung

$$\overline{i_{rv}^2} \approx 2e I_e \alpha (1 - \alpha) \Delta f \quad (4.15)$$

berechnet werden, wo  $\alpha$  den Stromverstärkungsfaktor ( $\alpha = i_2/i_1$  bei  $R = 0$ ) bedeutet. Der eine Pol der Quelle  $i_{rv}$  muss an dem Ort des Ersatzschaltbildes angeschlossen werden, der dem Rekombinationsgebiet im Transistor entspricht. Diese Region entspricht dem Sternpunkt in Abb. 4.14. Es wäre jedoch anhand von Messreihen an Transistoren mit sehr kleinem  $R_b$  abzuklären, ob diese Quelle über das eine Ende von  $R_b$  verteilt anzusetzen ist. Sicher ist die gewählte Anordnung in erster Näherung richtig.

Die Voraussetzung für die Gültigkeit dieser Gleichungen ist die gleiche Rekombinationswahrscheinlichkeit für jeden Träger in der Basisschicht. Abweichungen von dieser Annahme und ihre Folgen werden im Anhang A Kap. 4 diskutiert.

Schliesslich ist eine vierte Rauschquelle zu berücksichtigen, die durch den Zuleitungswiderstand  $R_b$  zur eigentlichen Basis zwischen der Emissions- und Kollektordiode bedingt ist. Dieser Widerstand ist je nach Transistorkonstruktion und Herstellungsart verschieden gross (Abb. 4.30; 4.31) kann aber bei legierten p-n-p Transistoren bis einige hundert Ohm betragen, sodass sein thermisches Rauschen nicht vernachlässigt werden darf.

Es ist durch die Quelle

$$\overline{u_{rb}^2} = 4 k T R_b \Delta f \quad (4.16)$$

berücksichtigt worden (Abb. 4.14). Ein zusätzliches Schrotrauschen ist nach Kap. 2.4

für das in Transistoren verwendete Germanium (vollkommene Ionisierung der Donorenstufen) und die geringen Stromdichten durch die Basiselektrode nicht zu erwarten.

Dieses Rauschersatzschaltbild stützt sich auf Vorschläge von H. C. Montgomery und M. A. Clark<sup>3)</sup> und A. van der Ziel<sup>13)</sup>, die allerdings für ein älteres Wechselstromersatzschaltbild und ohne befriedigende Erklärungen angegeben wurden.

Die Schwierigkeit des nichtrauschenden Kollektorstromes kann umgangen werden, wenn man einfach die von Hochvakuumelektronenröhren her bekannten Vorstellungen über das Rauschen bei Stromverteilung auf das Ersatzschaltbild eines Transistors überträgt. In Abb. 4.15 a sind die Rauschströme in einer Tetrode bei tiefen Frequenzen dargestellt worden<sup>16)</sup>.

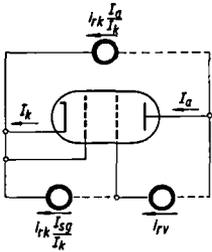


Abb. 4.15 a

Rauscheinströmungen einer Tetrode.

$I_k$  = Kathodengleichstrom

$I_a$  = Anodengleichstrom

$I_{sg}$  = Schirmgittergleichstrom.

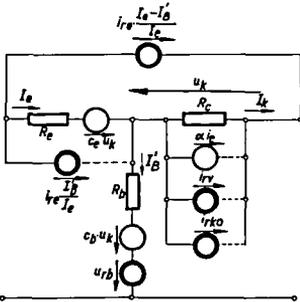


Abb. 4.15 b

Rauschersatzschaltbild eines Transistors in Analogie zur Abb. 4.15 a für Tetroden.

Die im Kathodenstrom  $I_k$  vorhandenen Schwankungen  $i_{rk}$  teilen sich infolge der Stromverteilung auf Anode und Schirmgitter auf; ausserdem muss eine Verteilungsstromrauschquelle  $i_{rv}$  zwischen Anode und Schirmgitter eingeführt werden. Ueberträgt man diese Quellenanordnung auf die Verteilung des Emissionsstromes eines Transistors auf Kollektor- und Basiselektrode, so ergibt sich eine Anordnung, wie sie in Abb. 4.15 b dargestellt worden ist. Die zusätzlichen Rauschquellen  $u_{rb}$  und  $i_{rko}$  können gleich wie für das Schaltbild Abb. 4.14 begründet werden. Im Gegensatz zu Abb. 4.14 muss aber hier die kollektorseitige Stromquelle  $\alpha i_e$  des Wechselstromersatzschaltbildes nicht auf den Eingangsstrom  $i_1$ , sondern auf den wirklichen Emissionsstrom  $i_e$  bezogen werden. Der durch den Emissionskontakt fliessende Rauschstrom wird durch diese Quelle auch in den Kollektorkreis eingespeist und kompensiert dort den Quellenstrom  $\frac{I_e - I_B}{I_e} i_{re}$  weitgehend. Das niedrige Rauschen des Kollektorstromes kann auf diese Weise sehr einfach als Wirkung zweier sich fast vollständig kompensierender Rauschströme erklärt

werden. Eine einfache Rechnung zeigt, dass dieses Ersatzschaltbild dem der Abb. 4.14 äquivalent ist.

A. van der Ziel<sup>15)</sup> hat vor kurzem ein weiteres Ersatzschaltbild angegeben, das mit nur 3 Rauschquellen auskommt. Danach ist jedem Kontakt der volle Schrotteffekt zuzuordnen (Abb. 4.16), wobei allerdings die beiden Stromquellen wesentlich korreliert sein müssen. Das Ersatzschaltbild Abb. 4.16 lässt sich nach unseren Vorstellungen über das Diodenrauschen (Kap. 3.2) wie folgt erklären: Betrachtet man als Elementarakt des Rauschvorgangs den ganzen Weg eines Elektrons von der

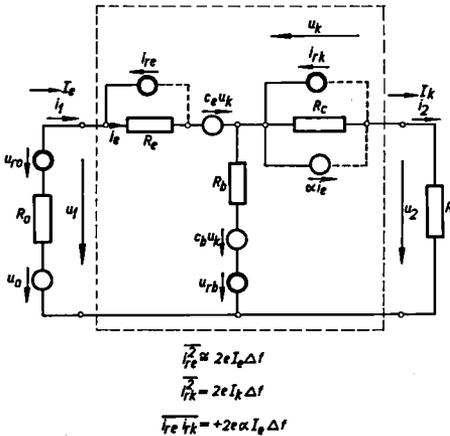


Abb. 4.16

Neuere Variante des Rauschersatzschaltbildes mit 3 Rauschquellen nach A. v. d. Ziel<sup>14)</sup>.

Emissions- zur Kollektorelektrode, so wird die ursprüngliche Poissonverteilung dieser Primärelektronen auch beim Durchlaufen des Kollektorkontaktes vorhanden bleiben, was die Einführung einer Stromquelle  $\overline{i_{re}^2} = 2e I_e \Delta f$  über dem Emissionskontakt und einer Stromquelle  $\overline{i_{rk}^2} = 2e I_k \Delta f$  über dem Kollektorkontakt rechtfertigt, die allerdings, da ein Teil  $I_k \approx \alpha I_e$  des Kollektorstromes  $I_k$  durch die gleichen Ladungsträger wie der Emissionsstrom erzeugt wird, nach der Gl.

$$\overline{i_{re} i_{rk}} = 2e I_k \Delta f \approx 2e \alpha I_e \Delta f \quad (4.17)$$

korreliert sind.

Ein wesentlicher Anteil  $i_{re}'$  des Quellenstromes  $i_{re}$  fließt durch den Emissionsdiodenkontakt ( $R_e$  im Ersatzschaltbild) der relativ niederohmig ist. Jeder hier fließende Strom, sei es ein gewöhnlicher Wechselstrom oder ein Rauschwechselstrom, wird infolge der normalen Vierpolwechselstromquelle  $\propto i_e$  zum grossen Teil auch die Kollektorsperrschicht durchfließen. In unserem speziellen Fall wird also der Anteil  $i_{re}'$  der Quelle  $i_{re}$  einen Rauschstrom  $\propto i_{re}'$  durch den Kollektorkontakt zur Folge

haben. Dieser Rauschstrom wird, da  $i_{re}$  und  $i_{rk}$  stark korreliert sind, die Quelle  $i_{rk}$  teilweise kompensieren. Die Quellen  $i_{rv}$  und  $i_{rko}$  im ersten Ersatzschaltbild entsprechen dann einfach dem unkompenzierten Anteil der Quelle  $i_{rk}$ . Die Quelle  $u_{rb}$  bleibt auch in diesem Ersatzschaltbild unverändert bestehen. Es ist also offenbar Geschmacksache, welches der Schaltbilder verwendet wird, da alle dieselben Gleichungen bei der Berechnung der Rauschfaktoren liefern.

4.42

Der Nachweis der Rauschquellen

Zum Nachweis der einzelnen Rauschquellen wollen wir uns wieder dem ersten Ersatzschaltbild Abb. 4.14 zuwenden. Zur Trennung der Rauschquellen wählen wir zunächst in der Basisschaltung des Transistors den Quellenwiderstand  $R_o$  auf der Eingangsseite gross:  $R_o \gg R_e, R_b$  und messen den Rauschstrom, der durch den am Ausgang angeschlossenen Belastungswiderstand  $R$  fliesst. Die Beiträge, welche die Rauschquellen  $i_{re}, u_{rb}$  und  $u_{ro}$  liefern, können unter diesen Messbedingungen vernachlässigt werden, sodass nur die Beiträge nach den Gleichungen (4.12) und (4.13) übrigbleiben. In Abb. 4.17a sind die gemessenen Ströme  $I_{ko}$  und  $I'_B$  eines Flächentransistors OC 71 als Funktion des Emissionsstromes  $I_e$  aufgezeichnet worden.

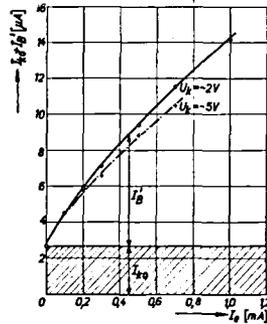


Abb. 4.17a

Sättigungsstrom  $I_{ko}$  der Kollektorsperrschicht und Verteilungsstrom  $I'_B$  (vertikal) als Funktion des Emissionsstromes  $I_e$  (horizontal) gemessen an einem Flächentransistor OC 71. Parameter: Kollektorspannung  $U_k = -2,5$  Volt.

Die Messung ist für zwei verschiedene Kollektorspannungen  $U_k$  durchgeführt worden und zeigt deutlich, dass die Wahl dieser Spannung die Stromverteilung beeinflusst. In Abb. 4.17b ist die Summe  $\overline{i_{rv}^2} + \overline{i_{rko}^2}$  nach direkten Messungen des Rauschstromes durch den Widerstand  $R$  (Kreise und Kreuze) und nach Berechnungen aus (4.12) und (4.13) (Kurven) dargestellt worden unter Berücksichtigung der Messwerte der Abb. 4.17a. Die Übereinstimmung von Messung und Rechnung ist befriedigend, insbesondere wird die Abhängigkeit von der Kollektorspannung richtig wiedergegeben. Bei anderen Flä-

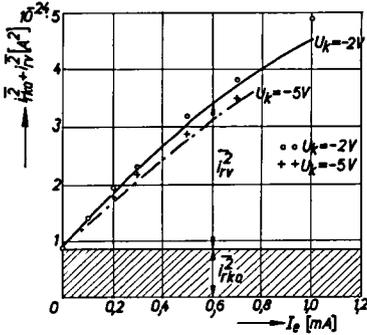


Abb. 4.17b

Mittleres Quadrat des Rauschstromes am Ausgang umgerechnet auf 1 Hz Bandbreite (vertikal) als Funktion des Emissionsstromes  $I_e$  (horizontal) für den gleichen Transistor wie Abb.4.17a Quellenwiderstand  $R_0 = 120 \text{ k}\Omega \gg R_e, R_b$ . Frequenz  $f = 7,24 \text{ kHz}$ . Die Kurven sind berechnet, Kreise gemessen bei  $U_k = -2 \text{ V}$ , Kreuze bei  $U_k = -5 \text{ V}$ . Die Abweichungen bei höh. Strömen rühren von Resten des Funkeffektes her.

chentransistoren mit kleinerem  $\alpha$  wurde, da die zu messenden Rauschströme dort größer werden, noch bessere Uebereinstimmung erzielt.

Besonders eindrücklich kann das Stromverteilungsrauschen an gleichartigen Transistoren mit verschiedenem Stromverstärkungsfaktor  $\alpha$  gezeigt werden. Nach Gl. (4.15) nimmt das Rauschen als Funktion des Emissionsstromes  $I_e$  für Transistoren mit kleinerem  $\alpha$  rascher zu als für solche mit grossem  $\alpha$ , was in Abb. 4.18 sehr schön bestätigt wurde, wo die gemessenen Rauschfaktoren einiger Transistoren als Funktion von  $I_e$  dargestellt worden sind.

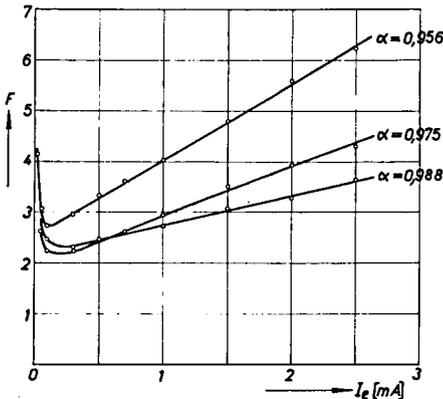


Abb. 4.18

Rauschfaktor  $F$  (vertikal) als Funktion des Emissionsstromes  $I_e$  (horizontal) gemessen an Flächentransistoren der gleichen Type mit verschiedenem Stromverstärkungsfaktor  $\alpha$ .  
Betriebsdaten:  $U_k = -2 \text{ V}$ ,  $R_0 = 500 \Omega$   
Basisschaltung,  $f = 7,24 \text{ kHz}$ .

Zur Untersuchung des Rauschbeitrages des Basiswiderstandes  $R_b$  wurden Transistoren mit ungefähr gleichen  $\alpha$  Werten, aber verschiedenem  $R_b$  ausgesucht. In Abb. 4.19 links sind die an zwei solchen Transistoren gemessenen Rauschfaktoren als Funktion von  $I_e$  dargestellt worden. Die Kurve a entspricht einem Transistor mit  $R_b \approx 400 \Omega$ , die Kurve b einem solchen mit  $R_b \approx 600 \Omega$ . Danach wurde der Basiswiderstand des Transistors a durch Zuschalten eines Widerstandes  $R_{b1}$  in die Basisleitung künstlich vergrößert. Die Messergebnisse für den Rauschfaktor in diesem Falle sind in Abb. 4.19 rechts dargestellt worden.

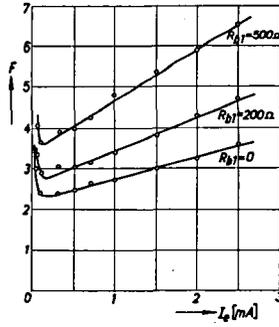
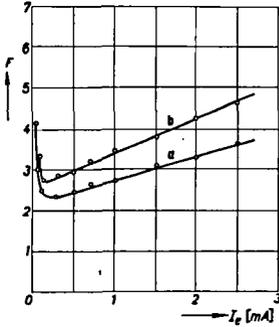


Abb. 4.19

Kurven wie Abb. 4.18, aber links: für Transistoren mit ungefähr gleichem  $\alpha$  und verschiedenem  $R_b$

Transistor a:  
 $R_b \approx 400 \Omega$ ,  $\alpha = 0,987$

Transistor b:  
 $R_b \approx 600 \Omega$ ,  $\alpha = 0,988$

rechts: für Transistor a der Abb. links mit einem Zusatzwiderstand  $R_{b1}$  in der Basisleitung als Parameter. Betriebsdaten wie in Abb. 4.18.

Die Kurve für  $R_{b1} = 200 \Omega$  stimmt mit der Kurve b links überein. Der Beitrag des Basiswiderstandes ist damit eindeutig bestätigt worden. Die Messung des Basiszuleitungs-widerstandes  $R_b$  wird in Kap. 4 Anhang B näher besprochen.

Der Beitrag der Quelle  $i_{re}$  ist in Kap. 3.2 wiederholt bestätigt worden. Hier soll experimentell dieser Rauschanteil im Zusammenwirken mit den anderen Quellen nachgewiesen werden. Eine Ueberschlagsrechnung zeigt, dass der Beitrag dieser Quelle nur bei kleinen Strömen  $I_e$  und bei kleinen Quellenwiderständen  $R_0$  wesentlich wird. In Abb. 4.20 ist das aequivalente Rauschspannungsquadrat  $u_{raeq}^2$  bezogen auf den Eingang des Transistors dargestellt worden.

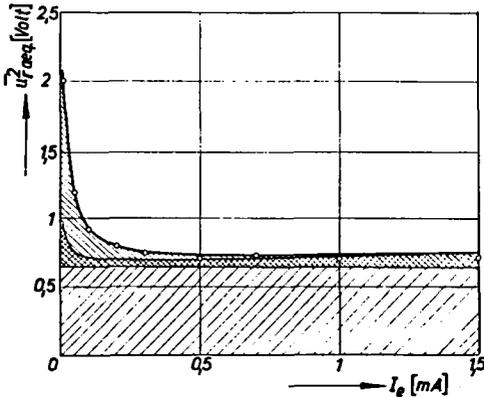


Abb. 4.20

Mittleres aequivalentes Rauschspannungsquadrat  $u_{raeq}^2$  umgerechnet auf 1 Hz Bandbreite am Eingang eines Flächentransistors OC 71 als Funktion des Emissionsstromes  $I_e$ , Quellenwiderstand  $R_0 = 0$ . Das Rauschen ist rechnerisch in drei Anteile zerlegt worden:

▨ Anteil a: Rauschen von  $R_b'$ .

▩ Anteil b: Stromverteilungs- und Sättigungsrauschen.

▨ Anteil c: Rauschen der Emissionsdiode.

Die Messung zeigt besonders deutlich den Beitrag der Emissionsdiode bei kleinen Strömen  $I_e$ ; mittlere Frequenz  $f = 7,24$  kHz.

Der Widerstand  $R_0$  wurde gleich Null gewählt. Die Anteile der verschiedenen Rauschquellen sind getrennt berechnet und aufgetragen worden. Die eingetragenen Messpunkte bestätigen den Beitrag der Quelle  $i_{re}^2$  bei kleinen Strömen.

4.43 Messungen des Rauschfaktors und seiner Bestandteile

Es bereitet nun keine Schwierigkeiten mehr, den Rauschfaktor  $F$  eines Flächen-transistors mit Hilfe der Grössen des Ersatzschaltbildes Abb. 4.14 zu berechnen. Dieses lässt sich leicht auf das Schaltbild 4.13 umrechnen, wobei für die dort eingeführten Rauschquellen die Gleichungen

$$\begin{aligned} \overline{u_{r1}^2} &\approx 2e I_e \Delta f R_e^2 \\ \overline{u_{rb}^2} &= 4kT R_b \Delta f \\ \overline{u_{rk}^2} &\approx R_c^2 \cdot 2e (I_e \alpha (1 - \alpha) + I_{ko}) \Delta f \\ \overline{u_{ro}^2} &= 4kT R_o \Delta f \end{aligned} \tag{4.18}$$

gelten. Mit der Gleichung

$$R_e \approx \frac{kT}{eI_e} \quad \text{für } I_e \gg I_{eo} \text{ (siehe Gl. 4.11)} \tag{4.19}$$

erhält man nach Gl. (4.7) für den Rauschfaktor in der Basisschaltung

$$F \approx 1 + \frac{R_b}{R_o} + \frac{R_e}{2R_o} + \frac{(R_e + R_b + R_o)^2}{2R_e R_o \alpha^2} \left[ \frac{I_{ko}}{I_e} + \alpha (1 - \alpha) \right] \tag{4.20}$$

wenn  $R_m \gg R_o, R_e, R_b$ .

Eine im wesentlichen analoge Formel die sich auf das Ersatzschaltbild Abb. 4.9 bezog, wurde von A. van der Ziel<sup>14)</sup> angegeben.

Die Gliederung der Rauschzahl in vier Summanden hat einen physikalischen Sinn, indem diese von links nach rechts gesehen die Beiträge des Quellenwiderstandes, des Basiszuleitungswiderstandes, der Emissionsdiode, des Kollektorsättigungs- und Verteilungsstromes angeben.

Der Rauschfaktor  $F$  wurde als Funktion von  $R_o$  gemessen. Die einzelnen Bestandteile von  $F$  sind nach Gl. (4.20) berechnet und mit den gemessenen Werten (Punkte der Abb. 4.21) verglichen worden.

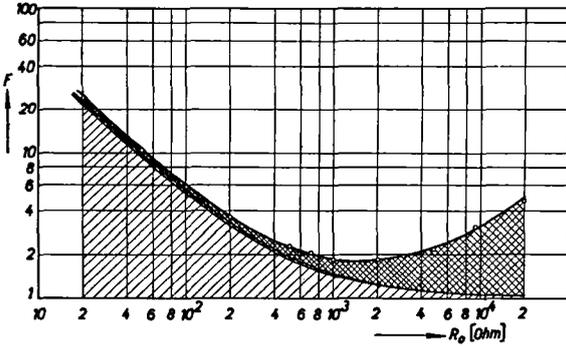


Abb. 4.21

Rauschfaktor  $F$  (vertikal) als Funktion des Quellenwiderstandes berechnet nach Gl. 4.20 und aufgeteilt in die Beiträge der einzelnen Rauschquellen. Schraffuren wie Abb. 20. Ausgezogene Kurve berechnet, Punkte gemessen. Betriebsdaten:  $I_e = 0,5 \text{ mA}$ ,  $U_k = -2\text{V}$ ,  $f = 7,24 \text{ kHz}$ , Transistor-daten:  $R_b = 415 \Omega$ ,  $\alpha = 0,988$ ,  $I_{ko} = 2,7 \mu\text{A}$ .

In Abb. 4.22 ist der Rauschfaktor als Funktion von  $I_e$  dargestellt worden. Für die durch Kreise bezeichneten Messpunkte ist die mittlere Messfrequenz  $7,24 \text{ kHz}$ , für die Kreuze  $16,35 \text{ kHz}$ . Die Abweichung der gemessenen von den berechneten  $F$ -Werten für größere Ströme rührt wahrscheinlich von einem restlichen Funkelrauschbeitrag her. Tatsächlich ist für die höhere Messfrequenz die Abweichung geringer. Hier ist erwartungsgemäss der Funkelrauschbeitrag kleiner.

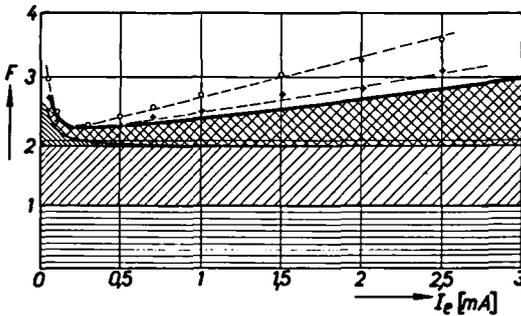


Abb. 4.22

Rauschfaktor  $F$  (vertikal) als Funktion des Emissionsstromes  $I_e$  (horizontal). Gleiche Darstellung und Daten wie Abb. 4.21. Ausgezogene Kurven berechnet, Kreise gemessen bei  $f = 7,24 \text{ kHz}$ , Kreuze gemessen bei  $16,35 \text{ kHz}$ .  $R_0 = 500 \Omega$ . Der horizontal schraffierte Beitrag zu  $F$  rührt vom Quellenwiderstand  $R_0$  her.

Durch eine Messung der Quelle  $u_{rk}$  als Funktion der Frequenz für verschiedene Emissionsströme konnte bestätigt werden, dass für Ströme  $I_e > 0,5 \text{ mA}$  das Funkelrauschen bei  $7,24 \text{ kHz}$  noch nicht vollständig verschwunden ist. Nach den Messungen der Abb. 4.21 und 4.22 weist die Rauschzahl sowohl als Funktion von  $R_0$  als auch als Funktion von  $I_e$  einen bestimmten Minimalwert auf. Im Falle von  $R_0$  als Abszisse erhalten wir aus  $\delta F / \delta R_0 = 0$

$$R_0^{2 \text{ opt}} = (R_e + R_b)^2 + \frac{(2 R_b + R_e) \alpha^2 R_e}{\frac{I_{ko}}{I_e} + \alpha (1 - \alpha)} \quad (4.21)$$

Um den Wert  $I_{e\text{opt}}$  zu berechnen müsste eine Gleichung dritten Grades gelöst werden, ebenso für das kombinierte Minimalproblem für beide Größen.

Analoge Messungen sind auch für die Emissionsschaltung (Emissionselektrode des Transistors gemeinsam an den Eingang und Ausgang geschaltet) ausgeführt worden.

Zur Berechnung des Rauschfaktors wird das Ersatzschaltbild 4.13 auf die Emissionsschaltung umgezeichnet, (Abb. 4.23), und man erhält für den Rauschfaktor  $F$  mit

$$F \approx 1 + \frac{u_{rb}^2}{u_{ro}^2} + \frac{u_{re}^2}{u_{ro}^2} \left( 1 + \frac{R_e + R_b + R_o}{R_m - R_e} \right)^2 + \frac{u_{rk}^2}{u_{ro}^2} \left( \frac{R_e + R_b + R_o}{R_m - R_e} \right)^2 \quad (4.22)$$

Unter Verwendung der Formeln (4.18), (4.19) erhalten wir aus (4.22)

$$F \approx 1 + \frac{R_b}{R_o} + \frac{R_e}{2R_o} + \frac{(R_e + R_b + R_o)^2}{2R_e R_o \alpha^2} \left[ \frac{I_{ko}}{I_e} + \alpha(1 - \alpha) \right] \quad (4.23)$$

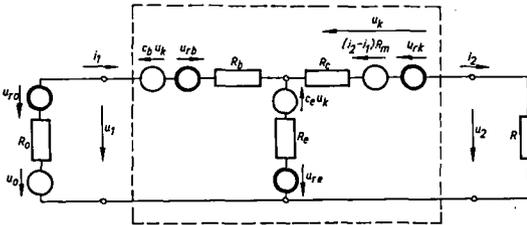


Abb. 4.23

Rauschquellenersatzschaltbild eines Flächentransistors in Emissionsschaltung.

Ein Vergleich mit der entsprechenden Gleichung für die Basisschaltung zeigt, dass die beiden Formeln mit den gemachten Voraussetzungen übereinstimmen. Dies wurde durch Messungen bestätigt. In Abb. 2.24 sind Messungen von  $F$  als Funktion von  $R_o$  mit verschiedenen Werten von  $I_e$  für die Basis- (oben) und die Emissionsschaltung (unten) dargestellt worden. Die Messungen wurden an den gleichen Transistoren durchgeführt. Die geringen Abweichungen können durch den etwas stärkeren Einfluss der Transistorkapazitäten in der Emissions- als in der Basisschaltung bedingt sein. Ausserdem sind die Messfrequenzen verschieden.

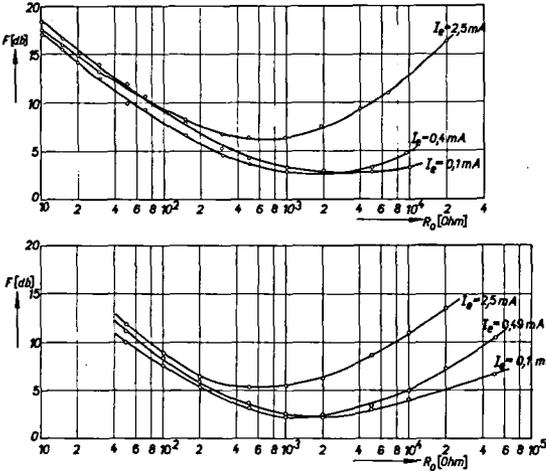


Abb. 4.24

Rauschfaktor  $F$  (vertikal) als Funktion des Quellenwiderstandes  $R_0$  (horizontal) gemessen für verschiedene Emissionsströme eines Flächentransistors OC 71,  $U_k = -2V$ .

oben: Basisschaltung  $f = 3,59 \text{ kHz}$   
 unten: Emissionsschaltung  $f = 7,24 \text{ kHz}$ .

Auch die Kurven für den Rauschfaktor  $F$  als Funktion des Emissionsstromes in Emissionsschaltung, die in Abb. 4.25 dargestellt worden sind, zeigen in ihrem Verlauf weitgehende Analogie zu den entsprechenden Kurven der Basisschaltung. Sie brauchen nicht genau übereinzustimmen, da sie für einen anderen Quellenwiderstand gemessen wurden, als die entsprechenden Kurven der Abb. 4.18.

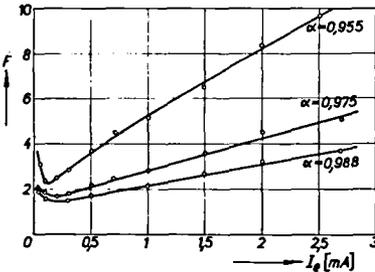


Abb. 4.25

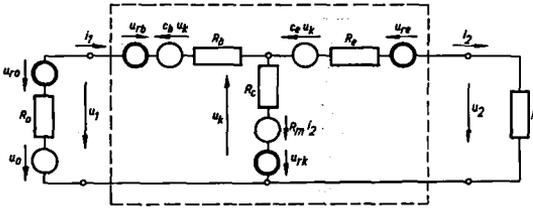
Rauschfaktoren  $F$  (vertikal) als Funktion des Emissionsstromes  $I_e$  (horizontal) gemessen an Transistoren mit verschiedenem Stromverstärkungsfaktor in der Emissionsschaltung (analog zu Abb. 4.18).

Betriebsdaten:  $U_k = -2V$ ,  $f = 7,24 \text{ kHz}$ ,  $R_0 = 2000 \Omega$ .

Für die Kollektorschaltung (Kollektorelektrode gemeinsam an Eingang und Ausgang angeschlossen) ergibt sich aus dem Schaltbild 4.26

$$F \approx 1 + \frac{u_{rb}^2}{u_{ro}^2} + \frac{u_{rk}^2}{u_{ro}^2} \left( 1 - \frac{R_b + R_c + R_o}{R_c} \right)^2 + \frac{u_{re}^2}{u_{ro}^2} \left( \frac{R_b + R_c + R_o}{R_c} \right)^2 \quad (4.24)$$

$$u_k \approx -u_2$$



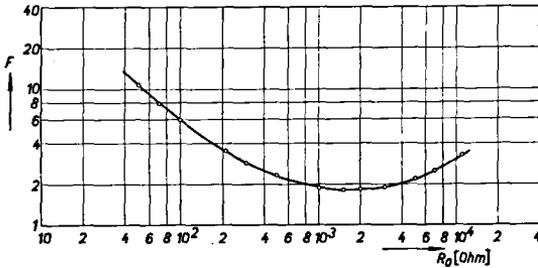
**Abb. 4.26**

Rauschquellenersatzschaltbild eines Flächentransistors in der Kollektorschaltung.

Mit Verwendung der Gleichungen (4.18)(4.19) und mit der Voraussetzung  $R_m \gg R_o, R_e, R_b$  gilt für F

$$F \approx 1 + \frac{R_b}{R_o} + \frac{R_e}{2R_o} + \frac{(R_o + R_o)^2}{2R_e R_o} \left[ \frac{I_{k0}}{I_e} + \alpha (1 - \alpha) \right] \quad (4.25)$$

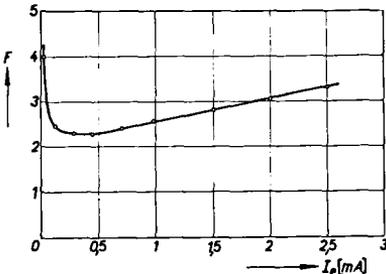
Diese Formel unterscheidet sich nur unwesentlich von den Gl. (4.20) und (4.23) für die beiden anderen Schaltungstypen. Anhand von Messungen des Rauschfaktors F als Funktion von  $R_o$  (Abb. 4.27) und als Funktion von  $I_e$  (Abb. 4.28) in der Kollektorschaltung konnte die Uebereinstimmung mit den entsprechenden Kurven in der Basisschaltung nachgewiesen werden.



**Abb. 4.27**

Analoge Kurve zu Abb. 4.21, jedoch in der Kollektorschaltung gemessen und ohne Aufteilung in die Anteile der Quellen.

Die Voraussetzungen der Abb. 4.27 entsprechen denjenigen der Abb. 4.21, diejenigen der Abb. 4.28 denjenigen der Abb. 4.22 in der Basisschaltung.



**Abb. 4.28**

Analoge Kurve zu Abb. 4.22, jedoch in der Kollektorschaltung gemessen und ohne Aufteilung in die Anteile der Quellen.

Es ist nach den Gl. (4.20), (4.23), (4.25) nicht zu erwarten, dass der Rauschfaktor  $F$  als Funktion der Kollektorspannung wesentlich variiert, da sich die Größen  $R_b$ ,  $R_e$  mit veränderlicher Kollektorspannung gar nicht, die Größen  $I_{ko}$ ,  $\alpha$  nur unwesentlich verändern. Dieses Verhalten ist durch Messungen bestätigt worden. Der Rauschfaktor  $F$  als Funktion der Kollektorspannung bleibt im Bereich kleinerer Spannungen ( $< 10$  V) konstant (Abb. 4.29). Bei grösseren Spannungen tritt jedoch oft der Funkeffekt in Erscheinung.

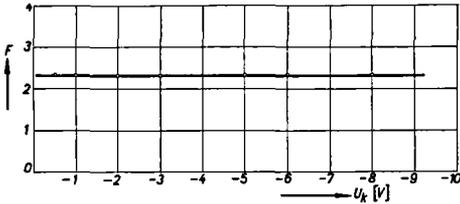


Abb. 4.29

Rauschfaktor  $F$  (vertikal) als Funktion der Kollektorspannung  $U_k$  (horizontal) für einen p-n-p Flächentransistor OC 71. Betriebsdaten:  $I_e = 0,5$  mA,  $R_o = 500 \Omega$ ,  $f = 7,24$  kHz.

#### 4.44 Dimensionierung rauscharmer Transistoren und Schaltungen

Die Massnahmen, die getroffen werden müssen, um rauscharme Transistoren zu konstruieren können aus den Gleichungen (4.20), (4.23), (4.25) für den Rauschfaktor ersehen werden. Der Widerstand  $R_e$  ist nach der Gl. (4.19) durch den Emissionstrom bestimmt und kann durch konstruktive Massnahmen nicht beeinflusst werden. Da der Sättigungsstrom  $I_{ko}$  keinen bedeutenden Einfluss auf die Grösse des Rauschfaktors hat, sind vor allem hohe  $\alpha$ -Werte und kleine  $R_b$ -Werte anzustreben. Während die besten  $\alpha$ -Werte von Transistoren schon längere Zeit bei ca. 0,99 stehen, sind in letzter Zeit vor allem wesentliche Fortschritte zur Verkleinerung von  $R_b$  erzielt worden. Bei Transistoren, die nach dem Ziehverfahren hergestellt sind und deren Aufbau in Abb. 4.30 dargestellt worden ist, bereitet die Grösse des Basiswiderstandes im allgemeinen keine Schwierigkeiten, da der metallische Basisanschluss in unmittelbarer Nähe der eigentlichen Basisregion angebracht werden kann.

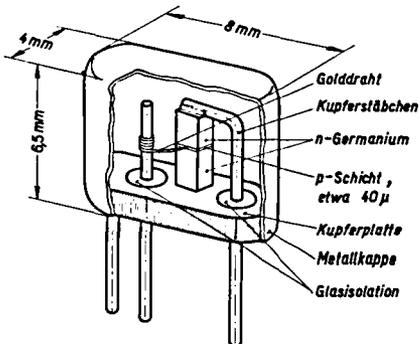


Abb. 4.30

Konstruktiver Aufbau eines gezogenen n-p-n Flächentransistors.

Leider konnten keine nach diesem Verfahren hergestellte Transistoren (n-p-n-Typen) mit weissem Spektrum gefunden werden.

p-n-p-Transistoren werden meistens nach dem Legierungsverfahren hergestellt. Die ursprüngliche Bauform (Abb. 4.31 a) mit sog. Fahnenbasis weist jedoch eine wesentliche Distanz zwischen der eigentlichen Basisregion und der Metallzuführung und damit einen Basiszuleitungswiderstand von einigen  $100 \Omega$  auf.

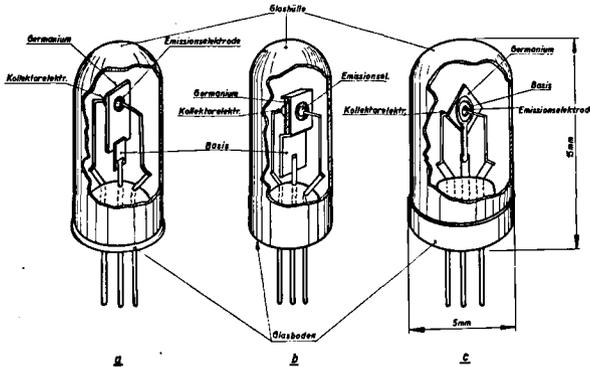


Abb. 4.31

Konstruktiver Aufbau von legierten p-n-p Flächentransistoren.

- a) Fahnenbasiskonstruktion.
- b) c) Ringbasiskonstruktionen.

Durch geeignete neuere Konstruktionen (Abb. 4.31 b.c) sog. Ringbasisanordnungen ist es gelungen den Basiswiderstand der legierten Typen auf ca.  $100 \Omega$  herabzusetzen.

Die Kurven e, f der Abb. 4.5, die an solchen neuere Konstruktionen gemessen wurden, zeigen deutlich den Fortschritt gegenüber der älteren Bauform (Kurve d).

Es ist in Kap. 4.43 gezeigt worden, dass der Rauschfaktor  $F$  vom Schaltungstyp (Basis-, Emissions- oder Kollektorschaltung) nicht abhängt. Es ist daher vom Standpunkt des Rauschens allein gleichgültig, welche der drei Schaltungen als erste Stufe eines Verstärkers verwendet wird. Berücksichtigt man aber, dass zugleich auch möglichst hohe Leistungsverstärkung erreicht werden soll, so wird für die untersuchten Transistoren die Emissionsschaltung vorgezogen, da hier Rauschanpassungs- und Leistungsanpassungswiderstand  $R_0$  möglichst nahe zusammenfallen. Für sehr kleine  $R_b$  und grosse  $i_e$  könnte in diesem Sinne die Basisschaltung interessant werden.

#### 4.45 Vergleich mit Hochvakuumelektronenröhren

Die Frage, ob Transistoren oder Hochvakuumröhren bezüglich Rauschen günstiger sind kann nicht allgemein beantwortet werden. Tatsächlich hängt das stark von der Schaltung ab, in der diese Elemente verwendet werden. Die Abb. 4.32 und 4.33 zeigen die Abhängigkeit des Rauschfaktors eines Transistors und einer Triode vom Quellenwiderstand  $R_0$  und vom Betriebsstrom  $I$ .

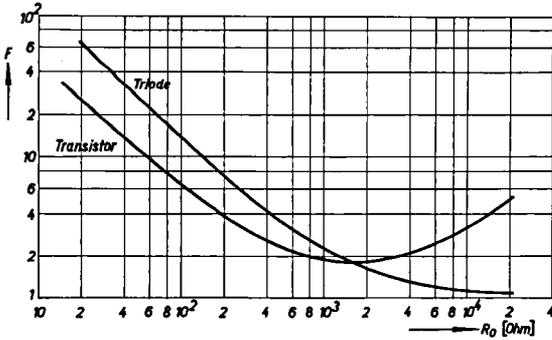


Abb. 4.32

Rauschfaktor  $F$  (vertikal) als Funktion des Quellenwiderstandes  $R_o$  (horizontal) eines Transistors und einer Triode.

Daten:

Transistor OC 71  $\alpha = 0,988$

$I_e = 0,5 \text{ mA}$

$R_b^e = 400 \Omega$

Triode 6 C 5.

$I_a = 8 \text{ mA}$

$U_a = 250 \text{ V}$

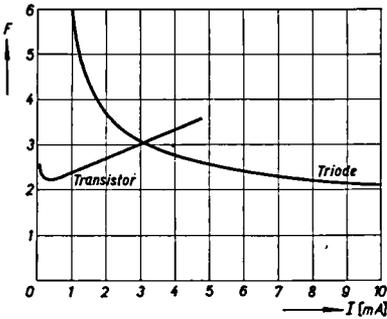


Abb. 4.33

Rauschfaktor  $F$  (vertikal) als Funktion des Betriebsstromes  $I$  (Emissions- bzw. Anodenstrom) berechnet für einen Transistor und eine Triode, wie Abb. 4.32.

Quellenwiderstand  $R_o = 1000 \Omega$ .

Die Berechnungsgrundlage für den Transistor bildet die Gl. 4.20, für die Triode wurde die Formel für die Kathodenbasisschaltung

$$F = 1 + \frac{R_{aequ}}{R_o} \quad (4.26)$$

mit  $R_{aeq} (\text{Ohm}) \approx \frac{2,5}{s}$  = äquivalenter Rauschwiderstand ( $s$  = Steilheit A/V) benutzt.

Da die Formeln für die Gitterbasisschaltung

$$F = 1 + \left( \frac{\mu}{1 + \mu} \right)^2 \left( \frac{R_{aeq}}{R_o} \right) \quad (4.27)$$

( $\mu$  - Verstärkungsfaktor) und die Anodenbasisschaltung

$$F = 1 + \frac{R_{aequ}}{R_o} \quad (4.28)$$

von Gl. 4.26 nicht wesentlich abweichen, können die Kurven der Abb. 4.32 und 4.33 als charakteristisch für Triode und Transistorschaltungen allgemein angesehen werden.

Es gibt also offenbar Betriebsarten, in denen der Transistor der Röhre überlegen ist, und umgekehrt. Die Kurven zeigen aber deutlich, dass das Rauschen bei den Verstärkergeräte sich auf den gleichen Niveau befindet.

Der Berechnung dieser Kurven wurden keine extrem rauscharmen Trioden und Transistoren zugrunde gelegt. Eine sehr gute Triode weist einen äquivalenten Rauschwiderstand  $R_{aeq} = 400 \Omega$  und damit bei einem Quellwiderstand  $R_o = 1000 \Omega$  einen Rauschfaktor  $F = 1,4$  auf. Nehmen wir als Vergleich einen guten Transistor mit  $R_b = 50 \Omega$ ,  $\alpha = 0,99$ ,  $I_e = 0,5 \text{ mA}$  und einem Quellenwiderstand  $R_o = 700 \Omega$ , so ergibt sich ein  $F = 1,24$ . Dass diese Zahl tatsächlich erreichbar sein sollte zeigt eine Messung an einem modernen p-n-p Transistor mit Ringbasis (Abb. 4.34). Das hier erreichte Rauschminimum beträgt  $F = 1,35$ . Transistoren in richtiger Schaltung verwendet halten demnach rauschmässig den Vergleich mit guten Trioden aus.

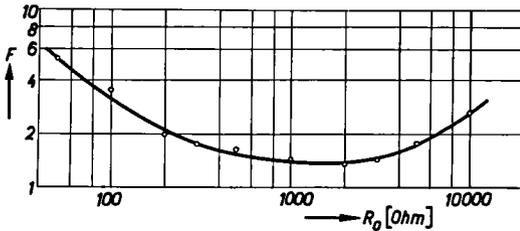


Abb. 4.34

Rauschfaktor  $F$  (vertikal) als Funktion von  $R_o$  (horizontal) gemessen an einem p-n-p Transistor T F 65 (Legierte Type) mit Ringbasis.

Betriebsdaten:  $I_e = 0,3 \text{ mA}$ ,  
 $U_k = -1,5 \text{ V}$ ,  $f \approx 7,24 \text{ kHz}$   
 Basisschaltung.

Der unterhalb 1000 Hz noch vorhandene Rest des Funkelrauschens ist in den meisten Fällen kleiner als bei Oxydkathodenröhren, wo das  $1/f$  Spektrum oft bis einige Kilohertz reicht.

Auch in einer anderen Beziehung ist ein Vergleich mit den Elektronenröhren möglich. Es ist üblich, das Rauschen des Anodenstromes einer Elektronenröhre mit dem Schrotrauschen einer gesättigten Diode mit gleichem Strom zu vergleichen und einen Schwächungsfaktor  $F_s^2$ , der durch die Raumladung bedingt ist, zu definieren. Wenn auch diese Darstellung für Transistoren kein grosses praktisches Interesse hat, ist es immerhin bemerkenswert, dass wir hier einen Schwächungsfaktor  $F_s^2 \approx \alpha(1-\alpha)$  haben, wenn  $R_o$  genügend gross gewählt wird. Bei  $\alpha=0,99$  ergibt sich ein  $F_s^2 = 0,01$ . Dieser Wert ist geringer als alle für Elektronenröhren bekannten Zahlen.

Anhang zu Kapitel 4

A. Abweichungen vom Stromverteilungsrauschgesetz

Die Berechnung des Stromverteilungsrauschgesetzes in Kap. 4.41 wurde mit der Voraussetzung durchgeführt, dass die Rekombinationswahrscheinlichkeit für jeden die Basisschicht durchlaufenden Träger gleich sei. Abweichungen von dieser Bedingung  $\alpha = \text{konst.}$  für jeden Träger hätten theoretisch ein kleineres Verteilungsrauschen zur Folge. Setzen wir nämlich ein variables  $\alpha(x, y)$  abhängig vom Ort in der Basisschicht (zweidimensionale Betrachtung) an, so würde durch eine Wechselstrommessung ein mittleres  $\alpha_m$  gemessen, das nach Gl. 4.29 berechnet wird

$$\alpha_m = \frac{\iint \alpha(x, y) S_e(x, y) dx dy}{\iint S_e(x, y) dx dy} \quad (4.29)$$

wo  $S_e(x, y)$  die Emissionsstromdichte am betreffenden Ort  $x, y$  bedeutet. Wendet man eine solche Mittelung auch auf das Verteilungsstromgesetz Gl. 4.15 an

$$\overline{i_{rv}^2} = 2e \Delta f \iint S_e(x, y) \alpha(x, y) (1 - \alpha(x, y)) dx dy \quad (4.30)$$

so sieht man sofort, dass dieser Ausdruck kleiner wird als

$$\overline{i_{rv}^2} = 2e \Delta f I_e \alpha_m (1 - \alpha_m)$$

da

$$\iint S_e(x, y) \alpha^2(x, y) dx dy > I_e \alpha_m^2$$

Umgekehrt betriebene Transistoren (Elektrode die normalerweise Kollektor ist als Emissionselektrode betrieben und umgekehrt) weisen infolge der verschiedenen konstruktiven Ausführung des Emissions- und Kollektorkontaktes ein örtlich stark variiertes  $\alpha$  in der Basisschicht auf. Dies geht deutlich aus der Abb. 4.35 hervor, wo die Strombahnen der in die Basisschicht emittierten Träger für den normalen und den umgekehrten Betriebsfall aufgezeichnet sind. Offenbar landet im letzten Fall ein bedeutender Teil der Träger auf der Oberfläche, wo die Rekombination besonders hoch ist.

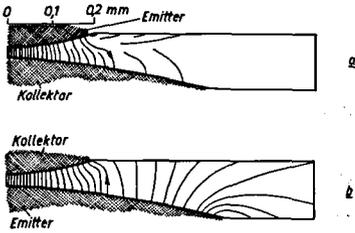


Abb. 4.35

Strombahnen der Minderheitsträger in der Basisschicht a) für einen Transistor in normaler Betriebsart (Annahme  $\alpha = 0,89$ ), b) für einen Transistor bei dem Emissions- und Kollektrode vertauscht sind (Annahme  $\alpha = 0,38$ ). Die Oberflächenrekombinationsgeschwindigkeit ist 5000 cm/sec nach 15).

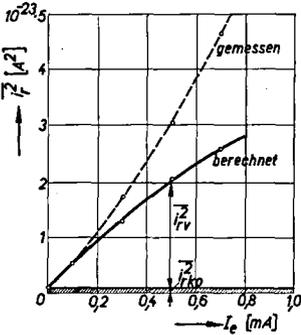


Abb. 4.36

Verteilungs- und Sättigungsrauschstromquadrat  $i_{rv}^2 + i_{rko}^2$  bezogen auf 1 Hz Bandbreite (vertikal) als Funktion des Emissionsstromes  $I_e$  (horizontal) für einen legierten Flächentransistor OC 71 in umgekehrter Betriebsrichtung. Kurve berechnet nach Gl. 4.13, Punkte gemessen. Betriebsdaten wie Abb. 4.17.

Entgegen diesen Erwartungen ist aber das Stromverteilungsrauschen umgekehrter betriebener Transistoren wie aus der Abb. 4.36 hervorgeht bedeutend grösser, als nach Gl. 4.13 theoretisch erwartet wird. Der Grund hierfür kann vielleicht in Laufzeiteffekten gefunden werden. Betrachtet man die Frequenzspektren des Verteilungsrauschstroms (Abb. 4.37), so ist oberhalb ca. 15 KHz. eine Wiederanstieg mit wachsender Frequenz zu erkennen. Dies wäre mit Hilfe des Ersatzschaltbildes 2. Art so zu deuten, dass

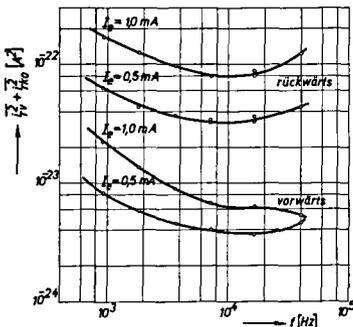


Abb. 4.37

Verteilungs- und Sättigungsrauschstromquadrat

$$i_{rv}^2 + i_{rko}^2$$

bezogen auf 1 Hz Bandbreite (vertikal) als Funktion der Frequenz  $f$  (horizontal) für einen Flächentransistor OC 71 in normaler und umgekehrter Betriebsart.

Parameter: Emissionsstrom  $I_e$   
 Betriebsdaten:  $U_k = -2V$ ,  $R_o = 120 \text{ k}\Omega$ .

die beiden sich kompensierenden Rauschströme in der Kollektordiode nicht mehr in Phase sind. Für die nach der Oberfläche diffundierenden Träger, die länger in der Basisschicht verweilen als die durchlaufenden Träger, würde dieser Effekt schon bei tieferen Frequenzen beginnen. Das Rauschen würde dann als Funktion der Frequenz

wieder Ansteigen, bevor das Funkelrauschen auf den eigentlichen Wert des niederfrequenten Stromverteilungsrauschens abgefallen ist. Zur Bestätigung der Richtigkeit dieser Anschauung sind aber noch weitere Messungen erforderlich.

### B. Die Bestimmung des Basiszuleitungswiderstandes

Die Tatsache, dass der Widerstand  $R'_b$  im älteren T-Ersatzschaltbild Abb. 4.9 nicht dem Basiszuleitungswiderstand entspricht, war einer der Hauptgründe der Verwendung des neueren Wechselstromersatzschaltbildes nach Abb. 4.13. Die Messung der H-Parameter und Berechnung der Ersatzwiderstände nach Gl. 4.6 ergibt  $R'_b$ , während für die Berechnung der Rauschfaktoren der Zuleitungswiderstand  $R_b$  eingesetzt werden muss. Zur Bestimmung von  $R_b$  wurden folgende Methoden angewendet:

a) Man kann sich die Tatsache zu nutze machen, dass die Kollektorimpedanz  $Z'_c$  schon im Tonfrequenzbereich komplex wird. Schreibt man die Gleichungen 4.6 für ein komplexes  $Z'_c$  anstelle von  $R'_c$  an, so wird, wenn  $|Z'_c| \gg R_b$  die Gleichung für  $R'_b$

$$R'_b \approx |R_b + (c_e + c_b) Z'_c|$$

Die Impedanz  $Z'_c$  als Parallelschaltung von Widerstand und Kapazität nimmt mit wachsender Frequenz in ihrem Betrage ab. Der Beitrag  $(c_e + c_b) Z'_c$  verschwindet bei genügend hoher Frequenz gegenüber dem Anteil von  $R_b$ . Die Frequenzabhängigkeit von  $|Z'_c| \approx -H_{22}$  und  $R'_b \approx -\frac{H_{12}}{H_{22}}$  sind in den Abb. 4.38 und 4.39 als Funktion der Frequenz dargestellt worden. Tatsächlich strebt  $R'_b$  bei genügend hoher Frequenz unabhängig vom Betriebsstrom einem konstanten Wert zu.

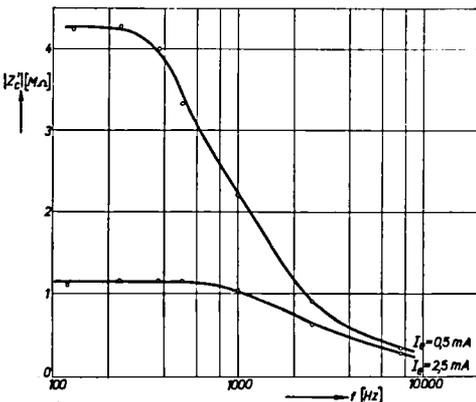


Abb. 4.38

Absoluter Betrag der Kollektorimpedanz  $|Z'_c| \approx H_{22}$  eines legierten Flächentransistors OC 71 (vertikal) als Funktion der Frequenz  $f$  (horizontal)  
Emissionsstrom  $I_e$  = Parameter  
 $U_k = -2 \text{ V}$

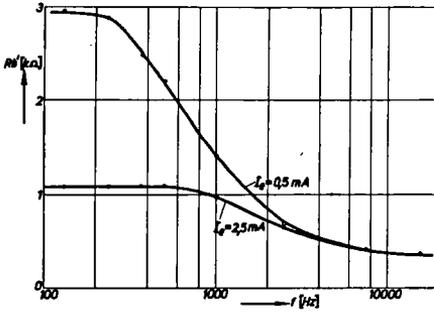


Abb. 4.39

Scheinbarer Basiswiderstand  $R_b'$  eines legierten Flächentransistors OC 71 (vertikal) als Funktion der Frequenz  $f$  (horizontal) Emissionsstrom  $I_e =$  Parameter  $U_k = -2\text{ V}$

b) Der Einfluss der Quellen  $c_e u_k$  und  $c_b u_k$  kann aber auch dadurch ausgeschaltet werden, indem eine Messung mit  $u_k = 0$  (d. h. Kurzschluss am Ausgang) gemacht wird. Um  $R_b$  auf diese Weise zu bestimmen, wird am besten mit Hilfe einer Brückenschaltung die Eingangsimpedanz eines Transistors in Emissionsschaltung mit kurzgeschlossenem Ausgang gemessen. ( $u_2 \approx u_k = 0$ ) (Abb. 4.40). Wird die Eingangsimpedanz  $Z$  der Abb. 4.40 links durch ein Netzwerk gemäss Abb. 4.40 rechts nachgebildet, so stellt der Ersatzwiderstand  $R_1$  den Basiswiderstand  $R_b$  dar. Die Werte dieses Ersatznetzwerks lassen sich messtechnisch durch Verwendung einer Rechteckspannung als Brückenspeisespannung relativ einfach bestimmen.

Die auf diese Weise gemessenen Werte von  $R_b$  liegen etwas höher (ca. 10 - 15 %) als die nach der ersten Methode a) bestimmten. Dieses experimentelle Ergebnis lässt sich aber sehr einfach anhand des genauen Ersatzschaltbildes von J.M. Early<sup>12)</sup> (Abb. 4.41) einsehen. Da die Kapazität  $C_k$  auf einem Abgriff von  $R_b$  angeschlossen wird, muss der Wert von  $R_b$  nach der ersten Methode etwas kleiner ausfallen als im Falle der

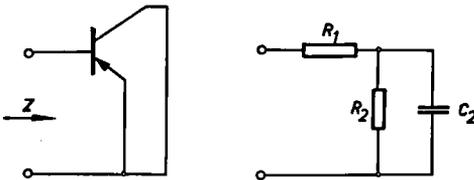


Abb. 4.40 links

Transistor in der Emissionsschaltung mit kurzgeschlossenem Ausgang. rechts

Nachbildungsnetzwerk der Schaltung links.

Bestimmung nach der zweiten Art. Für die Rechnung wurde daher der höhere Wert eingesetzt.

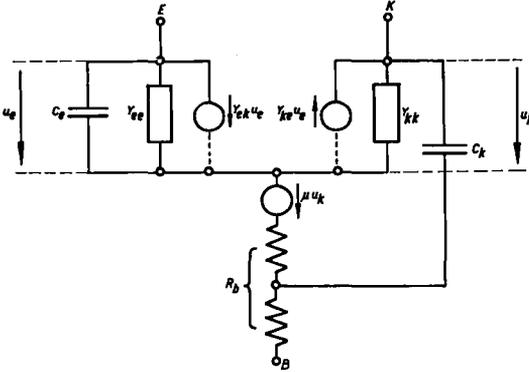


Abb. 4.41

Ersatzschaltbild eines Flächentransistors mit Berücksichtigung der Kapazitäten nach J.M. Early (12).

C. Messschaltungen

a) Basisschaltung

Die Rauschmessschaltung für einen Transistor in Basisschaltung ist in Abb. 4.42 dargestellt worden. Um den Wechselstrom-Quellenwiderstand  $R_0$  bequem variieren zu können, ist  $R_g \gg R_0$  gewählt worden. Für Quellenwiderstände  $R_0$  über ca. 5 kOhm muss die Parallelschaltung von  $R_g$  zu  $R_0$  rechnerisch berücksichtigt werden. Für die Kopplungskapazität ist die Bedingung  $\omega C_0 \ll R_{\text{eing}}$  bei der tiefsten Messfrequenz eingehalten worden, wo  $R_{\text{eing}}$  den Eingangswiderstand des Transistors bedeutet. Alle Speisewiderstände sind drahtgewickelt. Als Kennwerte für den Gleichstromarbeitspunkt werden der Emissionsstrom  $I_e$  und die Kollektorspannung  $U_k$  gemessen. Bei der Bestimmung des Rauschfaktors  $F$  darf das Eigenrauschen des Belastungswiderstandes  $R$  nicht mitgemessen werden. Da der Ausgangswiderstand des Transistors in der Basisschaltung viel grösser als  $R$  ist, wird der Rauschbeitrag von  $R$  gegenüber dem bei einer Messung ohne Transistor nicht verändert, sodass bei der Bestimmung des Rauschfaktors  $F$  das Rauschen von Belastungswiderstand  $R$  und Vorverstärker allein einfach vom totalen Rauschen abgezählt werden kann.

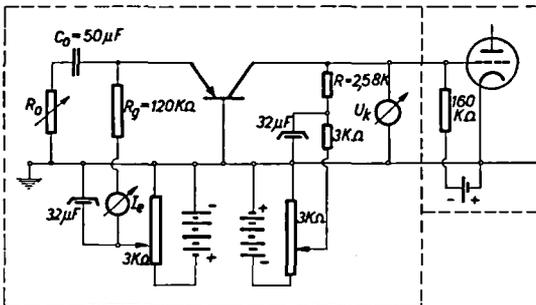
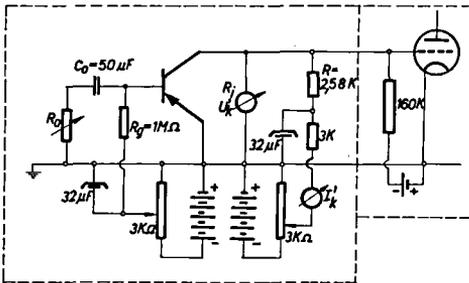


Abb. 4.42

Messschaltung für das Transistorrauschen in Basisschaltung.

b) Emissionsschaltung

Messanordnung wie für die Basisschaltung aber mit grösserem Speisewiderstand  $R_g$ . Als Kennwerte für den Gleichstromarbeitspunkt werden der Kollektorstrom  $I'_k$  und die Spannung  $U'_k$  (Kollektor gegen Emissionselektrode) gemessen. Zur Bestimmung des eigentlichen Kollektorstromes  $I_k$  muss der innere Widerstand des Voltmeters  $R_i$  berücksichtigt werden (siehe Gl. in Abb. 4.43). Da der Ausgangswiderstand nicht mehr in allen Fällen gross gegen  $R$  ist, muss bei der Subtraktion des Eigenrauschens des Belastungswiderstandes  $R$ , wie es durch eine Rauschmessung ohne Transistor bestimmt wird, die Veränderung, die es durch die Parallelschaltung des Transistors erfährt, berücksichtigt werden.



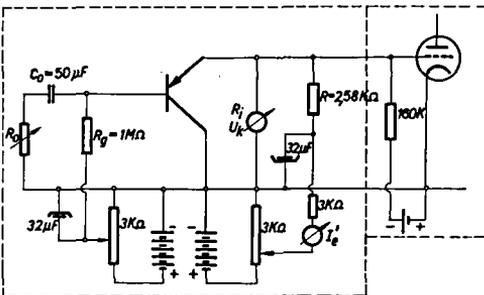
$$I'_k = I_k + \frac{U'_k}{R_i}$$

Abb. 4.43

Messschaltung für das Transistorrauschen in Emissionsbasis-schaltung.

c) Kollektorschaltung

Messanordnung wie für die Emissionsschaltung. Als Kennwerte für den Gleichstromarbeitspunkt werden die Spannung Emissionselektrode gegen Kollektor und der scheinbare Emissionsstrom  $I'_e$  gemessen. Der wirkliche Emissionsstrom  $I_e$  muss mit Hilfe der in Abb. 4.44 angeschriebenen Beziehung mit Berücksichtigung des Voltmeterinnenwiderstandes berechnet werden. Bei der Berücksichtigung des Eigenrauschens des Belastungswiderstandes  $R$  wird wie bei der Emissionsschaltung vorgegangen.



$$I'_e = I_e + \frac{U'_k}{R_i}$$

Abb. 4.44

Messschaltung für das Transistorrauschen in Kollektorschaltung.

Literaturverzeichnis zu Kapitel 4

- 1) R.M. Ryder, R.J. Kircher, Some circuit aspects of the transistor. Bell Syst. tech. J. Vol. 28 (1949) p. 367-401.
- 2) R.L. Wallace, W.J. Pietenpol, Some circuit properties and applications of n-p-n transistors. Bell Syst. tech. J. Vol. 30 (1951), p. 530-563.
- 3) H.C. Montgomery, M.A. Clark, Shot noise in junction transistors. J. appl. Phys. Vol. 24 (1953) p. 1397-1398.
- 4) P.M. Bargellini, M.B. Herscher, Investigation of noise in audio frequency amplifiers using junction transistors. Proc. Inst. Radio Engrs. Vol. 43 (1955) p. 217-226.
- 5) L.C. Peterson, Signal and noise in microwave tetrode. Proc. Inst. Radio Engrs. Vol. 35 (1947) p. 1264-1272.
- 6) E. Keonjian, J.S. Schaffner, An experimental investigation of transistor noise. Proc. Inst. Radio Engrs. Vol. 40 (1952) p. 1456-1460.
- 7) H. Rothe, W. Dahlke, Theorie rauschender Vierpole. Arch. elektr. Uebertragung, Vol. 9 (1955) p. 117-121.
- 8) H.C. Montgomery, Transistor noise in circuit applications. Proc. Inst. Radio Engrs. Vol. 40 (1952) p. 1461-1472.
- 9) J.A. Becker, J.N. Shive, The transistor - a new semiconductor amplifier. Elect. Engng. Vol. 68 (1949) p. 215-221.
- 10) M.J.O. Strutt, Transistoren. Verlag S. Hirzel, Zürich, 1954.
- 11) R.F. Shea, Principles of transistor circuits. John Wiley Inc., New York, 1953.
- 12) J.M. Early, Design theory of junction transistors. Bell Syst. tech. J. Vol. 32 (1953) p. 1271-1312.
- 13) A. van der Ziel, Note on shot and partition noise in junction transistors. J. appl. Phys. Vol. 25 (1954) p. 815-816.
- 14) A. van der Ziel, private Mitteilung.
- 15) E.W. Herold, New advances in the junction transistor. Brit. J. appl. Phys. Vol. 5 (1954) p. 115-126.
- 16) W. Schottky, Zur Theorie des Elektronenrauschens in Mehrgitterröhren. Ann. d. Physik Vol. 32 (1938) p. 195-204.

5.1

Prinzipielle Fragen der Rauschmessung

Es sind in der Literatur verschiedene Methoden zur Messung des Rauschens als Funktion der Frequenz bekannt geworden:

a) Zur Frequenzanalyse werden in den Messverstärker verschiedene Filter eingeschaltet und damit einige Punkte des Rauschspektrums gemessen. Es muss jedoch darauf geachtet werden, dass die Bandbreiten der einzelnen Filter klein gegenüber der mittleren Durchlassfrequenz bleiben, da sonst die zu messende Spektralabhängigkeit bereits in die Messung eines Spektralpunktes eingeht. Sobald ein Filter so breit ist, dass das Rauschspektrum in seinem Durchlassbereich nicht mehr als konstant angesehen werden kann, muss die mittlere Durchlassfrequenz durch ein graphisches Verfahren bestimmt werden<sup>1)</sup>. Dabei ist die zu messende Spektralabhängigkeit in die Rechnung bereits einzusetzen. Obwohl die Fehler auch für relativ breite Filter verhältnismässig klein sind<sup>1)</sup>, ist eine kleine Durchlassbreite für genaue Spektralmessungen vorzuziehen.

Dieses einfachste Verfahren der Spektralmessung ist von den meisten Autoren, die Messergebnisse über das Funkelrauschen veröffentlicht haben, verwendet worden. Es hat den Nachteil, dass bei tiefen Frequenzen sehr kleine Bandbreiten verwendet werden müssen, was nach Kap. 1.1. (Gl. 1.7) eine sehr grosse Zeitkonstante des Anzeigementers erfordert, um nicht zu grosse Schwankungen der Anzeige zu erhalten. Es bedingt ferner einen grösseren Verstärkungsaufwand als die noch zu besprechenden Verfahren mit grösseren Bandbreiten, was die Gefahr der Störeinflüsse wesentlich erhöht. Aus diesen Gründen wird das Filterverfahren schliesslich bei sehr tiefen Frequenzen ( $< 10$  Hz) unpraktisch, und es sind für Tiefstfrequenzmessungen andere Methoden angewandt worden.

b) K. Kronenberger<sup>2)</sup> misst die Schwankungsspannungen durch einen Tiefpass mit variabler Grenzfrequenz und erhält damit die Anzeige einer integralen Rauschspannung. Durch graphische Differentiation der Messkurven nach der oberen Grenzfrequenz erhält er schliesslich das gewünschte Rauschspektrum. Es ist auf diese Weise gelungen, die Spektralmessungen an Röhren und Schichtwiderständen bis 0,1 Hz auszuweihen.

c) D. K. Baker<sup>3)</sup> hat das Rauschspektrum von Kristallgleichrichtern bis ca.  $10^{-3}$  Hz untersucht, indem er die Autokorrelationsfunktion nach Gl. 1.13 bestimmte und daraus das Spektrum nach Gl. 1.14 ausrechnete. Für diese Auswertung ist aber, wenn sie in nützlicher Zeit durchgeführt werden soll, ein elektronischer Korrelator erforderlich.

d) Schliesslich ist noch auf das Verfahren hinzuweisen, das von B. V. Rollin und I. M. Templeton<sup>4)</sup> für Rauschmessungen an Halbleitern bei sehr tiefen Frequenzen

angewendet wurde. Die Schwankungen in diesem Frequenzgebiet (bis  $10^{-4}$  Hz) wurden auf ein Magnettonband aufgezeichnet und dann bei höheren Umdrehungsgeschwindigkeiten wiedergegeben. In diesem transponierten Frequenzbereich konnten sie mit normalen Filtern gemessen werden.

Unsere Messanlage für das Frequenzgebiet 60 Hz bis 40 kHz wurde nach der ersten Art, d.h. mit Filtern gebaut. Die Bandbreiten der Filter wurden möglichst schmal gehalten und dafür eine grössere Verstärkung und eine grössere Zeitkonstante des Anzeiginstrumentes in Kauf genommen.

Die Anzeige einer Rauschspannung sollte prinzipiell quadratisch sein. Bei bekannter gleich bleibender Amplitudenverteilung (z.B. Gaussverteilung) kann aber auch ein gleichrichtendes Instrument verwendet werden, da dann die effektive Rauschspannung nur um einen Faktor von der gleichgerichteten verschieden ist. (Vergl. Gl. 1.5.) Obwohl bis jetzt keine stationären Rauschvorgänge bekannt geworden sind, für die das Gauss'sche Verteilungsgesetz nicht gilt, wurde die quadratische Anzeige vorgezogen, um auch für eine eventuelle Abweichung von dieser üblichen Amplitudenverteilung richtig zu messen.

## 5.2

### Der Aufbau der Messanlage

Die Messeinrichtung besteht im wesentlichen aus einem vielstufigen Verstärker, der durch Einschalten von Filtern auf 10 Frequenzen abstimbar ist. Zur Schirmung gegen äussere Felder und zur Unterdrückung von Rückkopplungen sind die einzelnen Verstärkerteile in Eisenkisten (2 mm Blechdicke) untergebracht worden die durch Eisenrohre miteinander verbunden sind. Die einzelnen Verstärkerstufen sind von konventioneller Bauart; die Hauptanforderungen, die an sie gestellt werden sind:

- a) niedriges Eigenrauschen des Eingangsverstärkers
- b) hohe Stabilität
- c) Linearitätsreserve, um ein Uebersteuern durch die Spitzen der Rauschspannungen zu vermeiden (siehe Kap. 1.1).

Das Blockschema der Messanordnung ist in Abb. 5.1 dargestellt worden.

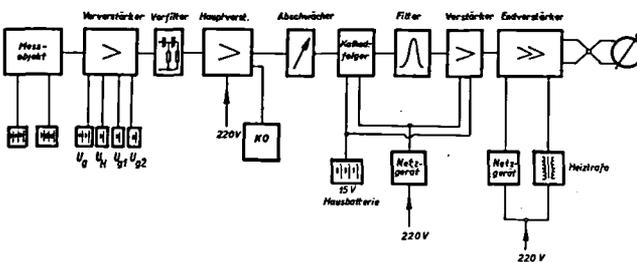


Abb. 5.1

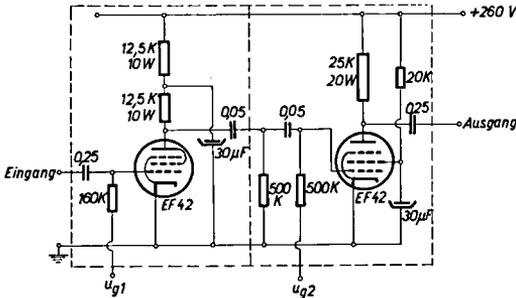
Blockschema der Messanordnung.

Messobjekt und Vorverstärker sind vollständig durch Batterien gespeist, um die Störspannungen des 50 Hz-Netzes möglichst gering zu halten. Die Spannungsverstärkung ist in Stufen von 1, 2, 3, ... 10, 20, ... 100, ...  $10^5$  regelbar. Von den Bauteilen sollen nur der Vorverstärker, die Filter und das Anzeigeelement näher beschrieben werden.

### 5.21

### Der Vorverstärker

Der Hauptgesichtspunkt beim Entwurf des Vorverstärkers (Abb. 5.2) ist das niedrige Eigenrauschen. Von den zwei Verstärkerstufen  $2 \times \text{EF42}$  liefert die erste den überwiegenden Anteil zum Eigenstörpegel und bestimmt damit die Empfindlichkeit der ganzen Messanordnung. Als rauscharme Röhren eignen sich besonders



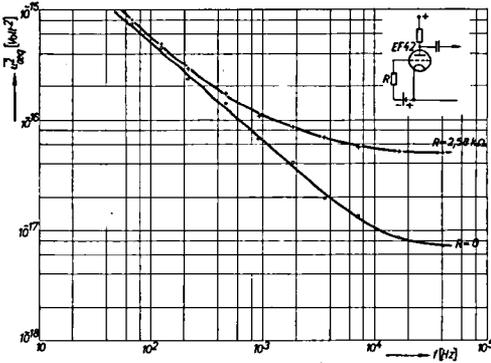
**Abb. 5.2**

Schaltschema des Vorverstärkers. Alle Speisespannungen werden aus Batterien entnommen.

hochsteile Pentoden (z. B. EF42, 6AC7 usw.) in Triodenschaltung. Der relativ hohe Mikrophonieeffekt der verwendeten Röhre EF42 wurde durch federnde Aufhängung und durch akustische Schirmung eliminiert. Da der Funkeffekt von verschiedenen Röhren derselben Type grossen Streuungen unterworfen ist, wurde die Eingangsröhre aus einer grösseren Anzahl gleicher Röhren ausgesucht.

Das Rauschen der ersten Stufe hängt wesentlich vom Betriebspunkt ab. (Gittervorspannung  $U_{g1}$ ). Für Messungen bei hohen Frequenzen  $> 10$  kHz sind möglichst grosse Anodenströme zu wählen, bei tiefen Frequenzen sind kleinere Betriebsströme günstiger, da mit kleineren Strömen auch der hier vorherrschende Funkeffekt kleiner wird. Mit der Schaltung Abb. 5.2 wurde bei 40 kHz ein äquivalenter Rauschwiderstand  $R_{aequ} \approx 400$  Ohm bei grossen Anodenströmen erreicht. Alle strombelasteten Widerstände des Vorverstärkers sind drahtgewickelt.

Das Eigenrauschen des Vorverstärkers kann im allgemeinen gegenüber dem zu messenden Rauschpegel nicht vernachlässigt werden. Jeder Messpunkt muss daher um den Betrag des Rauschens des Messverstärkers korrigiert werden. In Abb. 5.3 ist eine typische Kurve der spektralen Verteilung des Vorverstärkerrauschens dargestellt worden.



**Abb. 5.3**

Eigenrauschen des Vorverstärkers. Äquivalentes Rauschspannungsquadrat  $\frac{u_{aeq}^2}{1 \text{ Hz}}$

bezogen auf 1 Hz Bandbreite als Funktion der Frequenz  $f$  bezogen auf das Gitter der Eingangsröhre für kurzgeschlossenes Gitter ( $R = 0$ ) und einen Gitterwiderstand  $R = 2,58 \text{ kOhm}$ .

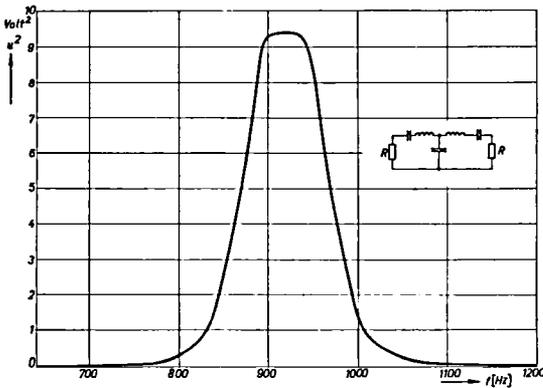
Betriebsdaten der ersten Röhre:  $U_{g1} = 0,5 \text{ V}$ ,  $U_a = 150 \text{ V}$ .

5.22

Die Filter

Nach dem Vorverstärker wird bei Messungen über 1000 Hz ein Hochpass eingeschaltet der aus einer einfachen R-C Kette aufgebaut ist. Da oft Rauschspektren gemessen werden, deren Intensität mit  $1/f$  variiert, muss verhindert werden, dass die in den Verstärkern entstehenden Oberwellen der tiefen Frequenzkomponenten die Messungen der viel intensitätsschwächeren Spektralanteile bei höheren Frequenzen verfälschen. Dieser Hochpass dämpft ausserdem die bei Rauschmessungen an Halbleitern oft auftretenden Stösse (Ausbrüche).

Die eigentlichen Filter sind L-C Netzwerke üblicher Bauart. Ihr Aufbau ist zusammen mit einer typischen Frequenzgangkurve in Abb. 5.4 dargestellt worden. Infolge der niedrigen Abschlussimpedanzen der Filter wurde zur Speisung ein Kathodenfolger vorgesehen.



**Abb. 5.4**

Aufbau der Filter mit einer typischen Resonanzkurve gemessen an Filter Nr. 5.

Zentrumsfrequenz  $f_0 = 920 \text{ Hz}$   
Bandbreite  $f = 116 \text{ Hz}$ .

Die Daten der Filter sind:

Filter Nr.	Zentrumsfrequenz $f_0$	eff. Bandbreite $\Delta f$
1	67 Hz	12,7 Hz
2	123 Hz	13,3 Hz
3	213 Hz	33,7 Hz
4	471 Hz	51,4 Hz
5	920 Hz	116 Hz
6	1820 Hz	170 Hz
7	3590 Hz	411 Hz
8	7240 Hz	349 Hz
9	16,4 kHz	1,47 kHz
10	40,2 kHz	1,72 kHz

### 5.23

#### Das Anzeigeeinstrument

Zur Anzeige wurde ein Effektivwertanzeigendes Instrument verwendet. Die Forderung nach einer grossen Zeitkonstante führte auf ein speziell konstruiertes Thermokreuz. Als heizendes Element wurde ein Schichtwiderstand kleiner Leistung (1/10 Watt) verwendet, dessen Erwärmung durch einen Thermokontakt (Fe-Konstanten) gemessen wird. Zur Erhöhung der Stabilität bei veränderlichen Aussentemperaturen (Luftströmungen) wurde das Element in einem Oelbad konstanter Temperatur untergebracht. Damit ist eine Zeitkonstante von ca. 22 sek. erreicht worden. Nach Gl. 1.7 ist damit für das tiefste Filter Nr. 1 noch keine völlige Schwankungsfreiheit der Anzeige erreicht worden. Die Wahl dieser Zeitkonstante stellt einen Kompromiss zwischen ruhender Anzeige bei tiefen Frequenzen und zu langer Messdauer dar.

### 5.3

#### Die Eichung

Bei den meisten Rauschmessungen muss die Verstärkung der Messanordnung und die Frequenzbandbreite  $\Delta f$  bekannt sein, um von der am Ausgang gemessenen Rauschspannung auf die Schwankungen am Messobjekt zu schliessen. Die Verstärkung  $v$  kann mit Hilfe eines bekannten Wechselstromsignals, die Bandbreite  $\Delta f$  durch planimetrieren der Filterdurchlasskurven einfach bestimmt werden. Aus der Messung des Frequenzganges der Verstärkung  $v(f)$  ergibt sich die eff. Bandbreite  $\Delta f$  aus

$$\Delta f = \frac{\int v^2(f) df}{v_0^2} \quad (5.1)$$

wo  $v_0$  die Verstärkung im Maximum der Durchlasskurve des Filters bedeutet.

Eine Eichung des Messverstärkers ist aber auch ohne Kenntnis der Bandbreite möglich, indem eine Rauschquelle bekannter Intensität und mit frequenzunabhängigem Spektrum an die Eingangsklemmen geschaltet wird. Damit kann durch eine einzige Messung das für die Auswertung von Rauschmessungen wichtige Produkt Verstärkung<sup>2</sup> x Bandbreite bestimmt werden. Als Eichquellen kommen vor allem Widerstände, deren Rauschen nach der Nyquistformel (Gl. 2.3) berechnet werden kann und Hochvakuumdioden, die im Sättigungsbereich ihrer Kennlinie betrieben werden in Frage. Das Rauschen solcher Dioden kann nach der Schottky'schen Gleichung (Gl. 3.4) berechnet werden, wenn die Kathoden keinen Funkeleffekt aufweisen. Ein Vergleich der verschiedenen Eichmethoden zeigte, dass diese Bedingung für die Diode 5722 (Sylvania) mit Wolframkathode für den ganzen untersuchten Frequenzbereich sehr gut erfüllt ist.

Um den Anschluss an bekannte Ergebnisse im Funkelrauschgebiet zu gewinnen, wurde die Messung an der Pentode AF7, die schon einige Autoren durchgeführt haben, wiederholt. Das Ergebnis ist in Abb. 5.5 zusammen mit den aus der Literatur bekannten Resultaten früherer Messungen dargestellt worden. Die Abweichung ist angesichts der grossen Streuungen unter den Röhren der gleichen Type durchaus verständlich.

Bei gutgeladenen Batterien und einer Anwärmzeit von ca. 1 Stunde ist die Stabilität der Verstärkung 1 bis 2 % über eine Zeitdauer von 6 Stunden.

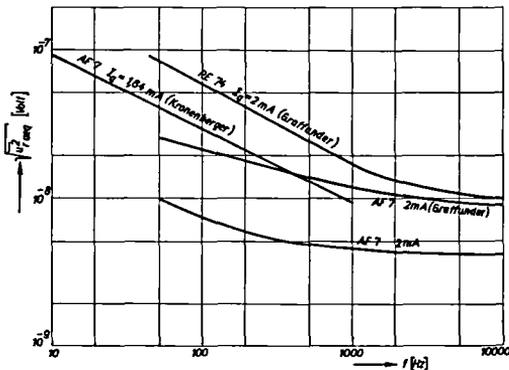


Abb. 5.5  
Aequivalente Rauschspannung  $\sqrt{v_{raeq}^2}$  für 1 Hz Bandbreite bezogen auf das Steuergitter einiger Elektronenröhren als Funktion der Frequenz  $f$ . Die Resultate der andern Autoren sind der Arbeit <sup>2)</sup> entnommen.

### 5.4 Die Transistorparameter-Messgeräte

Zur Messung der Transistorparameter sind spezielle Geräte gebaut worden, die ebenfalls zur Messung der Wechselstromwiderstände von Kristalldioden geeignet sind.

Das eine dieser Geräte gestattet, die Niederfrequenzparameter als reelle Grössen (über die Frequenzgrenzen, innerhalb derer die Parameter reell sind siehe Kap. 4 Anhang B) rasch und einfach zu bestimmen. Als Messgrössen wurden die heute für Flächentransistoren üblichen H-Parameter gewählt. (Gl. 4.6.) Ausserdem ist in diesem Gerät die Messung der R-Parameter (Impedanzparameter) für Spitzentransistoren vor-

gesehen. Die H-Parameter lassen sich durch einfache Strom-Spannungsmessungen oder durch die Messung von Uebersetzungsverhältnissen bestimmen (Gl. 5.2).

$$\begin{aligned} H_{11} &= \left. \frac{dU_1}{dI_1} \right|_{U_2 = \text{konst.}} & H_{12} &= \left. \frac{dU_1}{dU_2} \right|_{I_1 = \text{konst.}} \\ H_{21} &= \left. \frac{dI_2}{dI_1} \right|_{U_2 = \text{konst.}} & H_{22} &= \left. \frac{dI_2}{dU_2} \right|_{I_1 = \text{konst.}} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Bezeichnungen und Pfeilrichtung sind wie beim Vierpol Abb. 4.1 gewählt. Es soll hier keine Detailbeschreibung dieses Gerätes gegeben werden. Eine ähnliche Apparatur ist in der Literatur beschrieben worden<sup>5)</sup>.

Ausser diesem Gerät ist eine Apparatur nach Angaben von L. J. Giacoletto<sup>6)</sup> zur Messung der komplexen Transistorparameter gebaut worden. Mit diesem Gerät werden mit Hilfe von Brückenmessungen die Admittanzparameter (Y-Parameter) von Transistoren nach Betrag und Phase über ein weites Frequenzgebiet (1kHz bis 1MHz) gemessen. Ihre besondere Bedeutung für die Rauschmessungen erhält diese Apparatur dadurch, als mit ihr der Basiszuleitungswiderstand von Flächentransistoren einfach gemessen werden kann (vergl. Kap. 4, Anhang B).

#### Literaturverzeichnis zu Kapitel 5

- 1) H. Rothe, W. Dahlke, J. Schubert, Messungen der Konstanten des Funkel-effekts. Telefunken Ztg. 26 (1953) p. 77-84.
- 2) K. Kronenberger, Experimentelle Untersuchung der Schwankungserscheinungen, die die Verstärkung von Gleichspannungs- und Tiefstfrequenzverstärkern begrenzen. Z. angew. Phys. Vol. 3 (1951) p. 1-5.
- 3) D.K. Baker, Flicker noise in germanium rectifiers at very low- and audio frequencies. J. appl. Phys. Vol. 25 (1954) p 922-924.
- 4) B.V. Rollin, I.M. Templeton, Noise in semiconductors at very low frequencies. Proc. Phys. Soc. Vol. 66 B (1953) p. 259-261.  
B.V. Rollin, I.M. Templeton, Noise in germanium filaments at very low frequencies. Proc. Phys. Soc. Vol. 67 B (1954) p. 271-272.
- 5) G. Knight, R.A. Johnson, R.B. Holt, Measurement of the small signal parameters of transistors. Proc. Inst. Radio Engrs. Vol. 41 (1953) p. 983-989.
- 6) L.J. Giacoletto, Equipments for measuring junction transistor admittance parameters for a wide range of frequencies. RCA Rev. Vol. 14 (1953) p. 269-296.

## Lebenslauf

Ich wurde am 3. März 1927 in Zürich geboren. Nach dem Besuch der Primar- und Sekundarschule in Meilen ZH trat ich anschliessend in die Oberrealschule der Kantonsschule Zürich ein. Nach bestandener Maturitätsprüfung immatrikulierte ich mich im Herbst 1946 an der Abteilung für Elektrotechnik der Eidgenössischen Technischen Hochschule, wo ich im Herbst 1950 mit dem Diplom als Elektroingenieur abschloss. Während der Jahre 1951 und 1952 war ich am Elektrotechnischen Institut der Eidgenössischen Technischen Hochschule als Assistent tätig. Seit 1953 befasse ich mich als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für höhere Elektrotechnik der Eidgenössischen Technischen Hochschule mit Problemen der Transistortechnik und der spontanen Schwankungen von elektrischen Schaltelementen. Im Rahmen dieser Arbeit ist die vorliegende Dissertation ausgeführt worden.