Biegeschwingungen verwundener, einseitig eingespannter und am andern Ende gelenkig gelagerter Stäbe

Author(s):
Anliker, Max

Publication Date:
1955

Permanent Link:
https://doi.org/10.3929/ethz-a-000091205

Prom. Nr. 2539

Biegeschwingungen verwundener, einseitig eingespannter und am andern Ende gelenkig gelagerter Stäbe

VON DER

EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN ZÜRICH

ZUR ERLANGUNG DER

WÜRDE EINES DOKTORS DER NATURWISSENSCHAFTEN

GENEHMIGTE

PROMOTIONSARBEIT

VORGELEGT VON

Max Anliker

von Gondiswil (BE)

Referent: Herr Prof. Dr. H. Ziegler

Korreferent: Herr Prof. Dr. E. Stiefel

Zürich 1955 Dissertationsdruckerei Leemann AG

b) Φ groß

Der Vollständigkeit halber wollen wir die Determinante D in (8.5) auch für große Φ in eine Reihe entwickeln. Mit (7.10) und den Abkürzungen (5.11) erhalten wir bis auf einen belanglosen Faktor den Ausdruck

$$\begin{aligned} D = 4\,[(1+\cosh n\cos n) + \epsilon\, n\,(\sinh n\cos n - \cosh n\sin n)]^2 \\ - q^2\,[(\sinh n\cos n - \cosh n\sin n)^2 \\ + 4\,\epsilon\, n\,(\sinh n\cosh n\sin^2 n - \sinh^2 n\sin n\cos n) \\ + 4\,\epsilon^2 n^2\sinh^2 n\sin^2 n] + \cdots. \end{aligned} \tag{9.4}$$

Wenn wir für die Wurzel n_j der Frequenzengleichung eine Reihe der Form (7.14):

$$n_j = \overline{n}_j + \overline{\overline{n}}_j\, q + \cdots$$

ansetzen, so liefert die Bestimmungsgleichung für $\overline{\overline{n}}_j$

$$\begin{aligned} 4\,\overline{\overline{n}}^2\,[(1+\epsilon)\,(\sinh\overline{n}\cos\overline{n} - \cosh\overline{n}\sin\overline{n}) - 2\,\epsilon\,\overline{n}\sinh\overline{n}\sin\overline{n}]^2 = \\ (\sinh\overline{n}\cos\overline{n} - \cosh\overline{n}\sin\overline{n})^2 \\ + 4\,\epsilon\,\overline{n}\,(\sinh\overline{n}\cosh\overline{n}\sin^2\overline{n} - \sinh^2\overline{n}\sin\overline{n}\cos\overline{n}) \\ + 4\,\epsilon^2\,\overline{n}^2\sinh^2\overline{n}\sin\overline{n}^2 \end{aligned} \tag{9.5}$$

für jedes $\overline{n}_j$ zwei entgegengesetzt gleiche Werte. Es streben somit auch hier wieder je zwei Frequenzkurven gegen eine gemeinsame Asymptote.

IV. Schlußfolgerungen für die Praxis

In der Praxis ist sowohl bei Turbinenschaufeln als auch bei Propellerblättern der totale Verdrehungswinkel Φ meist kleiner als 45°. Die in dieser Arbeit gewonnenen Resultate zeigen nun, daß gerade in diesem Bereich die Eigenkreisfrequenzen für die Biegeschwingungen im Falle 1 sehr stark von der Verwindung abhängen können. (Vgl. insbesondere Fig. 6.) Aber auch beim einseitig eingespannten Stab mit punktförmiger Endmasse werden die Eigenkreisfrequenzen durch die Verdrehung merklich beeinflußt, wie deutlich aus den Näherungslösungen für kleine Φ bei ideal schmalem Querschnitt hervorgeht. (Vgl. Fig. 12.)

Im Falle 1 sowie beim einseitig eingespannten Stab [1] approximieren die Reihenentwicklungen die exakten Eigenkreisfrequenzen im Bereiche $0 \leqq \Phi \leqq 30°$ im allgemeinen[7]) recht gut. Die Näherungsformeln für kleine Φ erweisen sich somit vom Standpunkt der Praxis aus gesehen als besonders nützlich, da mit ihrer Hilfe für jedes ν, bzw. ϵ, sofort der approximative Verlauf der Frequenz-

[7]) Die Ausnahmefälle sind im Abschnitt 6a beschrieben.

funktionen $m_i(\Phi)$ in übersichtlicher Form angegeben werden kann. (Diese Feststellung basiert auf der Annahme, daß der Einfluß der Zentrifugalkräfte infolge der Rotation der Schaufeln vernachlässigt werden darf und außerdem das Verhältnis ν der Biegesteifigkeiten konstant ist.)

V. Literaturverzeichnis

1. *A. Trösch, M. Anliker* und *H. Ziegler,* Quarterly of Applied Mathematics 12, 163 (1954).
2. *E. Maier,* Ing. Arch. 11, 73 (1940).
3. *E. Hui,* Dissertation, Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich (wird demnächst veröffentlicht).
4. *S. Timoshenko,* Vibration Problems in Engineering, Van Nostrand, New York 1937, S. 345.
5. *H. J. Maehly,* ZAMP 5, 260 (1954).
6. Tables of Circular and Hyperbolic Sines and Cosines, Federal Works Agency Work Projects Administration for the City of New York.
7. Siehe *R. Zurmühl,* Matrizen, Springer, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1950, S. 249.