

Die Eisenverluste in elektrischen Maschinen

Von der

Eidgenössischen Technischen Hochschule
in Zürich

zur Erlangung der

Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften

genehmigte

Nr. 662

Promotionsarbeit

vorgelegt von

Erwin Meyer, dipl. Elektro-Ing. E. T. H.

aus Altstätten (St. Gallen) und Bassersdorf (Zürich)

Referent: Herr Prof. Dr. K. Kuhlmann

Korreferent: Herr Prof. E. Dünner

Weida i. Thür. 1932

Druck von Thomas & Hubert
Spezialdruckerei für Dissertationen

Meinem sehr verehrten Lehrer
Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Kuhlmann
gewidmet.

Leer - Vide - Empty

Vorwort.

Die durch die periodische Ummagnetisierung im Eisen entstehenden Verluste waren in den letzten vier Jahrzehnten häufig Gegenstand von theoretischen und experimentellen Untersuchungen. Das Endresultat all dieser Arbeiten entspricht jedoch in keiner Weise dem gewaltigen Aufwand an Zeit und Arbeit. Dies geht wohl am besten daraus hervor, daß auch in der neuesten Literatur zugegeben werden muß, daß eine einigermaßen genaue Vorausberechnung der Eisenverluste einer elektrischen Maschine heute noch nur in den seltensten Fällen möglich ist. In der Tat bestehen die meisten der zur Anwendung empfohlenen Ansätze aus einem Konglomerat von „Materialkonstanten“ und „Erfahrungskoeffizienten“. Diese können dann je nach Umständen ganz verschiedene willkürliche Werte annehmen und weisen auch für ein und denselben Fall noch große und theoretisch gar nicht oder nur mangelhaft erklärliche Schwankungen auf.

Diese meistens sehr elementar gestaltete, aber auch recht ungenaue Berechnungsweise mag in vielen Fällen für die Bedürfnisse der Praxis ausreichen, da die Eisenverluste nur einen Bruchteil der gesamten Verlustleistung darstellen und auch ein relativ großer Fehler bei der Berechnung der Eisenverluste den errechneten Gesamtwirkungsgrad einer Maschine nur noch wenig zu beeinflussen vermag. Um so weniger kann dieses Operieren mit willkürlichen und theoretisch nicht fundierten empirischen Koeffizienten vom wissenschaftlichen Standpunkt aus befriedigen. Zudem wird sich, je schärfer die Konkurrenzbedingungen und je größer damit die Anforderungen in bezug auf Wirkungsgrad, Erwärmung und Preis einer Maschine und je kleiner die entsprechenden zulässigen Margen werden, auch die Praxis nach genaueren Berechnungsmethoden umsehen müssen.

Es schien daher angezeigt, das ganze Gebiet der Eisenverluste in elektrischen Maschinen unter Anlehnung an die im Laufe der letzten

Jahrzehnte gewonnenen Erkenntnisse durch weitere, jedoch streng systematisch durchgeführte theoretische und experimentelle Untersuchungen abzuklären.

Die Anregung zu der nachstehenden Arbeit verdanke ich meinem sehr verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Kuhlmann. Ich möchte diese Gelegenheit benutzen, Herrn Prof. Kuhlmann überdies für das lebhafteste Interesse, das er fortwährend den laufenden Versuchen entgegenbrachte, und für die zahlreichen Hinweise und Ratschläge, die er mir im Verlaufe der Arbeit zuteil werden ließ, meinen aufrichtigen Dank auszusprechen.

Die experimentellen Untersuchungen wurden im Elektrotechnischen Institut der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich ausgeführt. Der Vorstand des Institutes, Herr Prof. Kuhlmann, hat mir in zuvorkommender Weise die reichen Mittel und Einrichtungen des Institutes bereitwilligst zur Verfügung gestellt und mir dadurch die Durchführung aller wünschenswerten Versuche ermöglicht; ich bin ihm auch dafür zu herzlichem Dank verpflichtet.

Für die Anschaffung der kostspieligen Versuchseinrichtungen und Meßinstrumente erhielt ich durch Vermittlung von Herrn Prof. Kuhlmann vom h. Schweizerischen Schulrat einen namhaften Betrag aus dem Aluminiumfonds zugewiesen. Es ist mir eine angenehme Pflicht, der Aluminiumindustrie A.-G. in Neuhausen als Stifterin und dem h. Schulrat als Verwalter des Fonds auch für diese Unterstützung meinen ehrerbietigen Dank auszusprechen.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Verzeichnis der allgemein verwendeten Bezeichnungen	9
Theoretischer Teil	11
I. Die Eisenverluste im homogenen Feld	11
A. Die Magnetisierungsarten	11
B. Die Eisenverluste bei den verschiedenen Magnetisierungsarten	12
1. Der Energieverlust bei statischer Ummagnetisierung	13
2. Die Eisenverluste bei dynamischer Ummagnetisierung	13
a) Die Abhängigkeit von der Frequenz	13
b) Die Abhängigkeit von der Induktion	19
α) Lineare Wechsellmagnetisierung	19
Symmetrische Magnetisierung	19
Unsymmetrische Magnetisierung	23
Beliebiger zeitlicher Verlauf der Induktion	25
Überlagerung von zwei zeitlich harmonisch verlaufenden Induktionen ungleicher Frequenz	26
β) Drehende Magnetisierung	29
Einfache Drehmagnetisierung	29
Überlagerung von zwei Drehinduktionen ungleicher Frequenz	39
c) Die Abhängigkeit vom zeitlichen Verlauf der Induktion	40
d) Die Abhängigkeit von der Blechstärke	41
e) Die Abhängigkeit von der Bearbeitung	41
f) Andere Einflüsse	43
g) Die Rückwirkung der Wirbelströme	44
II. Die Eisenverluste im inhomogenen Feld	47
III. Die Eisenverluste in elektrischen Maschinen	47
A. Voraussetzungen	47
B. Die magnetischen Felder im Luftspalt elektrischer Maschinen	48
C. Die Eisenverluste in Maschinen mit kreisförmigem Drehfeld	50
1. Das kreisförmige Drehfeld	50
2. Die Feldverteilung in einem ungenuteten Anker	50
a) Die Rüdenbergschen Feldverteilungsgleichungen	50
b) Die experimentell bestimmte Induktionsverteilung	52
3. Die Feldverteilung in einem genuteten Anker	55
a) Joch	55
b) Zähne	55

	Seite
4. Der Einfluß der Nutung	56
5. Die Eisenverluste in einem glatten oder im Joch eines genuteten Ankers	59
6. Die Eisenverluste in den Zähnen eines genuteten Ankers	63
7. Die totalen Eisenverluste in einem genuteten Anker	64
8. Die zusätzlichen Eisenverluste	66
a) Die Oberflächenverluste	66
b) Die Zahnpulsationsverluste	73
c) Die zusätzlichen Verluste im Joch	76
d) Der Vergleich von Theorie und Messung	76
9. Die Eisenverluste der Streuflüsse	78
D. Die Eisenverluste in Maschinen mit elliptischem Drehfeld und Wechselfeld	79
1. Das elliptische Drehfeld	79
2. Die Feldverteilung im Eisen	81
3. Die Eisenverluste im stillstehenden Anker	82
4. Die Eisenverluste im rotierenden Anker	84
5. Die zusätzlichen Verluste	86
6. Die experimentelle Nachprüfung der aufgestellten Gesetze	86
E. Die Eisenverluste in Gleichfeldmaschinen	92
Experimenteller Teil	93
I. Die Messungen an Toroiden	94
A. Die Versuche bei linearer Wechseltmagnetisierung	94
1. Die Versuchsanordnung	94
2. Die Aufnahme von statischen Hystereseschleifen	95
3. Die wattmetrische Messung der totalen Eisenverluste	98
4. Die Trennung der Eisenverluste und die Bestimmung der Verlustkoeffizienten	104
5. Die Messung der Eisenverluste bei unsymmetrischer Magnetisierung	105
6. Die Messung der Eisenverluste bei gleichzeitiger Magnetisierung mit zwei Frequenzen	109
B. Die Versuche bei drehender Magnetisierung	114
1. Die Versuchsanordnung	114
2. Die Messung der Eisenverluste	115
3. Die experimentelle Bestimmung der Feldverteilung	117
II. Die Messungen an der Versuchsmaschine	119
1. Die Konstruktionsdaten der Versuchsmaschine	119
2. Die Versuchsanordnung	121
3. Die Bestimmung des Wechselstromwiderstandes der Wicklungen	122
4. Die Messung der Eisenverluste im kreisförmigen Drehfeld	123
5. Die Messung der Eisenverluste im elliptischen Dreh- oder Wechselfeld	134
Literaturverzeichnis	138

Verzeichnis der allgemein verwendeten Bezeichnungen.

Vektoren sind stets mit deutschen, Skalare und Absolutwerte von Vektoren mit lateinischen Buchstaben bezeichnet.

a	Konstante der B und f proportionalen Eisenverluste.
A_H, a_H, a'_H	Hysteresearbeit pro Zyklus, bzw. und pro Gewichts- bzw. Volumeneinheit.
$\Delta_{fe}, a_{fe}, a'_{fe}$	Eisenverlust pro Zyklus, bzw. und pro Gewichts- bzw. Volumeneinheit.
\mathfrak{B}, B	Magnetische Induktion: zeitlicher Maximalwert.
b, \underline{b}	Magnetische Induktion: Momentanwert.
b	Konstante der B^2 und f proportionalen Eisenverluste.
b_z	Zahnbreite.
c	Konstante der B^2 und f^2 proportionalen Eisenverluste.
\mathfrak{E}, e	Elektrische Feldstärke: Maximal- bzw. Momentanwert.
E, \underline{E}, e	Induzierte Spannung: Effektiv- bzw. Mittel- bzw. Momentanwert.
F	Fläche, Querschnitt.
f (...)	Funktion von (...).
f	Frequenz, Netzfrequenz.
f_m	Der mechanischen Drehzahl entsprechende Frequenz ($= Np = \frac{np}{60}$).
G	Gewicht.
\mathfrak{H}, H	Magnetische Feldstärke: zeitlicher Maximalwert.
\underline{h}, h	Magnetische Feldstärke: Momentanwert.
h	Jochstärke.
h_z	Zahnhöhe.
J, i	Elektrischer Strom: Effektiv- bzw. Momentanwert.
j	Stromdichte: Momentanwert.
j	$= \sqrt{-1}$, Vektordrehung um 90° positiv.
K_p	Bearbeitungsfaktor.
k_f, k_w	Formfaktor der induzierten Spannung, bzw. Wickelfaktor.
l_e, l_i	Eisen- bzw. ideelle Länge eines Ankers.
L	Induktivität.
m	Phasenzahl.
Md	Drehmoment.
N, n	Drehzahl pro Sekunde bzw. pro Minute.
O	Oberfläche.

P, p, p'	Leistung (allgemein), bzw. pro Gewichts- bzw. Volumeneinheit.
P_{fe}, p_{fe}, p'_{fe}	Eisenverlust, bzw. pro Gewichts- bzw. Volumeneinheit.
P_H, p_H, p'_H	Mit f wachsender Eisenverlust usw.
P_W, p_W, p'_W	Mit f^2 wachsender Eisenverlust usw.
P_1, p_1, p'_1	Mit B wachsender Eisenverlust usw.
P_2, p_2, p'_2	Mit B^2 wachsender Eisenverlust usw.
p	Polpaarzahl.
q	Nutenzahl pro Pol und Phase.
q_0	Nutenzahl pro Polpaar.
R, r	Radius, Radiusvektor.
R, r	Elektrischer Widerstand.
s	Spezifisches Gewicht.
s	Nutenschlitzbreite.
T	Periodendauer.
t	Zeit.
t_n	Nutenteilung.
U, u	Klemmenspannung: Effektiv- bzw. Momentanwert.
U_m, u_m	Magnetische Energie, bzw. pro Volumeneinheit.
V	Volumen.
v	Geschwindigkeit.
Z	Zähnezahl.
z	Windungszahl.
α	Winkel (allgemein).
α	Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstandes.
γ	Absolute Permeabilität.
δ	Blechstärke.
δ	Luftspaltbreite.
ε	Basis des natürlichen Logarithmus.
η	Steinmetzsche Konstante der Hysteresearbeit.
x	Elliptizität des Luftspaltfeldes.
x'	Elliptizität der Magnetisierung.
μ	Relative Permeabilität.
ν	Ordnungszahl.
ρ	Spezifischer elektrischer Widerstand.
σ_w	Theoretischer Wirbelstromverlustkoeffizient.
τ	Polteilung.
τ	Temperatur.
τ	Streuungskoeffizient.
Φ, φ	Magnetischer Fluß: zeitlicher Maximal- bzw. Momentanwert.
φ	Räumlicher Winkel, Phasenverschiebung.
ψ_H	Hysteresewinkel.
ω	Kreisfrequenz ($= 2 \pi f$).
ω_m	Kreisfrequenz der mechanischen Drehung ($= \frac{n p \pi}{30}$).

Weitere die Versuchsmaschine betreffende Bezeichnungen finden sich in der Tabelle 17.

Theoretischer Teil.

I. Die Eisenverluste im homogenen Feld.

Die Berechnung oder experimentelle Bestimmung von Eisenverlusten ist einfach und übersichtlich, solange die Eisenmassen einem homogenen magnetischen Felde ausgesetzt sind, so daß alle Eisenelemente vollständig gleichartig magnetisiert werden. Das Problem stellt sich in dieser Form bei der Berechnung der Eisenverluste von Transformatoren und ähnlichen Anordnungen. Bei der Untersuchung der Feldverteilung im aktiven Eisen einer rotierenden Maschine zeigt es sich jedoch, daß hier der zeitliche Verlauf von Größe und Richtung der Induktion in hohem Maße von der Lage des betreffenden Eisenteilechens abhängig ist und von einer auch nur angenäherten Homogenität der Magnetisierung nicht die Rede sein kann. Die Grundlage zur Berechnung der Eisenverluste in solchen inhomogenen Feldern bilden jedoch wiederum die Ergebnisse und Erfahrungen im homogenen Feld. Aus diesem Grunde sollen in erster Linie die Eisenverluste im homogenen Feld behandelt werden.

Die Ursache der Eisenverluste, die zeitliche Änderung von Richtung und Größe der Induktion erfolgt bei allen technischen Anwendungen zyklisch, so daß alle Ummagnetisierungserscheinungen Kreisprozesse darstellen. Im übrigen können jedoch alle in der Folge erläuterten Magnetisierungsarten auftreten.

A. Die Magnetisierungsarten.

Größe und Richtung der Induktion können entweder in größeren Zeitabschnitten stufenweise oder in raschen Zyklen kontinuierlich

variieren. Entsprechend bezeichnet man jene Art als statische, diese als dynamische Magnetisierung.

Ist die Richtung der Induktion eines Elementarmagnetchens zeitlich konstant, so spricht man von linearer Magnetisierung, nimmt dagegen der Induktionsvektor nacheinander alle Richtungen innerhalb einer Ebene ein, so haben wir drehende Magnetisierung.

Bei drehender Magnetisierung kann sich neben der Richtung auch die Größe der Induktion beliebig ändern, die Spitze des Induktionsvektors beschreibt dann eine beliebige in sich geschlossene ebene Kurve. In elektrischen Maschinen tritt zumeist ein Spezialfall von drehender Magnetisierung auf, bei dem die Spitze des Vektors auf einer Ellipse wandert, diese Art soll als elliptische Drehmagnetisierung bezeichnet werden. Ändert bei konstanter Größe nur die Richtung der Induktion, so ist die Drehmagnetisierung kreisförmig.

B. Die Eisenverluste bei den verschiedenen Magnetisierungsarten.

Die bei der zyklischen Ummagnetisierung im Eisen auftretenden Verluste zerfallen in die eigentlichen Ummagnetisierungs- oder Hystereseverluste und in Wirbelstromverluste. Der Unterschied dieser beiden Verlustarten ist ein prinzipieller. Während nämlich die Ummagnetisierungsverluste nur in den Stoffen auftreten können, deren Permeabilität keine eindeutige Funktion der Feldstärke ist, ist das Auftreten von Wirbelstromverlusten an die elektrische Leitfähigkeit des Materials gebunden. Im weiteren stellt der Hystereseverlust einen mit jedem Ummagnetisierungszyklus zwangsläufig verbundenen Arbeitsbetrag dar, wogegen der Wirbelstromverlust von der Änderungsgeschwindigkeit der Induktion und außerdem von der Form des magnetisierten Materials abhängig ist. Bei steter Verkleinerung der Frequenz verschwindet daher bei $\lim f = 0$ der Wirbelstromverlust, während die auf den Zyklus bezogene Hysteresearbeit entweder konstant bleibt oder aber einem endlichen Wert zustrebt.

Die Wirbelstromverluste sind bis auf die Material- und Bearbeitungskonstanten weitgehend der Berechnung zugänglich. Bei der Vorausberechnung der Hystereseverluste ist man dagegen gezwungen, empirisch gefundene Beziehungen zu verwenden.

1. Der Energieverlust bei statischer Ummagnetisierung.

Die während eines Zyklus in dem Volumenelement dV verbrauchte Hystereseenergie beträgt:

$$dA_H = a_H \cdot dV = dV \oint h db.$$

Die Hysteresearbeit pro Zyklus und Volumeneinheit wird also dargestellt durch $\oint h db$, d. h. durch den Inhalt der sogenannten Hysterese Schleife.

Im allgemeinen ist nun

$$h = h_m + h_w,$$

wobei h_m die dem sogenannten Magnetisierungsstrom proportionale und h_w die von den Wirbelströmen herrührende Komponente der Feldstärke bedeutet. Während die Bestimmung von h_m keinen Schwierigkeiten begegnet, ist h_w nicht meßbar, so daß h im allgemeinen Fall experimentell nicht erfaßt werden kann. Bei statischer Ummagnetisierung wird jedoch im stationären Zustand:

$$h_w = 0 \quad \text{und} \quad h = h_m.$$

Es besteht also nur im Falle der statischen Magnetisierung die Möglichkeit, die Hysterese Schleife experimentell aufzunehmen und daraus die Hysteresearbeit zu bestimmen. Eine der zahlreichen Methoden und die mit ihr erzielten Resultate sind im experimentellen Teil dieser Arbeit beschrieben (siehe auch Figur 2).

2. Die Eisenverluste bei dynamischer Ummagnetisierung.

a) Die Abhängigkeit von der Frequenz.

Es fragt sich nun, ob die bei statischer Magnetisierung gefundene Beziehung zwischen h und b auch bei dynamischer Magnetisierung bestehen bleibt und ob damit die Hysteresearbeit pro Zyklus bei statischer und dynamischer Magnetisierung denselben Wert besitzt. Diese Frage kann auf direktem Wege gar nicht beantwortet werden, da wir keine Möglichkeit besitzen, die Hysteresearbeit bei dynamischer Magnetisierung zu messen. Es ist wohl möglich, durch Verkleinerung

der Blechstärke die störenden Wirbelstromverluste auf ein Mindestmaß zu reduzieren; zu deren gänzlichen Unterdrückung wären jedoch unendlich kleine Blechstärken notwendig. Man ist daher gezwungen, aus den wattmetrisch gemessenen oder durch Planimetrieren der sogenannten dynamischen Verlustschleifen [$b = f(h_m)$] erhaltenen Verlusten die Wirbelstromverluste auf irgend eine Weise zu eliminieren. Nachstehend sollen nun die im experimentellen Teil aufgeführten Meßresultate in dieser Hinsicht untersucht werden.

Da mit Bestimmtheit anzunehmen ist, daß der totale Eisenverlust eine stetige Funktion der Frequenz ist, so muß er sich in der folgenden Potenzreihe darstellen lassen:

$$(1) \quad p_{fe} = \varphi_0(B)f + \varphi_1(B)f^2 + \varphi_2(B)f^3 + \dots + \varphi_n(B)f^{(n+1)},$$

$$(2) \quad \frac{p_{fe}}{f} = a_{fe} = \varphi_0(B) + \varphi_1(B)f + \varphi_2(B)f^2 + \dots + \varphi_n(B)f^n,$$

$$\lim_{f \rightarrow 0} a_{fe} = \varphi_0(B) = a_{Hs}.$$

Diese letzte Gleichung muß also den Hystereseverlust pro Zyklus bei statischer Ummagnetisierung darstellen.

Trägt man nun die experimentell gefundenen Werte von a_{fe} (aus Figur 26) in Funktion von f auf (Figur 1), so stellen die Abschnitte auf der Ordinatenachse $\varphi_0(B)$ dar. Die Übereinstimmung von $\varphi_0(B)$ mit den bei statischer Magnetisierung gemessenen Werten von a_{Hs} (Tabelle 1) zeigt, daß a_{fe} auch bei $f = 0$ keine Unstetigkeit besitzt, d. h., daß sich die Hystereseverluste beim Übergang von statischer

Tabelle 1.

B Gauß	$\varphi_0(B)$ Joule/kg	a_{Hs} Joule/kg
2000	$4 \cdot 10^{-8}$	$3,8 \cdot 10^{-8}$
4000	11	11,6
6000	22	22,5
8000	36	35,8
10000	53	52,6
12000	74	75,3
14000	104	103,5
16000	146	146,2

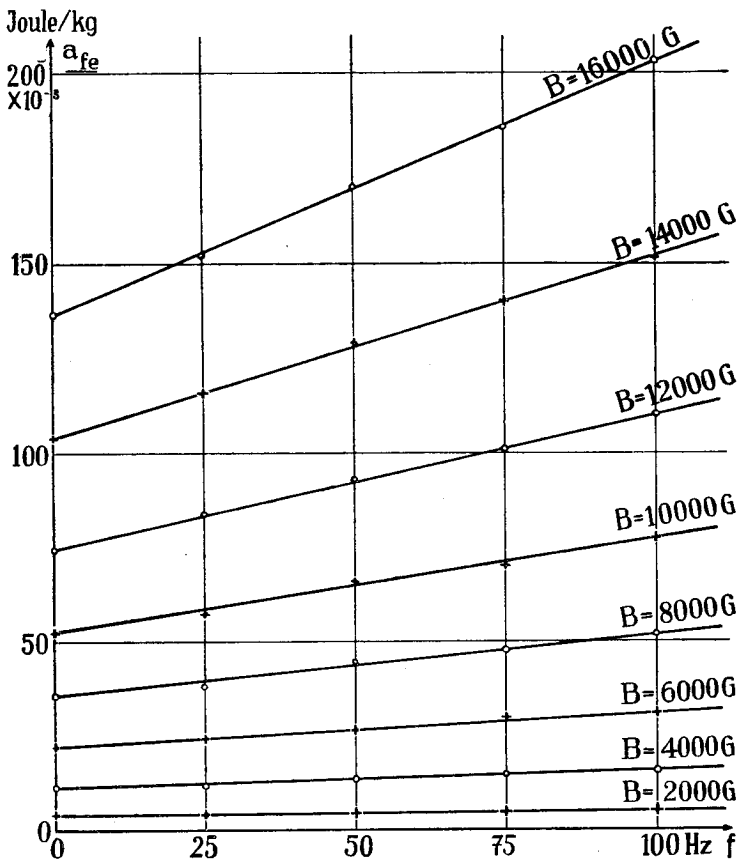
zu dynamischer Magnetisierung nicht sprunghaft ändern. Im fernerem erkennt man aus Figur 1, daß zwischen $f = 0$ und $f = 100$ Hertz a_{fe} mit großer Annäherung eine lineare Funktion von f ist, so daß

$$\varphi_2(B) = \varphi_3(B) = \dots = \varphi_n(B) = 0$$

wird und sich die Gleichung (1) vereinfacht zu:

$$p_{fe} = a_{Hs}f + \varphi_1(B)f^2. \quad (3)$$

Es ist nun allgemein üblich, den Betrag $\varphi_1(B)f^2$ als Wirbelstromverlust aufzufassen; damit wird zugleich angenommen, daß die Hysterese-



Figur 1.

Eisenverlust pro Zyklus bei dynamischer Ummagnetisierung.

arbeit pro Zyklus bei statischer und dynamischer Ummagnetisierung gleich groß sei. Diese Annahmen liegen jedoch keineswegs auf der Hand, so daß es sich wohl lohnt auf diese Sache näher einzugehen.

Der durch die Wirbelströme hervorgerufene Anteil der Eisenverluste ist auch rechnerisch erfaßbar. So erhält man für den Fall des homogenen Wechselfeldes als Wirbelstromverlust pro Volumeneinheit:

$$(4) \quad p'_w = \frac{4}{3\varrho} [k_f \cdot f \cdot B \cdot \Delta]^2.$$

Diese Formel gilt jedoch nur solange die Rückwirkung der Wirbelströme vernachlässigt werden kann, d. h. für hinreichend geringe Blechstärken und Frequenzen. Bei sinusförmiger induzierter Spannung wird:

$$(4a) \quad p'_w = \frac{\pi^2 \Delta^2}{6\varrho} [f \cdot B]^2,$$

wobei der Faktor $\frac{\pi^2 \Delta^2}{6\varrho} = \sigma_w$ als Wirbelstromkoeffizient bezeichnet wird und nur vom Material abhängig ist. Berechnet man nun für ein und dasselbe Blech einerseits auf Grund des bei Gleichstrom gemessenen spezifischen Widerstandes ϱ diesen „theoretischen“ und andererseits aus $\varphi_1(B)f$ den „experimentellen“ Wirbelstromkoeffizienten c' , so macht man die Feststellung, daß der „experimentelle“ Koeffizient stets einen größeren, und zwar den 1,3—2,3fachen Wert des „theoretischen“ annimmt (Lit. 1*). So wurden aus den im experimentellen Teil beschriebenen Messungen bei 25—100 Hertz und 0,5 mm Blechstärke, also unter Umständen, bei denen die Rückwirkung der Wirbelströme vernachlässigt werden kann, folgende Werte des „experimentellen“ Koeffizienten bestimmt:

B in Gauß:	4000	8000	12000	16000	Mittelwert
c' in cm/Ohm:	188	194	189	192	190.

Darauf wurde der spezifische Gleichstromwiderstand derselben Eisenprobe bei gleicher Eisentemperatur gemessen. Die Messung lieferte $\varrho = 0,352 \cdot 10^{-4}$ Ohmcm. Dieser Wert stimmt übrigens mit den Angaben des Blechliefersanten ($\varrho = 0,35 \cdot 10^{-4}$ Ohmcm) genau überein. Daraus berechnet sich der „theoretische“ Wirbelstromkoeffizient zu:

$$\sigma_w = 117 \text{ cm/Ohm,}$$

* Literaturverzeichnis am Schluß der Arbeit.

so daß

$$\frac{c'}{\sigma_w} = 1,63.$$

Diese Abweichung auf Meßfehler zurückzuführen wäre widersinnig, weil die angewandte Meßmethode recht zuverlässige Resultate liefert und der Frequenzbereich der Messungen so groß gewählt worden war, daß auch bei der Trennung der Verluste Ungenauigkeiten dieser Größe ausgeschlossen waren. Zudem waren die Bleche bei diesen Versuchen sorgfältig voneinander isoliert und ihre Dicke sowohl mittels Mikrometer gemessen als auch aus dem Blechgewicht bestimmt worden, so daß auch die Berechnung des „theoretischen“ Koeffizienten einwandfrei erscheint.

Zur Erklärung dieser Unstimmigkeit zwischen dem „theoretischen“ und dem „experimentellen“ Wirbelstromkoeffizienten kann man zwei ganz verschiedene Gründe anführen. Einerseits wäre es denkbar, daß der spezifische Widerstand der Wirbelstrombahnen nicht identisch ist mit dem bei Durchgang von Gleichstrom gemessenen, sondern einen um den Faktor $\frac{c'}{\sigma_w}$ kleineren Wert besitzt. Damit würde der Summand $\varphi_1(B)f^2$ der Gleichung (3) ausschließlich Wirbelstromverluste darstellen. Diese erste Annahme findet eine Stütze in der folgenden Erkenntnis: Dividiert man die experimentell gefundenen Werte von $\varphi_1(B)$ (aus Figur 1) durch B^2 , so erhält man nach Tabelle 2 den praktisch konstanten Faktor von:

$$c^* = \frac{\varphi_1(B)}{B^2} = 25 \cdot 10^3 \text{ cm}^4/\text{Ohm kg.}$$

Tabelle 2.

B Gauß	$\varphi_1(B)$ Joule sek/kg	c^* cm ⁴ /Ohm·kg
2000	$1,0 \cdot 10^{-5}$	$25,0 \cdot 10^{-3}$
4000	4,0	25,0
6000	8,9	24,7
8000	16,4	25,6
10000	24,9	24,9
12000	35,5	24,7
14000	48,6	24,8
16000	65,8	25,2

Daraus folgt, daß $\varphi_1(B)$ bei allen Sättigungen eine reine Funktion von B^2 ist, wodurch bekanntlich die Wirbelstromverluste charakterisiert sind. Andererseits besteht jedoch auch die Möglichkeit, daß die Differenz zwischen den experimentell festgestellten mit f^2 proportionalen Verlusten und den berechneten Wirbelstromverlusten aus Hystereseverlusten besteht. Diese Annahme wird bestärkt durch die von Mordey und Hansard (Lit. 2) gemachte Beobachtung, daß die mit f^2 wachsenden Eisenverluste nicht mit der theoretisch zu erwartenden zweiten, sondern nur etwa mit der 1,4ten Potenz der Blechstärke zunehmen. Die Tatsache, daß die aus den „experimentellen“ Wirbelstromkoeffizienten rückwärts berechneten spezifischen Widerstände von Eisenblechen bei 0,35 mm Stärke stets kleiner sind als bei 0,5 mm, führt zur selben Konsequenz (Lit. 3). Danach müßte also geschlossen werden, daß die Hysteresearbeit pro Zyklus mit der Frequenz zunimmt und die dynamische Hystereseschleife auch bei vollständiger Eliminierung der Wirbelstromverluste mit der statischen nicht identisch ist.

Die einheitliche Abhängigkeit aller f^2 proportionaler Verluste von der Sättigung verunmöglicht einen klaren experimentellen Beweis für die eine oder die andere dieser Annahmen. Da andererseits im Verlauf von theoretischen oder experimentellen Untersuchungen in der Regel nur Induktion und Frequenz variieren, wird die Frage, ob die f^2 proportionalen Verluste nur Wirbelstrom- oder daneben noch Hystereseverluste enthalten, zu einer Frage der Interpretation und verliert damit ihre praktische Bedeutung. In allen diesen Fällen ist daher eine einheitliche Behandlung dieser Verluste gestattet. Dabei ist jedoch zu beachten, daß der experimentell gefundene Koeffizient c' der mit f^2 wachsenden Verluste weder mit dem spezifischen Gleichstromwiderstand noch mit der Dicke des Bleches in einem bekannten Zusammenhang steht. Zudem wäre es wohl richtiger, die Eisenverluste nicht mehr nach ihrer mutmaßlichen Entstehung, sondern nach ihrer einwandfrei feststellbaren Frequenzabhängigkeit zu unterscheiden.

In bezug auf ihre Abhängigkeit von der Frequenz verhalten sich die Eisenverluste bei linearer und drehender Magnetisierung vollkommen gleich. Irgend ein Unterschied konnte experimentell nicht festgestellt werden und ist auch auf Grund theoretischer Überlegungen nicht zu erwarten.

Solange die Rückwirkung der Wirbelströme vernachlässigt werden kann, werden die Eisenverluste daher in allen Fällen wiedergegeben durch den Ansatz:
$$\underline{P_{fe} = \varphi_0(B)f + \varphi_1(B)f^2.} \quad (3a)$$

b) Die Abhängigkeit von der Induktion.

a) Lineare Wechselmagnetisierung.

Bei der zyklischen Ummagnetisierung kann die Induktion während eines Zyklus einen beliebigen zeitlichen Verlauf nehmen. Dieser allgemeine Fall tritt in der Praxis jedoch selten auf; viel häufiger kommen einige Spezialfälle vor. So erreicht die Induktion während eines Zyklus meistens nur einen einzigen Maximal- und einen Minimalwert. Haben diese beiden Extrema zugleich denselben Absolutwert B , so ist die Magnetisierung symmetrisch. Besitzt das Minimum dagegen den vom Maximum B_1 verschiedenen Wert B_2 , so spricht man von einer unsymmetrischen Magnetisierung.

Symmetrische Magnetisierung.

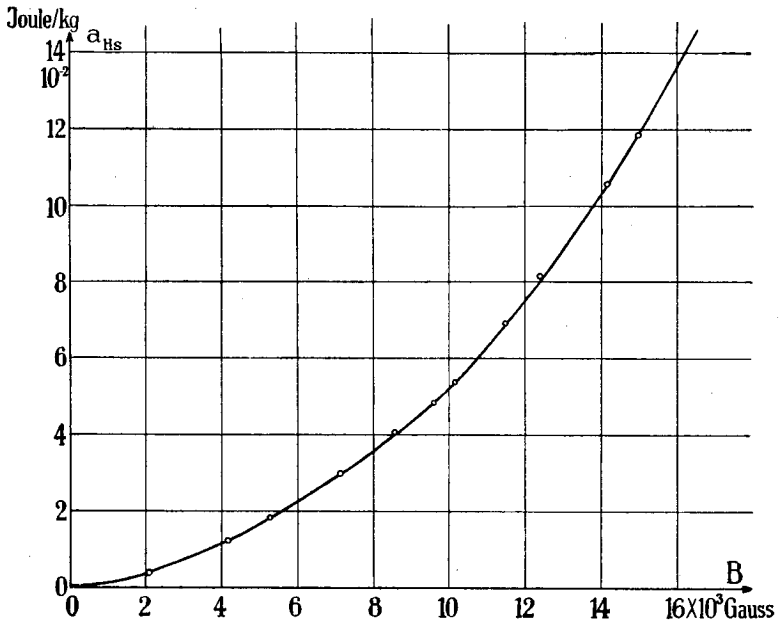
Betrachten wir in erster Linie die mit f wachsenden Verluste, so zeigt die in Figur 2 aufgezeichnete, bei statischer Magnetisierung experimentell aufgenommene Kurve die Abhängigkeit der Hysteresearbeit pro Zyklus a_{Hs} vom Maximalwert der Induktion B . Bei dynamischer Magnetisierung stellt diese Kurve die f proportionalen Verluste pro Frequenzeinheit dar.

Steinmetz hat als erster versucht diese Abhängigkeit analytisch auszudrücken, indem er das sogenannte Steinmetzsche Gesetz formulierte:

$$a_H = \eta \cdot B^{1,6}, \quad (5)$$

wobei η eine nur vom Material abhängige Konstante darstellt. Zahlreiche Versuche in neuerer Zeit (Lit. 4 und 5) haben jedoch gezeigt, daß besonders bei den heute meistens verwendeten legierten Blechsorten und insbesondere bei höheren Induktionen die „Materialkonstante“ η auch von der Induktion abhängig ist. Dies zeigen auch die im experimentellen Teil behandelten Versuche. Bildet man nämlich aus den Versuchswerten von a_{Hs} den Faktor

$$\eta' = \frac{a_{Hs}}{\left(\frac{B}{1000}\right)^{1,6}},$$



Figur 2.

Hysteresearbeit pro Zyklus bei statischer Ummagnetisierung.

Tabelle 3.

B Gauß	a_{Hs} Joule/kg	η'
2023	$3,98 \cdot 10^{-3}$	$1,29 \cdot 10^{-3}$
4130	12,42	1,28
5250	18,20	1,28
7120	29,40	1,27
8580	40,25	1,28
9600	48,40	1,29
10150	53,80	1,32
11500	69,40	1,39
12400	81,25	1,44
14150	105,6	1,52
14960	118,4	1,56
16000	136,5	1,62

so findet man (siehe Tabelle 3), daß η nur bei $B < 10000$ Gauß konstant ist, bei höheren Induktionen jedoch rasch, und zwar nahezu linear mit B ansteigt.

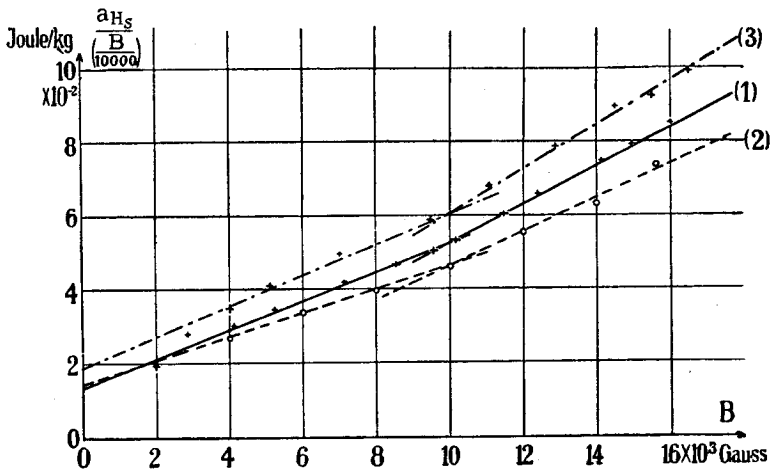
Diese Erfahrung und die mit den gebrochenen Exponenten verbundene umständliche Rechnungsweise haben Richter (Lit. 4) veranlaßt a_H als zweigliederige Potenzreihe von B auszudrücken:

$$a_H = aB + bB^2. \quad (6)$$

Dividiert man also die gemessenen Werte von a_{H_s} durch B und trägt diese Quotienten als Funktion von B auf, so müßten die Punkte auf einer Geraden liegen. Wie Figur 3 zeigt, ist dies nicht der Fall, d. h. daß auch der Richtersche Ansatz nicht allgemein, sondern nur innerhalb gewisser Induktionsbereiche verwendbar ist. So lassen sich aus Figur 3 die folgenden Beziehungen herleiten:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Bei } 3000 < B < 10000 \text{ Gauß: } a_H = aB + bB^2, \\ \text{bei } B > 10000 \text{ Gauß: } a_H = (a+b)B^2. \end{array} \right\} \quad (7)$$

Um die Gewißheit zu haben, daß diese Gleichungen nicht nur das zufällige Verhalten der untersuchten Blechsorte ausdrücken, sondern ganz allgemein gültig sind, wurden sie an Hand einer Anzahl von



Figur 3.

Zur Bestimmung der Richterschen Koeffizienten.

(1) Eigene Versuche. (2) Gumlich und Rose. (3) S. S. W. (Richter).

veröffentlichen Meßreihen nachkontrolliert. In Figur 3 sind daher auch die Werte von $\left(\frac{a_H}{B}\right)$ einer von Gumlich und Rose (E. T. Z. 1905) und einer von Richter (E. T. Z. 1910) angegebenen Meßreihe als Funktion von B eingetragen. Ihre Abhängigkeit von B führt ebenfalls zu den Gleichungen (7), so daß diese als allgemein verwendbar betrachtet werden dürfen.

Bei der praktischen Berechnung interessiert gewöhnlich der Verlust pro Kilogramm Eisengewicht. Wir schreiben daher für die mit f wachsenden Eisenverluste pro Gewichtseinheit:

$$(7a) \left\{ \begin{array}{l} \text{bei } B < 10000 \text{ Gauß:} \\ p_H = \left[a \left(\frac{B}{10000} \right) + b \left(\frac{B}{10000} \right)^2 \right] \frac{f}{100} \text{ Watt/kg,} \\ \text{bei } B > 10000 \text{ Gauß:} \\ p_H = \left[(a + b) \left(\frac{B}{10000} \right)^2 \right] \frac{f}{100} \text{ Watt/kg.} \end{array} \right.$$

Wie schon die Erörterungen im vorigen Abschnitt gezeigt haben, sind die f^2 proportionalen Verluste auch dem Quadrat der Induktion proportional. Die bei symmetrischer linearer Wechsellagerung auftretenden totalen Eisenverluste können daher durch folgende Gleichung wiedergegeben werden:

$$(8) \left\{ \begin{array}{l} \text{a) } B < 10000 \text{ Gauß:} \\ p_{fe} = \left[a \left(\frac{B}{10000} \right) + b \left(\frac{B}{10000} \right)^2 \right] \frac{f}{100} + c \left(\frac{B}{10000} \right)^2 \left(\frac{f}{100} \right)^2 \text{ Watt/kg,} \\ \text{b) } B > 10000 \text{ Gauß:} \\ p_{fe} = (a + b) \left(\frac{B}{10000} \right)^2 \frac{f}{100} + c \left(\frac{B}{10000} \right)^2 \left(\frac{f}{100} \right)^2 \text{ Watt/kg.} \end{array} \right.$$

Als Zahlenwerte der Faktoren a, b und c wurden für das untersuchte 0,5 mm-Blech gebräuchlicher Qualität (sogenanntes 3 Wattblech) bestimmt:

$$a = 1,34, \quad b = 3,92, \quad c = 2,5.$$

Dabei ist B in Gauß, f in Hertz, p_{fe} in Watt/kg ausgedrückt und Sinusform der induzierten Spannung vorausgesetzt.

Unsymmetrische Magnetisierung.

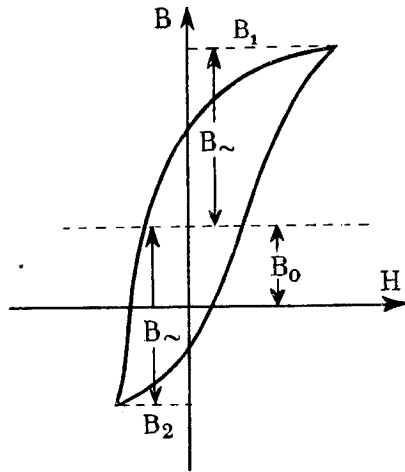
Zur Berechnung der Hysteresearbeit bei unsymmetrischer Magnetisierung zwischen den Werten B_1 und B_2 hat Steinmetz das sogenannte 2. Steinmetzsche Gesetz aufgestellt, wonach:

$$a_H = \eta \left(\frac{B_1 - B_2}{2} \right)^{1,6}$$

Wenn man bedenkt, daß a_H dem Inhalt der zugehörigen Hystereseschleife proportional ist, so erscheint dieses Gesetz sehr wenig einleuchtend, da doch die Schleifen bei Variation der Absolutwerte B_1 und B_2 unter Beibehaltung von $(B_1 - B_2)$ ganz andere Formen annehmen. Die Unrichtigkeit dieser Gleichung ist denn auch von Niethammer (Lit. 5) und von Holm (Lit. 6) festgestellt worden. Später stellte Ball (Lit. 7) auf Grund seiner Versuchsergebnisse folgende Erfahrungsgleichung auf (Figur 4):

$$a_H = \eta B_{\sim}^{1,6} + a \cdot B_0^{2,3}$$

Die Untersuchungen von Ball erstreckten sich aber nur auf das für die Praxis zu kleine Intervall von $0 < B_{\sim} < 2000$ Gauß.



Figur 4.

Bei allen zitierten Versuchen wurde a_H durch Planimetrieren der ballistisch aufgenommenen, aus der Symmetrielage verschobenen Hystereseschleifen bestimmt. Im Gegensatz dazu bediente ich mich einer wattmetrischen Methode, bei der das Verhältnis der Hysteresearbeit bei unsymmetrischer und symmetrischer Magnetisierung bei gleichbleibendem Induktionsintervall B_{\sim} und variierender mittlerer Induktion B_0 festgestellt wurde. Als Ergebnis der im experimentellen Teil eingehend beschriebenen Messungen zeigt Figur 5 diesen „Verschiebungsfaktor“ (in Amerika displacement factor bezeichnet) k_v in Funktion der mittleren Induktion B_0 . Man erkennt daraus, daß k_v bei größer werdendem B_{\sim} nicht mehr eine eindeutige Funktion von B_0 ist, sondern auch noch von B_{\sim} selbst abhängt. Die

in Figur 5 dargestellten Kurven lassen sich auch nicht mehr in einer für die praktische Anwendung geeigneten mathematischen Gleichung ausdrücken. Solange k_v von B_{\sim} praktisch unabhängig ist, d. h. für $0 < B_{\sim} < 4000$ Gauß und $0 < B_0 < 11000$ Gauß, kann die folgende Beziehung eine recht gute Annäherung bieten:

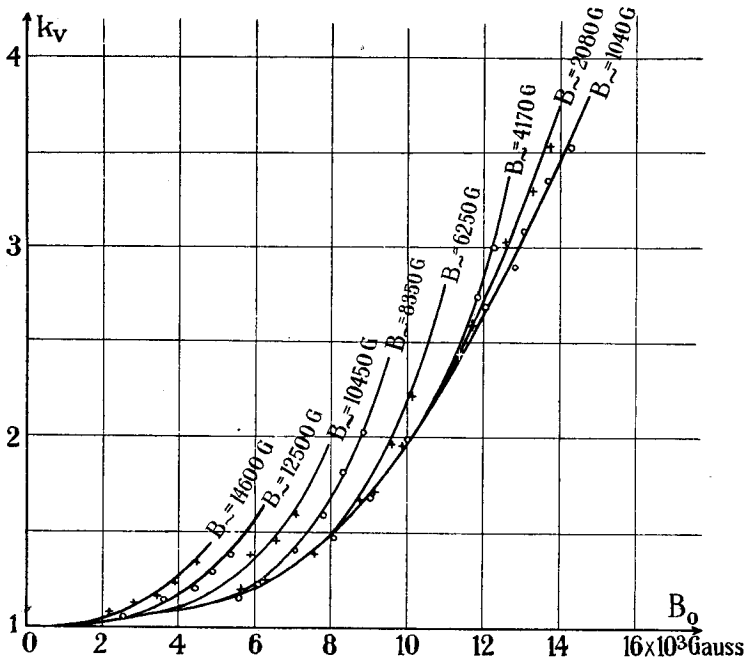
$$k_v = 1 + k \cdot \left(\frac{B_0}{10000} \right)^3,$$

wobei k beim untersuchten Material den Wert von $k = 0,94$ annimmt. Im allgemeinen ist jedoch:

$$(9) \quad a_{H \text{ unsym.}} = k_v \cdot a_{H \text{ sym.}} = k_v \cdot f(B_{\sim}).$$

Dabei ist $k_v = f(B_0, B_{\sim})$ dem Kurvenbild 5 zu entnehmen.

Für die Wirbelstromverluste sind die absoluten Werte von B_1 und B_2 belanglos, da für sie nur die zeitliche Änderung der In-



Figur 5.

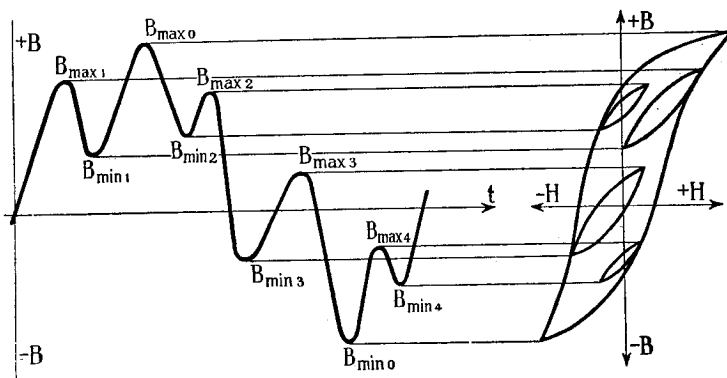
Unsymmetrische Magnetisierung. Der Faktor k_v für die Hystereseverluste.

duktion maßgebend ist. Bei gleicher Frequenz und gleicher Kurvenform der induzierten Spannung sind daher die Wirbelstromverluste bei unsymmetrischer Magnetisierung zwischen den Werten B_1 und B_2 dieselben wie bei symmetrischer Magnetisierung zwischen $\pm \left(\frac{B_1 - B_2}{2}\right)$.

Der Fall der unsymmetrischen Magnetisierung tritt in der Praxis nur vereinzelt auf, so z. B. im aktiven Eisen der sogenannten Frequenztransformatoren, ferner an der Polschuhoberfläche von Gleichstrom- oder Synchronmaschinen und in den Rotorzähnen von synchron laufenden Drehfeldmaschinen.

Beliebiger zeitlicher Verlauf der Induktion.

Solange der zeitliche Verlauf der Induktion während eines Zyklus nur ein Maximum und ein Minimum aufweist, sind Form und Inhalt der Hystereseschleife nur eine Funktion dieser beiden Extrema und unabhängig von den Zwischenwerten. Weist dagegen die Induktion-Zeit-Kurve mehrere Extrema auf, so bilden sich innerhalb einer Hauptschleife, die durch das absolut größte Maximum und Minimum bestimmt ist, noch Nebenschleifen, die durch je zwei aufeinander folgende Extrema gegeben sind. Der totale Hystereseverlust pro Zyklus stellt sich dann dar als die Summe der Inhalte der Haupt- und sämtlicher Teilschleifen. Bezeichnet man nach Figur 6 die absolut größten Extrema, die während eines Zyklus auftreten, mit $B_{\max 0}$ und $B_{\min 0}$, und alle übrigen der Reihe nach mit $B_{\max 1}$,



Figur 6.

$B_{\min 1}, B_{\max 2}, B_{\min 2} \dots, B_{\max \nu}, B_{\min \nu} \dots, B_{\max n}, B_{\min n}$, so ist, wie im vorigen Abschnitt gezeigt wurde, der Inhalt der Hauptschleife:

$$a_{H0} = f \left[\left(\frac{B_{\max 0} + B_{\min 0}}{2} \right), \left(\frac{B_{\max 0} - B_{\min 0}}{2} \right) \right] = f(B_{\max 0}, B_{\min 0})$$

und derjenige der Teilschleifen:

$$a_{H\nu} = f(B_{\max \nu}, B_{\min \nu}).$$

Die totale Hysteresearbeit ist sodann:

$$(10) \quad \underline{a_H = a_{H0} + \sum_1^n a_{H\nu}.}$$

Sind von einem Material sowohl die Verluste bei symmetrischer Magnetisierung als auch die Faktoren k_ν (Figur 5) bekannt, so können auf diese Weise die Hystereseverluste bei jedem beliebigen zyklischen Verlauf der Induktion vorausberechnet werden.

Da die Wirbelstromverluste vom Formfaktor der induzierten Spannung abhängig sind, muß zu deren Berechnung zuerst die Spannungskurve konstruiert und deren Effektiv- und Mittelwert graphisch ermittelt werden. Oft ist es zweckmäßiger, die Kurve $B = f(t)$ in einer Fourierschen Reihe darzustellen, den Wirbelstromverlust jeder Harmonischen zu berechnen und diese Teilwerte zu addieren.

Überlagerung von zwei zeitlich harmonisch verlaufenden Induktionen ungleicher Frequenz.

Die eben besprochene Magnetisierung kommt in der Praxis meistens dadurch zustande, daß sich zwei in der Regel sinusförmig verlaufende Induktionen überlagern. Einer solchen Magnetisierung sind z. B. die Ankerzähne in Drehfeldmaschinen mit genutetem Stator und Rotor unterworfen, wo sich die Zahnpulsationen dem mit Netz- bzw. Schlupffrequenz pulsierenden Hauptfluß überlagern. Ferner ist die Induktion in Rotoren, die in Wechsel- oder elliptischen Drehfeldern rotieren, stets die Resultierende aus einer mit $f + f_m$ und $f - f_m$ pulsierenden Komponente ($f =$ Netz-, $f_m =$ Rotationsfrequenz).

Die beschriebene Berechnungsart (Gleichung 10), auf diesen Spezialfall angewandt, liefert, wie eine Gegenüberstellung von berechneten und gemessenen Werten (siehe 3. und letzte Kolonne der Tabelle 4) recht gute Resultate. Trotzdem ist sie für die Praxis recht ungeeignet.

Tabelle 4. a) Überlagerung von 50 und 1000 Hertz.

B ₅₀ Gauß	B ₁₀₀₀ Gauß	P _{fe} berechnet		P _{fe} gemessen Watt
		exakt Watt	angenähert Watt	
3220	161	9,35	9,7	9,4
3220	322	13,8	14,8	14,2
3220	644	30,0	32,6	32,3
6690	335	32,7	33,6	33,0
6690	669	48,8	52,9	51,3
6690	1003	77,8	81,6	81,1
6690	1338	117,9	124,2	122,0
9300	465	59,5	61,9	60,0
9300	744	76,4	79,8	78,3
9300	930	92,1	96,0	94,8
9300	1365	149,4	152,0	151,1
12500	250	89,0	88,7	87,6
12500	612	106,3	106,7	104,3
12500	1000	140,1	139,8	136,6
12500	1250	172,5	168,4	166,2

b) Überlagerung von 25 und 50 Hertz.

B ₂₅ Gauß	B ₅₀ Gauß	P _{fe} berechnet			P _{fe} gemessen Watt
		exakt Watt	angenähert Watt	korrigiert Watt	
3300	660	4,2	4,7	4,4	4,4
3300	1100	4,6	4,9	4,6	4,6
3300	1650	5,5	6,3	5,5	5,5
3300	2200	6,6	7,3	6,7	6,2
3300	3300	10,5	11,3	10,5	9,7
3300	4950	17,7	19,4	18,4	17,4
3300	6600	27,6	28,9	28,0	26,9
3300	9900	55,0	56,8	56,5	54,5
6110	1222	11,2	11,8	11,2	11,3
6110	2040	12,5	13,9	12,3	13,1
6110	3050	15,2	17,3	14,8	15,8
6110	4080	19,1	21,7	19,0	19,5
6110	6110	32,3	32,4	30,4	29,0
9150	1020	21,3	21,7	21,1	21,3
9150	1830	22,3	23,6	22,2	22,9
9150	3050	26,0	27,6	25,0	26,2
9150	4570	32,2	34,5	31,6	32,2
9150	6100	42,1	42,7	41,4	39,5
12400	1380	39,8	43,6	39,8	40,0
12400	2480	42,5	43,7	41,9	42,7
12400	4130	51,3	50,3	47,8	48,4

Es müssen nämlich für jeden einzelnen Fall die resultierenden Induktionskurven aufgezeichnet werden, was besonders dann, wenn die überlagerten Frequenzen einen kleinen gemeinschaftlichen Teiler haben, recht zeitraubend ist. Außerdem müßten in Fällen inhomogener Magnetisierung, wie sie in elektrischen Maschinen immer auftritt, diese Kurven für alle Punkte des magnetisierten Eisens konstruiert werden. Dies wäre theoretisch sehr wohl ausführbar, dagegen würde sich der erforderliche Zeitaufwand in der Praxis wohl kaum lohnen.

Die Praxis hat daher bereits versucht, dem Problem auf einfachere Weise beizukommen und Methoden zu finden, die zwar zu keinen mathematisch genauen, aber für ihre Bedürfnisse ausreichenden Ergebnissen führen. Die naheliegendste Berechnungsart ist dabei die, daß die Eisenverluste der beiden Frequenzen unabhängig voneinander bestimmt und sodann addiert werden. Wie bereits gezeigt wurde, superponieren sich die Wirbelstromverluste tatsächlich auf diese Weise. Es ist jedoch sinnlos, von Hystereseverlusten der einzelnen Induktionskomponenten zu sprechen, da bei gleichzeitiger Magnetisierung die „Hystereseschleife“ zu einem komplizierten Gebilde wird, das allein von der resultierenden Induktionskurve bestimmt ist und mit den einfachen Schleifen, die bei alleiniger Magnetisierung mit einer der beiden Komponenten entstehen, in keinem Zusammenhang mehr steht. Die Superposition der Hystereseverluste ist daher vom rein wissenschaftlichen Standpunkt aus zu verwerfen, da sie die tatsächlichen physikalischen Vorgänge vollständig außer Acht läßt. Es zeigt sich jedoch, daß diese an sich falsche Methode dennoch zu Resultaten führt, die von den genau berechneten und gemessenen Werten nicht allzustark abweichen. Dies geht aus einer Reihe von Vergleichen zwischen den nach der exakten und der angenäherten Methode berechneten und den gemessenen Verlusten hervor. Einige charakteristische Vergleichswerte sind in Tabelle 4 zusammengestellt.

Es ist dabei zu beachten, daß für kleine ganzzahlige Verhältnisse von $(f_I : f_{II})$ die Hystereseverluste in geringem Maße auch von der Phasenverschiebung der Teilinduktionen abhängen. In solchen Fällen wurde die exakte Berechnung bei vier und die Messung bei drei verschiedenen Phasenverschiebungen durchgeführt und daraus die Mittelwerte ermittelt. Bei der angenäherten Rechnung kommt der Einfluß der Phasenverschiebung nicht zum Ausdruck.

Das Resultat der in Tabelle 4 auszugsweise wiedergegebenen Untersuchung ist das folgende:

1. Die angenäherte Methode führt zu Resultaten, die für die Bedürfnisse der Praxis zumeist ausreichend sind (Fehler $< 15\%$). Sie liefert ausnahmslos zu große Werte.

2. Der Fehler ist um so geringer, je mehr sich die Komponenten in bezug auf Induktion und Frequenz unterscheiden.

Es empfiehlt sich für genauere Rechnungen das nach der Näherungsmethode gefundene Resultat mit einem Korrekturfaktor zu versehen, der auf diese Beobachtungen Rücksicht nimmt. Bei Verwendung des Richterschen Ansatzes für die Berechnung der Eisenverluste ist es zweckmäßig, nur das in B lineare Glied zu korrigieren. So können die mit B^2 wachsenden Hystereseverluste zusammen mit den Wirbelstromverlusten durch einfache Superposition gewonnen werden. Als Korrekturfaktor wurde gefunden:

$$k_s = \frac{1 + 0,8 \xi}{1,8 - 0,8[1 - \xi]\eta},$$

wobei

$$\xi = \left| \frac{B_I - B_{II}}{B_I + B_{II}} \right| \quad \text{und} \quad \eta = \left| \frac{f_I - f_{II}}{f_I + f_{II}} \right|.$$

Für ξ und η sind in allen Fällen die absoluten Beträge einzusetzen. Für $f_I \gg f_{II}$ oder $B_I \gg B_{II}$ wird $k_s = 1$.

Die so korrigierten Werte sind in der zweitletzten Kolonne der Tabelle 4b eingetragen. Auf diese Weise gelingt es, die maximale Abweichung der berechneten von den gemessenen Werten auf 7% zu reduzieren.

Die totalen Eisenverluste bei Überlagerung der Induktion B_I von der Frequenz f_I und der Induktion B_{II} von der Frequenz f_{II} betragen daher:

$$P_{fe} = a \left(\frac{1 + 0,8 \xi}{1,8 - 0,8 \eta (1 - \xi)} \right) (B_I f_I + B_{II} f_{II}) + b (B_I^2 f_I + B_{II}^2 f_{II}) + c (B_I^2 f_I^2 + B_{II}^2 f_{II}^2). \quad (11)$$

β) Drehende Magnetisierung.

Da der größte Teil der Eisenmassen von rotierenden Maschinen nicht linear, sondern drehend magnetisiert wird, ist es von großer Bedeutung zu wissen, ob die aufgestellten, vorerst nur bei linearer

Magnetisierung geltenden Gesetze auch bei Drehmagnetisierung ihre Gültigkeit bewahren und ob die für jenen Fall bestimmten Konstanten ohne weiteres auf diesen übertragen werden können.

Für die Wirbelstromverluste ist diese Frage leicht zu lösen, da hier allein schon die Theorie zu einem eindeutigen Ergebnis führt.

Nach einer Hauptgleichung des elektromagnetischen Feldes besteht in jedem Punkt des Eisens zwischen der Induktion \mathfrak{B} und der elektrischen Feldstärke \mathfrak{E} die Beziehung:

$$\operatorname{rot} \mathfrak{E} = - \frac{d\mathfrak{B}}{dt}.$$

Legt man durch einen beliebigen Punkt des Bleches ein Koordinatensystem so, daß die x-y-Ebene mit der Magnetisierungsebene zusammenfällt, so ist:

$$\operatorname{rot}_x \mathfrak{E} = - \frac{\partial \mathfrak{B}_x}{\partial t}, \quad \operatorname{rot}_y \mathfrak{E} = - \frac{\partial \mathfrak{B}_y}{\partial t}, \quad \operatorname{rot}_z \mathfrak{E} = - \frac{\partial \mathfrak{B}_z}{\partial t} = 0.$$

Beschränken wir uns auf die Betrachtung dünner Bleche, wo die Wirbelströmung quer zum Blech vernachlässigt werden kann, so wird:

$$E_z = 0, \quad \operatorname{rot}_x \mathfrak{E} = -i \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i \frac{\partial B_x}{\partial t}, \quad \operatorname{rot}_y \mathfrak{E} = +j \frac{\partial E_x}{\partial z} = -j \frac{\partial B_y}{\partial t}$$

$i, j = \text{Einheitsvektoren in Richtung } x \text{ bzw. } y.$

Daraus:

$$E_y = z \frac{\partial B_x}{\partial t}, \quad E_x = -z \frac{\partial B_y}{\partial t}.$$

Der Wirbelstromverlust pro Volumeneinheit beträgt dann zur Zeit t im Querschnitt z :

$$P_{Wt,z} = \frac{E^2}{\rho} = \frac{z^2}{\rho} \left\{ \left(\frac{dB_x}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dB_y}{dt} \right)^2 \right\}$$

und ist gleich der algebraischen Summe der Wirbelstromverluste der Komponenten \mathfrak{B}_x und \mathfrak{B}_y .

Ist die Magnetisierung elliptisch und legt man die Koordinatenachsen so, daß sie die größte und kleinste Induktion enthalten, so ist:

$$B_x = B_{\max} \cdot \sin \omega t, \quad B_y = B_{\min} \cdot \cos \omega t.$$

Der zeitliche und örtliche Mittelwert der Wirbelstromverluste beträgt dann pro Volumeneinheit:

$$(12) \quad P_W = \frac{\pi^2 \Delta^2 f^2}{6\rho} (B_{\max}^2 + B_{\min}^2) = \frac{\pi^2 \Delta^2 f^2}{6\rho} B_{\max}^2 (1 + \kappa'^2)$$

oder

$$P_{\text{Wrot}} = P_{\text{Walt}} (1 + \kappa'^2),$$

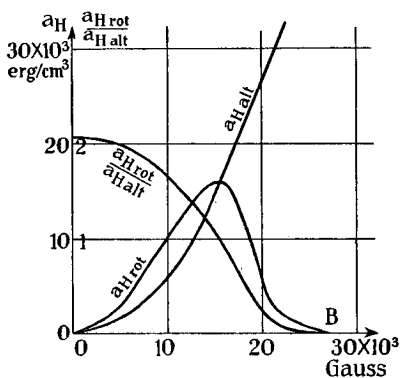
wobei $\kappa' = \frac{B_{\text{min}}}{B_{\text{max}}}$ die Elliptizität der Magnetisierung bedeutet. Bei kreisförmiger Drehmagnetisierung ($\kappa' = 1$) wird demnach der Wirbelstromverlust doppelt so groß wie bei linearer Wechselmagnetisierung ($\kappa' = 0$).

Könnte uns hier die Theorie über die Wirbelstromverluste erschöpfend Auskunft geben, so ist dies bei den Hystereseverlusten nicht der Fall. Theoretische Überlegungen können zwar zu einer vagen Vorstellung über ihr Verhalten, jedoch zu keinen quantitativen Resultaten führen. In dieser Hinsicht ist man daher völlig auf das Experiment angewiesen. Es sind daher im Laufe der letzten Jahrzehnte in dieser Richtung zahlreiche Versuche angestellt worden, die aber zu ganz verschiedenen und sich scheinbar widersprechenden Resultaten geführt haben.

So fanden Dina, Herrmann und Wecken (Lit. 8—10) bei Drehmagnetisierung dieselben Gesetzmäßigkeiten wie bei linearer Magnetisierung und nur geringe quantitative Abweichungen, während Baily, Schenkel, Planer (Lit. 11—13) und andere feststellten, daß die Hystereseverluste bei kreisförmiger Drehmagnetisierung mit der Induktion in einem ganz anderen Zusammenhang stehen und bei Sättigungen unter 10000 Gauß etwa den doppelten Wert der bei linearer Magnetisierung gemessenen erreichen. Die Ursache dieser enormen Unstimmigkeit, der zufolge die ganze Frage heute noch ungelöst ist, scheint mir hauptsächlich an zwei Orten zu liegen. Um zu eindeutigen Resultaten zu kommen, ist es in erster Linie notwendig, daß alle Elemente des verwendeten Versuchsobjektes vollständig gleich magnetisiert werden. Dieser Forderung, die bei der Wahl der Versuchsanordnung allerdings erhebliche Schwierigkeiten bereitet, ist bei sehr vielen bisherigen Untersuchungen zu wenig Rechnung getragen worden. Der zweite Faktor, dem vielfach gar keine Beachtung geschenkt wurde, ist die Elliptizität der Drehmagnetisierung. Es ist einleuchtend, daß die Hystereseverluste, wenn sie überhaupt von der Magnetisierungsart abhängig sind, mit der Elliptizität der Drehmagnetisierung in irgend einem funktionellen Zusammenhang stehen müssen, da sich ja der Übergang von der Dreh- zur linearen Wechselmagnetisierung durch fortgesetzte Ver-

kleinerung der Elliptizität stetig vollzieht. Es sind daher nur solche Resultate miteinander vergleichbar, die bei homogener Magnetisierung von gleicher Elliptizität erzielt wurden. Wenn man die bisherigen Ergebnisse unter diesem Gesichtspunkt beurteilt und vergleicht, so wird man, so verschiedenartig sie auch sind, keine Widersprüche finden können.

Alle Versuche, bei denen die Magnetisierung nachweisbar eine kreisförmig drehende war, haben gezeigt, daß die Hystereseverluste bei reiner kreisförmiger Drehmagnetisierung zwischen 15 000 und 16 000 Gauß ein Maximum besitzen, mit steigender Induktion rasch abfallen und asymptotisch dem Werte Null zustreben. Die zuverlässigste Arbeit auf diesem Gebiet ist wohl diejenige von Planer (Lit. 13), deren Resultat in der Figur 7 aufgezeichnet ist. Daraus geht hervor, daß bei Sättigungen unterhalb 15 000 Gauß, also im Gebiet, das für die drehend magnetisierten Eisenmassen elektrischer Maschinen allein in Frage kommt, die Hystereseverluste bei drehender Magnetisierung stets größer sind als bei linearer. Das Verhältnis $a_{H\text{rot}}:a_{H\text{alt}}$ beträgt bei kleinen Induktionen etwa 2 und nimmt mit wachsendem B ab.



Figur 7.

Diese Erkenntnis ist für die Berechnung der Eisenverluste in Maschinen bisher gar nicht (Arnold) oder nur sehr summarisch (Richter) verwertet worden. Einzig Ytterberg (Lit. 14) hat versucht diese Erscheinung in einer praktisch brauchbaren analytischen Form auszudrücken, indem er auf die Formel von Richter zurückgreifend die Hystereseverluste bei drehender Magnetisierung folgendermaßen formulierte:

$$(13) \quad a_{H\text{rot}} = a(1 + \kappa')B + b(1 + \kappa'^2)B^2.$$

Bei kreisförmiger Drehmagnetisierung ($\kappa' = 1$) wäre a_H darnach bei jeder Induktion doppelt so groß wie bei linearer Magnetisierung. Diese Formulierung gibt bei kreisförmiger Drehmagnetisierung die tatsächlichen Verhältnisse zwar nur näherungsweise wieder, zeichnet

sich aber aus durch ihre große Einfachheit und kann bei der Berechnung der Eisenverluste in elektrischen Maschinen, wo die Drehmagnetisierung nie kreisförmig, sondern immer mehr oder weniger elliptisch ist, doch gute Dienste leisten.

Zur weiteren Abklärung dieser Frage dienten die im experimentellen Teil beschriebenen Versuche an zwei konzentrischen Toroiden (Figur 33). Die Feldverteilung in den Toroiden entsprach dabei genau derjenigen in einer nutzenlosen Maschine. Wie im späteren Kapitel III gezeigt werden soll, gelingt es mit Hilfe der Rüdenbergschen Feldverteilungsgleichungen und dem Richterschen Ansatz die mit f wachsenden Verluste genau zu berechnen, wenn in dem zwischen den Toroiden gelegenen Luftraum ein räumlich und zeitlich sinusförmig verlaufendes Drehfeld erzeugt wird. Sie betragen dann:

$$P_H = \left[a k_a \left(\frac{B_{mi}}{10000} \right) + b k_b \left(\frac{B_{mi}}{10000} \right)^2 \right] \left(\frac{f}{100} \right) G_a \text{ Watt}, \quad (14)$$

wobei B_{mi} die Amplitude der mittleren Induktion in der neutralen Zone und G_a das Eisengewicht des Ankers (Toroides) bedeutet.

In analoger Weise werden die f^2 proportionalen Verluste mit der Gleichung

$$P_W = c k_c \left(\frac{B_{mi}}{10000} \right)^2 \left(\frac{f}{100} \right)^2 G_a \text{ Watt} \quad (15)$$

berechnet.

Die totalen Eisenverluste im äußeren Toroid betragen daher:

$$P_a = \left\{ \left[a k_{a_a} \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right) + b k_{b_a} \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \right] \left(\frac{f}{100} \right) + c k_{c_a} \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \left(\frac{f}{100} \right)^2 \right\} G_a \quad (16a)$$

und im inneren Toroid:

$$P_i = \left\{ \left[a k_{a_i} \left(\frac{B_{mii}}{10000} \right) + b k_{b_i} \left(\frac{B_{mii}}{10000} \right)^2 \right] \left(\frac{f}{100} \right) + c k_{c_i} \left(\frac{B_{mii}}{10000} \right)^2 \left(\frac{f}{100} \right)^2 \right\} G_i. \quad (16b)$$

Setzt man für B_{mii} den Ausdruck $(1-\tau) B_{mia}$, wobei τ ein experimentell zu bestimmender Streuungskoeffizient ist, so erhält man als gesamte Eisenverluste der Versuchsanordnung:

$$(16c) \quad \left\{ \begin{array}{l} P_{fe} = a \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right) \left(\frac{f}{100} \right) (k_{aa} G_a + (1-\tau) k_{ai} G_i) \\ \quad + b \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \left(\frac{f}{100} \right) (k_{ba} G_a + (1-\tau)^2 k_{bi} G_i) \\ \quad + c \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \left(\frac{f}{100} \right)^2 (k_{ca} G_a + (1-\tau)^2 k_{ci} G_i). \end{array} \right.$$

Die Faktoren k_a und k_b hängen nun in hohem Maße von den gemachten Voraussetzungen ab.

Vernachlässigt man nämlich, wie dies heute noch meistens geschieht, die Inhomogenität des Feldes im Ankerkern und setzt zudem voraus, daß die Hystereseverluste bei drehender Magnetisierung gleich denjenigen bei linearer Magnetisierung gesetzt werden können, so werden:

$$(17) \quad k_a = k_b = k_c = 1.$$

Geht man ebenfalls von der letztgenannten Annahme aus, berücksichtigt aber die Inhomogenität des Feldes nach Rüdberg, so ist:

$$(18) \quad \left\{ \begin{array}{l} k'_a = \begin{cases} \frac{2p}{(p^2-1)(\lambda+1)} \left(p + \frac{(\lambda^{2p}+1) - 2\lambda^{p+1}}{\lambda^{2p}-1} \right) & \text{bei } p > 1, \\ \frac{2}{\lambda+1} \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{\lambda^2-1} \ln \lambda \right) & \text{bei } p = 1, \end{cases} \\ k'_b = p \frac{\lambda-1}{\lambda+1} \left(\frac{\lambda^{2p}+1}{\lambda^{2p}-1} + \frac{4p\lambda^{2p}}{(\lambda^{2p}-1)^2} \ln \lambda \right), \\ k'_c = 2p \frac{\lambda-1}{\lambda+1} \cdot \frac{\lambda^{2p}+1}{\lambda^{2p}-1}. \end{array} \right.$$

Dabei ist:

$$\lambda_a = 1 + \frac{\pi \cdot h_a}{p \cdot \tau_a}, \quad \lambda_i = 1 - \frac{\pi \cdot h_i}{p \cdot \tau_i}.$$

h_a = Jochstärke des Außenankers, τ_a, τ_i = Polteilung am Luftspalt,
 h_i = Jochstärke des Innenankers, p = Polpaarzahl.

Legt man der Rechnung jedoch neben den Rüdenbergsehen Gleichungen die Ytterbergsche Gleichung (13) zugrunde, so gilt:

$$\left. \begin{aligned}
 k_a'' &= \left\{ \begin{array}{ll} \frac{4p}{(p-1)} \cdot \frac{\lambda_a^{2p} - \lambda_a^{p+1}}{\lambda_a^{2p} - 1} \cdot \frac{1}{(\lambda_a + 1)} & p > 1 \\ \frac{4}{(\lambda_a - 1)} \cdot \frac{\lambda_a^2}{(\lambda_a + 1)^2} \ln \lambda_a & p = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Außenanker,} \\ \\ \text{Innenanker,} \end{array} \\
 k_b'' &= 2p \cdot \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \cdot \frac{\lambda^{2p} + 1}{\lambda^{2p} - 1}, \\
 k_c'' &= k'_c = k_c = k'_b.
 \end{aligned} \right\} (19)$$

Beim Einsetzen der Konstruktionsdaten der Toroide und der Verlustkonstanten des Bleches (siehe Kapitel I B des experimentellen Teiles) geht die Gleichung (16c) bei $f = 50^{1/3}$ über in:

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{1. } k_a, k_b, k_c \text{ nach Gleichung (17):} \\
 P_1 = 80,4 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right) + 209 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \text{ Watt,} \\
 \text{2. } k_a, k_b, k_c \text{ nach Gleichung (18):} \\
 P_2 = 78,0 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right) + 214 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \text{ Watt,} \\
 \text{3. } k_a, k_b, k_c \text{ nach Gleichung (19):} \\
 P_3 = 102 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right) + 232 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \text{ Watt.}
 \end{array} \right\} p = 1$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{1. } P_1 = 78,2 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right) + 200 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \text{ Watt,} \\
 \text{2. } P_2 = 76,8 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right) + 235 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \text{ Watt,} \\
 \text{3. } P_3 = 119 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right) + 285 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \text{ Watt.}
 \end{array} \right\} p = 2$$

$$p = 3 \left\{ \begin{array}{l} 1. P_1 = 76,5 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right) + 193 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \text{ Watt,} \\ 2. P_2 = 75,5 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right) + 270 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \text{ Watt,} \\ 3. P_3 = 128 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right) + 355 \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \text{ Watt.} \end{array} \right.$$

Die graphische Darstellung dieser Gleichungen findet sich in den Figuren 8a, b und c, wo auch die experimentell gefundenen Werte eingetragen sind. Der Vergleich der experimentellen und berechneten Kurven zeigt sofort die große Überlegenheit der Berechnungsweise nach Gleichung (19). Die Gleichungen (17) und (18) liefern stets zu kleine Werte, eine Tatsache, die übrigens schon lange bekannt ist und die man nachträglich als Folge der Bearbeitung zu erklären versuchte. Diese Auffassung wird aber durch die in Figur 8 niedergelegten Versuchsergebnisse widerlegt. Bei der quantitativen Auswertung der Meßresultate erkennt man nämlich, daß der Unterschied zwischen den gemessenen und den nach Gleichung (17) oder (18) berechneten Werten mit wachsender Polzahl, d. i. mit steigender Elliptizität der Drehmagnetisierung zunimmt, während der Einfluß der Bearbeitung von der Polzahl unabhängig sein mußte.

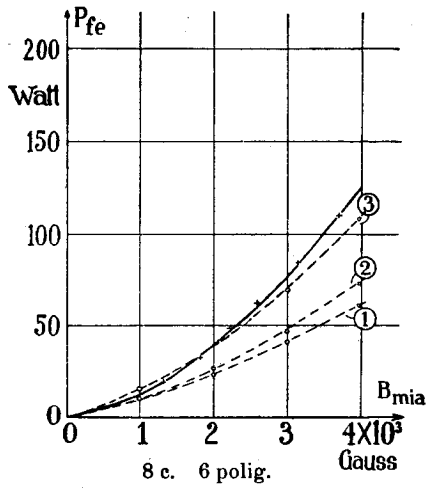
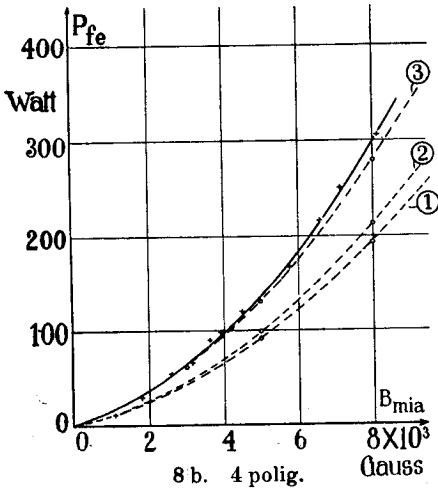
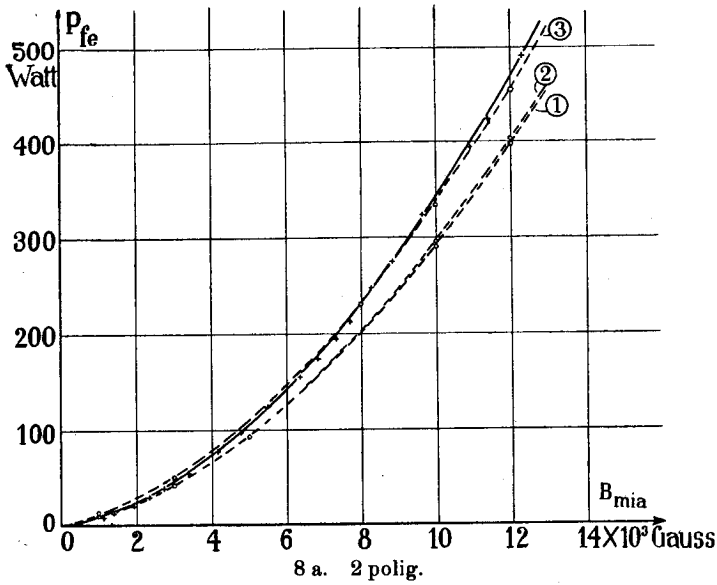
Zu demselben Resultat führt auch die folgende Untersuchung: Besteht im Luftspalt zwischen den Toroiden ein räumlich sinusförmig verteiltes Wechselfeld, so tritt überall lineare Magnetisierung auf, so daß die exakte Berechnung der B^2 proportionalen Verluste auf die Gleichung:

$$P_2 \sim = \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \left(\frac{f}{100} \right) \left(\frac{k'_{b'a} G_a + (1-\tau)^2 k'_{b'i} G_i}{2} \right) \left[b + c \left(\frac{f}{100} \right) \right]$$

führt.

Erregt man nun ein Drehfeld gleicher Polzahl, Frequenz und Amplitude, so betragen die entsprechenden Verluste bei Verwendung der Gleichung (18):

$$P'_{2A} = \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \left(\frac{f}{100} \right) \left\{ b(k'_{b'a} G_a + (1-\tau)^2 k'_{b'i} G_i) + \left(\frac{f}{100} \right) c(k'_{b'a} G_a + (1-\tau)^2 k'_{b'i} G_i) \right\}$$



Figur 8. Eisenverluste in zwei konzentrischen Toroiden.

-- Gemessene Werte,
 —○— berechnete Werte,

- ① { ohne Berücksichtigung der Inhomogenität,
 ohne Berücksichtigung der Drehmagnetisierung,
 ② { mit Berücksichtigung der Inhomogenität,
 ohne Berücksichtigung der Drehmagnetisierung,
 ③ { mit Berücksichtigung der Inhomogenität,
 mit Berücksichtigung der Drehmagnetisierung.

und nach Gleichung (19):

$$P_{2A}'' = \left(\frac{B_{mia}}{10000} \right)^2 \left(\frac{f}{100} \right) (k_{ba}'' G_a + (1-\tau)^2 k_{bi}'' G_i) \left[b + c \left(\frac{f}{100} \right) \right].$$

Entsprechend stellt sich das Verhältnis $\left(\frac{P_{2A}}{P_{2\sim}} \right)$ auf:

$$\left(\frac{P_{2A}'}{P_{2\sim}'} \right) = 2 \left\{ \frac{k_{ba}' G_a + (1-\tau)^2 k_{bi}' G_i}{k_{ba}'' G_a + (1-\tau)^2 k_{bi}'' G_i} \cdot \frac{b}{b + c \left(\frac{f}{100} \right)} + \frac{c \left(\frac{f}{100} \right)}{b + c \left(\frac{f}{100} \right)} \right\},$$

$$\left(\frac{P_{2A}''}{P_{2\sim}''} \right) = 2 = \text{konstant.}$$

Setzt man die Konstruktionsdaten des Versuchsobjektes in diese Gleichungen ein, so erhält man:

p	$=$	1	2	3
$\left(\frac{P_{2A}'}{P_{2\sim}'} \right)$	$=$	1,85	1,65	1,48
$\left(\frac{P_{2A}''}{P_{2\sim}''} \right)$	$=$	2	2	2

Andererseits lassen sich diese Quotienten auch aus den Versuchsergebnissen berechnen. Die Auswertungen ergeben für $\left(\frac{P_{2A}}{P_{2\sim}} \right)$ bei allen Polzahlen und Sättigungen einen nur innerhalb der Meßgenauigkeit variierenden Wert, der im Mittel 1,94 beträgt. Eine Gegenüberstellung mit den berechneten Werten zeigt wieder die Unzulänglichkeit der Gleichung (18) und liefert zugleich eine genügende Bestätigung der der Gleichung (19) zugrunde gelegten Annahme. Da die Verlustmessungen unmittelbar nacheinander am gleichen und unveränderten Versuchsobjekt gemacht wurden, müssen sich allfällige Bearbeitungskoeffizienten bei der Quotientenbildung aufheben, so daß bei dieser Untersuchung der Einfluß der Bearbeitung vollständig eliminiert ist.

Diese beiden Vergleiche zwischen Theorie und Experiment weisen somit eindeutig darauf hin, daß der Unterschied in den Eisenverlusten bei linearer und drehender Magnetisierung auch bei den Messungen

an elektrischen Maschinen feststellbar ist und daß das Versagen der üblichen Berechnungsarten im wesentlichen auf die dabei vorgenommene Vernachlässigung dieses Unterschiedes zurückzuführen ist.

Beide Untersuchungen zeigen aber auch, daß der Ansatz der Gleichung (13) bei der Berechnung der Hystereseverluste in elektrischen Maschinen, wo die Magnetisierung stets elliptisch und in bezug auf Intensität und Elliptizität inhomogen ist, zu recht befriedigenden Resultaten führt, obwohl er für den in der Praxis nicht auftretenden Fall der homogenen kreisförmigen Drehmagnetisierung nur eine recht grobe Annäherung darstellt.

Überlagerung von zwei Drehinduktionen ungleicher Frequenz.

Es kommt in der Technik häufig vor, daß sich zwei in der Regel elliptisch verlaufende Drehinduktionen von ungleicher Frequenz überlagern. So wird beispielsweise das Joch eines in einem elliptischen Dreh- oder Wechselfeld rotierenden Ankers auf diese Weise magnetisiert. Der analoge Fall bei linearer Magnetisierung ist in dieser Arbeit bereits eingehend untersucht und beschrieben worden. Da entsprechende Untersuchungen bei drehender Induktion wegen der Inhomogenität der Feldverteilung nicht möglich sind, wurden die dort gefundenen Resultate zunächst auf den Fall der Drehmagnetisierung übertragen. Der Vergleich zwischen den auf diese Art berechneten und den gemessenen Werten (siehe Abschnitt D 4) lehrt, daß diese Übertragung ohne weiteres zulässig ist. Es ist also auch hier gestattet, die Eisenverluste der beiden Induktionskomponenten einzeln auszurechnen und algebraisch zu addieren, wobei bei genauen Rechnungen das in B lineare Glied mit dem Faktor k_s [Gleichung (11)] zu korrigieren ist.

Läßt man die Elliptizität der einen Induktion zu Null werden, so tritt Überlagerung einer Dreh- und einer Wechselmagnetisierung ein.

Nimmt eine der beiden Frequenzen den Wert Null an, so handelt es sich um die Superposition einer Drehinduktion und einer in bezug auf Größe und Richtung konstanten Sättigung. Diese Magnetisierungsart tritt z. B. im Joch eines Rotors, der sich mit synchroner Drehzahl in einem elliptischen Dreh- oder Wechselfeld bewegt, auf.

Die beschriebene Berechnungsweise behält auch in solchen Spezialfällen ihre Gültigkeit.

c) Die Abhängigkeit vom zeitlichen Verlauf der Induktion.

Für die Berechnung der Eisenverluste wird gewöhnlich vorausgesetzt, daß der zeitliche Verlauf der Induktion und damit auch der induzierten Spannung ein sinusförmiger sei. Nach den Normalien des VDE beziehen sich denn auch alle Konstanten zur Charakterisierung der Blechqualität auf sinusförmige Induktions- und Spannungskurven. Da der tatsächliche Verlauf der Induktion in der Praxis oft erheblich vom sinusförmigen abweicht, ist es nötig den Einfluß dieser Abweichung auf die Eisenverluste zu kennen.

Aus der bekannten Erscheinung der magnetischen Trägheit läßt sich schließen, daß die Hystereseverluste bei spitzen Induktionskurven größer sein müssen als bei flachen Kurven gleicher Amplitude. Entsprechend müßten also die Hystereseverluste mit wachsendem Formfaktor der induzierten Spannung abnehmen. Dieser Zusammenhang ist auch experimentell festgestellt worden (Lit. 5 und 15). Der Unterschied der bei extrem flachen und bei extrem steilen Spannungskurven gemessenen Hystereseverluste ist jedoch so klein, daß selbst die sorgfältigsten Versuche zu keinem zuverlässigen quantitativen Ergebnis führen. Für die praktische Vorausberechnung der f proportionalen Eisenverluste bedeutet dies, daß für sie die Form der Spannungskurve bedeutungslos ist, solange dieselbe während eines Zyklus nicht mehr als zwei Nullstellen aufweist.

Die theoretisch abgeleitete Gleichung (4) zeigt, daß die Wirbelstromverluste dem Quadrat des Formfaktors der induzierten Spannung proportional sind. Der theoretische Wirbelstromkoeffizient ist daher allgemein:

$$(20) \quad \sigma_w = \sigma_{w \sin} \left(\frac{k_f}{1,11} \right)^2.$$

Diese für σ_w geltende Beziehung darf streng genommen nur dann auf den Koeffizienten c der f^2 proportionalen Verluste übertragen werden, wenn diese tatsächlich keine Hystereseverluste enthalten.

Die Abweichung des Faktors $\left(\frac{k_f}{1,11} \right)$ von der Einheit ist jedoch meistens so gering, daß Gleichung (20) ohne Beeinträchtigung der Genauigkeit auf alle mit f^2 wachsenden Verluste angewendet werden kann.

d) Die Abhängigkeit von der Blechstärke.

Die Hysterese ist als reine Materialeigenschaft von der chemischen Zusammensetzung und dem physikalischen Zustand, jedoch nicht von der geometrischen Form abhängig. Die Blechstärke kann daher auf die f proportionalen Verluste keinen Einfluß haben, was auch experimentell mehrfach festgestellt worden ist.

Wie die theoretische Ableitung zeigt, nehmen dagegen die Wirbelstromverluste mit dem Quadrat der Blechstärke zu, solange die Rückwirkung der Wirbelströme vernachlässigbar ist. Dies braucht nun aus den vorerwähnten Gründen nicht auch für die mit f^2 wachsenden Verluste zuzutreffen. Tatsächlich hat auch der einzige veröffentlichte Versuch, der bei gleichem Material und verschiedenen Blechstärken durchgeführt worden ist (Lit. 2), gezeigt, daß die f^2 proportionalen Verluste bei $\Delta = 0,61$ mm nur das 2,25fache derjenigen bei $\Delta = 0,34$ mm betragen. Da der experimentelle Koeffizient c mit dem theoretischen Wirbelstromkoeffizienten σ_w ohnehin nicht übereinstimmt, kommt diese Ungleichheit in ihrer Abhängigkeit von der Blechstärke weiter nicht überraschend. Der Zusammenhang zwischen der Blechstärke und den f^2 proportionalen Eisenverlusten ist demnach unbekannt, so daß der Koeffizient c für jede Blechstärke frisch bestimmt werden muß.

e) Die Abhängigkeit von der Bearbeitung.

Es ist eine bekannte Tatsache, daß die Eisenverluste durch die Bearbeitung vergrößert werden. Bei der Vorausberechnung der Verluste wird diese Vergrößerung dadurch berücksichtigt, daß alle Gleichungen mit sogenannten Bearbeitungsfaktoren versehen werden. Daß der Einfluß der Bearbeitung auch heute noch wenig erforscht ist, geht schon daraus hervor, daß man in der Literatur für den Bearbeitungsfaktor alle zwischen 1 und 3 liegenden Zahlenwerte angeführt findet. Es ist einleuchtend, daß der Bearbeitungsfaktor keine Konstante sein kann, sondern von Fall zu Fall verschiedene Werte annehmen wird. Der Einfluß der Bearbeitung wird ferner weder genau vorausberechnet noch in einer mathematischen Formel ausgedrückt werden können. Man wird daher bei der Festsetzung der Bearbeitungsfaktoren stets auf die Resultate von Untersuchungen an gleich oder zum mindesten ähnlich beschaffenen Objekten angewiesen

sein. Bei der Beurteilung solcher Versuchsergebnisse ist es jedoch notwendig den Einfluß der Bearbeitung von allen anderen Einflüssen zu trennen, was mitunter erhebliche Schwierigkeiten bereiten kann.

Die Vergrößerung betrifft erfahrungsgemäß sowohl die Wirbelstromverluste als auch die Hystereseverluste. So übereinstimmend das Verhalten dieser beiden Verlustarten ist, so verschieden sind dessen Ursachen. Während die Vergrößerung der Wirbelstromverluste eine Folge der teilweisen Zerstörung und Überbrückung der Isolation der einzelnen Bleche ist, ist die Erhöhung der Hystereseverluste auf die durch die Bearbeitung verursachte Verschlechterung des Materials an den Blechrändern zurückzuführen. Dies geht aus der wiederholt gemachten Beobachtung hervor, daß der Einfluß der Bearbeitung auf die Hystereseverluste um so größer ist, je größer die bearbeitete Oberfläche im Vergleich zum magnetisierten Eisenvolumen ist. So zeigen die später beschriebenen Versuche, daß der Bearbeitungsfaktor für die unmittelbar oder sehr nahe an der Oberfläche auftretenden Oberflächen- und Zahnpulsationshystereseverluste etwa den Wert 2 annimmt, während er für die im ganzen Ankervolumen vorkommenden Hystereseverluste des Hauptfeldes nur etwa 1,2 beträgt.

Die Theorie lehrt, daß für den Fall, daß zwei benachbarte Bleche sich längs des Umfanges berühren, der Wirbelstromverlust schon den vierfachen Betrag erreichen müßte. Die auf Grund solcher Überlegungen gemachten Schätzungen führen aber immer auf viel zu große Bearbeitungsfaktoren. Es wird dabei übersehen, daß sich zwei Bleche selten längs des ganzen Umfanges berühren, und daß bei eingetretener Berührung der Übergangswiderstand so groß ist, daß zwischen den Blechen nur minime oder gar keine Ströme zirkulieren können. Es mögen daher nachstehend einige diesbezügliche Versuchsergebnisse mitgeteilt werden:

1. Zur Feststellung der Konstanten einer Blechsorte wurden 60 0,5 mm starke Blechringe, die einseitig mit dünnem Seidenpapier beklebt waren, so aufeinander geschichtet, daß die Berührung zweier benachbarter Bleche durch 0,2 mm dicke Papierzwischenlagen gänzlich verhindert wurde. Nach der Messung der Eisenverluste wurden dieselben Ringe ohne Papierzwischenlage zu einem gleichen Toroid vereinigt und mäßig gepreßt (Papierfüllfaktor = 0,82); die Probe mit einer Prüflampe zeigte dabei, daß alle Bleche miteinander leitend verbunden waren. Die nach derselben Methode, mit denselben

Instrumenten und unter gleichen äußeren Verhältnissen wiederholte Messung zeitigte keine meßbare Vergrößerung der Verluste.

2. Aus denselben Blechtafeln waren Bleche für einen ungenutzten Rotor gestanzt und ohne weitere Zwischenlagen geschichtet und gepreßt worden, daß der Papierfüllfaktor 0,9 betrug. Die an diesem Rotor gemessenen Eisenverluste waren bei allen Frequenzen und Sättigungen etwa 10% größer, als die nach der Rechnung zu erwartenden. Aus der Konstanz dieser Differenz kann geschlossen werden, daß sie auf die Bearbeitung zurückzuführen ist. Dieser Rotor wurde hierauf mit einer Schmirgelscheibe so stark überschliffen, daß er äußerlich den Eindruck einer homogenen Eisenmasse erweckte. Die Vergrößerung der Eisenverluste durch diese sehr intensive Bearbeitung erreichte bei kleinen Sättigungen 15% und sank mit wachsender Induktion bis auf 8%. Dieser überaus instructive Versuch zeigt deutlich, daß der Einfluß der Bearbeitung im allgemeinen sehr stark überschätzt wird.

Die Auswertung von in der Folge beschriebenen Messungen hat ergeben, daß bei der Berechnung der Eisenverluste in den Ankern von kleinen und mittleren Maschinen mit einem Bearbeitungsfaktor von 1,2 bis höchstens 1,3 zu rechnen ist.

f) Andere Einflüsse.

Mechanische oder thermische Einwirkungen von außen können die magnetischen Eigenschaften und damit die Verluste des Eisens ebenfalls beeinflussen.

So zeigt sich bei zunehmender Temperatur zuerst ein leichtes Ansteigen der Permeabilität bis ca. 780 °C, dann wird das Eisen plötzlich unmagnetisch. Entsprechend weisen die Hystereseverluste bis zu dieser Temperatur eine konstante Zunahme auf, die jedoch bei 700 °C noch weniger als 20% beträgt. Umgekehrt zeigen die verschiedenen Eisensorten bei -192 °C kein einheitliches Verhalten; es sind sowohl Zunahmen als auch Abnahmen der Hystereseverluste konstatiert worden, und zwar innerhalb der Grenzen von $\pm 10\%$ (Lit. 16). Die Relation zwischen Temperatur und spezifischem Widerstand kann bekanntlich durch die lineare Gleichung

$$\varrho_{\tau} = \varrho_0 (1 + \alpha \tau^0)$$

ausgedrückt werden. Widerstandsmessungen bei Temperaturen von 20, 70 und 100 °C lieferten für den Temperaturkoeffizienten den Wert:

$$\alpha = 1,42 \cdot 10^{-3} / ^\circ\text{C}.$$

Bei einer zulässigen Eisentemperatur von 100 °C betragen demnach die Wirbelstromverluste nur noch 88 % derjenigen bei Zimmertemperatur. Es ist daher zweckmäßig die experimentelle Bestimmung von Wirbelstromkoeffizienten bei der Temperatur vorzunehmen, die das Eisen betriebsmäßig annehmen wird. Aus dem gleichen Grund ist bei genauen Eisenverlustmessungen auf die Konstanthaltung der Temperatur alle Sorgfalt zu verwenden.

Rein mechanische Einwirkungen können besonders in schwachen magnetischen Feldern die Hystereseverluste beeinflussen. So wirken Erschütterungen im Sinne einer Verkleinerung derselben; starke Beanspruchung des Materials auf Zug hat dieselbe, starke Druckbeanspruchung die gegenteilige Wirkung.

In diesem Zusammenhang muß auch die Erscheinung des Alterns des Eisens erwähnt werden. Sie äußert sich in einer bleibenden Vergrößerung der Eisenverluste bei dauernder magnetischer Beanspruchung und mäßiger Erwärmung des Materials. Durch geeignete thermische und mechanische Vorbehandlung ist es in neuerer Zeit gelungen diese Verschlechterung der Blechqualität auf ein Minimum zu reduzieren.

Alle diese äußeren Einflüsse sind experimentell nur schwer und rechnerisch überhaupt nicht erfaßbar. Sie können daher bei der Vorausberechnung der Eisenverluste nicht berücksichtigt werden. Ihre Bedeutung für das Gesamtergebnis ist normalerweise so gering, daß diese Vernachlässigung auch gerechtfertigt ist.

g) Die Rückwirkung der Wirbelströme.

In allen bisherigen Ableitungen ist die Rückwirkung der Wirbelströme vernachlässigt worden. Die Wirbelströme haben eine mehr oder weniger ausgeprägte Inhomogenität der Feldverteilung innerhalb der einzelnen Bleche zur Folge. Unter der Voraussetzung örtlicher und zeitlicher Konstanz der Permeabilität und des spezifischen Widerstandes und unter Vernachlässigung der quer zum Blech verlaufenden Wirbelströmung kann die Feldverteilung innerhalb eines

Bleches mathematisch formuliert werden (Lit. 17 bis 19). Aus den Maxwell'schen Gleichungen folgt nämlich (Figur 9):

$$\mathfrak{B}_z = \mathfrak{B}_a \sqrt{\frac{\cos 2 a a_1 z + \cos 2 a a_2 z}{\cos a_1 \xi + \cos a_2 \xi}} e^{j(\varphi_z - \varphi_a)}, \quad (21)$$

wobei:

$$\operatorname{tg} \varphi_z = \operatorname{tg}(a_2 a z) \cdot \operatorname{Tg}(a_1 a z),$$

$$\operatorname{tg} \varphi_a = \operatorname{tg}\left(a_2 \frac{\xi}{2}\right) \cdot \operatorname{Tg}\left(a_1 \cdot \frac{\xi}{2}\right),$$

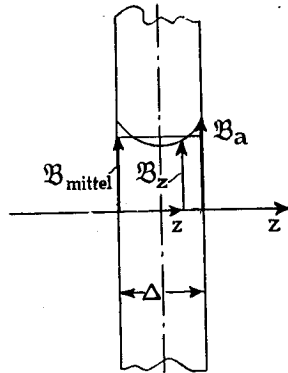
$$a = \sqrt{\frac{\pi \gamma f}{\varrho}},$$

$$\xi = a \cdot \Delta,$$

$$a_1 = \cos \frac{\psi_H}{2} - \sin \frac{\psi_H}{2},$$

$$a_2 = \cos \frac{\psi_H}{2} + \sin \frac{\psi_H}{2},$$

$$\sin \psi_H = \frac{a'_H}{B_{\max} \cdot H_{\max} \cdot \pi}.$$



Figur 9.

Dabei bedeutet ψ_H den sogenannten Hysteresewinkel, d. h. den Phasenwinkel, den die Induktion bei Abwesenheit von Wirbelströmen mit der ersten Harmonischen des Magnetisierungsstromes einschließen würde. Dieser Winkel ist im allgemeinen eine Funktion der Induktion.

Wie aus der Gleichung (21) erkennbar ist, äußert sich die Rückwirkung der Wirbelströme

1. in einer Verdrängung des Flusses an die Blechränder,
2. in einer von außen nach innen zunehmenden Phasennacheilung der Induktion.

Diese Erkenntnis kann nun bei der Berechnung der Eisenverluste berücksichtigt werden. Setzt man im Intervall zwischen $B_{z=0}$ und $B_{z=\frac{\Delta}{2}}$ die Hystereseverluste dem Quadrat der Induktion proportional, so erhält man als Hysteresearbeit pro Zyklus und Volumeneinheit:

$$a'_H = k_H \frac{2}{\Delta} \int_0^{\frac{\Delta}{2}} B_z^2 dz,$$

$$a'_H = k_H B_{\text{mittel}}^2 \left[\frac{\xi}{2} \cdot \frac{1}{a_2} \frac{\sin a_2 \xi + \frac{1}{a_1} \sin a_1 \xi}{\cos a_2 \xi - \cos a_1 \xi} \right] = k_H B_{\text{mittel}}^2 f_H. \quad (22)$$

Wendet man die Gleichung $\operatorname{rot} \mathfrak{H} = j$ auf Gleichung (21) an und bedenkt, daß $\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{B}}{\gamma}$ und $p'_W = j^2 \varrho$ ist, so werden die Wirbelstromverluste:

$$(23) \quad \left\{ \begin{aligned} p'_W &= \frac{\pi}{\gamma} f \cdot B_{\text{mittel}}^2 \frac{\xi}{2} \left\{ \frac{\frac{1}{a_2} \sin a_2 \xi - \frac{1}{a_1} \sin a_1 \xi}{\cos a_2 \xi - \cos a_1 \xi} \right\} \\ &= \frac{\pi^2}{6 \varrho} B_{\text{mittel}}^2 f^2 \Delta^2 \left\{ \frac{3}{\xi} \cdot \frac{\frac{1}{a_2} \sin a_2 \xi - \frac{1}{a_1} \sin a_1 \xi}{\cos a_2 \xi - \cos a_1 \xi} \right\} = (\sigma_W B_{\text{mittel}}^2 f^2) f_W. \end{aligned} \right.$$

Der Einfluß der Wirbelströme kann also durch die Faktoren

$$f_H = \frac{\xi}{2} \left\{ \frac{\frac{1}{a_2} \sin a_2 \xi + \frac{1}{a_1} \sin a_1 \xi}{\cos a_2 \xi - \cos a_1 \xi} \right\}$$

$$f_W = \frac{3}{\xi} \left\{ \frac{\frac{1}{a_2} \sin a_2 \xi - \frac{1}{a_1} \sin a_1 \xi}{\cos a_2 \xi - \cos a_1 \xi} \right\}$$

berücksichtigt werden. Die Vernachlässigung der Rückwirkung ist daher gleichbedeutend mit der Annahme:

$$f_H = f_W = 1.$$

Es soll nun untersucht werden, ob und wie weit diese Annahme berechtigt ist. Die Konstanten des untersuchten Materials bei $B = 10000$ Gauß und $f = 100$ Hertz betragen:

$$\begin{aligned} \Delta &= 0,05 \text{ cm}, & \psi_H &= 16^\circ 50', \\ \gamma &= 2,28 \cdot 10^{-5} \text{ Henry/cm}, & a_1 &= 0,843, \\ \varrho &= 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ Ohm cm}, & a_2 &= 1,135. \end{aligned}$$

Daraus ergeben sich für

$$\begin{aligned} \alpha &= 14,3 \text{ cm}^{-1} & \xi &= 0,715 \\ f_H &= 1,0016 & f_W &= 0,986. \end{aligned}$$

Der durch die Vernachlässigung der Wirbelströme hervorgerufene Fehler beträgt also bei $f = 100$ Hertz erst 0,16 % bei den Hysterese- und 1,4 % bei den Wirbelstromverlusten. Da f_H und f_W im entgegengesetzten Sinne von der Einheit abweichen, ist der Fehler in den Gesamtverlusten noch geringer. Dies bedeutet für die Praxis, daß beim Berechnen der Eisenverluste in normalen niederfrequenten Maschinen $f_H = f_W = 1$ gesetzt werden darf, wenn es sich um die

Verluste des Grundfeldes handelt. Die Rückwirkung ist dagegen zu berücksichtigen bei der Ermittlung der durch die Nutung bedingten sogenannten Zusatzverluste, deren Frequenz das 10- bis 30fache der Grundfrequenz beträgt.

II. Die Eisenverluste im inhomogenen Feld.

Um die Eisenverluste in einem inhomogenen Feld berechnen zu können, müssen die für das homogene Feld aufgestellten Gesetze in differentieller Form angewendet werden. Der totale Eisenverlust im magnetisierten Eisenvolumen V beträgt dann:

$$P_{fe} = \int p_{fe} dV. \quad (24)$$

Dabei ist der spezifische Eisenverlust p_{fe} an jeder Stelle eine Funktion der Induktionsamplitude B und der Ummagnetisierungsfrequenz f . B und f sind aber ihrerseits wieder Ortsfunktionen, so daß auch p_{fe} im inhomogenen Feld eine Funktion des Ortes ist. Da p_{fe} , B und f durch bereits bekannte Beziehungen miteinander verknüpft sind, stellt sich bei der Lösung der Gleichung (24) zunächst die Aufgabe, B und f als Funktionen des Ortes graphisch oder analytisch darzustellen. Für die Berechnung von p_{fe} aus B und f ist in solchen Fällen die Richtersche Gleichung (8) dem Steinmetzschen Ansatz vorzuziehen, da sie sehr häufig eine einfache analytische Integration der Gleichung (24) zuläßt, während der gebrochene Steinmetzsche Exponent die analytische Methode von vorneherein ausschließt.

Das Problem, die Eisenverluste eines inhomogen magnetisierten Eisenkörpers zu berechnen, tritt in der Praxis recht häufig auf, nämlich überall da, wo die Eisenverluste einer rotierenden Maschine oder eines Drehtransformators zu bestimmen sind. Es soll daher auf diesen Fall näher eingegangen werden.

III. Die Eisenverluste in elektrischen Maschinen.

A. Voraussetzungen.

Um das Gebiet der Eisenverluste in elektrischen Maschinen einer mathematischen Behandlung zugänglich zu machen und zu Endergebnissen zu kommen, die noch so übersichtlich sind, daß sie der

Praxis zur Vorausberechnung der Eisenverluste dienen können, ist es notwendig von einigen Voraussetzungen auszugehen, die in Wirklichkeit nicht immer genau erfüllt sind.

Die erste dieser Voraussetzungen besteht in der Annahme, daß, abgesehen von den auftretenden Nutenharmonischen, die Induktion im Luftspalt stets sinusförmig über die Polteilung verteilt sei. Jeder Strang einer verteilten Erregerwicklung liefert bekanntlich eine treppenförmig ansteigende, trapezförmige MMK-Kurve. Setzt man diese Kurven der einzelnen Phasen einer mehrphasigen Maschine zu einer resultierenden MMK-Kurve zusammen, so nähert sich diese und damit auch die Kurve der Induktion, die sogenannte Feldkurve, um so mehr der Sinusform, je mehr Phasen vorhanden sind. Die gemachte Annahme ist daher in den mehrphasigen Drehfeldmaschinen sehr weitgehend verwirklicht. Aber auch bei Einphasenmaschinen mit verteilter Erregerwicklung und dreieck- oder trapezförmiger MMK-Kurve bewirkt der Einfluß der Sättigung eine starke Annäherung der Feldkurve an die Sinusform. In Maschinen mit ausgeprägten Polen ist man bestrebt, durch zweckentsprechende Wahl der Polschuhformen in Verbindung mit der Kompensation des Ankerfeldes diese Bedingung zu erfüllen.

In zweiter Linie sei vorausgesetzt, daß die den Maschinen aufgedrückten Wechselspannungen zeitlich rein sinusförmig verlaufen. Diese Voraussetzung darf man heute allgemein als erfüllt betrachten. Da, wie oszillographische Aufnahmen zeigen, der Magnetisierungsstrom auch bei starken Eisensättigungen noch sinusförmig verläuft, muß auch die in der Maschine induzierte Gegen-EMK Sinusform annehmen.

Im ferneren soll bei der Berechnung der Eisenverluste des Grundfeldes auf die Rückwirkung der Wirbelströme nicht Bedacht genommen werden, was, wie bereits gezeigt wurde, zulässig ist, solange es sich um Niederfrequenzmaschinen handelt.

B. Die magnetischen Felder im Luftspalt elektrischer Maschinen.

Die Induktion im Luftspalt bildet stets den Ausgangspunkt der Berechnung einer elektrischen Maschine; auch bei experimentellen

Untersuchungen ist diese die am schnellsten und leichtesten bestimmbare magnetische Größe. Es ist daher naheliegend, die Feldverteilung im Luftspalt auch als Ausgangspunkt sowohl für die Berechnung als auch für die experimentelle Bestimmung der Eisenverluste zu wählen.

Das Feld im Luftspalt einer elektrischen Maschine kann ein Dreh-, Wechsel- oder Gleichfeld sein. Form, Größe (Intensität) und Winkelgeschwindigkeit des Drehfeldes sind während eines Zyklus im allgemeinen variabel; die Spitze des Drehfeldvektors, der definitionsgemäß zu jeder Zeit Größe und Richtung der maximalen Luftspaltinduktion anzeigt, kann eine beliebige in sich geschlossene Kurve beschreiben. Unter den im vorigen Abschnitt gemachten Voraussetzungen werden jedoch die Drehfelder entweder zu elliptischen oder kreisförmigen; d. h., die Spitze ihrer Vektoren beschreiben Ellipsen oder Kreise. Elliptische Drehfelder bestehen betriebsmäßig in den Lufträumen von einphasigen Induktions- und Repulsionsmotoren, kreisförmige in allen mehrphasigen Maschinen mit oder ohne Kollektor, sowie in den Einphasengeneratoren mit Dämpferwicklung. Die geringste Unsymmetrie in der räumlichen Anordnung der Wicklungen oder in der Größe oder gegenseitigen Phasenverschiebung der aufgedrückten Spannungen deformiert das kreisförmige Drehfeld zu einem elliptischen. Durch die gemachten Voraussetzungen ist auch die Gestalt und der zeitliche Verlauf eines Wechselfeldes eindeutig festgelegt. Reine Wechselfelder treffen wir im Luftspalt einphasiger Seriomotoren, während das Gleichfeld der Gleichstrommaschine und dem Einankerumformer reserviert bleibt.

Die Berechnung der Eisenverluste gestaltet sich am einfachsten, wenn im Luftspalt ein kreisförmiges Drehfeld besteht. Diesem Spezialfall kommt auch in der Praxis die größte Bedeutung zu. Andererseits ist es eine bekannte Tatsache, daß sich sowohl das elliptische Drehfeld als auch das Wechselfeld durch Superposition zweier gegenläufiger kreisförmiger Drehfelder darstellen läßt. Selbst das Gleichfeld läßt sich als kreisförmiges Drehfeld mit der Winkelgeschwindigkeit Null auffassen. Diese Gründe lassen es zweckmäßig erscheinen, zunächst die Maschinen mit kreisförmigem Drehfeld zu behandeln und dann auf den allgemeineren Fall der elliptischen Drehfelder, der Wechselfelder und schließlich der Gleichfelder überzugehen.

C. Die Eisenverluste in Maschinen mit kreisförmigem Drehfeld.

1. Das kreisförmige Drehfeld.

Das Charakteristikum des kreisförmigen Drehfeldes ist seine Unveränderlichkeit und die Konstanz seiner Winkelgeschwindigkeit. Seine Vektorgleichung lautet:

$$\underline{\mathfrak{B}_{\varphi, t} = B_{\max} e^{j(\omega t - p\varphi)}}.$$

Sowohl der zeitliche Verlauf der Induktion an der Stelle $\varphi = \varphi_1$:

$$\mathfrak{B}_{\varphi_1, t} = B_{\max} \cdot e^{-jp\varphi_1} \cdot e^{j\omega t} = \mathfrak{B}_{\varphi_1} \cdot e^{j\omega t}; \quad |\mathfrak{B}_{\varphi_1}| = B_{\max},$$

als auch die örtliche Feldverteilung zur Zeit $t = t_1$:

$$\mathfrak{B}_{\varphi, t_1} = B_{\max} \cdot e^{j\omega t_1} \cdot e^{-jp\varphi} = \mathfrak{B}_{t_1} \cdot e^{-jp\varphi}; \quad |\mathfrak{B}_{t_1}| = B_{\max},$$

sind reine Sinusfunktionen der unveränderlichen Amplitude B_{\max} .

2. Die Feldverteilung in einem ungenuteten Anker.

Thornton (Lit. 20) hat gezeigt, daß die Induktionsverteilung im Joch eines genuteten Ankers im wesentlichen dieselbe ist, wie diejenige in einem ungenuteten Anker. Es soll daher zuerst die Feldverteilung in einem glatten Anker untersucht werden, um dann das gefundene Resultat auf jenen praktisch wichtigeren Fall übertragen zu können.

a) Die Rüdenbergschen Feldverteilungsgleichungen.

Rüdenberg (Lit. 21) hat als erster die Feldverteilung in einem glatten Anker theoretisch behandelt. Auf Grund der Gleichung:

$$\operatorname{div} \mathfrak{B} = 0$$

und den zusätzlichen Annahmen, daß die Wirbelströme zu vernachlässigen seien:

$$\operatorname{rot} \mathfrak{H} = 0,$$

und die Permeabilität einen örtlich und zeitlich konstanten Wert γ besitze:

$$\gamma \cdot \operatorname{rot} \mathfrak{H} = \operatorname{rot} \mathfrak{B} = 0,$$

erhält man als Gleichungen für:

die Radialkomponente der Induktion (Figur 10):

$$\mathfrak{B}_{\text{rad}} = \frac{1}{r} (\mathfrak{A} r^p - \mathfrak{C} r^{-p}) \varepsilon^{-j p \varphi}$$

und die Tangentialkomponente:

$$\mathfrak{B}_{\text{tang}} = -j \frac{1}{r} (\mathfrak{A} r^p + \mathfrak{C} r^{-p}) \varepsilon^{-j p \varphi}.$$

Aus den Grenzbedingungen, daß am Luftspalt:

$$r = R_1: \mathfrak{B}_{\text{rad}} = \mathfrak{B}_1 = f(\varphi_1),$$

$$\varphi_1 = \varphi + \omega_m t,$$

und an der anderen Begrenzung:

$$r = R_2: \mathfrak{B}_{\text{rad}} = 0$$

erhält man:

$$\mathfrak{A} = \frac{R_1^{1-p}}{1 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{2p}} \cdot B_{1\text{max}} \left(\frac{R_1}{R_1} \cdot \frac{l_i}{l_e}\right) \varepsilon^{j(\omega - \omega_m)t} = A \varepsilon^{j(\omega - \omega_m)t}, \quad (25 a)$$

$$\mathfrak{C} = \frac{R_1^{1+p}}{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{2p} - 1} \cdot B_{1\text{max}} \left(\frac{R_1}{R_1} \cdot \frac{l_i}{l_e}\right) \varepsilon^{j(\omega - \omega_m)t} = C \varepsilon^{j(\omega - \omega_m)t}, \quad (25 b)$$

$$\mathfrak{B}_{\text{rad}} = \frac{1}{r} (A r^p - C r^{-p}) \varepsilon^{j[(\omega - \omega_m)t - p\varphi]}, \quad (26)$$

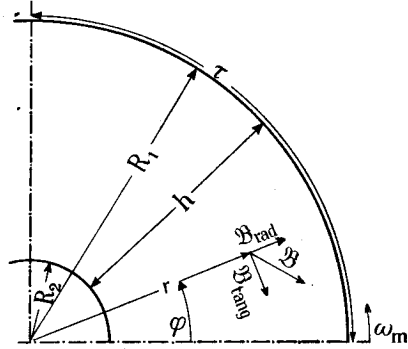
$$\mathfrak{B}_{\text{tang}} = j \frac{1}{r} (A r^p + C r^{-p}) \varepsilon^{j[(\omega - \omega_m)t - p\varphi]}. \quad (27)$$

Setzt man $\mathfrak{B}_{\text{rad}}$ und $\mathfrak{B}_{\text{tang}}$ zu der resultierenden Induktion \mathfrak{B} zusammen, so erkennt man, daß auch bei kreisförmigem Drehfeld im Luftspalt der Induktionsverlauf im Ankereisen im allgemeinen ein elliptischer ist. Die maximale Induktion liegt stets in der tangentialen Richtung und beträgt:

$$B_{\text{max}} = B_{\text{tang}} = \frac{1}{r} (A r^p + C r^{-p}).$$

Die Minimalinduktion liegt in der Radialrichtung und erreicht den Wert:

$$B_{\text{min}} = B_{\text{rad}} = \frac{1}{r} (A r^p - C r^{-p}).$$



Figur 10.

Für die Elliptizität der Magnetisierung erhält man daher :

$$\kappa' = \frac{B_{\min}}{B_{\max}} = \frac{Ar^p - Cr^{-p}}{Ar^p + Cr^{-p}}.$$

Sie besitzt den Wert $\kappa' = 0$ (reine Wechsellmagnetisierung) für:

$$r = \sqrt[2p]{\frac{C}{A}} = R_2$$

und den Wert $\kappa' = 1$ (kreisförmige Drehmagnetisierung) für:

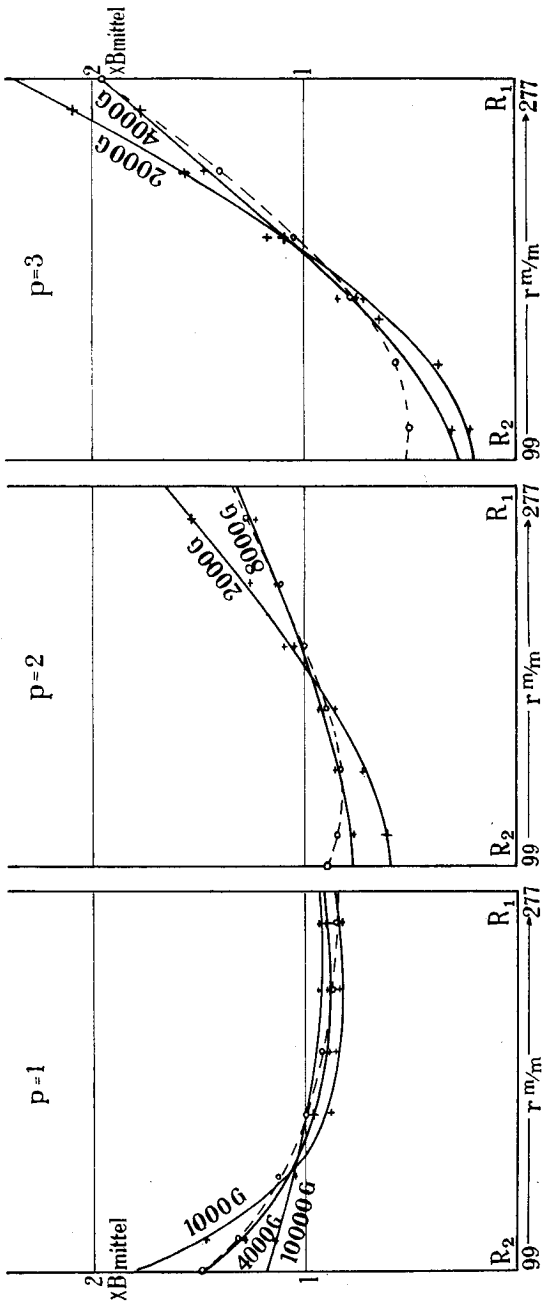
$$C = 0,$$

d. h. wenn $R_2 = 0$ ist. In einem Innenanker ohne Bohrung wären also alle Eisenelemente einer kreisförmigen Magnetisierung ausgesetzt.

b) Die experimentell bestimmte Induktionsverteilung.

Um zu prüfen, wie weit diese theoretisch abgeleiteten Gleichungen die tatsächlichen Verhältnisse wiedergeben, wurde durch eine Reihe von Versuchen die wirkliche Feldverteilung experimentell festgestellt.

Wie aus den Gleichungen (26) und (27) hervorgeht, ist, wenn das Drehfeld im Luftspalt als kreisförmig vorausgesetzt wird, der zeitliche Maximalwert der Induktion in einem gegebenen Anker lediglich von der Koordinate r und von der Polzahl des Feldes abhängig. Die experimentelle Ermittlung dieser Abhängigkeit erfolgte an einem durch zwei konzentrische Toroide dargestellten Maschinenmodell und ist im experimentellen Teil eingehend beschrieben. In diesem Zusammenhang interessieren nur die aus diesen Versuchen hervorgegangenen, in den Figuren 11 a und b niedergelegten Resultate. Um die nach Rüdenberg berechnete Feldverteilung mit der wirklich auftretenden vergleichen zu können, sind in den Figuren 11 auch die vorausberechneten Kurven eingezeichnet. Man erkennt aus diesen Darstellungen, daß die Feldverteilung auch noch von der Größe der mittleren Induktion abhängig ist. Dies ist eine vorauszusehende Folge der Veränderlichkeit der Permeabilität. Solange sich die Induktion innerhalb des allerdings sehr beschränkten Gebietes konstanter Permeabilität hält, stimmt die wirkliche Feldverteilung mit der berechneten gut überein. Damit ist die prinzipielle Richtigkeit der Rüdenbergschen Gleichungen, bei deren Ableitung die Konstanz der Permeabilität vorausgesetzt werden mußte, auch experimentell bewiesen. In allen anderen Fällen weicht die wahre Feldverteilung

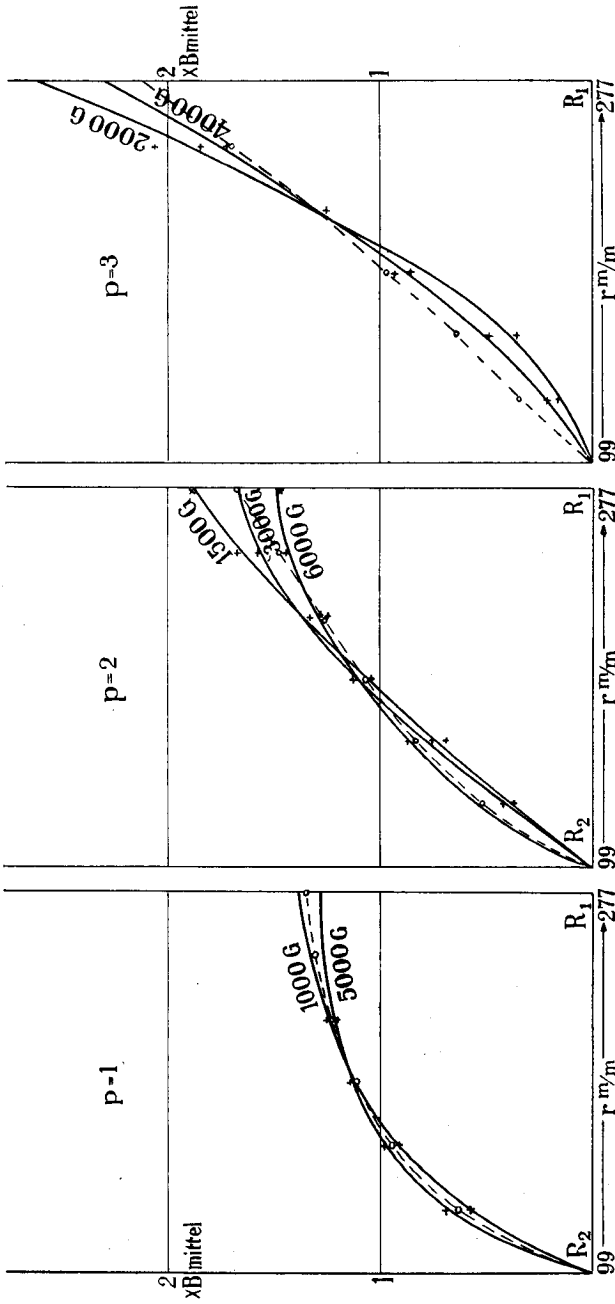


Figur 11 a.

Feldverteilung im Ankerkern. Tangentiale Induktionskomponente.

---o--- Theoretische Kurve nach Rüdtenberg.

—+— Experimentell aufgenommene Kurven.



Figur 11 b.

Feldverteilung im Ankerkern. Radiale Induktionskomponente.

---o---o--- Theoretische Kurve nach Rüdtenberg.
 ---+--- Experimentell aufgenommene Kurven.

mehr oder weniger von der berechneten ab, und zwar in dem Sinne, daß der Fluß in das Gebiet der höheren Permeabilität verdrängt wird. Aus diesem Grunde werden bei großen mittleren Induktionen die Stellen hoher Sättigung entlastet, was eine ausgeglichene Feldverteilung und eine bessere Ausnützung des Materials zur Folge hat. Aus demselben Grunde wird der Fluß bei kleinen mittleren Induktionen aus dem Gebiet kleiner Sättigung noch mehr verdrängt, was zu einer Vergrößerung der Inhomogenität der Induktionsverteilung führt.

Wie sich die Veränderlichkeit der Permeabilität selbst durch keine allgemein gültige analytische Gleichung ausdrücken läßt, so kann sie auch bei der Vorausberechnung der Feldverteilung nicht in einfacher Weise berücksichtigt werden. Andererseits zeigen die Kurven der Figuren 11, daß die Induktionsverteilung im Mittel doch mit genügender Genauigkeit durch die Gleichungen (26) und (27) ausgedrückt werden kann. Sie dürfen daher unbedenklich auch als Grundlage für die Berechnung der Eisenverluste verwendet werden.

3. Die Feldverteilung in einem genuteten Anker.

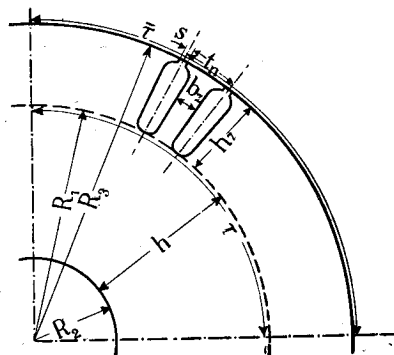
a) Joch.

Die im Abschnitt 2 hergeleiteten Gleichungen können nun auf das Joch eines genuteten Ankers übertragen werden. Dabei ist unter R_1 der luftspaltseitige Begrenzungsradius des Ankerjoches zu verstehen.

b) Zähne.

Im Gegensatz zum Joch ist die Magnetisierung der Zähne stets linear, da der Zahnquerfluß immer vernachlässigbar klein ist. Setzt man die magnetische Leitfähigkeit der Nutenräume gleich Null, so ergibt sich der sogenannte ideale Fluß in einem Zahn, dessen Mittellinie in die Richtung φ_1 fällt, zu (Figur 12):

$$\Phi_{Z1} = l_e \int_{\varphi_1 - \frac{t_n}{2R_3}}^{\varphi_1 + \frac{t_n}{2R_3}} \mathfrak{B}_{\varphi R_3} \cdot R_3 \, d\varphi.$$



Figur 12.

Durch die zulässige Vereinfachung:

$$\int_{\varphi_1 - \frac{t_n}{2R_3}}^{\varphi_1 + \frac{t_n}{2R_3}} \mathfrak{B}_{\varphi R_3} \cdot R_3 \cdot d\varphi \approx \mathfrak{B}_{\varphi_1 R_3} \cdot t_n$$

erhält man als mittlere ideale Induktion eines Zahnes an der Stelle (φ, r) :

$$(28) \quad \underline{\mathfrak{B}_{Zi} = \mathfrak{B}_{\varphi R_3} \cdot \frac{t_n}{b_{zr}} = B_{l \max} k_3 \frac{t_n}{b_{zr}},}$$

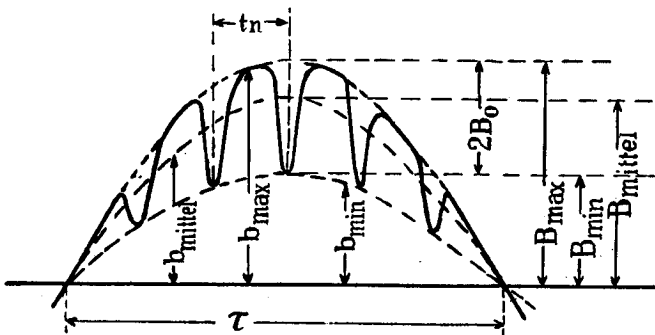
$$k_3 = \frac{l_1 \cdot R_1}{l_e \cdot R_3}.$$

Bei einem kreisförmigen Drehfeld im Luftspalt ist somit die Induktionsamplitude in allen Zähnen dieselbe.

Für die Berechnung der Eisenverluste ist die wirkliche Zahninduktion maßgebend, die bei starker Sättigung von der ideellen abweicht. Die Verfahren, aus der ideellen die wirkliche Zahnsättigung abzuleiten, sind allgemein bekannt (Lit. 22 und 23).

4. Der Einfluß der Nutung.

In allen bisherigen Betrachtungen war vorausgesetzt, daß der magnetische Widerstand aller Kraftlinienwege derselbe sei. Dies ist nicht mehr der Fall, sobald ein oder beide Anker einer Maschine genutet sind. Die Nutung hat zur Folge, daß sowohl die örtliche



Figur 13.

Verteilung als auch der zeitliche Verlauf der Induktion im Luftspalt und in den dem Luftspalt zunächst gelegenen Eisenteilen gestört wird. Liegt dem genutzten Anker I ein ungenutzter Anker II gegenüber, so wird in einem bestimmten Moment die örtliche Verteilung der Induktion über einer Polteilung am luftspaltseitigen Umfang des Ankers II durch die Kurve Figur 13 dargestellt. Man erhält dabei B_{\max} und B_{\min} entweder graphisch durch Aufzeichnen des Kraftlinienbildes oder analytisch mit Hilfe konformer Abbildung. Auf die letztgenannte Art fand Frey (Lit. 24) die Beziehungen:

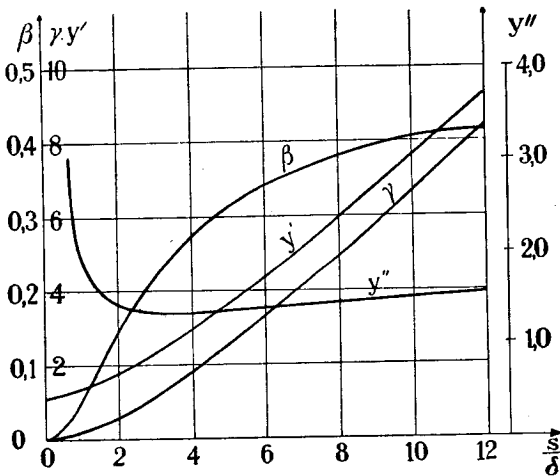
$$b_{\max} = k_c b_{\text{mittel}},$$

wobei:

$$k_c = \frac{t_n}{t'_n}, \quad t'_n = t_n - \gamma \delta.$$

$$b_0 = \frac{b_{\max} - b_{\min}}{2} = \beta \cdot b_{\max} = k_c \cdot \beta \cdot b_{\text{mittel}}.$$

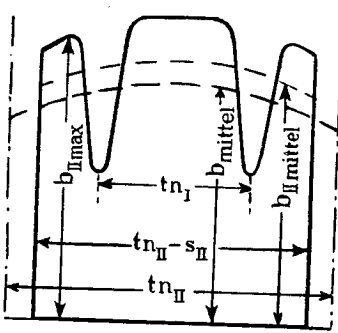
$$\beta, \gamma = f\left(\frac{s}{\delta}\right) \text{ nach Figur 14.}$$



Figur 14.

Die Faktoren β , γ , γ' und γ'' .

Die Nutenharmonischen treten natürlich auch in das Eisen des Ankers II über. Wegen ihrer kleinen Wellenlänge und infolge der dämpfenden Wirkung der Wirbelströme, die bei einer relativen Bewegung zwischen den beiden Ankern entstehen, bleiben sie jedoch



Figur 15.

auf die dem Luftspalt zunächst liegende Oberflächenschicht begrenzt. Sind beide Anker genutet, so ist die Induktionsverteilung über einem Zahnkopf analog (Figur 15):

$$b_{II \max} = k_{cI} b_{II \text{ mittel}} = k_{cI} k_{cII} b_{\text{mittel}},$$

$$\begin{aligned} b_{oII} &= k_{cI} \cdot \beta_I \cdot b_{II \text{ mittel}} \\ &= k_{cI} k_{cII} \beta_I b_{\text{mittel}}, \end{aligned}$$

b_{mittel} = mittlere Induktion im Luftspalt.

Die Figuren 13 und 15 stellen aber auch den zeitlichen Verlauf der Induktion an einer beliebigen Stelle der luftspaltseitigen Ankeroberfläche während der Zeit $\frac{\tau}{v_r}$ (v_r = Relativgeschwindigkeit zwischen Feld und Anker) bzw. $\frac{t_{nII} - s_{II}}{v}$ (v = Relativgeschwindigkeit zwischen beiden Ankern) dar. Die Frequenz der Oberschwingungen im Anker II ist dabei:

$$f_{II} = \frac{t_{nI}}{v} = Z_I N.$$

Z = Nutenzahl, N = Drehzahl pro Sekunde.

Die Nutung beider Teile hat ferner zur Folge, daß auch das über eine Zahnteilung erstreckte Integral der Induktion, d. h. der totale Zahnfluß mit derselben Frequenz pulsiert. Diese Pulsationen des Zahnflusses bewirken aber entsprechende Induktionsschwankungen an allen Stellen des Zahnes, deren Amplitude in den Zähnen des Ankers II unter Berücksichtigung der Zahnsättigung (Lit. 22)

$$b_{pII} \approx \frac{\gamma_I \delta}{2 t_{nII}} b_{II \text{ mittel}}$$

beträgt.

Im Joch eines genuteten Ankers beschränkt sich der Einfluß der Nutung auf die den Zahnwurzeln zunächst gelegenen Partien. So treten im Joch des Ankers I Oberschwingungen in der örtlichen Verteilung der Induktion von der Wellenlänge $\frac{R_1}{R_3} \cdot t_{nI}$ und solche im zeitlichen Verlauf von der Frequenz $f_I = N Z_{II}$ auf. Diese sind eine direkte Folge der Pulsationen des Zahnflusses.

5. Die Eisenverluste in einem glatten oder im Joch eines genuteten Ankers.

Die B proportionalen Eisenverluste in einem drehend magnetisierten Volumenelement dV betragen nach Gleichung (13):

$$dP_1 = a' B_{\max}(1 + \kappa') f dV = a' (|B_{\max}| + |B_{\min}|) f dV.$$

Aus den Gleichungen (26) und (27) geht hervor:

bei $r > R_1$ (Außenanker):

$$(|B_{\max}| + |B_{\min}|) = \frac{2}{r} C r^{-p},$$

bei $r < R_1$ (Innenanker):

$$(|B_{\max}| + |B_{\min}|) = \frac{2}{r} A r^p.$$

Weil $dV = r dx dr d\varphi$ ist, erhält man als Verlust pro Polteilung:

bei $r > R_1$:

$$\begin{aligned} P_{1\tau} &= x \int_0^{l_e} \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{\frac{\pi}{2p}} \int_{R_1}^{R_2} r \int_0^{2\pi} 2 a' C r^{-p} f \cdot dx \cdot d\varphi \cdot dr \\ &= 2 a' \cdot C \cdot f \cdot l_e \frac{\pi}{p} \cdot \frac{\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{p-1} - 1}{(p-1) R_2^{p-1}}, \end{aligned}$$

bei $r < R_1$:

$$\begin{aligned} P_{1\tau} &= x \int_0^{l_e} \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{\frac{\pi}{2p}} \int_{R_2}^{R_1} r \int_0^{2\pi} 2 a' A r^p f \cdot dx \cdot d\varphi \cdot dr \\ &= 2 a' \cdot A \cdot f \cdot l_e \frac{\pi}{p} \cdot \frac{R_1^{p+1} - R_2^{p+1}}{(p+1)} \end{aligned}$$

und den mittleren Verlust pro Kubikzentimeter:

bei $r > R_1$:

$$p'_1 = \frac{P_{1\tau} \cdot 2p}{(R_2^2 - R_1^2) l_e \cdot \pi} = \frac{4}{p-1} a' \cdot f \cdot C \frac{\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{p-1} - 1}{R_2^{p-1} \left[\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 - 1 \right] R_1^2},$$

bei $r < R_1$:

$$p'_1 = \frac{P_{1\tau} \cdot 2p}{(R_1^2 - R_2^2) l_e \cdot \pi} = \frac{4}{p+1} a' \cdot f \cdot A \frac{\left[1 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{p+1} \right] \cdot R_1^{p-1}}{\left[1 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \right]}.$$

Bedeutet B_{mi} den Mittelwert der Induktion in der neutralen Zone des Ankers, so ist:

$$B_{mi} = \frac{\Phi}{2h} = \frac{\tau \cdot l_i}{\pi h l_e} \cdot \frac{R_1}{R_1} \cdot B_{1 \max},$$

$$h = |(R_2 - R_1)|, \quad \tau = \frac{R_1 \cdot \pi}{p}.$$

Mit den Bezeichnungen:

$$\left(\frac{R_2}{R_1}\right)_a = 1 + \frac{\pi h}{p \tau} = \lambda_a \text{ für Außenanker,}$$

$$\left(\frac{R_2}{R_1}\right)_i = 1 - \frac{\pi h}{p \tau} = \lambda_i \text{ für Innenanker}$$

wird:

für Außenanker:

$$p'_{1a} = \frac{4p}{p-1} a' \cdot f \cdot B_{mia} \frac{\lambda_a^{2p} - \lambda_a^{p+1}}{(\lambda_a^{2p} - 1)(1 + \lambda_a)} = a' \cdot f \cdot B_{mia} k_{aa},$$

für Innenanker:

$$p'_{1i} = \frac{4p}{p+1} a' \cdot f \cdot B_{mii} \frac{1 - \lambda_i^{p+1}}{(1 - \lambda_i^{2p})(1 + \lambda_i)} = a' \cdot f \cdot B_{mii} k_{ai}.$$

Der mittlere B proportionale Eisenverlust pro Kilogramm beträgt dann mit der durch die Gleichung (8) festgelegten Konstanten a:

$$(29) \quad p_1 = a \left(\frac{B_{mi}}{10000} \right) \left(\frac{f}{100} \right) k_a \text{ Watt/kg.}$$

Dabei sind:

$$k_{ai} = \frac{4p}{p+1} \cdot \frac{1 - \lambda_i^{p+1}}{1 - \lambda_i^{2p}} \cdot \frac{1}{\lambda_i + 1},$$

$$k_{aa} = \frac{4p}{p-1} \cdot \frac{\lambda_a^{2p} - \lambda_a^{p+1}}{\lambda_a^{2p} - 1} \cdot \frac{1}{\lambda_a + 1} \quad (\text{bei } p \neq 1).$$

Die letzte der beiden Gleichungen versagt bei $p = 1$. Für diesen Fall erhält man durch eine analoge Berechnung:

$$k_{aa} = \frac{4}{\lambda_a - 1} \cdot \frac{\lambda_a^2}{(1 + \lambda_a)^2} \cdot \ln \lambda_a \quad (\text{bei } p = 1).$$

In Figur 16 sind die Faktoren k_a als Funktion der leicht bestimm-
baren charakteristischen Größe $\frac{h}{\tau}$ mit p als Parameter dargestellt.

Für die B^2 proportionalen Eisenverluste gilt nach den Gleichungen (12), (13), (26) und (27):

$$dP_2 = (b'f + c'f^2) B_{\max}^2 (1 + \alpha'^2) dV = (b'f + c'f^2) (B_{\max}^2 + B_{\min}^2) dV,$$

$$(B_{\max}^2 + B_{\min}^2) = \frac{2}{r^2} (A^2 r^{2p} + C^2 r^{-2p}).$$

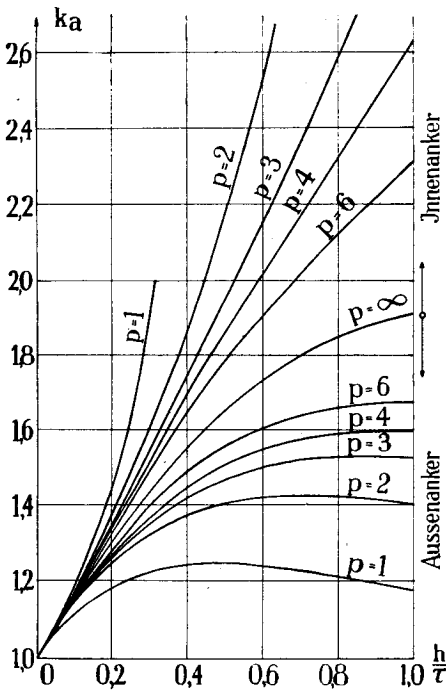
Daraus erhält man durch eine der vorstehenden entsprechende Mittelwertsbildung:

$$P_2 = \left[b \left(\frac{f}{100} \right) + c \left(\frac{f}{100} \right)^2 \right] \left(\frac{B_{mi}}{10000} \right)^2 k_b \text{ Watt/kg}, \quad (30)$$

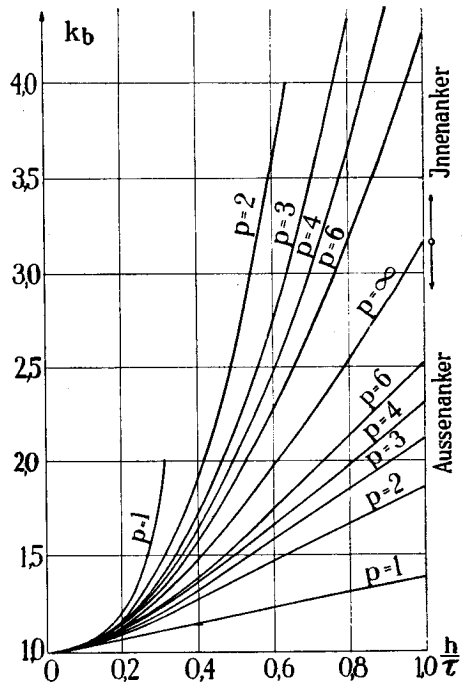
wobei:

$$k_b = 2p \cdot \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \cdot \frac{\lambda^{2p} + 1}{\lambda^{2p} - 1}.$$

Figur 17 zeigt den Verlauf von k_b in Funktion von $\left(\frac{h}{\tau}\right)$ und p bei Innen- und Außenankern.



Figur 16.
Der Faktor k_a .



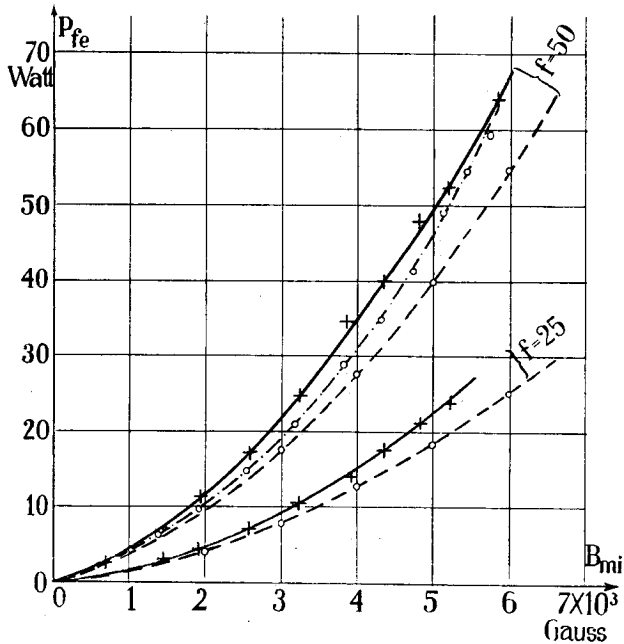
Figur 17.
Der Faktor k_b .

Die totalen Eisenverluste des Grundfeldes in einem ungenuteten oder im Joch eines genuteten Ankers betragen somit:

$$(31) P_j = \left\{ a \left(\frac{f}{100} \right) k_a \left(\frac{B_{mi}}{10000} \right) + \left[b \left(\frac{f}{100} \right) + c \left(\frac{f}{100} \right)^2 \right] k_b \left(\frac{B_{mi}}{10000} \right)^2 \right\} G_j \text{ Watt.}$$

Darin ist f die Ummagnetisierungsfrequenz, d. h. die Differenz zwischen der Frequenz des Drehfeldes f_s und der Frequenz der Ankerdrehzahl f_m . In dieser Formel ist der Einfluß der Bearbeitung nicht berücksichtigt; die daraus erhaltenen Werte sind daher noch mit einem „Bearbeitungsfaktor“ K_b zu multiplizieren.

Um nun die Gültigkeit dieser Formel zu prüfen und zugleich die Größe des Bearbeitungsfaktors kennen zu lernen, wurden die Eisenverluste eines glatten Rotors, dessen Konstruktionsdaten in der



Figur 18.

Eisenverluste des Grundfeldes.

- o--o--o-- Berechnet.
- +— Gemessen nach dem Überschleifen.
- Gemessen vor dem Überschleifen.

Tabelle 17 zusammengestellt sind, nach verschiedenen im experimentellen Teil beschriebenen Methoden genau gemessen und mit den nach Gleichung (31) berechneten Werten verglichen. Die Konstanten a , b und c waren aus Messungen an Ringen, die mit den Ankerblechen aus denselben Blechtafeln gestanzt worden waren, genau bekannt. Figur 18 zeigt als Resultat dieses Vergleiches, daß die berechneten und gemessenen Werte in einem nahezu konstanten Verhältnis zueinander stehen. Der Proportionalitätsfaktor, der, wie die vergleichende Messung vor und nach dem Überschleifen des Ankers zeigte, von der Bearbeitung abhängig ist, nimmt hier im Mittel folgende Werte an:

$$\begin{aligned} f = 50: & \text{ vor dem Überschleifen} \dots\dots\dots K_b = 1,14, \\ & \text{ nach dem Überschleifen} \dots\dots\dots K_b = 1,24, \\ f = 25: & \text{ nach dem Überschleifen} \dots\dots\dots K_b = 1,19. \end{aligned}$$

Zusammenfassend kann als Ergebnis dieser Untersuchung festgehalten werden, daß der sogenannte Bearbeitungsfaktor auch bei intensiver Bearbeitung (Schleifen) der Blechkörper den Wert von $K_b = 1,25$ nicht überschreitet und im Mittel $K_b = 1,2$ beträgt.

6. Die Eisenverluste in den Zähnen eines genuteten Ankers.

Die Induktion in den Ankerzähnen elektrischer Maschinen ist normalerweise größer als 10000 Gauß, so daß die entsprechenden Eisenverluste nach Gleichung (8 b) berechnet werden müssen. Aus der Gleichung (28) folgt daher für den totalen Eisenverlust in einem Zahn:

$$P_Z/\text{Zahn} = [(a' + b')f + c'f^2] l_e B_{Z R_3}^2 b_{Z R_3}^2 \int_{R_3}^{R_1} \frac{1}{b_{zr}^2} b_{zr} dr$$

und als mittlerer Verlust pro Kubikzentimeter Zahnvolumen:

$$p'_Z = \frac{P_Z/\text{Zahn}}{l_e F_Z} = [(a' + b')f + c'f^2] B_{Z R_3}^2 b_{Z R_3}^2 \frac{i}{F_Z},$$

wobei für F_Z die Zahnfläche, für i der graphisch zu ermittelnde Wert

$$i = \int_{R_3}^{R_1} \frac{dr}{b_{zr}}$$

und für $B_{Z R_3}$ die wahre Zahninduktion bei $r = R_3$ einzusetzen ist. Der totale Zahneisenverlust eines Ankers ergibt sich damit zu:

$$(32a) \quad P_Z = \left[(a+b) \left(\frac{f}{100} \right) + c \left(\frac{f}{100} \right)^2 \right] \left(\frac{B_{Z R_3}}{10000} \right)^2 \frac{b_z^2 R_3^2 i}{F_z} G_z \text{ Watt.}$$

Vernachlässigt man den Fluß im Nutenraum, so können die Verluste auf die Luftspaltinduktion bezogen werden. Dabei ist:

$$B_{Z R_3} = B_{Z i R_3} = B_{1 \max} \frac{t_n}{b_{z R_3}} k_3 \quad [\text{Gleichung (28)}]$$

und

$$(32b) \quad P_Z = \left[(a+b) \left(\frac{f}{100} \right) + c \left(\frac{f}{100} \right)^2 \right] \left(\frac{B_{1 \max}}{10000} \right)^2 t_n^2 k_3^2 \frac{i}{F_z} G_z \text{ Watt.}$$

7. Die totalen Eisenverluste in einem genuteten Anker.

Bei genauen Berechnungen müssen die Eisenverluste im Joch nach Gleichung (31) und diejenigen in den Zähnen nach Gleichung (32a) getrennt berechnet, addiert und mit einem Bearbeitungsfaktor multipliziert werden. Vernachlässigt man jedoch die magnetische Leitfähigkeit der Nuten, so lassen sich die Teilverluste als Funktion der Induktion im Luftspalt $B_{1 \max}$ ausdrücken und zusammenfassen:

$$(33) \quad \left\{ \begin{array}{l} P_{fe} = \left[a k_a G_j \left(\frac{l_i}{l_e} \cdot \frac{R_1}{p h} \right) \left(\frac{f}{100} \right) \left(\frac{B_{1 \max}}{10000} \right) \right. \\ \quad \left. + \left[b \left(\frac{f}{100} \right) + c \left(\frac{f}{100} \right)^2 \right] k_b G_j \left(\frac{l_i}{l_e} \cdot \frac{R_1}{p h} \right)^2 \right. \\ \quad \left. + \left[(a+b) \left(\frac{f}{100} \right) + c \left(\frac{f}{100} \right)^2 \right] G_z t_n^2 k_3^2 \frac{i}{F_z} \right] \left(\frac{B_{1 \max}}{10000} \right)^2 K_b. \end{array} \right.$$

Auch diese Gleichung wurde durch Messungen an einem normalen Asynchronmotor überprüft (siehe experimentellen Teil). Die Dimensionen dieses Motors sind in der Tabelle 17 festgelegt, die Blechqualität war dieselbe wie beim glatten Anker [Verlustkonstanten: $a = 1,34$, $b = 3,92$, $(a+b) = 5,26$, $c = 2,5$]. Auf Grund der Versuchsergebnisse am glatten Rotor wurde für den Bearbeitungsfaktor der Wert $K_b = 1,2$ eingesetzt.

In der Tabelle 5 sind die so berechneten Verluste den gemessenen gegenübergestellt. Der Vergleich zeigt, daß die Gleichung (33) durchaus zuverlässige Werte liefert und bestätigt die bereits gefundene Tatsache, daß die Eisenverluste in diesem Falle durch die Bearbeitung um ca. 20 % erhöht werden.

Tabelle 5.
Eisenverluste des Grundfeldes.

f Hertz	$B_{1\max}$ Gauß	Stator		Rotor	
		berechnet Watt	gemessen Watt	berechnet Watt	gemessen Watt
50	3000	33,3	34,2	21,9	21,8
	4000	56,2	56,0	37,0	36,2
	5000	82,9	82,0	55,6	54,1
	6000	116,0	111,0	77,2	76,4
	7000	—	—	105,0	103,4
25	3000	15,2	15,5	10,1	10,0
	4000	25,2	25,0	16,8	16,2
	5000	37,6	36,0	25,3	23,3
	6000	52,4	50,0	35,5	31,6
	7000	—	—	47,5	42,7

Die Trennung der experimentell gefundenen Verluste in die mit der Frequenz linear und quadratisch wachsenden Verluste P_H bzw. P_W gestattet es, die Gleichung (33) noch eingehender auf ihre Richtigkeit zu prüfen und zugleich den Einfluß der Bearbeitung auf die Teilverluste zu untersuchen. Zu diesem Zwecke sind in der Tabelle 6

Tabelle 6.

$B_{1\max}$ Gauß	$\frac{P_H}{f}$ Joule			$\frac{P_W}{f^2}$ Joulesek.		
	gemessen	berechnet	$\frac{\text{gemessen}}{\text{berechnet}}$	gemessen	berechnet	$\frac{\text{gemessen}}{\text{berechnet}}$
3000	0,55	0,463	1,18	0,25	0,185	1,35
4000	0,92	0,761	1,19	0,44	0,330	1,33
5000	1,34	1,126	1,16	0,68	0,515	1,32
6000	1,77	1,561	1,13	0,95	0,742	1,28

die gemessenen und die ohne Berücksichtigung der Bearbeitung berechneten Werte $\frac{P_H}{f}$ und $\frac{P_W}{f^2}$ für den Stator zusammengestellt. Man ersieht daraus, daß die ausschließlich aus Hystereseverlusten bestehende Komponente P_H infolge der Bearbeitung um durchschnittlich 16 %, die vornehmlich Wirbelstromverluste darstellende Komponente P_W dagegen um ca. 30 % vergrößert wird.

8. Die zusätzlichen Eisenverluste.

Neben den besprochenen Eisenverlusten, die von dem als sinusförmig angenommenen Hauptfeld herrühren, treten in den elektrischen Maschinen noch weitere Eisenverluste auf, die man als zusätzliche Eisenverluste bezeichnet. Sie haben ihre Ursache:

1. in der durch die Nutung bedingten Deformation der Feldkurve im Luftspalt. Diese Verluste werden nach Dreyfus (Lit. 25) als Reluktanzverluste bezeichnet;
2. in der Unstetigkeit der Amperewindungsverteilung. Da die MMK-Kurve längs des Ankerumfangs Treppenform annimmt, werden die dadurch erzeugten Verluste ebenfalls nach Dreyfus Treppenverluste genannt.

Die Theorie (Lit. 25) lehrt, daß Reluktanz- und Treppenverluste unabhängig voneinander berechnet und sodann addiert werden können.

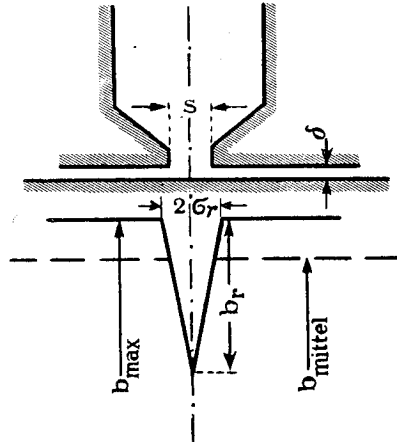
Die Zusatzverluste entstehen bei genutetem Anker I und ungenutetem Anker II an der dem Luftspalt zugekehrten Oberfläche des Ankers II und bei Nutung beider Anker in den Zähnen, Zahnkronen und den den Zähnen benachbarten Teilen des Joches beider Anker.

a) Die Oberflächenverluste.

Zur Berechnung der Oberflächenreluktanzverluste ist es notwendig, die infolge der Nutung auftretenden Oberschwingungen der Feldkurve (Figur 13) in geeigneter Weise analytisch auszudrücken. Die einfachste Darstellung ist dabei die als Sinuskurve mit der Wellenlänge t_n und der Amplitude:

$$b_0 = \frac{1}{2} (b_{\max} - b_{\min}) = k_c \beta b_{\text{mittel}}.$$

Dieser Weg, den z. B. Richter (Lit. 22) eingeschlagen hat, nimmt aber auf die tatsächlichen Verhältnisse besonders bei halbgeschlossenen Nuten wenig Rücksicht. Dreyfus fand durch Vergleich mit genaueren Methoden, daß auf diese Weise brauchbare Näherungswerte erzielt werden, wenn für die Amplitude der Wert $0,82 k_c \beta b_{\text{mittel}}$ eingesetzt wird. Bragstad und Fränkel (Lit. 26) stellen die Oberwellen dar als im Abstand t_n sich wiederholende Sinuskurven mit der doppelten Nutenöffnung als Wellenlänge und b_0 als Amplitude. Auf ähnliche Weise vereinfacht Dreyfus die Form der Oberwelle zu einem gleichschenkligen Dreieck mit der Basis $2\sigma_r$ und der Höhe b_r . Dabei sind (Figur 19):



Figur 19.

$$\sigma_r = \frac{9\gamma}{2\pi^2\beta} \cdot \delta = y' \delta \quad (y' \text{ nach Figur 14}),$$

$$b_r = \frac{2\pi^2}{9} b_0.$$

Diese Kurve wird analytisch dargestellt durch die Fouriersche Reihe:

$$b_1 = \text{konst.} + \sum b_r \frac{2\sigma_r}{t_n} \left(\frac{\sin \nu\pi \frac{\sigma_r}{t_n}}{\nu\pi \frac{\sigma_r}{t_n}} \right)^2 \cos 2\nu\pi \frac{x}{t_n}.$$

Die zusätzlichen Wirbelstromverluste in einem glatten Anker können nun gleich denjenigen des Hauptfeldes nach der Gleichung (30) berechnet werden. Setzt man dabei den spezifischen Wirbelstromverlust pro Flächeneinheit:

$$p_W / \text{cm}^2 = p_W / \text{cm}^3 \cdot \frac{(1+\lambda)h}{2},$$

$$\lim_{p=\infty} k_b \cdot \frac{(1+\lambda)h}{2} = \frac{\pi h^2}{\tau}$$

und

$$B_{mi} = \frac{\tau}{\pi h} \cdot \frac{l_i}{l_e} \cdot \frac{R_1}{R_1} \cdot B_{1 \max},$$

so ist auf Grund der obigen Feldgleichung der Reluktanzwirbelstromverlust pro Oberflächeneinheit der ν ten Harmonischen des Zusatzfeldes unter Berücksichtigung der Rückwirkung der Wirbelströme:

$$p_{WrO, \nu} = c' \frac{t_n \cdot \nu}{2\pi} \left(\frac{NZ}{100} \right)^2 \left(\frac{l_i}{l_e} \frac{R_1}{R_1} \right)^2 \left(\frac{b_{r, \nu}}{10000} \right)^2 f_{W, \nu}$$

und der Totalverlust aller Harmonischen:

$$p_{WrO} = c' \frac{2 t_n}{\pi^3} \left(\frac{NZ}{100} \right)^2 \left(\frac{l_i}{l_e} \frac{R_1}{R_1} \right)^2 \left(\frac{b_r}{10000} \right)^2 \sum_1^{\infty} \nu \left[\frac{\sin^2 \nu \pi \frac{\sigma_r}{t_n}}{\nu \pi \frac{\sigma_r}{t_n}} \right]^2 \frac{f_{W, \nu}}{\nu}.$$

Nun ist $b_r = B_r \cos 2\pi f_s t$ und der Mittelwert von p_{WrO} daher:

$$(34) \bar{p}_{WrO} = \frac{1}{T} \int_0^T p_{WrO} dt = c' \frac{t_n}{\pi^3} \left(\frac{NZ}{1000} \right)^2 \left(\frac{l_i}{l_e} \frac{R_1}{R_1} \right)^2 \left(\frac{B_r}{1000} \right)^2 \sum_{rO} \text{Watt/cm}^2,$$

$$\sum_{rO} = \sum_1^{\infty} \nu \left[\frac{\sin^2 \nu \pi \frac{\sigma_r}{t_n}}{\nu \pi \frac{\sigma_r}{t_n}} \right]^2 \frac{f_{W, \nu}}{\nu}.$$

Die infolge der Unstetigkeit der Amperewindungsverteilung entstehenden Nutenharmonischen eines Drehfeldes sind bei Vernachlässigung der Sättigung:

$$b_t = B_t \sum \frac{\cos \nu q_0 \pi}{\cos \nu \pi} \cdot \frac{1}{2\nu\pi} \left[\frac{\nu q_0}{\nu q_0 - 1} \sin \left((\nu q_0 - 1) \frac{\pi}{\tau} x - \omega t \right) + \frac{\nu q_0}{\nu q_0 + 1} \sin \left((\nu q_0 + 1) \frac{\pi}{\tau} x + \omega t \right) \right],$$

$$B_t = J \frac{0,4\pi}{\delta'} \sqrt{2} n_s k_w, \quad \delta' \approx \delta + \frac{t_n l_i}{b_z R_s l_e} \cdot \frac{h_z}{2\mu}.$$

J = Strom pro Leiter,

q_0 = Nutenzahl pro Polpaar,

n_s = Leiterzahl pro Nute,

k_w = Wickelfaktor.

Unter der Vereinfachung

$$1 - \left(\frac{1}{\nu q_0} \right) \approx 1$$

ergibt sich nach Gleichung (30) der entsprechende Wirbelstromverlust der ν ten Harmonischen:

$$\bar{P}_{WtO, \nu} = c' \frac{t_n \nu}{2\pi} \left(\frac{NZ}{100} \right)^2 \left(\frac{l_i}{l_e} \frac{R_l}{R_1} \right)^2 \left(\frac{B_t}{10000} \right)^2 \frac{1}{2\pi^2 \nu^2} \cdot f_{W, \nu}$$

Da die Verteilung der Amperewindungen keine punktförmige ist, ist die Front des Treppenfeldes nicht senkrecht, wie bei der Ableitung der obigen Gleichung angenommen wurde, sondern schräg. Dadurch vermindert sich die Amplitude der ν ten Harmonischen um den Faktor

$$\left[\frac{\sin \nu \pi \frac{\sigma_t}{t_n}}{\nu \pi \frac{\sigma_t}{t_n}} \right],$$

wobei

$$\sigma_t = y'' s \quad \left[y'' = f \left(\frac{s}{\delta} \right) \text{ nach Figur 14} \right]$$

und die Treppenwirbelstromverluste aller Harmonischen auf:

$$\bar{P}_{WtO} = c' \frac{t_n}{4\pi^3} \left(\frac{NZ}{1000} \right)^2 \left(\frac{l_i}{l_e} \frac{R_l}{R_1} \right)^2 \left(\frac{B_t}{1000} \right)^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \text{Watt/cm}^2. \quad (35)$$

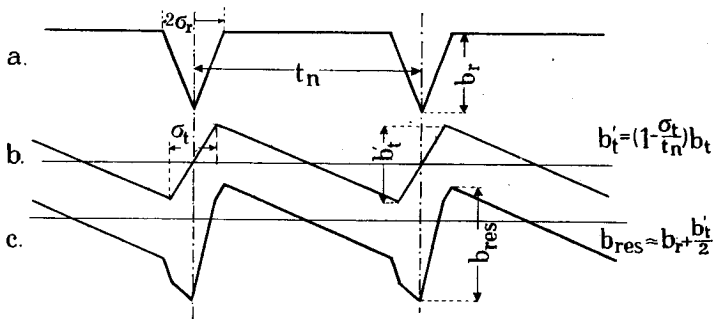
$$\sum_{\nu=1}^{\infty} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \left[\frac{\sin \nu \pi \frac{\sigma_t}{t_n}}{\nu \pi \frac{\sigma_t}{t_n}} \right]^2 \frac{f_{W, \nu}}{\nu}.$$

Die Reihen Σ_{rO} und Σ_{tO} konvergieren bei den üblichen Werten von $\left(\frac{\sigma_r}{t_n} \right)$ und $\left(\frac{\sigma_t}{t_n} \right)$ ziemlich rasch, so daß sich die Berechnung der Glieder für $\nu > 6$ zumeist erübrigt. Größere Schwierigkeit bereitet oft die Bestimmung von $f_{W, \nu}$, da die effektive Eisenpermeabilität $\frac{dB}{dH}$ sehr stark variiert und nicht genau bekannt ist. Sie wird dargestellt durch die Neigung der infolge der Pulsationen beschriebenen kleinen Hystereseschleifen (siehe Figur 6) und ist daher bedeutend kleiner als der Wert $\frac{B}{H}$. In den nachfolgenden Berechnungen ist mit dem wahrscheinlichen Mittelwert von $\mu = 600$ gerechnet worden. Da die erste

Harmonische der Pulsationen bei normaler Drehzahl eine Frequenz von 1000 bis 1200 Hertz besitzt, wird sich der Einfluß der Wirbelströme hauptsächlich in den höheren Harmonischen auswirken.

Es ist schon im Kapitel I gezeigt worden, daß es bei einer Überlagerung von zwei Induktionen ungleicher Frequenz, wie sie hier vorliegt, vom Standpunkt der Theorie aus sinnlos ist zwischen Hystereseverlusten der einen und der anderen Frequenz unterscheiden zu wollen, daß es aber bei der praktischen Berechnung der Hystereseverluste zweckmäßig und genau genug ist, so vorzugehen, wie wenn das Eisen zwei voneinander unabhängigen Magnetisierungen unterworfen wäre. In diesem Sinne kann man auch die Hystereseverluste der Nutenharmonischen als zusätzliche bezeichnen. Das mit der Frequenz NZ pulsierende Feld ist seinerseits wieder die Resultierende aus zwei Feldern gleicher Frequenz, dem Reluktanz- und dem Treppenfild. Für die Berechnung der Hystereseverluste sind jedoch nicht diese Komponenten, sondern das resultierende Feld maßgebend.

Die Überlagerung des Reluktanz- und Treppenfildes geschieht in der Weise, daß stets das Minimum des Reluktanzfeldes mit einer Nullstelle des Treppenfildes zusammenfällt (Figur 20).



Figur 20.

Schreibt man:

$$b'_t \approx B'_t \cos(\omega t - p\varphi),$$

$$b_r \approx B_r \cos(\omega t - p\varphi + p\alpha),$$

so ist:

$$\text{bei Leerlauf: } p\alpha \approx \frac{\pi}{2},$$

$$\text{bei Vollast: } \alpha \approx 0.$$

In diesen beiden Fällen beträgt der für die Berechnung der Hystereseverluste bei kleinen Sättigungen erforderliche geometrische Mittelwert:

im Leerlauf:

$$\bar{B}_{\text{res}} \approx \sqrt{\frac{B_t'^2}{8} + \frac{B_r^2}{2} + \frac{B_t' \cdot B_r}{\pi}},$$

bei Vollast:

$$\bar{B}_{\text{res}} \approx \frac{\sqrt{2}}{2} \left[\frac{B_t'}{2} + B_r \right].$$

Da die Hystereseverluste von der Kurvenform unabhängig sind, kann die Kurve Figur 20c durch eine Sinuskurve von der Amplitude $\frac{b_{\text{res}}}{2}$ und der Wellenlänge t_n ersetzt werden. Wie spezielle Messungen an Toroiden gezeigt haben, sind bei den hier auftretenden hohen Frequenzen (ca. 1000 Hertz) und kleinen Induktionen (< 3000 Gauß) die Hystereseverluste mit großer Annäherung dem Quadrat der Induktion proportional. Man erhält daher die Hystereseverluste pro Oberflächeneinheit aus der Gleichung (30) zu:

$$\bar{p}_{\text{HO}} = b^{*'} \frac{t_n}{8\pi} \left(\frac{NZ}{100} \right) \left(\frac{l_i}{l_e} \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \left(\frac{\bar{B}_{\text{res}}}{10000} \right)^2 \text{ Watt/cm}^2. \quad (36)$$

Weil zur Berechnung der Hystereseverluste nur die 1. Nutenharmonische in Betracht kommt, kann die Rückwirkung der Wirbelströme gewöhnlich vernachlässigt werden.

Auf Grund der hergeleiteten Gleichungen (34) bis (36) wurden nun die Oberflächenverluste des im Abschnitt 5 beschriebenen glatten Rotors bestimmt. Die Gegenüberstellung der berechneten und der experimentell gefundenen Wirbelstromverluste (Tabelle 7) beweist deutlich, daß sich die etwas umständliche, dafür aber theoretisch einwandfreie Berechnungsweise tatsächlich lohnt. In der Tabelle 8 sind die berechneten und gemessenen Werte der Hysteresearbeit pro Frequenzeinheit einander gegenübergestellt. Aus dem bei allen Sättigungen ziemlich konstanten Verhältnis von $\frac{\Delta_{\text{HO gem.}}}{\Delta_{\text{HO ber.}}}$ geht hervor, daß zur Berechnung der zusätzlichen Hystereseverluste die im Epsteinapparat oder nach der Ringmethode bestimmten Hysteresekonstanten ungefähr verdoppelt werden müssen. Dies war auch zu erwarten, da die zusätzlichen Verluste hauptsächlich in den Randpartien der Bleche auftreten, wo die Hystereseverluste als Folge der Beanspruchung beim Stanzen erfahrungsgemäß größer sind als

im Innern (Lit. 25). Eine Erhöhung der Wirbelstromverluste konnte nicht festgestellt werden.

Tabelle 7.

n T/min	f Hertz	B _{1max} Gauß	P _{W0} Watt		B _{1max} Gauß	P _{W0} Watt	
			berechnet	gemessen		berechnet	gemessen
1875	1500	3000	4,71	4,5	5000	13,0	12,7
1500	1200	3000	3,14	2,9	5000	8,65	8,5
1125	900	3000	1,83	1,7	5000	5,05	5,0
750	600	3000	0,85	0,8	5000	2,33	2,3
375	300	3000	0,22	0,2	5000	0,60	0,6
1875	1500	6000	18,8	18,7	7000	25,9	24,4
1500	1200	6000	12,5	12,5	7000	17,3	16,7
1125	900	6000	7,33	7,6	7000	10,1	10,1
750	600	6000	3,39	3,6	7000	4,66	4,9
375	300	6000	0,87	0,9	7000	1,20	1,2

Tabelle 8.

B _{1max}	2000	3000	4000	5000	6000	7000	Gauß
A _{HO ber.}	0,56	1,31	2,36	3,72	5,34	7,50 · 10 ⁻³	Joule
A _{HO gem.}	1,1	2,6	4,8	7,3	10,4	13,6 · 10 ⁻³	Joule
$\frac{A_{HO\ gem.}}{A_{HO\ ber.}}$	1,96	1,98	2,03	1,96	1,95	1,82	

Die dargestellte Berechnungsweise der Oberflächenverluste kann nun auch für einen genuteten Anker angewandt werden. Die exakte Durchführung, die naturgemäß umständlich und zeitraubend ist, ist von Dreyfus ebenfalls unternommen worden. Dabei zeigte der Rechnungsgang, daß es zweckmäßig ist bei der Berechnung der Oberflächenverluste eines Nutenankers zunächst von der Nutung abzusehen und diese nachträglich durch einen Zuschlag zu berücksichtigen. Der Wert dieses Zuschlages für den Anker I ist außer von der Form der Zahnkronen noch von der Größe $\left(\frac{t'_{nII}}{t_{nI}}\right)$ abhängig und für jede Harmonische verschieden (Lit. 25).

Die Anwendung dieser Resultate auf den untersuchten Asynchronmotor mit halbgeschlossenen Nuten und dem Nutenzahlverhältnis 4 : 3 ergibt als totaler Zuschlag infolge der Nutung für die

Reluktanzwirbelstromverluste	($\nu = 1$ bis ∞)	beim Stator 41 %,
		beim Rotor 37 %,
Treppenwirbelstromverluste	($\nu = 1$ bis ∞)	beim Stator 40 %,
		beim Rotor 45 %,
Hystereseverluste	($\nu = 1$)	beim Stator 50 %,
		beim Rotor 50 %.

Wir schreiben daher für die Oberflächenwirbelstromverluste des genutzten Ankers II:

$$\bar{p}_{wOII} = \frac{1,4}{\pi^3} c' t_{nI} k_{3II}^2 \left(\frac{NZ_I}{1000} \right)^2 \times \left\{ \left(\frac{B_{rI}}{1000} \right)^2 \sum_{rO_I} + \frac{1}{4} \left(\frac{B_{tI}}{1000} \right)^2 \sum_{tO_I} \right\} \text{ Watt/cm}^2, \quad (37)$$

$$\sum_{rO_I} = \sum_1^{\infty} \frac{\sin^4 \nu \pi \frac{\sigma_{rI}}{t_{nI}}}{\left(\nu \pi \frac{\sigma_{rI}}{t_{nI}} \right)^2} \cdot \frac{f_{w\nu}}{\nu},$$

$$\sum_{tO_I} = \sum_1^{\infty} \left(\frac{\sin \nu \pi \frac{\sigma_{tI}}{t_{nI}}}{\nu \pi \frac{\sigma_{tI}}{t_{nI}}} \right)^2 \cdot \frac{f_{w\nu}}{\nu}$$

und für die Hystereseverluste:

$$\bar{p}_{HOII} = \frac{1,5}{80 \pi} b^* t_{nI} k_3^2 \left(\frac{NZ_I}{1000} \right) \left(\frac{\bar{B}_{resI}}{1000} \right)^2 \text{ Watt/cm}^2. \quad (38)$$

b) Die Zahn pulsationsverluste.

Der magnetische Fluß in einem Zahn des Ankers II beträgt unter Berücksichtigung der Nutung:

$$\varphi_{ZII} = l_i \left(\frac{R_I}{R_{3II}} \right) \int_{x - \frac{t'_{hII}}{2}}^{x + \frac{t'_{hII}}{2}} b_1 dx.$$

In diesem Zusammenhang interessieren nur die Nutenharmonischen von b_1 . Betrachtet man zunächst die Reluktanzharmonischen, und benutzt als Darstellung von b_1 die früher abgeleitete Fouriersche Reihe, so ist:

$$\varphi_{rZ_{II}} = l_i \left(\frac{R_1}{R_{3II}} \right) \left(\frac{\sigma_{rI}}{t_{nI}} \right)^2 t'_{nII} b_{rI} \\ \approx \sum \left[\frac{\sin \nu \pi \frac{\sigma_{rI}}{t_{nI}}}{\nu \pi \frac{\sigma_{rI}}{t_{nI}}} \right]^2 \left[\frac{\sin \nu \pi \frac{t'_{nII}}{t_{nI}}}{\nu \pi \frac{t'_{nII}}{t_{nI}}} \right] \cdot \cos 2 \nu \pi \frac{x}{t_{nI}},$$

$$b_{rZ_{II}} = \frac{\varphi_{rZ_{II}}}{l_{eII} b_{zr_{II}}} = \frac{2}{\pi} k_{3II} \left(\frac{t'_{nII}}{b_{zr_{II}}} \right) b_{rI} \\ \approx \sum \left[\frac{\sin^2 \nu \pi \frac{\sigma_{rI}}{t_{nI}}}{\nu \pi \frac{\sigma_{rI}}{t_{nI}}} \right] \cdot \left[\frac{\sin \nu \pi \frac{t'_{nII}}{t_{nI}}}{\nu \pi \frac{t'_{nII}}{t_{nI}}} \right] \cdot \frac{\cos 2 \nu \pi \frac{x}{t_{nI}}}{\nu}.$$

Daraus erhält man den zeitlichen und räumlichen Mittelwert der Reluktanzwirbelstromverluste pro Gewichtseinheit bei der Tourenzahl N ($x = Z_I N t_{nI} t$):

$$(39) \quad \bar{p}_{rZ_{II}} = \frac{2c}{\pi^2} \left(\frac{NZ_I}{1000} \right)^2 \left(\frac{B_{rI}}{1000} \right)^2 k_{3II}^2 \frac{t_{nII}^2 \cdot i_{II}}{F_{zII}} \sum_{rZ_I} \text{Watt/kg},$$

$F_z = \text{Zahnfläche.}$

$$i_{II} = \int_{R_{3II}}^{R_{1II}} \frac{dr}{b_{zr_{II}}} \sum_{rZ_I} = \sum_1^\infty \left[\frac{\sin^2 \nu \pi \frac{\sigma_{rI}}{t_{nI}}}{\nu \pi \frac{\sigma_{rI}}{t_{nI}}} \right]^2 \left[\frac{\sin \nu \pi \frac{t'_{nII}}{t_{nI}}}{\nu \pi \frac{t'_{nII}}{t_{nI}}} \right]^2 f_{W\nu}.$$

Zur analogen Behandlung der Treppenharmonischen sei in der Gleichung für b_1 ($\nu q_0 - 1$) $\approx \nu q_0 \approx (\nu q_0 + 1)$ gesetzt, was die Rechnung ohne wesentliche Beeinträchtigung der Genauigkeit stark vereinfacht. Es ist dann:

$$\Phi_{tZ_{II}} = B_{tI} \cos \omega t \cdot l_i \left(\frac{R_1}{R_{3II}} \right) \frac{t'_{nII}}{\pi} \\ \approx \sum_1^\infty \frac{\cos \nu \pi q_{0I}}{\cos \nu \pi} \left[\frac{\cos \nu \pi \frac{t'_{nII}}{t_{nI}}}{\nu \pi \frac{t'_{nII}}{t_{nI}}} \right] \left[\frac{\sin \nu \pi \frac{\sigma_{tI}}{t_{nI}}}{\nu \pi \frac{\sigma_{tI}}{t_{nI}}} \right] \cdot \frac{\cos 2 \nu \pi \frac{x}{t_{nI}}}{\nu}$$

und

$$\bar{p}_{tZ_{II}} = \frac{c}{2\pi^2} \left(\frac{NZ_I}{1000} \right)^2 \left(\frac{B_{tI}}{1000} \right)^2 k_{s_{II}}^2 \frac{t'_{n_{II}} \cdot i_{II}}{F_{z_{II}}} \sum_{tZ_I} \text{Watt/kg}, \quad (40)$$

$$\sum_{tZ_I} = \nu \sum_1^\infty \left[\frac{\cos \nu \pi \frac{t'_{n_{II}}}{t_{n_I}}}{\nu \pi \frac{t'_{n_{II}}}{t_{n_I}}} \right]^2 \left[\frac{\sin \nu \pi \frac{\sigma_{tI}}{t_{n_I}}}{\nu \pi \frac{\sigma_{tI}}{t_{n_I}}} \right]^2 f_{w\nu}.$$

Die totalen zusätzlichen Wirbelstromverluste in den Zähnen betragen daher:

$$\bar{p}_{wZ_{II}} = \frac{2c}{\pi^2} \left(\frac{NZ_I}{1000} \right)^2 k_{s_{II}}^2 \frac{t'_{n_{II}} \cdot i_{II}}{F_{z_{II}}} \times \left\{ \left(\frac{B_{rI}}{1000} \right)^2 \sum_{rZ_I} + \frac{1}{4} \left(\frac{B_{tI}}{1000} \right)^2 \sum_{tZ_I} \right\} \text{Watt/kg}. \quad (41)$$

Zur Bestimmung der Hystereseverluste muß die Oberwelle des Zahnflusses

$$\varphi_{Z_{II}} = l_{e_{II}} k_{s_{II}} \int_{x - \frac{t'_{n_{II}}}{2}}^{x + \frac{t'_{n_{II}}}{2}} b_1 dx$$

aus der Kurve von b_1 in Figur 20c graphisch ermittelt werden. Bezeichnet man

$$b'_{res r} = \frac{\varphi_{Z_{II} \max} - \varphi_{Z_{II} \min}}{l_{e_{II}} \cdot b_{zr}} = b'_{res R_{s_{II}}} \cdot \frac{b_{z R_{s_{II}}}}{b_{zr}},$$

so werden die zusätzlichen Hystereseverluste pro Kilogramm:

$$\bar{p}_{HZ_{II}} = \frac{b^*}{40} \left(\frac{NZ_I}{1000} \right) \left(\frac{\bar{B}'_{res R_{s_{II}}}}{1000} \right)^2 \frac{b_{z R_{s_{II}}}^2 \cdot i_{II}}{F_{z_{II}}} \text{Watt/kg}. \quad (42)$$

Dabei ist $\bar{B}'_{res R_{s_{II}}}$ der ebenfalls graphisch zu bestimmende zeitliche Mittelwert von $b'_{res R_{s_{II}}}$. Wenn bei großen Zahnsättigungen der Fluß in den Nutenräumen nicht mehr vernachlässigt werden kann, so sind B_r , B_t und \bar{B}'_{res} überdies mit dem Quotienten aus wahrer und ideeller Zahnsättigung $\left(\frac{B_{Zw}}{B_{Zi}} \right)$ zu multiplizieren.

c) Die zusätzlichen Verluste im Joch.

In Maschinen mit genutetem Stator und Rotor treten auch im Joch noch zusätzliche Verluste auf. Sie beschränken sich jedoch auf die den Zähnen zu allernächst gelegenen Teile und haben ihre Ursache in den Pulsationen des Zahnflusses. Es ist daher naheliegend, sie gleichzeitig mit den Zahnpulsationsverlusten zu behandeln. Quantitativ sind sie jedoch sehr unbedeutend. Eine Überschlagsrechnung ergibt nämlich das Verhältnis:

$$\frac{\text{zusätzliche Jochverluste}}{\text{zusätzliche Zahnverluste}} = \frac{b_z \text{ mittel}}{5 h_z}.$$

Beim Einsetzen der Zahlenwerte stellt sich dieser Wert auf $\sim \frac{1}{20}$. Die zusätzlichen Jochverluste liefern also einen so geringen Beitrag an die totalen Zusatzverluste, daß sie ohne weiteres vernachlässigt werden können.

d) Der Vergleich von Theorie und Messung.

Die theoretisch gefundenen Gleichungen (37) bis (42) wurden nun zur Berechnung der zusätzlichen Verluste in dem im Abschnitt 7 beschriebenen Asynchronmotor verwendet. Gleichzeitig wurden die Zusatzverluste nach den im experimentellen Teil beschriebenen Methoden beim ideellen Leerlauf der Maschine (Stator erregt, Rotor synchron fremd angetrieben) gemessen. Tabelle 9 zeigt die berechneten und gemessenen Werte bei verschiedenen Luftspaltsättigungen und Drehzahlen. Zudem sind in Tabelle 10 für den normalen Betriebspunkt die einzelnen Summanden der zusätzlichen Verluste eingetragen. Entsprechend dem Resultat der Messungen am glatten Rotor wurde als Hysteresekoeffizient b^* das doppelte des nach der Ringmethode erhaltenen Wertes eingesetzt.

Die Übereinstimmung zwischen den berechneten und gemessenen Werten ist in Anbetracht der Kompliziertheit des Problems recht befriedigend. Die Untersuchung beweist zum mindesten, daß es ohne weitgehende Empirie auf theoretischem Wege möglich ist die zusätzlichen Verluste mit ausreichender Genauigkeit vorauszuberechnen.

Im einzelnen führen Rechnung und Experiment zu dem bemerkenswerten Ergebnis, daß die Hystereseverluste einen sehr beträchtlichen Teil, bei Normalbetrieb fast die Hälfte der Zusatzverluste darstellen.

Dies steht im Gegensatz zu der noch stark verbreiteten Ansicht, daß die zusätzlichen Hystereseverluste nur einen vernachlässigbar kleinen Betrag ausmachen.

Die Tabelle 10 lehrt ferner, daß die Treppenverluste im Leerlauf nur etwa ein Zwölftel der Reluktanzverluste betragen. Wenn daher fast

Tabelle 9.

n T/min	f ₁ Hertz	B _{1 max} Gauß	P _H Watt	P _W Watt	P _{zus} Watt	
					berechnet	gemessen
1875	1500	3000	10,6	15,0	25,6	24,3
1500	1200	3000	8,54	9,94	18,5	17,6
1125	900	3000	6,38	5,77	12,1	11,8
750	600	3000	4,26	2,66	6,92	6,9
375	300	3000	2,12	0,69	2,81	2,9
1875	1500	5000	30,2	42,0	72,2	68,0
1500	1200	5000	24,1	27,9	52,0	50,0
1125	900	5000	18,1	16,2	34,3	34,0
750	600	5000	12,06	7,46	19,5	20,2
375	300	5000	6,04	1,91	8,0	8,5
1875	1500	6000	45,2	62,2	107,4	98,0
1500	1200	6000	36,1	41,3	77,4	71,6
1125	900	6000	27,0	24,1	51,1	48,5
750	600	6000	18,0	11,1	29,1	28,8
375	300	6000	9,02	2,82	11,8	12,0

Tabelle 10.

B _{1 max} = 6000 Gauß n = 1500 T/min f ₁ = 1200/900 Hertz	Wirbelstromverluste			Hyste- rese- verluste	Totale Zusatz- verluste
	Reluktanz	Treppen	total		
Oberflächenverluste . . .	21,79	1,94	23,73	28,36	52,09
davon im Stator . . .	8,09	—	8,09	10,50	18,59
davon im Rotor . . .	13,70	1,94	15,64	17,86	33,50
Zahn pulsationsverluste .	15,93	1,63	17,56	7,74	25,30
davon im Stator . . .	8,21	—	8,21	2,46	10,67
davon im Rotor . . .	7,72	1,63	9,35	5,28	14,63
Totale Zusatzverluste . .	37,72	3,57	41,29	36,10	77,39
davon im Stator . . .	16,30	—	16,30	12,96	29,26
davon im Rotor . . .	21,42	3,57	24,99	23,14	48,13

ausnahmslos von ihrer Berechnung abgesehen wird, so ist dies bei Leerlauf einigermaßen gerechtfertigt. Da der Vollaststrom aber etwa das $2\frac{1}{2}$ —3fache des Leerlaufstromes beträgt, steigen die Treppenverluste auf das 6—9fache und erreichen bei Vollast die nicht mehr zu vernachlässigende Größe von $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ der bei Leerlauf und Vollast unveränderten Reluktanzverluste.

Es bleibt noch darauf hinzuweisen, daß die Reluktanzverluste nur eine Funktion der Pulsationsamplitude der Luftspaltinduktion und mit dieser bei konstanter mittlerer Induktion im Luftspalt unabhängig sind von der Zahnsättigung. Die Amplitude der Treppenharmonischen steht jedoch in dem in der Gleichung für B_t ausgedrückten Zusammenhang mit der Zahnpermeabilität. Steigt diese beispielsweise von $\mu = 300$ auf $\mu = 3000$, so ergibt die für den untersuchten Motor angestellte Rechnung bei gleichbleibendem Strom eine Zunahme von B_t um 11 % und der Treppenverluste um 21 %. Die Treppenverluste werden daher, gleicher Strom vorausgesetzt, im Kurzschluß etwa um 20 % größer sein als bei Vollast, während die Reluktanzverluste im Kurzschluß praktisch verschwinden.

9. Die Eisenverluste der Streuflüsse.

Bei der Berechnung der Eisenverluste der Grundmagnetisierung in den Abschnitten 5—7 war nur das vom Stator und Rotor gemeinsam erzeugte und mit beiden Teilen verkettete magnetische Feld berücksichtigt und von den Streuflüssen abgesehen worden. Der Nutenstreufluß äußert sich in den Ankerzähnen entweder in einer zusätzlichen Induktion oder in einer ungleichen Feldverteilung über der Zahnbreite. Beide Wirkungen haben eine Vergrößerung der Eisenverluste zur Folge. In gleicher Weise verursacht der Stirnstreufluß zusätzliche Eisenverluste in den den Spulenköpfen und Stirnverbindungen zunächst liegenden Teilen des aktiven Eisens und der Lagerschilder.

Es ist bekannt, daß die Eisenverluste in den Verschaltungen und Lagerschildern großer Generatoren recht bedeutende Werte annehmen können. Auf Anregung von Herrn Prof. Dr. Kuhlmann habe ich die Verhältnisse auch bei einem kleinen Drehstrommotor von ca. 8 PS nachgeprüft. Bei diesen Versuchen wurden die normalen gußeisernen

Lagerschilder durch vollständig gleich beschaffene aus Aluminium ersetzt. Die Messungen, die abwechslungsweise

1. ohne Lagerschilder,
2. mit Lagerschildern aus Aluminium,
3. mit Lagerschildern aus Gußeisen

bei Leerlauf, Belastung und Kurzschluß mit denselben Schaltungen, nach denselben Methoden, unter gleichen äußeren Umständen und mit den gleichen Instrumenten ausgeführt wurden, lieferten nicht den geringsten meßbaren Unterschied. Dieses Resultat erlaubt den Schluß, daß in kleinen und mittleren Maschinen die Verluste der Streuflüsse in den Lagerschildern unmeßbar klein sind.

Zur Ermittlung der Eisenverluste der Nutenstreuflüsse können die Ergebnisse der im experimentellen Teil (Abschnitt II 3) beschriebenen Messungen verwendet werden. Diese Versuche haben vorerst für den Fall des Kurzschlusses bewiesen, daß auch die Nutenstreuflüsse bei den üblichen Frequenzen keine meßbaren Verluste verursachen. Dies braucht nun allerdings bei Leerlauf oder bei Belastung, wo Haupt- und Streufelder nebeneinander auftreten, nicht zuzutreffen. Die Beobachtung, daß die Statorisenverluste eine eindeutige Funktion der Luftspalt-sättigung sind, unbekümmert darum, ob das Feld durch Erregung des Stators oder des Rotors erzeugt wird, deutet jedoch darauf hin, daß die Verluste der Nutenstreuflüsse auch im Leerlauf nicht meßbar sind.

Man wird aus diesen Versuchsergebnissen ganz allgemein schließen dürfen, daß in kleinen und mittleren Maschinen normaler Bauart bei Frequenzen um 50 Hertz die durch die Streuflüsse verursachten Eisenverluste in allen Betriebszuständen vernachlässigt werden dürfen.

D. Die Eisenverluste in Maschinen mit elliptischem Drehfeld und Wechselfeld.

1. Das elliptische Drehfeld.

Größe und Winkelgeschwindigkeit eines elliptischen Drehfeldes sind eindeutige Funktionen der Zeit und damit auch der Lage des Drehfeldvektors. Die generelle Gleichung eines elliptischen Drehfeldes lautet in vektorieller Schreibweise:

$$\underline{\mathfrak{B}} = B_1 e^{j(\omega t - p\varphi)} + B_2 e^{-j(\omega t + p\varphi)}.$$

Durch diese Gleichung wird das elliptische Drehfeld als Superposition von zwei gegenläufigen kreisförmigen Drehfeldern von gleicher Winkelgeschwindigkeit ω und den Amplituden B_1 und B_2 dargestellt. Aus der angeschriebenen Gleichung folgt:

$$\begin{aligned} \mathfrak{B}_{\max} &= \pm (B_1 + B_2) \varepsilon^{-p\varphi} && \text{bei } t = 0, \\ \mathfrak{B}_{\min} &= \pm j (B_1 - B_2) \varepsilon^{-p\varphi} && \text{bei } t = \frac{\pi}{2\omega}. \end{aligned}$$

Die Elliptizität des Feldes beträgt:

$$\kappa = \frac{B_{\min}}{B_{\max}} = \frac{B_1 - B_2}{B_1 + B_2}.$$

Daraus

$$B_1 = \frac{1 + \kappa}{2} B_{\max},$$

$$B_2 = \frac{1 - \kappa}{2} B_{\max}.$$

Ferner ist:

$$\begin{aligned} \mathfrak{B} &= (B_1 e^{j\omega t} + B_2 e^{-j\omega t}) \varepsilon^{-jp\varphi}, \\ (B_1 e^{j\omega t} + B_2 e^{-j\omega t}) &= B_{\max} \sqrt{\cos^2 \omega t + \kappa^2 \sin^2 \omega t} e^{j\varrho}, \\ \varrho &= \operatorname{arctg} (\kappa \operatorname{tg} \omega t), \\ \mathfrak{B} &= B_{\max} \sqrt{\cos^2 \omega t + \kappa^2 \sin^2 \omega t} \varepsilon^{j(\varrho - p\varphi)}. \end{aligned}$$

Andererseits besteht zwischen $B_1 \varepsilon^{j(\omega t - p\varphi)}$ und $B_2 \varepsilon^{-j(\omega t - p\varphi)}$ Projektionsgleichheit [Symbol (=)], so daß:

$$\begin{aligned} \mathfrak{B} &= B_1 \varepsilon^{-j(\omega t - p\varphi)} + B_2 \varepsilon^{-j(\omega t - p\varphi)}, \\ \mathfrak{B} &= B_{\max} \sqrt{\cos^2 p\varphi + \kappa^2 \sin^2 p\varphi} \varepsilon^{j(\psi - \omega t)}, \\ \psi &= \operatorname{arctg} (\kappa \operatorname{tg} p\varphi). \end{aligned}$$

Die beiden hergeleiteten Gleichungen lauten in gewöhnlicher Schreibart:

$$\begin{aligned} B_{\varphi, t} &= B_{\max} \sqrt{\cos^2 \omega t + \kappa^2 \sin^2 \omega t} \cos(p\varphi - \varrho), \\ &= B_{\max} \sqrt{\cos^2 p\varphi + \kappa^2 \sin^2 p\varphi} \cos(\omega t - \psi), \end{aligned}$$

und zeigen neben der Abhängigkeit der Induktionsamplituden von der Zeit bzw. dem Ort, daß zu jeder Zeit t die örtliche Feldverteilung und an jeder Stelle φ der zeitliche Verlauf der Induktion sinusförmig ist.

Bei $B_1 = B_2$ geht das elliptische Drehfeld in ein Wechselfeld über. Dabei ist:

$$\begin{aligned} \kappa &= 0, & \varrho &= 0, & \psi &= 0, & B_{\max} &= 2 B_1, \\ \mathfrak{B} &= B_{\max} \cos \omega t \varepsilon^{-j p \varphi}, & \mathfrak{B} & (=) & B_{\max} \cos p \varphi \varepsilon^{-j \omega t}, \\ B_{\varphi, t} &= B_{\max} \cos \omega t \cos p \varphi. \end{aligned}$$

2. Die Feldverteilung im Eisen.

Die für das kreisförmige Drehfeld aufgestellten Gesetze für die Feldverteilung im Eisen bleiben bei einem elliptischen Drehfeld bestehen. Dabei ist an die Stelle von

$$B_{1 \max} \varepsilon^{j \omega t},$$

der entsprechende Ausdruck:

$$B_{1 \max} \left[\frac{1 + \kappa}{2} \varepsilon^{j \omega t} + \frac{1 - \kappa}{2} \varepsilon^{-j \omega t} \right]$$

einzusetzen.

Die Rüdenbergschen Gleichungen für die Feldverteilung im Joch lauten dann:

$$\mathfrak{B}_{\text{rad}} = \frac{1}{r} (A r^{+p} - C r^{-p}) \left[\frac{1 + \kappa}{2} \varepsilon^{j[(\omega - \omega_m)t - p\varphi]} + \frac{1 - \kappa}{2} \varepsilon^{-j[(\omega + \omega_m)t + p\varphi]} \right], \quad (26')$$

$$\mathfrak{B}_{\text{tang}} = j \frac{1}{r} (A r^p + C r^{-p}) \left[\frac{1 + \kappa}{2} \varepsilon^{j[(\omega - \omega_m)t - p\varphi]} + \frac{1 - \kappa}{2} \varepsilon^{-j[(\omega + \omega_m)t + p\varphi]} \right], \quad (27')$$

und die der Gleichung (28) entsprechende Gleichung für die ideelle Zahninduktion:

$$\mathfrak{B}_{\text{Zi}} = B_{1 \max} k_b \frac{t_n}{b_{zr}} \left[\frac{1 + \kappa}{2} \varepsilon^{j[(\omega - \omega_m)t - p\varphi]} + \frac{1 - \kappa}{2} \varepsilon^{-j[(\omega + \omega_m)t + p\varphi]} \right]. \quad (28')$$

Die Induktion in Joch und Zähnen eines rotierenden Ankers ist somit die Superposition von zwei Induktionen ungleicher Amplitude und ungleicher Frequenz. Im Falle des Wechselfeldes haben die Amplituden der Teilinduktionen gleiche Größe ($\kappa = 0$).

Für den stillstehenden Anker (Statoren, Rotoren im Stillstand) ist $\omega_m = 0$, und weil:

$$\left[\frac{1 + \kappa}{2} \varepsilon^{j(\omega t - p\varphi)} + \frac{1 - \kappa}{2} \varepsilon^{-j(\omega t + p\varphi)} \right] (=) \sqrt{\cos^2 p \varphi + \kappa^2 \sin^2 p \varphi} \varepsilon^{j(\omega t - \psi_r)},$$

und

$$j \left[\frac{1+\kappa}{2} \varepsilon^{j(\omega t - p\varphi)} + \frac{1-\kappa}{2} \varepsilon^{-j(\omega t + p\varphi)} \right] (=) \sqrt{\sin^2 p\varphi + \kappa^2 \cos^2 p\varphi} \varepsilon^{j(\omega t + \psi)},$$

wobei

$$\psi_r = \arctg(\kappa \operatorname{tg} p\varphi), \quad \psi_t = \arctg(\kappa \operatorname{cotg} p\varphi),$$

gehen die Gleichungen (26') bis (28') über in:

$$(26'') \mathfrak{B}_{\text{rad}} = \frac{1}{r} (A r^p - C r^{-p}) \sqrt{\cos^2 p\varphi + \kappa^2 \sin^2 p\varphi} \varepsilon^{j(\omega t - \psi_r)} = B_{\text{rad}} \varepsilon^{j(\omega t - \psi_r)},$$

$$(27'') \mathfrak{B}_{\text{tang}} = \frac{1}{r} (A r^p + C r^{-p}) \sqrt{\sin^2 p\varphi + \kappa^2 \cos^2 p\varphi} \varepsilon^{j(\omega t + \psi_t)} = B_{\text{tang}} \varepsilon^{j(\omega t + \psi_t)},$$

$$(28'') \mathfrak{B}_{\text{Zi}} = B_{1 \max} k_s \frac{t_n}{b_{zr}} \sqrt{\cos^2 p\varphi + \kappa^2 \sin^2 p\varphi} \varepsilon^{j(\omega t - \psi_r)} = B_{\text{Zi}} \varepsilon^{j(\omega t - \psi_r)}.$$

Die Induktion im stillstehenden Anker verläuft also auch bei einem elliptischen Drehfeld im Luftspalt rein harmonisch, wobei Phase und Induktionsamplitude Funktionen des Winkels φ (d. h. der Stellung des Ankerquerschnittes in bezug auf die Feldellipse) sind. Die Jochinduktion, die sich aus den Komponenten $\mathfrak{B}_{\text{rad}}$ und $\mathfrak{B}_{\text{tang}}$ zusammensetzt, ist auch hier elliptisch drehend. Ihre Extremwerte betragen:

$$B_{\max} = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ (B_{\text{rad}}^2 + B_{\text{tang}}^2) + \sqrt{(B_{\text{rad}}^2 + B_{\text{tang}}^2)^2 - 4 B_{\text{rad}}^2 B_{\text{tang}}^2 \sin^2(\psi_r + \psi_t)} \right\}},$$

$$B_{\min} = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ (B_{\text{rad}}^2 + B_{\text{tang}}^2) - \sqrt{(B_{\text{rad}}^2 + B_{\text{tang}}^2)^2 - 4 B_{\text{rad}}^2 B_{\text{tang}}^2 \sin^2(\psi_r + \psi_t)} \right\}}.$$

3. Die Eisenverluste im stillstehenden Anker.

Der Rechnungsgang zur Ermittlung der Eisenverluste ist hier derselbe wie beim kreisförmigen Drehfeld.

Die B proportionalen Eisenverluste in einem ungenutzten oder im Joch eines genutzten Ankers betragen:

$$P_1 = \sqrt{f} a' (|B_{\max}| + |B_{\min}|) f dV.$$

Dieses Integral ist nun bei $\kappa \neq 1$ nicht mehr analytisch lösbar. Die graphische Integration dieses Ausdruckes bei verschiedenen Elliptizitäten zeigt, daß P_1 mit großer Annäherung linear mit κ zunimmt und durch die Gleichung:

$$(43) \quad \underline{P_1 = \frac{1 + 0,8 \kappa}{1,8} \hat{P}_1}$$

dargestellt werden kann. Dabei ist \dot{P}_1 der im vorhergehenden Kapitel berechnete Wert von P_1 bei kreisförmigem Drehfeld.

Die B^2 proportionalen Eisenverluste sind:

$$P_{j2} = v \int (B_{\max}^2 + B_{\min}^2) (b'f + c'f^2) dV$$

$$(B_{\max}^2 + B_{\min}^2) = (B_{\text{rad}}^2 + B_{\text{tang}}^2)$$

$$= \frac{1}{r^2} [(1 + \kappa^2) (A^2 r^{2p} + C^2 r^{-2p}) - 2(1 - \kappa^2) AC \cos 2p\varphi],$$

$$J = \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{+\frac{\pi}{2p}} (B_{\max}^2 + B_{\min}^2) d\varphi = \frac{1}{r^2} (A^2 r^{2p} + C^2 r^{-2p}) \frac{\pi}{p} (1 + \kappa^2).$$

Beim kreisförmigen Drehfeld lautete der entsprechende Ausdruck:

$$\dot{J} = \frac{2}{r^2} (A^2 r^{2p} + C^2 r^{-2p}) \frac{\pi}{p}.$$

Es ist daher:

$$J = \frac{1 + \kappa^2}{2} \dot{J}$$

und damit auch:

$$P_{j2} = \frac{1 + \kappa^2}{2} \dot{P}_{j2}. \quad (44)$$

Im elliptischen Drehfeld sind die Amplituden der Zahninduktion nicht mehr konstant, sondern von der Lage des Zahnes in bezug auf die Feldellipse abhängig. Es ist:

$$B_{Zi\varphi} = B_{Zi\max} \sqrt{\cos^2 p\varphi + \kappa^2 \sin^2 p\varphi}$$

und der entsprechende Verlust pro Gewichtseinheit:

$$P_{Z\varphi} = P_{Z\max} (\cos^2 p\varphi + \kappa^2 \sin^2 p\varphi),$$

$$\bar{P}_Z = P_{Z\max} \frac{p}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{+\frac{\pi}{2p}} (\cos^2 p\varphi + \kappa^2 \sin^2 p\varphi) d\varphi = \frac{1 + \kappa^2}{2} P_{Z\max} = \frac{1 + \kappa^2}{2} \dot{P}_Z.$$

Aus der letzten Gleichung folgt:

$$P_Z = \frac{1 + \kappa^2}{2} \dot{P}_Z, \quad (45)$$

$$\underline{P_{j2} + P_Z = P_2 = \frac{1 + \kappa^2}{2} \dot{P}_2.} \quad (46)$$

Durch die Gleichungen (43) und (46) ist ein einfacher Zusammenhang zwischen den Eisenverlusten in einem elliptischen und denjenigen in einem kreisförmigen Drehfeld hergestellt. Demgemäß wird man bei der Berechnung der Eisenverluste eines in einem elliptischen Drehfeld oder Wechselfeld stillstehenden Ankers mit Vorteil von den nach Kapitel C relativ einfach zu berechnenden Verlusten bei kreisförmigem Drehfeld ausgehen.

4. Die Eisenverluste im rotierenden Anker.

Wie aus den Gleichungen (26') bis (28') hervorgeht, werden die Eisenteile eines im elliptischen Drehfeld rotierenden Anker gleichzeitig mit zwei Frequenzen magnetisiert. Die experimentellen Untersuchungen im homogenen Feld haben gezeigt, daß in diesen Fällen die Verluste der einzelnen Frequenzen getrennt berechnet und addiert werden können unter Berücksichtigung eines Korrekturgliedes bei den B proportionalen Verlusten. Dieses Verfahren gilt zunächst nur für die Verluste bei linearer Magnetisierung, soll hier aber auch für die Bestimmung der Verluste bei drehender Magnetisierung angewandt werden. Die am Schluß angeführten Meßresultate beweisen die Richtigkeit dieser zunächst willkürlich vorgenommenen Verallgemeinerung.

Die mit B wachsenden Verluste der beiden gegenläufigen Drehfelder betragen nach Gleichung (33):

$$P_1' = \text{konst.} (f - f_m) \frac{1 + \varkappa}{2} B_{1\text{max}},$$

$$P_1'' = \text{konst.} (f + f_m) \frac{1 - \varkappa}{2} B_{1\text{max}}.$$

Die Superposition nach Gleichung (11) ergibt:

$$\begin{aligned} P_1 &= \text{konst.} k_s B_{1\text{max}} \left\{ \left(\frac{1 + \varkappa}{2} \right) (f - f_m) + \left(\frac{1 - \varkappa}{2} \right) (f + f_m) \right\} \\ &= \text{konst.} k_s B_{1\text{max}} (f - \varkappa f_m), \end{aligned}$$

$$k_s = \begin{cases} \frac{1 + 0,8 \varkappa}{1,8 - 0,8(1 - \varkappa) \frac{f_m}{f}} & \text{bei } f_m < f, \\ \frac{1 + 0,8 \varkappa}{1,8 - 0,8(1 - \varkappa) \frac{f}{f_m}} & \text{bei } f_m > f. \end{cases}$$

Bedeutet

$$\overset{\circ}{P}_1 = \text{konst. } f \cdot B_{1\text{max}}$$

der mit B wachsende Eisenverluste bei Stillstand und kreisförmigem Drehfeld, so ist:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \frac{(1 + 0,8\kappa) \left(1 - \kappa \frac{f_m}{f}\right)}{1,8 - 0,8(1 - \kappa) \frac{f_m}{f}} \overset{\circ}{P}_1 && \text{bei } f_m < f, \\ P_1 &= \frac{(1 + 0,8\kappa) \left(\frac{f_m}{f} - \kappa\right)}{1,8 - 0,8(1 - \kappa) \frac{f}{f_m}} \overset{\circ}{P}_1 && \text{bei } f_m > f. \end{aligned} \right\} (43')$$

Die B^2 und f proportionalen Verluste betragen:

$$\begin{aligned} P_{2H} &= \text{konst. } B_{1\text{max}}^2 \left[\left(\frac{1 + \kappa^2}{2}\right)^2 (f - f_m) + \left(\frac{1 - \kappa}{2}\right)^2 (f + f_m) \right] \\ &= \text{konst. } B_{1\text{max}}^2 \left[\left(\frac{1 + \kappa^2}{2}\right) f - \kappa f_m \right], \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} P_{2H} &= \frac{\left[\frac{1 + \kappa^2}{2} - \kappa \frac{f_m}{f}\right] \overset{\circ}{P}_{2H}}{} && \text{bei } f_m < f, \\ P_{2H} &= \frac{\left[\frac{1 + \kappa^2}{2} \frac{f_m}{f} - \kappa\right] \overset{\circ}{P}_{2H}}{} && \text{bei } f_m > f. \end{aligned} \right\} (46a')$$

Die mit B^2 und f^2 wachsenden Verluste erhält man analog zu:

$$P_{2W} = \frac{1}{2} \left[\left(1 - \kappa \frac{f_m}{f}\right)^2 + \left(\kappa - \frac{f_m}{f}\right)^2 \right] \overset{\circ}{P}_{2W}. \quad (46b')$$

Damit sind auch die Verluste von Ankern, die in elliptischen Dreh- oder Wechselfeldern rotieren, mit denjenigen bei kreisförmigem Drehfeld in Beziehung gebracht, so daß ein einfacher Weg zu ihrer Berechnung offen steht.

Setzt man in den Gleichungen (43') und (46') $f_m = 0$, so erhält man auch auf diesem indirekten Wege die im vorigen Abschnitt abgeleiteten Gleichungen (43) und (46) für den stillstehenden Anker.

5. Die zusätzlichen Verluste.

Wie die Ausführungen beim kreisförmigen Drehfeld gezeigt haben, sind die Reluktanzverluste dem Quadrat der Induktion im Luftspalt proportional. Weil:

$$B_1 = B_{1\max} \sqrt{\cos^2 p\varphi + \kappa^2 \sin^2 p\varphi},$$

sind auch die Reluktanzverluste eine Funktion des Winkels φ . Ihr Mittelwert beträgt

$$P_r = \frac{p}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{+\frac{\pi}{2p}} P_{r\max} (\cos^2 p\varphi + \kappa^2 \sin^2 p\varphi) d\varphi = P_{r\max} \left(\frac{1 + \kappa^2}{2} \right).$$

Da $P_{r\max} \equiv \dot{P}_r$, ist

$$(47) \quad \underline{P_r} = \underline{\left(\frac{1 + \kappa^2}{2} \right) \dot{P}_r}.$$

Die Treppenverluste eines Ankers II wachsen mit dem Quadrat der Amplitude der MMK längs des Ankerumfanges I. Ist nun die Amplitude der MMK nicht mehr konstant und gleich $MMK_{\max} = \overset{\circ}{MMK}$, sondern ebenfalls eine Funktion von φ , so ist der mittlere Treppenverlust:

$$(48) \quad \underline{P_t} = P_{t\max} \cdot \frac{p}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{+\frac{\pi}{2p}} \left(\frac{MMK_\varphi}{MMK_{\max}} \right)^2 d\varphi = \underline{\dot{P}_t} \frac{p}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{+\frac{\pi}{2p}} \left(\frac{MMK_\varphi}{MMK_{\max}} \right)^2 d\varphi.$$

Die Amperewindungsverteilung längs des Ankerumfanges ist aber durch die Form und Größe des resultierenden Feldes im Luftspalt nicht eindeutig bestimmt; sie hängt vielmehr von der Wicklungsart, Schaltung und Belastung der Maschine ab. Der Faktor

$$\frac{p}{\pi} \int \left(\frac{MMK_\varphi}{MMK_{\max}} \right)^2 d\varphi$$

ist daher von Fall zu Fall zu bestimmen.

6. Die experimentelle Nachprüfung der aufgestellten Gesetze.

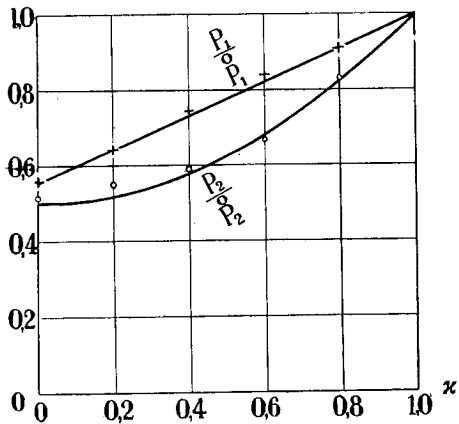
Die experimentelle Nachprüfung der auf theoretischem Wege gefundenen Gleichungen zur Berechnung der Eisenverluste in elliptischen Feldern ist für den Fall des stillstehenden Ankers einfach

durchführbar. So wurden die Eisenverluste eines stillstehenden vierpoligen Drehstrommotors bei der konstanten Frequenz von 50 Hertz bei fünf verschiedenen Elliptizitäten des Luftspaltfeldes als Funktion von $B_{1\max}$ aufgenommen und in P_1 und P_2 getrennt. Bildet man nun $\left(\frac{P_1}{\dot{P}_1}\right)$ bzw. $\left(\frac{P_2}{\dot{P}_2}\right)$, so erhält man die in der Tabelle 11 aufgeführten Werte. In Figur 21, wo neben den theoretischen Kurven die experimentell ermittelten Punkte eingetragen sind, findet man die hergeleitete Theorie durch das Experiment bestätigt.

Tabelle 11.

x	$\left(\frac{P_1}{\dot{P}_1}\right)$	$\left(\frac{P_2}{\dot{P}_2}\right)$
0	0,557	0,515
0,2	0,643	0,553
0,4	0,740	0,595
0,6	0,835	0,672
0,8	0,912	0,833
1	1	1

Erheblich schwieriger gestaltet sich dieser Vergleich für einen rotierenden Anker. Im elliptischen Drehfeld und Wechselfeld gelingt sowohl die Trennung in Stator- und Rotorverluste als auch die Ausschcheidung der hochfrequenten Zusatzverluste von den Verlusten des Grundfeldes nicht mehr. Die einzig mögliche Kontrolle der Gleichungen für den rotierenden Anker besteht nun darin, daß man die Differenz der Verluste bei Stillstand und derjenigen bei Lauf theoretisch und experimentell feststellt und vergleicht.



Figur 21.

Das Verhältnis $\frac{P_1}{\dot{P}_1}$ und $\frac{P_2}{\dot{P}_2}$.

$\times \circ$ = Experimentelle Werte.

Kurven berechnet.

Tabelle 12d.

Tabelle 12e.

f = 50 Hertz z = 0,2 B ₁ max = 5225 Gauß		P ₁ H = 10,2 Watt P ₂ H = 13,4 Watt P ₂ W = 11,6 Watt		f = 50 Hertz z = 0,6 B ₁ max = 4900 Gauß		P ₁ H = 9,5 Watt P ₂ H = 11,8 Watt P ₂ W = 10,2 Watt	
n T /min	P Watt	ΔP Watt		n T /min	P Watt	ΔP Watt	
		gemessen	berechnet			gemessen	berechnet
0	89,00	—	—	0	97,50	—	—
+ 200	89,00	0,00	- 0,05	+ 200	95,73	- 1,77	- 2,11
400	89,21	+ 0,21	+ 0,47	400	94,35	3,15	3,81
600	90,38	1,38	1,29	600	93,06	4,44	4,86
800	91,45	2,45	3,63	800	91,12	6,38	5,33
1000	92,96	3,96	4,17	1000	91,11	6,39	6,02
1200	95,17	6,17	6,24	1200	91,12	6,38	5,97
1400	97,6	8,60	8,68	1400	91,93	5,67	5,75
1600	102,3	13,3	12,16	1600	93,7	3,8	3,97
1800	107,1	18,1	17,1	1800	99,3	+ 1,8	+ 1,80
2000	112,5	23,5	22,4	2000	105,2	7,7	7,1
- 200	90,94	+ 1,94	+ 2,29	- 200	102,47	+ 4,97	+ 4,34
400	94,27	5,27	5,13	400	106,79	9,29	9,28
600	97,77	8,77	8,45	600	112,75	15,25	14,77
800	101,86	12,86	12,21	800	118,35	20,85	20,85
1000	105,85	16,85	16,29	1000	124,3	26,8	20,90
1200	110,2	21,2	20,98	1200	130,6	33,1	33,82
1400	114,8	25,8	25,90	1400	137,3	39,8	41,0
1600	120,5	31,5	31,53	1600	145,8	48,3	49,2
1800	126,9	37,9	37,40	1800	154,2	56,7	57,1
2000	133,4	44,4	43,84				

Tabelle 12f.

Tabelle 12g.

f = 50 Hertz z = 0,8 B _{1max} = 2660 Gauß		P _{1H} = 3,20 Watt P _{2H} = 5,05 Watt P _{2W} = 3,28 Watt		f = 50 Hertz z = 0,75 B _{1max} = 5360 Gauß		P _{1H} = 5,3 Watt P _{2H} = 6,7 Watt P _{2W} = 3,0 Watt	
n T/min	P Watt	ΔP Watt		n T/min	P Watt	ΔP Watt	
		gemessen	berechnet			gemessen	berechnet
0	42,63	—	—	0	71,00	—	—
+ 200	41,50	- 1,13	- 1,19	+ 200	69,14	- 1,86	- 2,00
400	40,41	2,22	2,14	400	67,67	3,33	3,50
600	39,63	3,00	2,95	600	66,94	4,06	4,53
800	39,02	3,61	3,62	800	67,4	3,60	3,63
1000	38,35	4,28	4,12	1000	72,4	+ 1,4	+ 1,64
1200	38,10	4,53	4,43	1200	77,8	6,8	7,53
1400	37,88	4,75	4,60	1400	85,0	14,0	13,97
1600	38,68	3,95	3,68	1600	92,6	20,6	20,78
1800	40,85	1,78	1,75	1800	99,2	28,2	28,09
2000	43,10	+ 0,47	+ 0,39	2000	106,7	35,7	35,79
- 200	44,88	+ 2,20	+ 1,93	- 200	76,27	+ 5,27	+ 5,03
400	46,02	3,89	4,11	400	82,4	11,4	10,68
600	49,21	6,58	6,43	600	89,2	18,2	17,01
800	51,40	8,77	8,90	800	96,6	25,6	23,93
1000	54,48	11,85	11,60	1000	105,0	34,0	31,37
1200	57,30	14,67	14,48	1200	112,7	41,7	39,57
1400	60,23	17,60	17,52	1400	120,9	49,9	48,33
1600	63,48	20,85	20,68	1600	130,4	60,6	57,51
1800	66,93	24,30	24,00	1800	140,5	70,5	66,12
2000	70,45	27,82	27,44	2000	152,2	81,2	77,27

Tabelle 12k.

Tabelle 12i.

Tabelle 12h.

f = 25 Hertz z = 0,5 B _{1max} = 2740 Gauß		P _{1H} = 1,6 Watt P _{2H} = 2,5 Watt P _{2W} = 0,82 Watt		f = 25 Hertz z = 0,25 B _{1max} = 6610 Gauß		P _{1H} = 6,5 Watt P _{2H} = 10,3 Watt P _{2W} = 4,36 Watt		f = 50 Hertz z = 0,4 B _{1max} = 7500 Gauß		P _{1H} = 16,7 Watt P _{2H} = 23,0 Watt P _{2W} = 21,6 Watt	
n T/min	P Watt	ΔP Watt		n T/min	P Watt	ΔP Watt		n T/min	P Watt	ΔP Watt	
		gemessen	berechnet			gemessen	berechnet			gemessen	berechnet
0	19,75	—	—	0	76,50	—	—	0	205,0	—	—
+ 200	19,31	- 0,44	- 0,40	+ 200	76,85	+ 0,35	+ 0,30	+ 200	202,32	- 2,68	- 2,0
400	18,92	0,83	0,65	400	77,41	0,91	1,08	400	201,23	3,77	3,1
600	19,01	0,74	0,78	600	79,39	2,89	2,63	600	201,53	3,47	3,4
800	19,24	0,51	0,40	800	83,0	6,5	5,56	800	202,6	2,4	2,5
1000	20,33	+ 0,58	+ 0,88	1000	88,1	11,6	11,23	1000	203,6	1,4	1,1
1200	22,00	2,25	2,40	1200	93,7	17,2	17,52	1200	205,5	+ 0,5	+ 0,9
1400	23,65	3,90	3,93	1400	100,1	23,6	24,27	1400	208,0	3,0	3,5
1600	25,70	5,95	5,70	1600	108,0	31,5	31,69	1600	214,8	9,8	8,2
1800	27,17	7,42	7,52	1800	116,3	39,8	39,63	1800	222,2	17,2	18,4
2000	29,55	9,80	9,47	2000	124,1	47,6	48,64	2000	233,5	23,5	23,8
- 200	20,99	+ 1,24	+ 1,10	- 200	79,86	+ 3,96	+ 3,45	- 200	211,4	+ 6,4	+ 6,5
400	22,40	2,65	2,42	400	83,60	7,10	7,54	400	219,0	14,0	13,8
600	24,00	4,25	3,91	600	89,0	12,5	12,60	600	226,9	21,9	22,2
800	26,00	6,25	5,55	800	94,7	18,2	18,52	800	236,6	31,6	31,8
1000	27,50	7,75	7,31	1000	101,4	24,9	25,08	1000	247,0	42,0	42,4
1200	29,68	9,93	9,38	1200	110,1	33,6	32,37	1200	257,3	52,3	51,2
1400	31,77	12,03	11,41	1400	118,5	42,0	40,14	1400	268,4	63,4	63,5
1600	33,68	13,93	13,68	1600	127,6	51,1	48,71	1600	282,6	77,6	77,5
1800	36,15	16,40	16,04	1800	137,8	61,3	57,72	1800	295,2	90,2	90,9
2000	39,70	19,95	19,51	2000	149,4	72,9	67,97	2000	311,0	106,0	105,3

Mit den folgenden Bezeichnungen:

$P_{0\text{St}}, P_{1\text{St}}$ Stator- } Verluste des Grundfeldes bei Stillstand
 $P_{0\text{R}}, P_{1\text{R}}$ Rotor- } bzw. bei Lauf,
 P_{zus} Zusatzverluste in Stator und Rotor,

erhält man als Verluste

$$\begin{aligned}
 \text{bei Stillstand: } P_0 &= P_{0\text{St}} + P_{0\text{R}} & P_{0\text{St}} &= P_{1\text{St}} \\
 \text{bei Lauf: } P_1 &= P_{1\text{St}} + P_{1\text{R}} + P_{\text{zus}} \\
 P_1 - P_0 &= P_{\text{R}} - P_{0\text{R}} + P_{\text{zus}} \\
 \underline{\Delta P} &= \underline{\Delta P_{\text{R}} + P_{\text{zus}}}.
 \end{aligned}$$

Rechnerisch ergeben sich $P_{1\text{R}}$ aus den Gleichungen (43') und (46'), $P_{0\text{R}}$ aus den Gleichungen (43) und (46) und P_{zus} aus Gleichung (47).

Die Messungen erfolgten an dem schon mehrfach erwähnten Drehstrommotor mit glattem, unbewickeltem Rotor, dessen Verluste bei kreisförmigem Drehfeld aus früheren Messungen genau bekannt waren. Da der Rotor stets stromlos war, ist, abgesehen von der Streuung, die MMK längs des Statorumfangs mit der resultierenden MMK im Luftspalt identisch und bei Vernachlässigung der Sättigung der Induktion proportional. Es werden daher nicht nur die Reluktanz-, sondern auch die Treppenverluste und damit die gesamten Zusatzverluste der Gleichung (47) gehorchen. In den vorstehenden Tabellen 12a—k sind die rechnerisch und experimentell ermittelten Werte von ΔP für verschiedene Elliptizitäten, Induktionen und Frequenzen eingetragen. Die Kleinheit der Differenzen zwischen den berechneten und den gemessenen Beträgen bestätigt die praktische Brauchbarkeit der hergeleiteten Gleichungen.

E. Die Eisenverluste in Gleichfeldmaschinen.

Die dargestellte Theorie gilt natürlich auch für solche Trommelanker, die in einem zeitlich unveränderlichen aber örtlich sinusförmig verteilten Feld rotieren. Dabei ist in allen Gleichungen $\omega = 0$ und $f = 0$ einzusetzen. In diesem Falle beschränkt sich die durch das Grundfeld bedingte Ummagnetisierung auf rotierende Anker und besitzt dort stets die Rotationsfrequenz. Die durch die Nutung hervorgerufenen Feldpulsationen sind dagegen unabhängig von der Frequenz des Grundfeldes. Die zusätzlichen Verluste nehmen daher im Gleichfeld dieselben Werte an wie im Wechselfeld.

Experimenteller Teil.

Die recht umfangreichen Versuche, die zur Abklärung der Frage der Eisenverluste notwendig waren, wurden zum Teil an Toroiden und zum Teil an einer eigens für diesen Zweck gebauten Versuchsmaschine angestellt. Die zum Aufbau der Toroide und des aktiven Eisens der Maschine verwendeten Bleche waren aus denselben Blechtafeln gestanzt. Dadurch wurde es ermöglicht, die Versuchsergebnisse miteinander zu vergleichen und zu kombinieren. Über die Konstanten des Bleches orientiert die folgende Zusammenstellung:

Durchschnittliche Blechstärke	0,5 mm.
Spezifisches Gewicht	7,57 kg/dm ³ .
Spezifischer Widerstand ($\tau = 20^\circ$) .	$0,352 \cdot 10^{-4}$ Ohm cm.
Temperaturkoeffizient.	$1,42 \cdot 10^{-3} / ^\circ \text{C}$.
Chemische Zusammensetzung	Fe 97,7 — 98,1 ‰, C 0,06 — 0,075 ‰, P < 0,03 ‰, Si 1,2 — 1,5 ‰, Mn 0,35 — 0,4 ‰, S < 0,05 ‰, Cu 0,2 — 0,26 ‰.
Magnetisierbarkeit	bei 25 A W/cm 15 100 Gauß, 50 A W/cm 16 150 Gauß, 100 A W/cm 17 400 Gauß, 300 A W/cm 19 800 Gauß.

Die Angaben über die chemische Zusammensetzung stammen von der Lieferfirma (Hüttenwerk Thale a. H.), während die übrigen Daten das Resultat der eigenen Messungen darstellen.

I. Die Messungen an Toroiden.

A. Die Versuche bei linearer Wechselmagnetisierung.

1. Die Versuchsanordnung.

Das Bestreben bei den Messungen alle störenden Einflüsse, wie z. B. die Wirkung der Stabenden an einem stabförmigen Versuchsobjekt, auszuschalten und alle Größen, wie Feldstärke, Induktion, Leistung, direkt zu messen, führt unmittelbar zur Wahl kreisringförmiger Versuchskörper, d. h. zu Toroiden. Die Abmessungen der Toroide waren gegeben durch die Forderung der möglichst gleichmäßigen Induktionsverteilung im Ringquerschnitt, und durch die zur Verfügung stehenden Spannungen, Ströme und Meßinstrumente. Für die Versuche bei linearer Magnetisierung wurden zwei genau gleiche Toroide mit den folgenden Konstruktionsdaten verwendet:

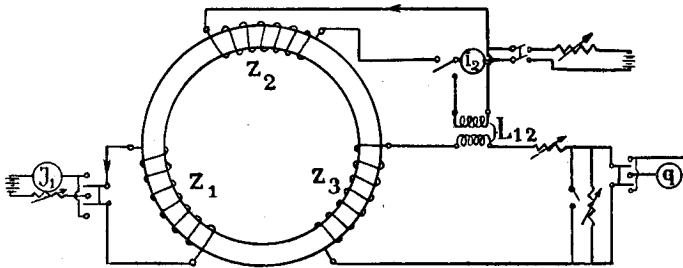
Außendurchmesser	460 mm,
Innendurchmesser	400 mm,
Eisenquerschnitt	8,20 cm ² ,
Eisenvolumen	1,106 dm ³ .
Eisenwicht	8,38 kg,
Gesamtquerschnitt der Isolation	2,5 cm ² .

Die einzelnen Bleche waren im allgemeinen nur durch die einseitige Papierbeklebung voneinander isoliert. Bei späteren Versuchen wurde die Zwischenisolation noch durch eine 0,2 mm starke Papierschicht verstärkt. Die Ringe waren durch 0,1 mm starkes überlappt gewickeltes Ölband zusammengehalten und damit gleichzeitig gegen die Wicklung genügend isoliert.

Jedes Toroid war mit zwei gleichen, über den ganzen Umfang parallel gewickelten, zwölfmal aufgeschnittenen Wicklungen von je 12×37 Windungen versehen. Dazu wurde doppelt mit Baumwolle umspinnener und in Asphaltlack getränkter Kupferdraht von 1 mm Durchmesser verwendet. Je nach Bedarf wurden überdies bei den einzelnen Versuchen noch eine oder mehrere Hilfwicklungen angebracht.

2. Die Aufnahme von statischen Hystereseschleifen.

Zur Aufnahme von statischen Hystereseschleifen bediente ich mich einer von Evershed und Vignoles (Lit. 27) angegebenen Methode nach dem folgenden Schaltungsschema:

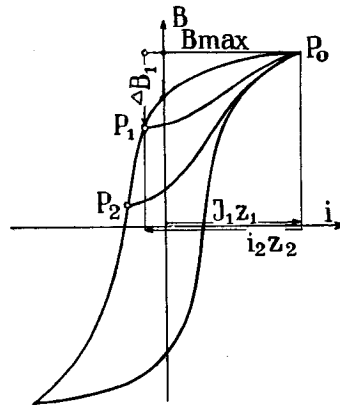


Figur 22.

Dabei wurden alle Spulen der Arbeitswicklungen in Reihe geschaltet, so daß jede Wicklung aus $z_1 = z_2 = 444$ Windungen bestand. Zudem wurde noch eine aus $z_3 = 48$ Windungen bestehende, gleichmäßig über den Umfang verteilte Meßwicklung angebracht. Die Stromrichtungen von J_1 und i_3 müssen so gewählt werden, daß sich $J_1 z_1$ und $i_3 z_3$ entgegenwirken.

Um nun die in Figur 23 gezeichnete Schleife aufzunehmen, muß der dem B_{\max} entsprechende Strom J_1 während des ganzen Versuches konstant gehalten werden. Der Punkt P_0 liegt auf der Magnetisierungs- (Kommutierungs-) Kurve. Die weiteren Punkte P_1, P_2, \dots erhält man nun durch Ein- und Ausschalten des zu variierenden Stromes i_3 .

Es wäre zu erwarten, daß sich beim Ausschalten von i_3 immer wieder der ursprüngliche Magnetisierungszustand (Punkt P_0) einstellen würde. Die Tabelle 13 enthält nun die Galvanometerausschläge, die bei wiederholtem Ein- und Ausschalten des gleichen Stromes i_3 auftreten. Daraus geht hervor, daß sich sowohl der Punkt P_0 als auch der Punkt P_1 im Sinne



Figur 23.

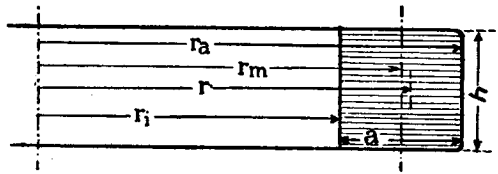
wachsender Induktion verschiebt. Für die Aufnahme der Schleifen ergeben sich daraus folgende Konsequenzen: Die Punkte P_r kommen nur beim erstmaligen Einschalten von i_2 auf die B_{\max} zugeordnete Hystereseschleife zu liegen. Es ist also nicht zulässig ein und dieselbe Messung nacheinander beliebig zu wiederholen. Um sicher zu sein, daß das Eisen vor jedem Einschalten von i_2 denselben, durch den Punkt P_0 charakterisierten magnetischen Zustand besitzt, ist vor jedem Zuschalten von i_2 der Strom J_1 mehrmals zu kommutieren.

Tabelle 13.

	Ausschlag des Galvanometers beim	
	Einschalten von i_2	Ausschalten von i_2
1. Mal	7,9	7,9
2. Mal	7,4	7,4
3. Mal	7,2	7,3
4. Mal	7,1	7,3
5. Mal	7,0	7,2
6. Mal	7,0	7,1
20. Mal	6,8	6,8
50. Mal	6,8	6,8
Nach Kommutation	7,9	7,9

(Mittelwerte aus Ausschlägen nach beiden Seiten.)

Der einzige Nachteil aller Ringmethoden besteht darin, daß Feldstärke und Induktion nicht gleichmäßig über den Querschnitt verteilt sind. Bekanntlich ist (Figur 24):



Figur 24.

$$H_r = \frac{J_1 z_1 - i_2 z_2}{2\pi r}$$

und der Mittelwert:

$$\bar{H} = \frac{1}{a} \int_{r_i}^{r_a} H_r dr = \frac{J_1 z_1 - i_2 z_2}{2\pi a} \ln \left(\frac{r_a}{r_i} \right).$$

Für $z_1 = z_2 = 444$, $a = 3$, $r_i = 20$, $r_a = 23$ wird

$$\bar{H} = (J_1 - i_2) 3,292 \text{ AW/cm.}$$

Ebenso ist:

$$\bar{B} = \frac{1}{a} \int_{r_i}^{r_a} B_r dr = \frac{\Phi_{fe}}{F_{fe}}.$$

Bezeichnet man ferner den gesamten Widerstand im Galvanometerkreis mit R_2 , so beträgt:

$$\Delta \Phi_{total} = \Delta \Phi_{fe} + \Delta \Phi_{isol} = \alpha \cdot \frac{R_2 G_b}{z_3} 10^8 \text{ Gauß} \cdot \text{cm}^2$$

(α = Galvanometerausschlag, G_b = Galvanometerkonstante).

Der Faktor $(R_2 G_b)$ wurde für die verschiedenen Meßbereiche mit Hilfe der normalen gegenseitigen Induktivität L_{12} bestimmt nach der Gleichung:

$$(R_2 G_b) = L_{12} \frac{\Delta i'_1}{\alpha'}.$$

Um den Einfluß des nicht im Eisen verlaufenden Induktionsflusses kennen zu lernen, bilden wir:

$$\frac{\Phi_{isol}}{\Phi_{fe}} = \frac{F_{isol} \cdot \gamma_0 \cdot H}{F_{fe} \cdot \gamma \cdot H} = \frac{F_{isol}}{F_{fe} \mu}.$$

Bei der höchsten gemessenen Induktion von 16000 Gauß beträgt die Permeabilität noch $\mu = 270$ und:

$$\frac{\Phi_{isol}}{\Phi_{fe}} = \frac{2,5}{8,2 \cdot 270} = 0,11 \text{ } \%.$$

Φ_{isol} kann also gegenüber Φ_{fe} stets vernachlässigt werden. In diesem Falle ist:

$$\Delta \bar{B} = \frac{(R_2 G_b) \cdot 10^8}{z_3 \cdot F_{fe}} \cdot \alpha \text{ Gauß.}$$

Infolge der Sättigung wird nun \bar{B} in den seltensten Fällen die der mittleren Feldstärke \bar{H} zugehörige Induktion sein. Dank dem kleinen Verhältnis $\left(\frac{\alpha}{r_m}\right)$ liegt die Abweichung jedoch weit innerhalb der Ablesegenauigkeit der Instrumente.

Aus den auf diese Weise gemessenen \bar{B} und \bar{H} wurden in großem Maßstab die Hystereseschleifen konstruiert und mit einem Conradischen Präzisionsplanimeter planimetriert. Es gilt dann:

$$\oint H_{AW/cm} \cdot dB_{\text{Voltsec/cm}^2} = a'_{Hs} \text{ Joule/cm}^3,$$

$$\frac{10^{-5}}{s} \oint H_{AW/cm} dB_{\text{Gauß}} = a_{Hs} \text{ Joule/kg.}$$

Die so ermittelten Werte für a_{Hs} sind in Tabelle 14 und in Figur 2 eingetragen.

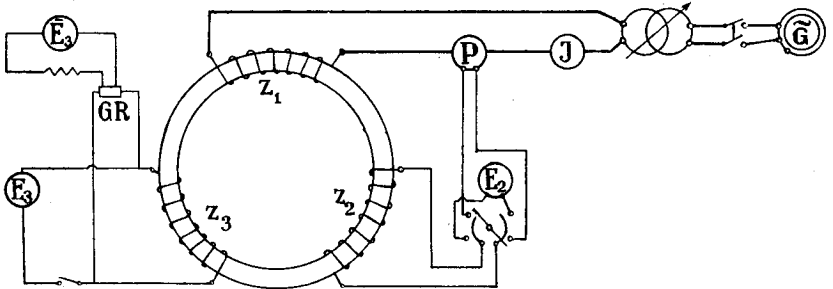
Tabelle 14.

J_1 A	AW_{\max} A / cm	B_{\max} Gauß	a'_{Hs} Joule / cm ³	a_{Hs} Joule / kg
0,25	0,823	2023	$30,1 \cdot 10^{-6}$	$3,98 \cdot 10^{-3}$
0,39	1,282	4130	94,1	12,42
0,48	1,578	5250	137,8	18,20
0,70	2,304	7120	222,0	29,40
0,95	3,13	8580	304,4	40,25
1,20	3,95	9600	366,0	48,40
1,40	4,60	10150	407,0	53,80
2,00	6,58	11500	525,0	69,40
2,65	8,73	12400	615,0	81,25
5,10	16,8	14150	800,0	105,6
7,50	24,7	14960	896,0	118,4
14,0	46,0	16000	1032,0	136,5

Die vorstehenden Versuche liefern gleichzeitig die Magnetisierungs-(Kommutierungs-) Kurve des Eisens (Kolonnen 2 und 3 der Tabelle 14).

3. Die wattmetrische Messung der totalen Eisenverluste.

Anschließend an die statischen Versuche wurde dasselbe Toroid mit Wechselstrom von 25—100 Hertz magnetisiert und die auftretenden Eisenverluste wattmetrisch bestimmt (Schaltung nach Figur 25).



Figur 25.

Als Stromquelle diente dabei bei $f \leq 50$ ein kleiner von einem Drehstromsynchronmotor angetriebener Drehstromturbogenerator und bei $f > 50$ ein wahlweise durch einen Drehstromsynchron- oder einen Gleichstromnebenschlußmotor angetriebener Asynchrongenerator. Diese beiden Maschinen eigneten sich besonders gut wegen ihrer vorzüglichen Spannungskurve. Zwecks Eliminierung der an sich schon sehr kleinen ($< 2\%$) dritten Harmonischen der Phasenspannung wurde stets die verkettete Spannung verwendet. Um die Rückwirkung des oft sehr stark verzerrten Ankerstromes auf ein Minimum zu reduzieren, arbeiteten die Maschinen stets bei der höchst zulässigen Sättigung. Ein hinter den Generator geschalteter Stufentransformator lieferte dann die variable Spannung. Auf diese Weise gelang es auch bei der verzerrtesten Stromkurve eine sinusförmige Klemmenspannung zu erhalten.

Zur Magnetisierung des Toroides wurde nur eine der beiden Arbeitswicklungen verwendet, während die andere an die Spannungsspule des Wattmeters gelegt wurde, so daß die primären Kupferverluste nicht mitgemessen wurden. Zur gleichzeitigen Messung der Induktion mußte der Ring noch mit einer dritten, ebenfalls über den ganzen Umfang verteilten Wicklung versehen werden. Die darin induzierte Spannung beträgt:

$$e_3 = - \frac{d \sum \Phi_k z_k}{dt} = - z_3 \frac{d \Phi}{dt}.$$

Vorausgesetzt, daß

$$\Phi_{t=t_1} = - \Phi_{t=t_1 + \frac{T}{2}},$$

ist:

$$\int_0^{\frac{T}{2}} e_3 dt = 2 z_3 \Phi_{\max} = 2 z_3 B_{\max} F = \bar{E}_3 \frac{T}{2}.$$

$$B_{\max} = \frac{\bar{E}_3}{4 f z_3 F} = \frac{E_{3 \text{ eff}}}{4 f \cdot k_f z_3 F}.$$

Es ist üblich, B_{\max} aus dem Effektivwert der induzierten Spannung zu berechnen. Dabei ist aber der Formfaktor k_f eine unbekannte Größe, für die man dann den Wert für sinusförmige Spannung, nämlich $k_f = 1,11$ einsetzt. Da aber, wie später gezeigt werden soll, bei hohen Sättigungen der Verlauf von e_3 ganz erheblich von der Sinusform abweicht, wird diese Methode der Induktionsmessung ungenau und bei kleinen Frequenzen direkt unbrauchbar. Das nahe-

liegendste ist nun, zur Bestimmung der Sättigung statt des Effektivwertes den Mittelwert der induzierten Spannung zu messen.

Die exakte Messung des Mittelwertes einer Wechselfspannung ist nun keineswegs einfach; sie erfordert die Umklappung oder gänzliche Unterdrückung der einen Spannungshalbwelle. Durch Einschalten irgend eines Gleichrichters in den Meßkreis ist das eine oder andere stets möglich, so daß der Ausschlag eines Galvanometers oder eines anderen Instrumentes, das den Wert $\frac{1}{T} \int_0^T i \cdot dt$ anzeigt, dem Mittelwert des gleichgerichteten Stromes direkt proportional ist. Damit aber der Ausschlag des Instrumentes ein Maß für den Spannungsmittelwert sein kann, muß der Gleichrichter völlig verzerrungsfrei arbeiten, d. h. seine Charakteristik $[i = f(e)]$ muß auf der Durchlaßseite geradlinig verlaufen. Eingehende Untersuchungen haben nun ergeben, daß die Trockenplattengleichrichter (sog. Kuproxelemente) bei sehr schwacher Belastung diese Forderung erfüllen. Die Meßanordnung arbeitet also nur dann einwandfrei, wenn das Anzeigement ein sehr geringen Stromverbrauch hat. Von allen direkt zeigenden Instrumenten erwies sich dabei das SH-Millivolt- und Amperemeter mit 10 Ohm Eigenwiderstand und einer Stromaufnahme von 4,5 mA beim maximalen Ausschlag von 150 Skalenteilen am geeignetsten. Die obere Grenze des Meßbereiches ist durch die Konstruktion des Gleichrichters bedingt. Sie lag im vorliegenden Fall etwa bei 18 Volt Mittelwert. Der im Voltmeterkreis erforderliche totale Widerstand mußte daher $\frac{18}{0,0045} = 4000$ Ohm betragen. Die ganze Meßanordnung wurde mit einem Präzisionsvoltmeter unter Verwendung von rein sinusförmiger Spannung geeicht.

Dem Meßbereich der Anordnung entsprechend erhielt die Meßwicklung $z_3 = 46$ Windungen, so daß der Amplitudenwert der mittleren Induktion im Ringquerschnitt:

$$\underline{\underline{\bar{B}_{\max} = \frac{\bar{E}_3 \cdot 10^8}{4 \cdot f \cdot 46 \cdot 8,2} = 6,63 \cdot 10^4 \frac{\bar{E}_3}{f} \text{ Gauß}}}}$$

beträgt.

Zur Messung des Formfaktors wurde dem Mittelwertsvoltmeter noch ein gewöhnliches Präzisionsvoltmeter parallel geschaltet. Das

Verhältnis der gleichzeitig abgelesenen Spannungswerte ergibt den Formfaktor:

$$k_f = \frac{E_3}{E_3}$$

Als Wattmeter diene ebenfalls ein direkt zeigendes Präzisionsinstrument. Um die Skala möglichst vollständig auszunutzen, wurden Strom- und Spannungsspule während der Messungen zweifach überlastet. Die vom Wattmeter angezeigte Leistung setzt sich zusammen aus den Eisenverlusten, den Kupferverlusten im Kreis der Wattmeter-spannungsspule und denjenigen im Mittelwertmeßkreis. Während diese ohne weiteres vernachlässigt werden können, können jene als genau bekannt in Rechnung gestellt werden.

Infolge der unvermeidlichen ohmschen und induktiven Spannungsabfälle im Transformator, in den Meßinstrumenten und in der Magnetisierungswicklung selbst weicht trotz der sinusförmigen Klemmenspannung die Kurve der induzierten Spannung und damit die der Induktion von der Sinusform ab, sobald die Stromkurve größere Verzerrungen aufweist. Diese Abweichung macht sich mit steigender Induktion besonders bei kleinen Frequenzen, wo die Summe der Spannungsabfälle einen wesentlichen Teil der Klemmenspannung ausmacht, recht unangenehm bemerkbar. Dieser Umstand setzt denn auch allen Eisenverlustmessungen an Versuchskörpern mit eisengeschlossenem Kraftlinienweg eine obere Grenze in der Induktion und eine untere in der Frequenz.

Dieser Verzerrung der Kurvenform der induzierten Spannung muß bei genaueren Messungen der Eisenverluste Rechnung getragen werden. Sie äußert sich in erster Linie in einer Vergrößerung der Wirbelstromverluste, die bekanntlich mit dem Quadrat des Formfaktors der induzierten Spannung wachsen, während die Hystereseverluste von der Kurvenform unabhängig sind. Für die Trennung der Verluste und für die Beurteilung des Eisens ist es daher notwendig, die Wirbelstromverluste auf die Werte bei zeitlich sinusförmig variierender Induktion zu reduzieren. Dies wurde praktisch so bewerkstelligt, daß zunächst auf Grund der unkorrigierten Werte der Betrag der Wirbelstromverluste P'_w bestimmt wurde. Darauf wurden die totalen Eisenverluste um den Betrag $\left[1 - \left(\frac{1,11}{k_f}\right)^2\right] P'_w$ reduziert.

Mit der Induktion sind auch die Eisenverluste eine Funktion des Ortes. Die totalen gemessenen Eisenverluste sind daher (Figur 24):

$$P_{fe} = v \int p'_{fe} dV,$$

und weil

$$p'_{fe} = f(r) = p'_{fer}$$

ist:

$$P_{fe} = 2 \pi h \int_{r_i}^{r_a} p'_{fer} r dr.$$

Innerhalb der Grenzen von B_{r_i} und B_{r_a} läßt sich der Eisenverlust darstellen zu:

$$p'_{fer} = k_1 B_r + k_2 B_r^2$$

und

$$P_{fe} = 2 \pi h \left(\int_{r_i}^{r_a} k_1 B_r r dr + \int_{r_i}^{r_a} k_2 B_r^2 r dr \right),$$

$$B_r = \frac{AW\mu}{2\pi r}, \quad \bar{B} = \frac{AW\mu}{2\pi \varrho}, \quad \varrho = \frac{a}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}.$$

Da die Permeabilität μ zwischen B_{r_i} und B_{r_a} als konstant angesehen werden kann, wird:

$$\int_{r_i}^{r_a} k_1 B_r r dr = k_1 \bar{B} a \varrho,$$

$$\int_{r_i}^{r_a} k_2 B_r^2 r dr = k_2 \bar{B}^2 a \varrho,$$

Nun ist:

$$\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) = 2 \left[\left(\frac{a}{2r_m}\right) + \frac{1}{3} \left(\frac{a}{2r_m}\right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{a}{2r_m}\right)^5 + \dots \right].$$

Dank den günstigen Abmessungen des Toroides ($a:2r_m = 0,07$) ist das zweite Glied der Reihe nur noch 0,16% des ersten und kann daher mit allen nachfolgenden vernachlässigt werden. Dadurch wird:

$$\varrho = r_m$$

und

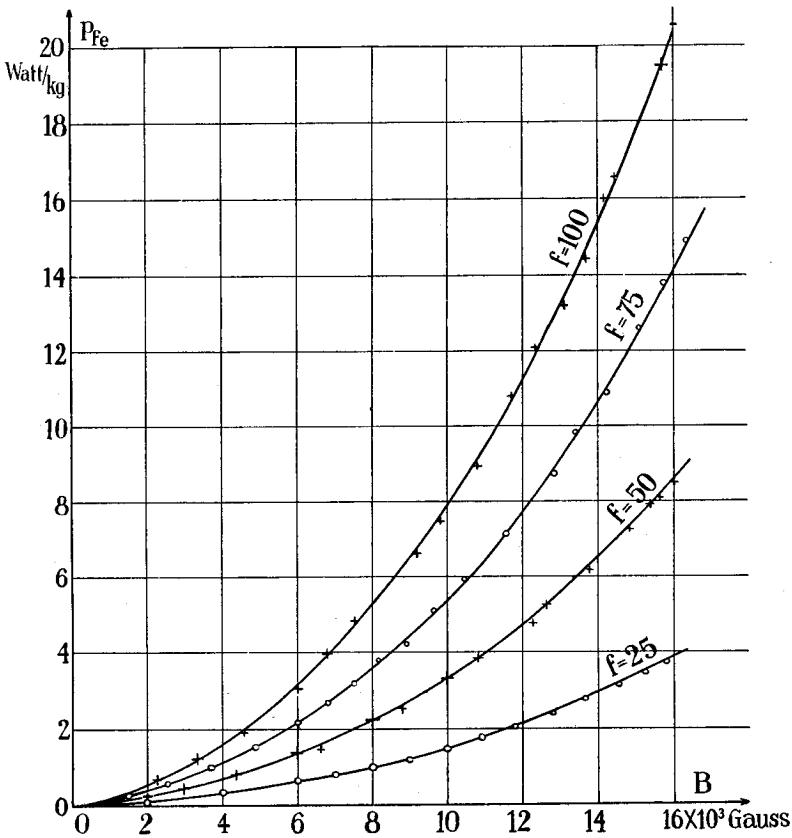
$$P_{fe} = 2 \pi r_m a h p_{fe\varrho} = V_{fe} p'_{fe\varrho}.$$

Der zur gemessenen mittleren Induktion $\bar{B} = \frac{\Phi}{F}$ gehörige Eisenverlust beträgt also:

$$\underline{p'_{fe} = \frac{P_{fe}}{V_{fe}} \text{ Watt/cm}^3} \quad \text{oder} \quad \underline{p_{fe} = \frac{P_{fe}}{G_{fe}} \text{ Watt/kg.}}$$

Weil die Eisen- und insbesondere die Wirbelstromverluste auch noch von der Blechtemperatur abhängig sind, wurden die einzelnen Meßpunkte in größeren Zeitabständen aufgenommen und der Ring in der Zwischenzeit durch einen Luftstrom gekühlt. Auf diese Weise war dafür gesorgt, daß das Eisen bei jeder Ablesung dieselbe Temperatur von 20° C besaß.

Das Ergebnis dieser Messungen ist in Figur 26 festgehalten.



Figur 26. Totale Eisenverluste (wattmetrisch gemessen).

4. Die Trennung der Eisenverluste und die Bestimmung der Verlustkoeffizienten.

Wie die Untersuchungen im theoretischen Teil gezeigt haben, lassen sich die Eisenverluste darstellen als Summe von zwei Größen, von denen die eine f , die andere f^2 proportional ist. Die Trennung erfolgt bekanntlich durch die graphische Darstellung der Werte $P_{fe} : f = f(f)$ bei $B = \text{konstant}$ (Figur 1). Der Abschnitt auf der Ordinatenachse stellt dann den mit f wachsenden Anteil pro Frequenzeinheit dar, während der f^2 proportionale Anteil pro Frequenzeinheit durch den Tangens des Neigungswinkels ausgedrückt wird.

Trägt man den erstgenannten Anteil als Funktion von B auf, so erhält man die auf anderem Wege gewonnene Kurve der Figur 2. Daraus kann zunächst die Steinmetzsche Konstante ermittelt werden. Sie beträgt:

$$\eta = \frac{a_H}{B^{1,6}}$$

Ihr Zahlenwert ist aus der Tabelle 3 ersichtlich.

Zur Bestimmung der Richterschen Koeffizienten stellen wir $\left(a_H : \frac{B}{10000}\right)$ als Funktion von $\frac{B}{10000}$ graphisch dar (Figur 3). Die Punkte unter und die über $B = 10000$ Gauß bestimmen je eine Gerade. Der erste Richtersche Koeffizient ist dabei gleich der Ordinate bei $B = 0$, während der zweite durch den Tangens des Neigungswinkels gegeben ist. Wir erhalten $a = 1,34 \cdot 10^{-2}$ und $b = 3,92 \cdot 10^{-2}$ und als Formel für die f proportionalen Eisenverluste:

bei $B < 10000$ Gauß:

$$P_H = \left[1,34 \left(\frac{B}{10000} \right) + 3,92 \left(\frac{B}{10000} \right)^2 \right] \frac{f}{100} \text{ Watt/kg,}$$

bei $B > 10000$ Gauß:

$$P_H = 5,26 \left(\frac{B}{10000} \right)^2 \frac{f}{100} \text{ Watt/kg.}$$

Der Tangens des Neigungswinkels einer Geraden der Figur 1 beträgt

$$\text{tg } \alpha = \frac{P_W}{f^2}$$

und da

$$p_w = c \left(\frac{B}{10000} \right)^2 \left(\frac{f}{100} \right)^2,$$

ist:

$$c = \frac{\text{tg } \alpha}{\left(\frac{B}{10000} \right)^2} \cdot 10^4.$$

Auf diese Weise erhält man für c die folgenden Werte:

$\frac{B}{10000} = 0,2$	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	Mittel
$c = 2,5$	2,5	2,47	2,56	2,49	2,47	2,48	2,52	2,5

Die Formel für die f^2 proportionalen Verluste lautet daher:

$$p_w = 2,50 \left(\frac{B}{10000} \right)^2 \left(\frac{f}{100} \right)^2 \text{ Watt/kg}$$

und für die totalen Eisenverluste bei symmetrischer linearer Wechselmagnetisierung:

bei $B < 10000$ Gauß:

$$p_{fe} = \left[1,34 + \left(3,92 + 2,50 \frac{f}{100} \right) \frac{B}{10000} \right] \frac{B}{10000} \cdot \frac{f}{100} \text{ Watt/kg,}$$

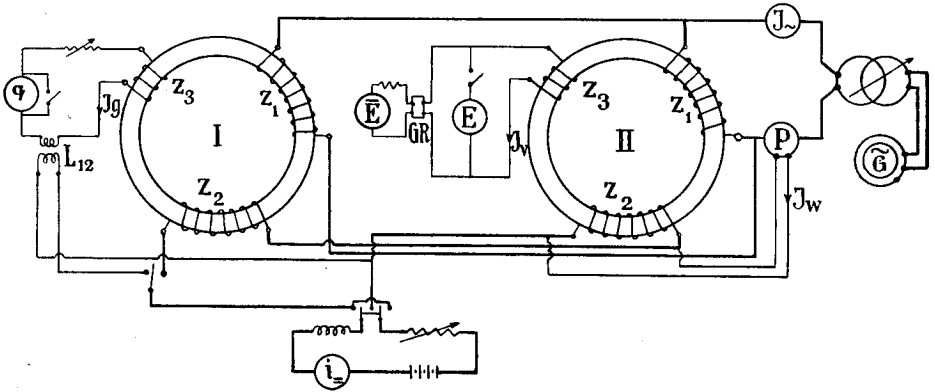
bei $B > 10000$ Gauß:

$$p_{fe} = \left(5,26 + 2,50 \frac{f}{100} \right) \left(\frac{B}{10000} \right)^2 \frac{f}{100} \text{ Watt/kg.}$$

5. Die Messung der Eisenverluste bei unsymmetrischer Magnetisierung.

Überlagert man einem zwischen $+\Phi_{\sim}$ und $-\Phi_{\sim}$ pulsierenden Wechselfluß einen konstanten Fluß Φ_0 , so wird das Eisen unsymmetrisch magnetisiert, indem die Induktion zwischen den Werten $B_0 + B_{\sim}$ und $B_0 - B_{\sim}$ pulsiert. Um nun das Toroid dieser Magnetisierungsart zu unterwerfen, kann die eine der beiden Arbeitswicklungen an eine Wechselspannung gelegt und die andere mit Gleichstrom beschickt werden. Um die in der Gleichstromwicklung induzierte Wechselspannung zu kompensieren wurden zwei vollständig

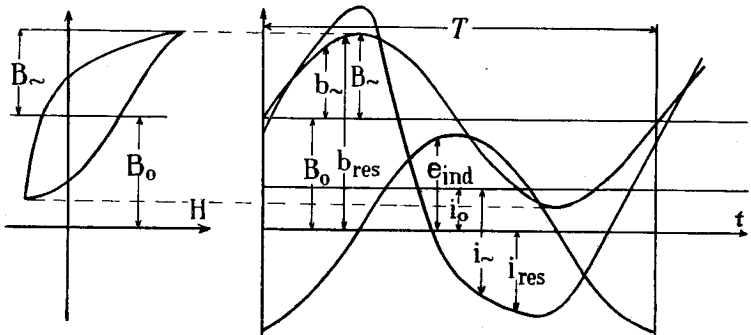
gleiche Toroide in Gegenschaltung verwendet. Das Schaltungsschema gestaltet sich daher wie folgt (Figur 27):



Figur 27.

Aus dem Schaltbild ist zu erkennen, daß der Wechselfluß in beiden Toroiden dieselbe, der Gleichfluß entgegengesetzte Richtung hat. Als Wechselstromquelle diente die im vorigen Abschnitt beschriebene Anordnung; der Gleichstrom wurde einer 24-Volt-Batterie entnommen.

Für die weitere Untersuchung der in Figur 27 aufgezeichneten Meßanordnung ist es notwendig, den zeitlichen Verlauf des in der Wechselstromwicklung fließenden Magnetisierungsstromes zu kennen. An Hand der zu erwartenden Hystereseschleife ist es möglich die Kurve der totalen Amperewindungszahl und, weil $z_1 = z_2 = 444$ ist, auch den zeitlichen Verlauf der Summe aus Gleich- und Wechselstrom (i_{res}) zum voraus zu bestimmen, was in Figur 28 ausgeführt ist.



Figur 28.

Die Bedingung

$$\frac{1}{T} \int_0^T i_{\sim} dt = 0$$

dient dabei zur weiteren Trennung in i_0 und i_{\sim} . Oszillographische Aufnahmen zeigten nachträglich genau den vorausberechneten Verlauf von i_0 und i_{\sim} .

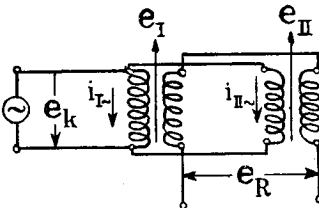
Da Φ_{\sim} in beiden Toroiden denselben, Φ_0 aber entgegengesetzte Richtung besitzt, sind die Kurven von $i_{I\sim}$ und $i_{II\sim}$ in bezug auf die Abszissenachse spiegelbildlich und um eine Halbperiode phasenverschoben. In vektorieller Schreibweise betragen:

$$i_{I\sim} = \sum_1^{\infty} J_n \varepsilon^{j(n\omega t + \varphi_n)},$$

$$i_{II\sim} = -\sum_1^{\infty} J_n \varepsilon^{j(n\omega t + \varphi_n + n\pi)} = \sum_1^{\infty} (-1)^{(n+1)} J_n \varepsilon^{j(n\omega t + \varphi_n)}.$$

Der Spannungsabfall in der Wechselstromwicklung bewirkt nun, daß die Resultierende der in den Gleichstromwicklungen induzierten Spannungen trotz der Gegenschaltung nicht Null ist, was eine kleine Rechnung an Hand der Figur 29 zeigt:

- e_k = Spannung an den Klemmen der Toroide.
 e_I, e_{II} = induzierte Spannungen.
 ε_r = ohmscher } Spannungsabfall in der
 ε_λ = induktiver } Wechselstromwicklung.
 e_R = Summe der in der Gleichstromwicklung induzierten Spannung.
 $r_1 = r_2 = r$ = Widerstand einer Arbeitswicklung.



Figur 29.

$$e_k = e_I + \varepsilon_{rI} + \varepsilon_{\lambda I} \quad \varepsilon_{\lambda I} = \varepsilon_{\lambda II} = 0. \quad e_I = e_k - i_{I\sim} r$$

$$e_k = e_{II} + \varepsilon_{rII} + \varepsilon_{\lambda II} \quad e_{II} = e_k - i_{II\sim} r$$

$$e_R = e_I - e_{II} = (i_{I\sim} - i_{II\sim}) r,$$

$$e_R = 2r \sum_1^{\infty} J_{2n} \varepsilon^{j(2n\omega t + \varphi_{2n})}.$$

Die Summe der in den beiden Gleichstromwicklungen induzierten Spannungen beträgt also das doppelte des von den im Magnetisierungsstrom enthaltenen geraden Harmonischen in der Wechselstrom-

wicklung erzeugten Spannungsabfalles. Beim Schließen des Gleichstromkreises wird sich daher dem Gleichstrom ein Wechselstrom doppelter Frequenz überlagern. Da die hierdurch verursachten zusätzlichen Stromwärmeverluste wechselstromseitig mitgemessen werden und sich experimentell nur näherungsweise und schwer feststellen lassen, muß der Wechselstrom unterdrückt werden. Durch Einschalten einer großen verlustfreien Induktivität mit kleinem ohmschen Widerstand konnte die Wechselstromkomponente so klein gehalten werden, daß sie selbst im Oszillogramm kaum mehr zu erkennen ist.

Die Messung der konstanten Induktion B_0 erfolgte nach dem bekannten, bei den statischen Versuchen erläuterten Verfahren. Dieses läßt sich auch hier anwenden, obwohl im Galvanometerkreis neben der beim Kommutieren von i_0 auftretenden Elektrizitätsmenge dauernd ein Wechselstrom fließt, weil das Galvanometer infolge seiner großen Trägheit in keiner Weise auf den Wechselstrom reagiert. Die Amplitude der Wechselinduktion B_{\sim} wurde aus dem Mittelwert der in der Meßwicklung 3 induzierten Spannung ermittelt. Die Messung dieses Mittelwertes geschah nach der im Abschnitt 3 angegebenen Methode.

Die vom Wattmeter angezeigte Leistung beträgt nach Figur 27:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T (e_I + i_0 r) i_{\sim} dt. \quad i_{\sim} = i_{I\sim} + i_{II\sim}.$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T e_I i_{\sim} dt + \frac{i_0 r}{T} \int_0^T i_{\sim} dt. \quad \int_0^T i_{\sim} dt = 0.$$

$$P = \underline{E_I J_{\sim} \cos(E_I J_{\sim})}.$$

Sie setzt sich zusammen aus den Eisenverlusten in beiden Toroiden und den Kupferverlusten in der Spannungsspule des Wattmeters und im Voltmeter- und Galvanometerkreis. Entsprechend dem Zweck der Messungen, die Differenz der Hystereseverluste bei symmetrischer und unsymmetrischer Magnetisierung festzustellen, wurde die Leistung zuerst bei offenem und dann bei geschlossenem Gleichstromkreis gemessen. Dabei wurde der Wechselfluß durch Regulierung der Erregung des Generators aufs genaueste konstant gehalten. Die gemessene Leistung ist:

bei $i_0 = 0$:

$$P = P_H + P_W + J_w^2 r_w + J_v^2 r_v + J_g^2 r_g,$$

$$\text{bei } i_0 = i_0: \quad P' = P_H' + P_W' + J_w^2 r_w + J_v^2 r_v + J_g^2 r_g.$$

$$\Delta P = P' - P = (P_H' - P_H) + (P_W' - P_W)$$

$$P_W' = P_W \left(\frac{k_f'}{k_f} \right)^2$$

$$\Delta P_H = \Delta P - \left[\left(\frac{k_f'}{k_f} \right)^2 - 1 \right] P_W.$$

Die Wirbelstromverluste P_W sind aus früheren Versuchen bekannt. Die Formfaktoren k_f können aus den gleichzeitig gemessenen Effektiv- und Mittelwerten der in der Meßwicklung induzierten Spannung berechnet werden. Da k_f' nicht wesentlich von k_f abweicht, besitzt das Korrekturglied meistens vernachlässigbar kleine Werte.

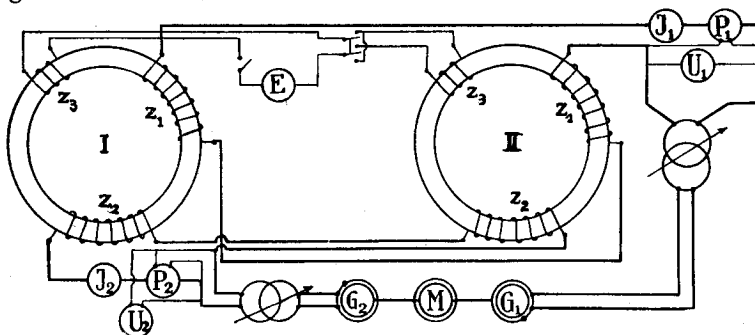
Aus ΔP_H und dem im Abschnitt 3 bestimmten P_H erhält man das gesuchte Verhältnis der Hystereseverluste bei symmetrischer und unsymmetrischer Magnetisierung zu:

$$k_v = \frac{P_H + \Delta P_H}{P_H}.$$

Die Versuche wurden mit den Frequenzen von 25, 50 und 100 Hertz durchgeführt. In Figur 5 sind die Mittelwerte der öfters wiederholten und mehrmals nachkontrollierten Messungen eingetragen.

6. Die Messung der Eisenverluste bei gleichzeitiger Magnetisierung mit zwei Frequenzen.

Das Prinzip dieser Messung ist das im vorigen Abschnitt beschriebene, so daß das Schaltungsschema (Figur 30) von dem dort aufgestellten nicht stark abweicht.



Figur 30.

Die entsprechenden Wicklungen der beiden Toroide wurden so in Serie geschaltet, daß die beiden Flüsse ungleicher Frequenz im ersten Toroid im gleichen, im zweiten im entgegengesetzten Sinne verlaufen. Dadurch wird erreicht, daß an den Klemmen der einen Wicklung keine vom Strom der anderen Wicklung induzierte Spannung auftritt. Die Anordnung gestattet also die getrennte Messung der von den beiden Kreisen übertragenen Leistung. Da die zeitliche Verschiebung der beiden Flüsse im einen Toroid t_1 , im anderen dagegen $(t_1 + \frac{T_{II}}{2})$ beträgt, werden die beiden Toroide nicht mehr genau gleich magnetisiert, sobald das Verhältnis der Magnetisierungsfrequenzen eine ganze ungerade Zahl ist. Diese Ungleichheit beeinflußt die Eisenverluste jedoch nur dann, wenn $(f_{II} : f_I) < 5$ ist.

Die mit der höheren aufgedrückten Frequenz pulsierende Permeabilität des Eisens hat zur Folge, daß der niederfrequente Strom in derselben Weise pulsiert. Um eine Rückwirkung auf die Spannungskurve des Generators zu vermeiden, wurde ein Generator von relativ sehr großer Leistung (Belastung maximal 200 VA bei 25 kVA Nennleistung) gewählt und zudem ein Stufentransformator zwischen Generator und Versuchseinrichtung geschaltet, damit die Maschine sehr stark gesättigt werden konnte. So wurde eine Rückwirkung des Belastungsstromes auf die Spannungskurve gänzlich unterdrückt.

Zur Messung von Klemmenspannung, Strom und Leistung dienten in beiden Kreisen Präzisionsinstrumente. Die Summe der an den Wattmetern abgelesenen Leistungen bestand aus den Eisenverlusten der beiden Toroide und den Kupferverlusten der Arbeitswicklungen, der Stromspulen der Wattmeter und der Amperemeter. Infolge der kleinen Ströme sind die Kupferverluste gering und können gleich den als Funktion von J bekannten Gleichstromkupferverlusten gesetzt werden.

Um die Größe der beiden Induktionskomponenten ermitteln zu können, mußten die von ihnen induzierten Spannungen bekannt sein. Diese wurden in den auf jedem Toroid gleichsinnig gewickelten Meßwicklungen von $z = 46$ Windungen gemessen. Durch Serie- oder Gegenschaltung konnte an den Klemmen die von der einen oder der anderen Komponente induzierte Spannung bestimmt werden. Während der wattmetrischen Messungen blieb das Voltmeter ausgeschaltet.

Die ersten Versuchsreihen wurden mit den Frequenzen von 25 und 50 Hertz durchgeführt. Dieses Frequenzverhältnis finden wir z. B. im Rotor eines Repulsionsmotors oder eines Einphasenseriemotors, der mit zwei Dritteln synchroner Drehzahl rotiert. Als Stromquellen dienten zwei mechanisch gekuppelte, gemeinsam von einem Gleichstrommotor angetriebene Drehstromgeneratoren, von denen der eine vier-, der andere achtpolig war. Auf diese Art blieben Frequenzverhältnis und gegenseitige Phasenverschiebung der beiden Spannungen zwangsläufig konstant. Während einer Versuchsreihe wurde jeweils E_{25} konstant gehalten und E_{50} mittels Stufentransformator variiert. Da sowohl die drei Phasen- als auch die drei verketteten Spannungen der Generatoren zur Verfügung standen, konnte jede Versuchsreihe bei sechs verschiedenen Phasenverschiebungen aufgenommen werden.

Für eine zweite Serie von Messungen wurde einer 50periodigen Induktion eine solche von 1000 Perioden überlagert. Solchen Magnetisierungsverhältnissen unterliegen die Ankerzähne der gebräuchlichsten Asynchronmaschinen, wobei dort allerdings die Amplitude der hochfrequenten Induktion nicht konstant, sondern vom Momentanwert der niederfrequenten Induktion abhängig ist. Um bei der zur Verfügung stehenden Spannung eine den in den Ankerzähnen auftretenden Verhältnissen entsprechende Sättigung zu erreichen, wurden die Hochfrequenzwicklungen in je drei parallel geschaltete Zweige aufgeteilt. Der 1000periodige Magnetisierungsstrom wurde von einem Lorenzschen Hochfrequenzgenerator erzeugt, während der schon vorher verwendete Drehstromgenerator den 50-Periodenstrom lieferte. Eine starre Kupplung dieser beiden Maschinen war nicht möglich, aber auch nicht notwendig, da bei einem so großen Frequenzverhältnis dessen Schwankungen prozentual sehr gering sind und die gegenseitige Phasenverschiebung der beiden Spannungen die Größe der Eisenverluste nicht mehr beeinflusst. Während einer Meßreihe wurde auch hier bei konstanter niederfrequenter Sättigung die hochfrequente Induktion verändert.

Von den gemessenen Leistungen kommt nur der Summe der in beiden Kreisen gemessenen Leistungen eine Bedeutung zu. Sie stellt nach Abzug der Stromwärmeverluste die totalen Eisenverluste dar. Eine Aufteilung in die von den einzelnen Stromkreisen gelieferten Teilbeträge hätte keinen Sinn, da, wie leicht abzuleiten ist, stets Energie vom Hochfrequenz- auf den Niederfrequenzkreis übertragen

Tabelle 15.

a) Überlagerung von 25 und 50 Hertz.

 $E_{25} = 24,5$ Volt. $B_{25} = 3030$ Gauß.

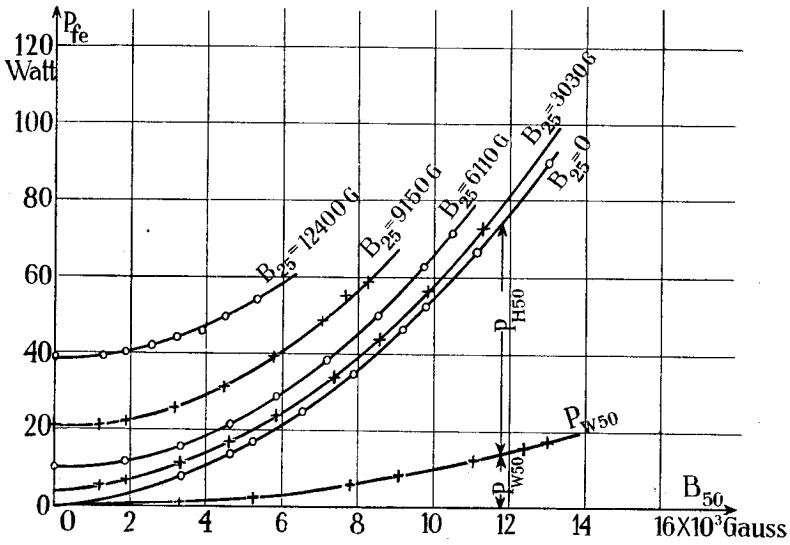
E_{50} Volt	B_{50} Gauß	J_{25} Ampere	J_{50} Ampere	P_{25} Watt	P_{50} Watt	ΣP Watt	$\Sigma J^2 r$ Watt	P_{fe} Watt
0	0	0,21	0	4,0	0	4,0	0,17	3,83
20,5	1270	0,21	0,10	3,1	1,38	4,48	0,21	4,27
31,2	1930	0,20	0,18	2,6	3,25	5,85	0,30	5,55
53,0	3280	0,14	0,25	2,3	8,25	10,55	0,33	10,22
74,2	4600	0,10	0,30	2,05	14,50	16,55	0,38	16,17
96,4	5960	0,15	0,39	1,95	22,38	24,33	0,67	23,66
117,0	7240	0,20	0,48	1,95	31,75	33,70	1,04	32,66
138,5	8570	0,27	0,62	2,0	42,75	44,75	1,74	43,01
158	9780	0,40	0,85	2,1	56,5	58,6	3,37	55,2
182	11280	0,62	1,21	2,7	74,0	76,7	7,10	69,6
202	12500	1,02	1,90	4,3	98,0	102,3	17,85	84,5

Tabelle 16.

b) Überlagerung von 50 und 1000 Hertz.

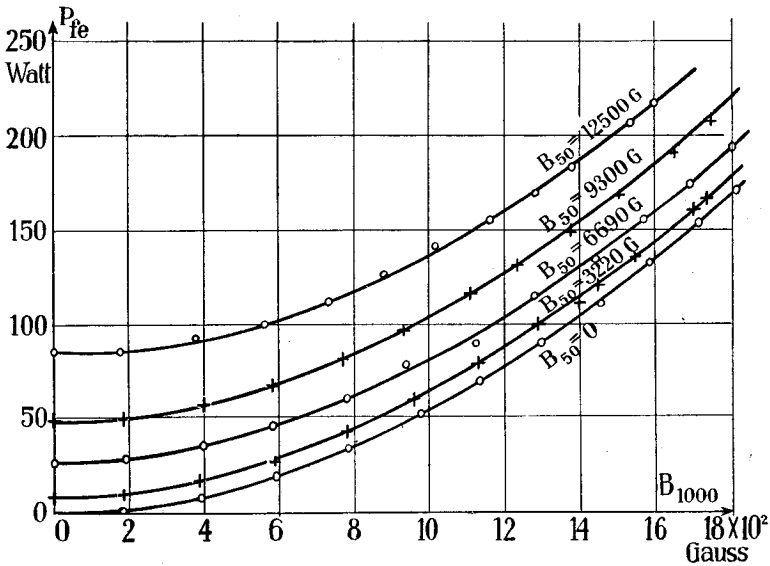
 $E_{50} = 52,0$ Volt. $B_{50} = 3220$ Gauß.

E_{1000} Volt	B_{1000} Gauß	J_{50} Ampere	J_{1000} Ampere	P_{50} Watt	P_{1000} Watt	ΣP Watt	$\Sigma J^2 r$ Watt	P_{fe} Watt
0	0	0,23	0	8,4	0	8,4	0,21	8,2
20,0	186	0,20	0,23	7,7	2,5	10,2	0,22	10,0
41,8	390	0,15	0,40	6,4	11,1	17,5	0,27	17,2
63,0	586	0,10	0,52	5,0	23,8	28,8	0,35	28,4
83,7	779	0,09	0,62	4,2	39,3	43,5	0,48	43,0
102,8	960	0,07	0,70	3,3	57,5	60,8	0,59	60,2
121,3	1130	0,05	0,78	2,0	78,0	80,0	0,71	79,3
138,5	1290	0,04	0,85	1,2	99,6	100,8	0,83	100,0
150,0	1395	0,02	0,88	0,6	112,0	112,6	0,89	111,7
154,5	1440	0,02	0,90	0,5	119,0	119,5	0,95	118,6
166,5	1545	0,01	0,95	0,4	133,2	133,6	1,02	132,6
183,0	1700	0	1,01	0,3	160,7	161,0	1,18	159,8
185,5	1725	0	1,02	0,2	165,0	165,2	1,20	164,0
197,0	1830	0	1,05	0,1	184,0	184,1	1,30	182,8
198,5	1845	0	1,06	0,1	185,2	185,3	1,32	184,0



Figur 31.

Überlagerung von 25 und 50 Hertz. Totale Eisenverluste in Funktion von B_{50} (B_{25} = Parameter).



Figur 32.

Überlagerung von 50 und 1000 Hertz. Totale Eisenverluste in Funktion von B_{1000} (B_{50} = Parameter).

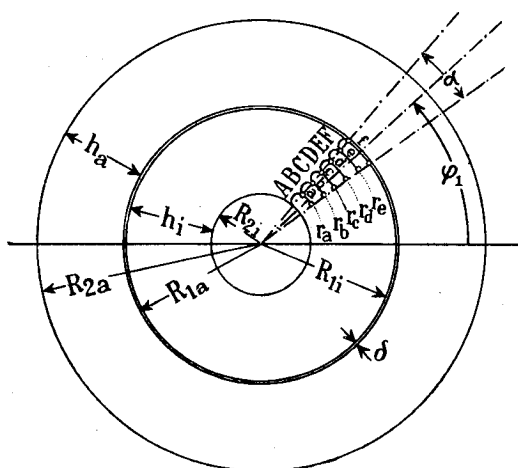
wird. Die Größe der so übertragenen Leistung ist abhängig von der Intensität der hochfrequenten Induktion und bei kleinen ganzzahligen Frequenzverhältnissen außerdem von der Phasenverschiebung. Unter Umständen werden auf diese Weise nicht nur sämtliche Hystereseverluste, sondern noch ein Teil der niederfrequenten Wirbelstrom- und Kupferverluste vom Hochfrequenzkreis gedeckt. Zur Illustration dieser Erscheinung sind in den Tabellen 15 und 16 die vollständigen Protokolle von zwei Meßreihen wiedergegeben.

Weitere Versuchsergebnisse sind in die Tabelle 4 des theoretischen Teiles eingetragen, wo sie auch eingehend diskutiert sind. Einen Überblick über die Ergebnisse gewähren ferner die Kurvenbilder Figur 31 und 32.

B. Die Versuche bei drehender Magnetisierung.

1. Die Versuchsanordnung.

Für die Messungen bei drehender Magnetisierung wurden zwei konzentrische Toroide (Figur 33) verwendet. Jedes Toroid bestand aus 25 durch einseitige Papierbeklebung voneinander isolierten, 0,5 mm starken Blechen, die durch Ölband zusammengehalten und gegen die Wicklung isoliert waren. Die Konstruktionsdaten der Versuchsanordnung sind mit den Bezeichnungen der Figur 33 die folgenden:



Figur 33.

$$R_{1i} = 277 \text{ mm}$$

$$R_{2i} = 99 \text{ mm}$$

$$h_i = 178 \text{ mm}$$

$$R_{1a} = 280 \text{ mm}$$

$$R_{2a} = 460 \text{ mm}$$

$$h_a = 180 \text{ mm}$$

$$\delta = 3 \text{ mm}$$

$$\Delta = 0,5 \text{ mm}$$

$$\alpha = 12^\circ$$

$$r_a = 129 \text{ mm}, r_b = 159 \text{ mm}$$

$$r_c = 188 \text{ mm}, r_d = 217 \text{ mm}$$

$$r_e = 247 \text{ mm.}$$

Eisengewichte:

$$G_a = 81,0 \text{ kg}$$

$$G_i = 40,75 \text{ kg.}$$

Zur Bestimmung der Verlustkoeffizienten des verwendeten Bleches waren aus den beim Stanzen der Toroide entstandenen Abfällen Streifen geschnitten und im Epsteinapparat untersucht worden. Aus diesen Messungen ergaben sich die Richterschen Konstanten zu:

$$a = 1,4, \quad b = 2,4 \quad \text{und} \quad c = 2,9.$$

Das äußere Toroid wurde versehen mit:

1. einer über den ganzen Umfang gleichmäßig verteilten Arbeitswicklung von 36 Spulen zu 32 Windungen aus isoliertem Kupferdraht von 1 mm Durchmesser,
2. einer der Arbeitswicklung parallel gewickelten Meßwicklung von gleicher Aufteilung und Windungszahl aus Kupferdraht von 0,3 mm Durchmesser,
3. sechs symmetrisch angeordneten, konzentriert gewickelten Meßspulen von je 10 Windungen aus 0,15-mm-Kupferdraht.

Das innere Toroid besaß lediglich die sechs unter 3. genannten Meßspulen.

Durch geeignete Schaltung und Speisung der einzelnen Abteilungen der Arbeitswicklung konnte im Luftspalt zwischen den Toroiden ein zwei-, vier-, sechs- oder zwölfpoliges sechsphasiges Drehfeld erzeugt werden. Bei dreiphasiger Erregung wären die Schaltungsmöglichkeiten noch mannigfacher. Das dreiphasige Drehfeld einer Ringwicklung weicht aber so stark von der hier vorausgesetzten Sinusform ab, daß es für diese Untersuchungen nicht in Frage kommen konnte.

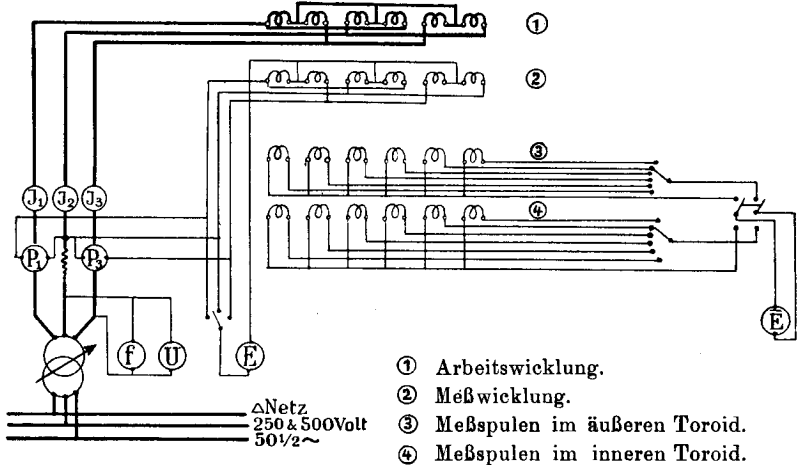
Die Spulen der unter 2. aufgeführten Meßwicklung wurden stets gleich geschaltet wie die entsprechenden der Arbeitswicklung, während jede der 12 Meßspulen einzeln über zwei Umschalter an ein Voltmeter angeschlossen werden konnte.

2. Die Messung der Eisenverluste.

Die Messung der Eisenverluste erfolgte wattmetrisch in der in umstehender Figur 34 aufgezeichneten Schaltung. Die Spulen der Arbeitswicklung wurden dabei so geschaltet und über einen Stufentransformator vom Drehstromnetz aus gespeist, daß im Luftspalt ein sechsphasiges zwei-, vier- oder sechspoliges kreisförmiges Drehfeld bestand.

Da Windungszahl, räumliche Anordnung und Schaltung der an die Wattmeterspannungsspulen gelegten Meßwicklung und der Arbeits-

wicklung sich genau entsprachen, stellte die von den Wattmetern angezeigte Leistung nach Abzug des Eigenverbrauches der Wattmeter-Spannungsspulen direkt die Eisenverluste dar.



Figur 34.

Zur Feststellung der mittleren Induktion im äußeren bzw. inneren Toroid wurden die in den Meßspulen induzierten Spannungen bestimmt. Dabei wurden auch hier nicht die Effektiv-, sondern nach der im Abschnitt IA 3 beschriebenen Methode die Mittelwerte der Spannung gemessen. Die in den sechs äußeren bzw. inneren Meßspulen induzierten Spannungen wiesen Abweichungen von $\pm 5\%$ auf. Da sowohl die räumliche Anordnung der Wicklung als auch die aufgedrückten Spannungen vollständig symmetrisch waren, mußten diese Ungleichheiten von kleinen Unsymmetrien des Luftspaltes herühren. Zur Berechnung der mittleren Induktion dienten jeweils die algebraischen Mittelwerte der sechs Ablesungen. Sie betrug dann: allgemein:

$$B_{mi} = \frac{\bar{E}}{4z \cdot F_{\text{tef}}} 10^8 \text{ Gauß,}$$

und bei eingesetzten Zahlenwerten:

im äußeren Toroid:

$$B_{mia} = \frac{\bar{E}_a}{9,09} 10^5 \text{ Gauß,}$$

im inneren Toroid:

$$B_{mi} = \frac{\bar{E}_i}{8,99} 10^6 \text{ Gau\ss.}$$

Der Faktor

$$\tau = \left(\frac{B_a - B_i}{B_a} \right)$$

stellt den Streukoeffizienten der Anordnung dar. Seine GröÙe hängt von der Polzahl des Feldes ab und bleibt bei ein und derselben Polzahl bei allen Induktionen konstant. Er betrug bei:

$p = 1$	2	3
$\tau = 0,200$	$0,275$	$0,333.$

Die Resultate der Verlustmessungen sind in den Figuren 8a, b und c aufgezeichnet. Mit Rücksicht auf die Erwärmung der Wicklung konnten die Messungen bei der sechspoligen Schaltung nicht bis zu den im Ankerkern normalerweise auftretenden Sättigungen ausgedehnt werden.

3. Die experimentelle Bestimmung der Feldverteilung.

Der zeitliche Maximalwert der Induktion an irgend einer Stelle eines senkrecht zur Achse stehenden Toroidquerschnittes ist eine Funktion des Ortes und kann durch die Koordinaten r und φ ausgedrückt werden. Die eben beschriebene Versuchsanordnung kann nun auch dazu dienen, die Abhängigkeit der Induktion von r experimentell festzustellen. Zu diesem Zwecke wurden im inneren Ring 12 nach Figur 33 angeordnete, in axialer Richtung verlaufende Löcher von 2 mm Durchmesser gebohrt. Zwischen diesen wurden zunächst die eingezeichneten Wicklungen A—F von je 5 Windungen aus 0,15 mm starkem, isoliertem Kupferdraht angebracht. Besteht nun im Luftspalt ein kreisförmiges Drehfeld, so ist beispielsweise der mit der Wicklung C verkettete Fluß:

$$\psi_{C, \text{tang}} = z \cdot l_i \int_{r_b}^{r_c} B_{\text{tang}} dr.$$

Wählt man nun $(r_c - r_b)$ im Verhältnis zu $(r_c + r_b)$ genügend klein, so kann die Kurve $B_{\text{tang}} = f(r)$ zwischen r_c und r_b als Gerade angesprochen werden, so daß:

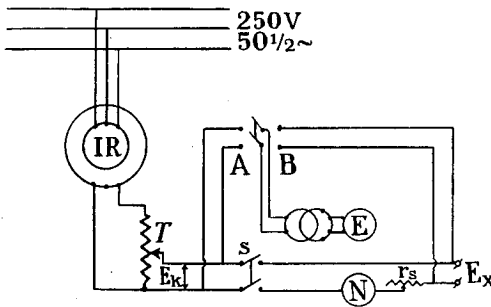
$$\psi_{C, \text{tang}} \approx (r_c - r_b) z \cdot l_i B_{C, \text{tang}} \text{ mittel} = (r_c - r_b) z \cdot l_i B_{\text{tang}} \left(\frac{r_c + r_b}{2} \right).$$

Damit besteht bei konstanter Frequenz auch Proportionalität zwischen der in der Wicklung C induzierten Spannung und der in der Mitte der Windungsebene herrschenden Tangentialinduktion.

Wickelt man ferner in gleicher Weise die Wicklungen a—f, so umfaßt die Wicklung c analog den Fluß:

$$\begin{aligned}\psi_{\text{crad}} &= z \cdot l_i r_c \int_{\varphi_1 - \frac{\alpha}{2}}^{\varphi_1 + \frac{\alpha}{2}} B_{\text{crad}} \cos(\omega t - p\varphi) d\varphi \\ &= 2 z \cdot r_c \cdot l_i B_{\text{crad}} \sin \frac{p\alpha}{2} \cos(\omega t - p\varphi_1).\end{aligned}$$

Die in der Spule c induzierte Spannung ist damit der am Radius r_c auftretenden radialen Induktionskomponente proportional.



Figur 35.

Um bei der starken Inhomogenität der Feldverteilung eine genügende Meßgenauigkeit zu erreichen, muß der von einer Meßwicklung umfaßte Fluß hinreichend klein gewählt werden. Dadurch wird aber die direkte Messung der induzierten Spannungen verunmöglicht, da dabei die ursprüngliche Feldverteilung durch die Rückwirkung des Meßstromes gestört würde. Man ist daher gezwungen zur Messung dieser Spannungen eine geeignete Kompensationsschaltung zu verwenden. Zu diesem Zwecke wurde die in Figur 35 dargestellte Schaltung entwickelt.

Die Kompensationsspannung E_k wurde über einen Spannungsteiler von der Sekundärseite eines dreiphasigen Induktionsreglers, der primär an das die Arbeitswicklung der Toroide speisende Netz angeschlossen war, abgenommen. Bei der Messung wurde zunächst bei offenem Schalter S durch Verschieben des Kontaktes T die Größe der Spannung E_k mit derjenigen von E'_x in ungefähre Übereinstimmung gebracht. (Infolge der Rückwirkung des Meßstromes ist $E'_x \neq E_x$). Zum Vergleich dieser Spannungen diente ein statisches Voltmeter, das in

Die Kompensationsspannung E_k wurde über einen Spannungsteiler von der Sekundärseite eines dreiphasigen Induktionsreglers, der primär an das die Arbeitswicklung der Toroide speisende Netz angeschlossen war, abgenommen. Bei der Messung wurde zunächst bei offenem Schalter S durch Verschieben des Kontaktes T die Größe der Spannung E_k mit derjenigen von E'_x in ungefähre Übereinstimmung gebracht. (Infolge der Rückwirkung des Meßstromes ist $E'_x \neq E_x$). Zum Vergleich dieser Spannungen diente ein statisches Voltmeter, das in

Verbindung mit einem anzapfbaren Spannungswandler alle Wechselspannungen zwischen 0,01 und 15 Volt anzeigte. Hierauf wurde bei der Umschalterstellung A und eingeschaltetem Schutzwiderstand r_s der Schalter S eingelegt. Durch Drehung des Rotors des Reglers wurden nun die Phasen von E_k und E_x in Opposition gebracht, was erreicht war, wenn das Nullinstrument N den minimalen Ausschlag zeigte. Durch feinere Einregulierung von Größe und Phase von E_k wurde endlich unter steter Verkleinerung und schließlicher Ausschaltung des Widerstandes r_s der Strom im Kreise E_x praktisch zum Verschwinden gebracht ($< 10^{-5}$ Ampere). Das Voltmeter zeigte dann die gesuchte Spannung E_x . Als Nullinstrument wurde ein Vibrationsgalvanometer verwendet, mit welchem bei auf Resonanz eingestellter Erregung Stromstärken von 10^{-6} Ampere noch deutlich nachgewiesen werden konnten.

Die Resultate der bei verschiedenen Polzahlen und Sättigungen durchgeführten Messungen sind in den Figuren 11 a und b graphisch dargestellt.

II. Die Messungen an der Versuchsmaschine.

Um die im theoretischen Teil hergeleitete Berechnungsweise der Eisenverluste in einer elektrischen Maschine auch experimentell nachprüfen zu können, wurden die nachstehend beschriebenen Versuche an einer zu diesem Zwecke hergestellten Versuchsmaschine angestellt. Da, wie bereits erwähnt, die dabei verwendete Blechqualität genau dieselbe war, wie bei den für die Untersuchungen bei linearer Magnetisierung verwendeten Toroiden, konnten die dort gefundenen Konstanten der Berechnung der Verluste der Versuchsmaschine zugrunde gelegt werden.

1. Die Konstruktionsdaten der Versuchsmaschine.

Die Versuchsmaschine war im Prinzip ein vierpoliger Drehstromasynchronmotor, jedoch mit zwei gegeneinander auswechselbaren Rotoren. Rotor I war ein normaler Drehstromanker mit einer vierpoligen Dreiphasenwicklung in Sternschaltung. Das Ende jeder Phase, sowie der Sternpunkt waren auf je einen Schleifring geführt. Als Besonderheit besaßen Stator- und Rotorwicklung gleiche Windungs-

Tabelle 17.

Konstruktionsdaten der Versuchsmaschine.

Fabrikat: MFO.

Als Drehstrommotor } 7,5 PS., 250 Volt verkettet,
bei $f = 50$ Hertz } 1445 T/min, 18 Amp.

Symbol	Benennung	Stator	Rotor I	Rotor II	Einheit
1. Blechkörper:					
R_1	Luftspaltradius	88,77			mm
R_3	Polbohrung	89,0	88,55	88,55	mm
R_1	luftspaltseitiger Begrenzungsradius des Joches	113,6	64,85	88,55	mm
R_2	zweiter Begrenzungsradius des Joches	140,0	22,5	22,2	mm
h	Jochstärke	26,4	42,35	66,05	mm
\bar{z}	Polteilung bei R_3	139,8	139,0	139,0	mm
τ	Polteilung bei R_1	178,2	101,8	139,0	mm
	$h : \tau$	0,148	0,416	0,475	—
Z	Nutenzahl	48	36	0	—
t_n	Nutenteilung	11,64	15,47	0	mm
h_z	Zahnhöhe	24,6	23,7	0	mm
$b_z \max$	Zahnbreite maximal	8,84	12,77	0	mm
$b_z \min$	Zahnbreite minimal	5,65	5,70	0	mm
$b_z \text{mi}$	Zahnbreite mittlere	6,25	6,68	0	mm
s	Nutenöffnung	2,8	2,7	0	mm
l_i	ideelle Ankerlänge	110,9	110,9	110,9	mm
l_e	Eisenlänge	99,0	99,0	99,0	mm
F_z	Zahnfläche	1,536	1,580	0	cm ²
O_z	totale Zahnoberfläche . . (Fe)	424	455	(551)	cm ²
i	$\int \frac{dr}{b_{zr}}$	3,99	3,66	0	—
V_z	Zahnvolumen (Fe)	730	563	0	cm ³
G_z	Zahngewicht (Fe)	5,53	4,26	0	kg
V_j	Jochvolumen (Fe)	2080	1150	2203	cm ³
G_j	Jochgewicht (Fe)	15,75	8,70	17,82	kg
k_p	Papierfüllfaktor	0,90	0,90	0,90	—
k_s	$l_i R_1 : l_e R_3$	1,118	1,122	1,122	—
2. Wicklung:					
p	Polpaarzahl	2	2	—	—
m	Phasenzahl	3	3	2	—
	Schaltung der Phasen	offen	☞	—	—
q	Nutenzahl pro Pol und Phase	4	3	—	—
ξ	Drahtzahl pro Nute	27	36	6	—
$q \cdot \xi$	Windungszahl pro Polpaar und Phase	108	108	—	—
	Drahtdimensionen (Cu / isol.) . .	1,65/85	1,45/65	0,5/65	mm

zahlen. Der Rotor II hatte dieselben Dimensionen wie Rotor I, war aber ungenutzt und lediglich mit zwei zu Schleifringen geführten Hilfswicklungen von je 6 Windungen versehen. Davon umfaßte die eine eine Polteilung am Ankerumfang (tangentielle Meßwicklung), die andere einen radialen Ankerquerschnitt (radiale Meßwicklung). Die Rotoren waren genau zentriert und zur Kleinhaltung der Reibungsverluste in Kugellagern gelagert. Um die eventuell auftretenden Eisenverluste von Streufeldern in den Lagerschildern zu unterdrücken, besaß der Motor neben den normalen Schildern aus Gußeisen noch gegen diese auswechselbare aus Aluminium. Während den beschriebenen Versuchen waren stets die letzteren montiert. Über die weiteren Konstruktionsdaten orientieren die Figuren 10 und 12 und Tabelle 17.

2. Die Versuchsanordnung.

Die Versuchsmaschine war mit einer Gleichstrompendeldynamo gekuppelt. Diese diente bei allen Versuchen im ideellen Leerlauf als Antriebsmaschine und konnte als solche alle Drehzahlen zwischen 0 und ± 2000 Touren/min annehmen. Die Regulierung erfolgte im großen durch Variation der aufgedrückten Spannung und im kleinen durch Nebenschlußregulierung. Die Ermittlung der der Versuchsmaschine zugeführten mechanischen Leistung bestand im „Abwägen“ des Drehmomentes an der Pendeldynamo und in der Bestimmung der Drehzahl. Bei Belastungsversuchen diente die Dynamo als Generator und arbeitete entweder auf die Batterien zurück oder auf Widerstände.

Die Bürsten der Versuchsmaschine waren abhebbar und wurden bei stromlosem oder kurzgeschlossenem Rotor zur Verminderung der Reibungsverluste stets abgehoben. Um Fehler bei der Messung der in den rotierenden Hilfswicklungen des Rotors II induzierten Spannungen zu vermeiden, wurden sehr stark metallhaltige Kohlebürsten verwendet, deren Übergangswiderstand sehr gering und bei kleinen Stromstärken von derselben unabhängig war.

Zur Speisung der Versuchsmaschine diente der bereits erwähnte Turbogenerator, der sich wegen seiner sinusförmigen Spannungskurve dazu besonders eignete. Dieser konnte seinerseits wieder durch einen Drehstromsynchronmotor oder durch einen Gleichstromnebenschlußmotor angetrieben werden, so daß alle Frequenzen zwischen $12\frac{1}{2}$ und $62\frac{1}{2}$ Hertz zur Verfügung standen. Die grobe Regulierung der

Spannung erfolgte mittelst eines dazwischen geschalteten Stufentransformators, die Feinregulierung durch Änderung der Generatorerregung. Es wurde stets darauf geachtet, daß der Generator in seinem normalen Sättigungsbereich arbeitete. Elliptische Drehfelder wurden dadurch geschaffen, daß durch Einschaltung einer regulierbaren Drosselspule die Symmetrie des Dreiphasensystems gestört wurde. Zur Erzeugung eines Wechselfeldes wurde eine verkettete Spannung des Generators benützt und entweder zwei Phasen der Versuchsmaschine bei offener dritter Phase in Serie geschaltet (Trapezfeld) oder zwei Phasen parallel mit der dritten in Serie geschaltet (spitzes Feld).

Die Messung der aufgenommenen elektrischen Leistung geschah bei allen Drehfeldern nach der Zweiwattmetermethode (Aronsaltung). Der Schaltplan wurde stets so entworfen, daß unmittelbar nach jeder wattmetrischen Messung durch einfache Umschaltung der Gleichstromwiderstand der Wicklungen bei gleicher effektiver Stromstärke gemessen werden konnte. So war es möglich, den Anteil der Stromwärmeverluste an der abgelesenen aufgenommenen Leistung sogleich und genau festzustellen.

3. Die Bestimmung des Wechselstromwiderstandes der Wicklungen.

Da die dem Motor im ideellen Leerlauf (fremd angetrieben) zugeführte elektrische Leistung nicht nur zur Deckung der Eisenverluste sondern auch der Kupferverluste dient, ist die genaue Kenntnis der letzteren notwendig. Daraus ergibt sich als erste Aufgabe die Bestimmung des sogenannten Wechselstromwiderstandes der Wicklungen. Dieser ist erfahrungsgemäß größer als der beim Durchgang von Gleichstrom gemessene Gleichstromwiderstand. Die Ursache dieser Ungleichheit ist in erster Linie in der Wirkung der bei Wechselstrom auftretenden Wirbelströme im Ankerkupfer zu suchen. Die Theorie lehrt jedoch, daß bei Maschinen von der Dimension des Versuchsobjektes dieser Einfluß unmerklich ($< 1\%$ bei $f = 50$ Hertz) ist. Der wahre Grund des Unterschiedes liegt vielmehr darin, daß alle vom Hauptfeld unabhängigen und direkt mit dem Strom verknüpften Eisenverluste, d. h. sämtliche Eisenverluste der Streuflüsse den „Wechselstromkupferverlusten“ zugezählt werden.

Zur Bestimmung dieses „Wechselstromwiderstandes“ wurde je eine Phase des Stators mit einer des Rotors in Serie geschaltet und der Rotor in der Lage festgebremst, bei der die Stromstärke bei konstanter Klemmenspannung ein Minimum war. Da die Stator- und Rotorwindungszahlen einander gleich waren, mußte bei richtiger Phasenfolge das Hauptfeld in dieser Lage verschwinden und mit ihm seine Eisenverluste. Die aufgenommene Leistung stellte dann den sogenannten „Wechselstromkupferverlust“ dar. Die Untersuchungen wurden bei den Frequenzen von 25, 50, 75 und 100 Hertz durchgeführt. Dabei erwies sich der Wechselstromwiderstand bei 25 und 50 Hertz im Mittel als genau gleich dem Gleichstromwiderstand; bei 75 Hertz betrug der Faktor $r_{\sim} : r_{=} = 1,02$; bei 100 Hertz war $r_{\sim} : r_{=} = 1,07$. In Übereinstimmung mit diesem Ergebnis wurde in den folgenden Untersuchungen, die sich auf die Frequenzen bis $62\frac{1}{2}$ Hertz erstreckten, der Wechselstromwiderstand dem Gleichstromwiderstand gleichgesetzt.

4. Die Messung der Eisenverluste im kreisförmigen Drehfeld.

Die Messung und Trennung der Verluste bei kreisförmigem Drehfeld im Luftspalt erfolgte nach zwei verschiedenen Methoden. Bei der ersten wurden die Verluste durch ein dreiphasiges Drehfeld, bei der zweiten durch ein rotierendes Gleichfeld erzeugt.

1. Methode.

Die erste Methode ist von Bragstad für Drehstromasynchronmotoren entwickelt worden und allgemein bekannt (Lit. 28), so daß auf ihre Beschreibung an dieser Stelle verzichtet werden kann. Ich beschränke mich daher auf einige Besonderheiten des umstehenden Schaltplanes Figur 36 einzugehen.

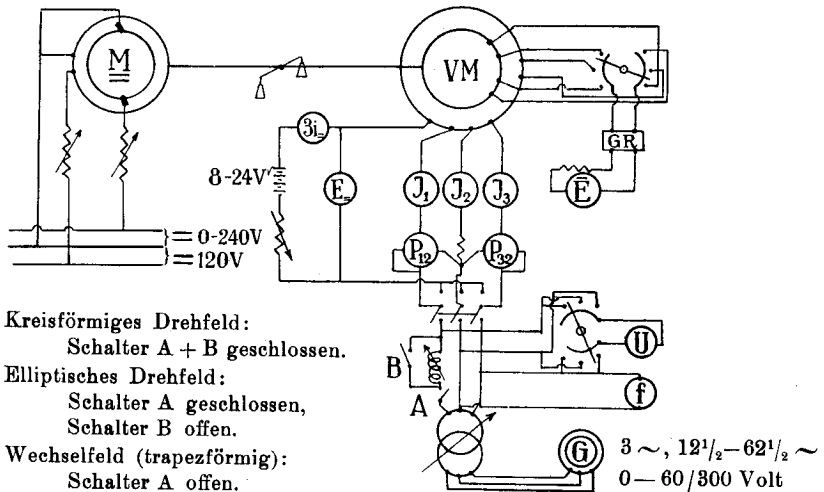
Die Sättigung im Luftspalt wurde bei den Versuchen mit genutetem Rotor berechnet aus:

1. dem Mittelwert der drei in den Rotorphasen induzierten Spannungen,
2. dem direkt gemessenen Mittelwert der Spannung, die in der über einer Statorpolteilung angebrachten Meßwicklung induziert wurde.

Zur Bestimmung der Luftspaltsättigung bei glattem Rotor diene neben der unter 2. erwähnten noch die in der tangentialen Meßwicklung des Rotors induzierte Spannung. Im weiteren war dabei

die mittlere Induktion im Rotorkern durch die in der radialen Rotorwicklung induzierte Spannung gegeben. Um die Wirkung der unvermeidlichen kleinen Unsymmetrien des Luftspaltes auszuschalten, wurden diese Spannungen nur bei rotierendem Rotor abgelesen. Auch hier wurden nicht die Effektiv-, sondern die Mittelwerte gemessen.

Bei der Ermittlung des Drehmomentes wurde jedesmal bei gleichbleibender Drehzahl je eine Ablesung bei eingeschalteter und bei ausgeschalteter Erregung gemacht. Dabei wurde die Erregung mittelst des Transformators stufenweise bis auf Null reduziert, damit kein



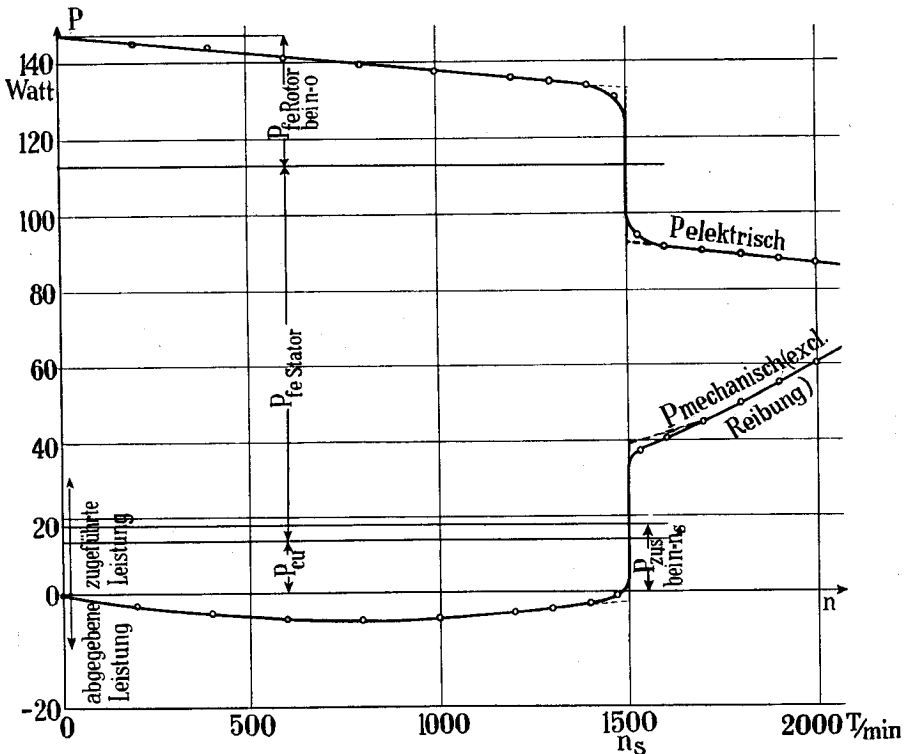
Figur 36.

Schaltung mit ungenutztem Rotor.

remanentes Feld zurückbleiben konnte. Die Differenz der Ablesungen stellte dann das den Eisenverlusten entsprechende Drehmoment dar.

Es zeigte sich bei der Messung des Hysteresesprunges, daß die Verteilung zwischen elektrisch und mechanisch zugeführter Leistung schon bei einem Schlupf von 6% nicht mehr stabil war und unter gleichen Umständen wiederholte Messungen des Sprunges zu merklich verschiedenen Resultaten führten. Figur 37 zeigt den typischen Verlauf der Leistungsaufnahme. Die Kurve P_{el} weicht in der Nähe des Synchronismus erheblich von der theoretisch zu erwartenden Geraden ab, so daß der gemessene Sprung stets kleiner ist als der doppelte Rotorhystereseverlust bei Stillstand. Diese Erscheinung ist

auf den Einfluß der höheren Harmonischen zurückzuführen und rührt zum Teil auch davon her, daß das Feld im Luftspalt infolge geringer Unsymmetrien in der Anordnung oder dem Widerstand der Wicklungen, als Folge von Ungleichheiten im magnetischen Widerstand der Kraftlinienwege oder wegen kleiner durch die vorgeschalteten Meßinstrumente oder den Stufentransformator verursachter Unsymmetrien der aufgedrückten Spannung nie genau kreisförmig ist. Um die Rotorhystereseverluste aus dem Sprung zu erhalten, müßten eine Anzahl Punkte bei Unter- und Übersynchronismus aufgenommen und die durch diese bestimmten Kurven für den Synchronismus extrapoliert werden (gestrichelte Linien der Figur 37). Dieses Verfahren ist aber bei Messungen mit variabler Sättigung sehr zeitraubend. Es wurde daher außer dem Wert bei Stillstand nur der



Figur 37.

Mit ungenutetem Rotor. $f = 50$. $B_1 = 5150$ Gauß.

Tabelle 18. Ungenutzeter Rotor. Stator erregt. $f = 50$ Hertz.

Punkt	n T/min	U I/III Volt	\bar{E} bei $n = \frac{2}{3} n_s$				P_{el}			Md $g \times cm$ (9)
			Stator Volt	Rotor		P I/II Watt	P III/II Watt	P_{el} Watt		
				tangential Volt	radial Volt					
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)		
1	0 1470 1580	29,7	1,25	0,81	0,40	22,0 21,4 19,9	11,6 12,1 13,9	10,4 9,3 6,0	-2 × 48 4	
2	0 1475 1580	44,6	2,27	1,50	0,77	66,4 65,1 61,1	38,5 40,0 44,6	27,9 25,1 16,5	-3 11	
3	0 1472 1525	59,6	3,05	2,02	1,02	114,8 113,2 107,1	69,0 72,3 79,1	45,8 40,9 28,0	-2 17	
4	0 1470 1525	79,3	4,05	2,70	1,36	206,0 199,5 189,5	130,2 131,2 141,2	75,8 68,8 48,3	-1 26	
5	0 1470 1580	99,2	5,10	3,38	1,71	311,0 306,2 292,2	211,2 217,2 232,2	99,8 89,0 61,0	-1 39	
6	0 1475 1580	119,1	6,13	4,08	2,06	459,0 453,5 434,0	317,5 328,0 345,5	141,5 125,5 88,5	0 54	
7	0 1475 1525	134,0	6,95	4,62	2,31	602 598 578	424 439 462	178 159 116	2 65	

1475																				766	567	199	4
1528																				748	594	149	78
0		158,6		8,15		5,46		2,75												987	676	261	6
1477																				928	687	286	
1530																				897	716	181	87
0		168,6		8,77		5,83		2,90												1115	809	306	
1472																				1113	835	278	8
1530																				1085	868	217	96
0		178,5		9,27		6,17		3,07												1383	1017	366	
1470																				1355	1020	385	10
1530																				1321	1052	369	106

Punkt	J ~ Ampere	R = Ohm	B ₁ Gauß	B _R Gauß	P _{st} Watt	P _{cu St} Watt	P _{fe St} Watt	P _{fe R} Watt	P _{zus.} Watt
1	0,80	0,97	1030	780	7,7	1,8	5,9	2,7	0,7
2	1,36	0,97	1920	1450	20,8	5,4	15,4	7,1	2,7
3	1,80	0,98	2580	1950	34,5	9,5	25,0	11,3	5,1
4	2,40	0,98	3420	2580	58,3	17,0	41,3	17,5	8,4
5	3,09	0,48	4290	3220	75,0	13,8	61,2	24,8	12,8
6	3,79	0,49	5150	3880	107,0	21,2	85,8	34,5	18,2
7	4,44	0,50	5830	4390	137,5	29,6	107,9	40,5	22,6
8	5,15	0,50	6440	4830	174,0	39,1	134,9	48,0	27,7
9	5,85	0,51	6900	5190	208,5	52,5	156,0	52,5	31,4
10	6,65	0,51	7340	5610	247,5	68,0	179,5	58,5	35,1
11	7,8	0,52	7770	5860	302,0	95,0	207,0	64,0	39,2

Mittelwert im Synchronismus aufgenommen und die Trennung der Verluste auf dem üblichen Wege auf Grund ihrer Frequenzabhängigkeit durchgeführt. Dazu standen die Messungen bei 5 Frequenzen zwischen $12\frac{1}{2}$ und $62\frac{1}{2}$ Hertz zur Verfügung.

Bei den Versuchen mit dem genutzten Rotor wurden die Messungen zuerst bei Statorerregung und hernach bei Rotorerregung ausgeführt. So konnten nicht nur die Rotor-, sondern auch die Statorisenverluste direkt gemessen werden. Da überdies der Wicklungswiderstand genau bekannt war, lieferte jede Meßreihe sowohl die Stator- als auch die Rotorverluste. Die beiden bei gleicher Frequenz durchgeführten Meßreihen zeitigten Resultate, die keine oder nur sehr geringe durch Meßfehler bedingte Abweichungen aufwiesen. Dies ist ein weiterer Beweis dafür, daß die vorausgesetzte Gleichheit von Gleich- und Wechselstromwiderstand tatsächlich besteht und daß die Verluste der Nutenstreuflüsse auch im Leerlauf unmeßbar klein sind.

Tabelle 18 stellt das vollständige Beobachtungs- und Auswerteprotokoll einer Meßreihe dar. In den Kolonnen (1) bis (11) sind die gemessenen und in den Kolonnen (12) bis (18) die daraus berechneten Versuchsdaten eingetragen. Der zu berücksichtigende Eigenverbrauch der Amperemeter und der Wattmeterstromspulen bzw. der Ersatzwiderstände ist in P_{cu} (Kolonne 15) enthalten, da der Widerstand dieser Instrumente bei der Bestimmung des Gleichstromwiderstandes (Kolonne 11) mitgemessen wurde. Der Eigenverbrauch der Voltmeter kommt nicht in Betracht, weil bei allen Leistungsmessungen die Voltmeterkreise unterbrochen wurden.

2. Methode.

Erzeugt man im Stator bzw. Rotor der rotierenden Maschine ein örtlich sinusförmig verteiltes Gleichfeld, so ist die örtliche Verteilung und der zeitliche Verlauf der Induktion im Rotor bzw. Stator gleich, wie wenn im Rotor bzw. Stator bei synchronem Lauf ein mehrphasiges Drehfeld bestehen würde. Damit sind aber auch die Eisenverluste dieselben. Neben den Eisenverlusten der Grundwelle treten auch hier die durch die Nutung bedingten Zusatzverluste auf. Dabei wird die zur Deckung aller Eisenverluste notwendige Energie ausschließlich auf mechanischem Wege zugeführt. Die Bestimmung der Verluste besteht daher in der Messung der Drehzahl und des Drehmomentes. Dies hat zur Folge, daß die Meßgenauigkeit von der

Drehzahl sehr wenig abhängig ist, während die Genauigkeit der wattmetrischen Messung in der 1. Methode bei kleinen Frequenzen nur noch gering ist.

Die gemessene mechanisch zugeführte Leistung setzt sich nun zusammen aus den Verlusten des Grundfeldes P_R bzw. P_{St} , den zusätzlichen Verlusten P_{zus1} bzw. P_{zus2} und den Reibungsverlusten P_e . Es ist also:

bei Statorerregung:

$$P_{m_1} = \omega M d_1 = P_R + P_{zus1} + P_e,$$

bei Rotorerregung:

$$P_{m_2} = \omega M d_2 = P_{St} + P_{zus2} + P_e.$$

Erregt man im Stator bzw. Rotor statt eines Gleichfeldes ein mehrphasiges Drehfeld gleicher Größe, so ist der Mittelwert der bei Synchronismus zugeführten mechanischen Leistung:

bei Statorerregung: $P'_{m_1} = \omega M d'_1 = P_{zus1} + P_e,$

bei Rotorerregung: $P'_{m_2} = \omega M d'_2 = P_{zus2} + P_e.$

Daraus erhält man schließlich:

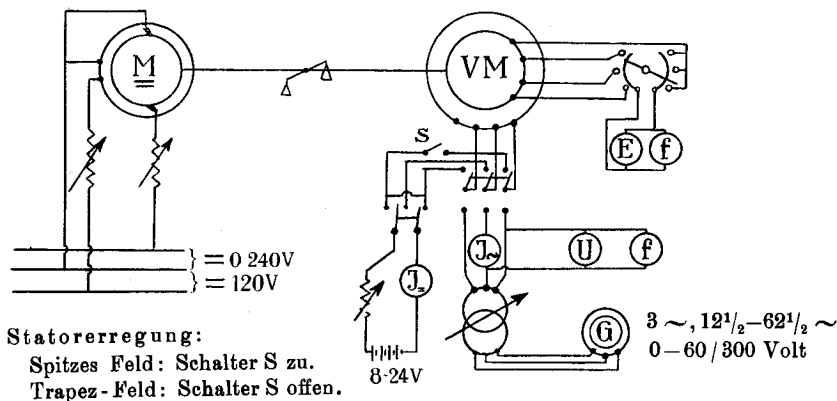
bei Statorerregung:

$$P_R = P_{m_1} - P'_{m_1} = \omega (M d_1 - M d'_1),$$

bei Rotorerregung:

$$P_{St} = P_{m_2} - P'_{m_2} = \omega (M d_2 - M d'_2).$$

Figur 38 zeigt die für diese Methode entwickelte Schaltung. Da dieser Versuch gleichzeitig zur Aufnahme der Magnetisierungskurve



Figur 38. Schaltung mit genutetem Rotor.

der Maschine diente, wurde der Magnetisierungsstrom vor jeder Messung mehrmals kommutiert.

In der Tabelle 19 ist wieder ein Versuchs- und Auswerteprotokoll wiedergegeben. Die Resultate bei spitzem und bei trapezförmigem Feld stimmten völlig überein; ein Hinweis dafür, daß die Induktionsverteilung trotz der ungleichen Amperewindungsverteilung in beiden Fällen dieselbe war.

In Figur 39 sind nun die nach beiden Methoden gefundenen Meßresultate für den ungenutzten Rotor eingetragen. Man erkennt daraus, daß beide Methoden zu übereinstimmenden Resultaten führen. Das gleiche gilt auch für den Stator und den genutzten Rotor, wo die maximale Abweichung der Versuchsergebnisse ebenfalls 4% betrug. Da die Resultate der 1. Methode wieder aus zwei Messungen hervorgingen (Stator- und Rotorerregung), so sind die experimentell gefundenen Verluste das Ergebnis von drei unter sich übereinstimmenden Meßresultaten.

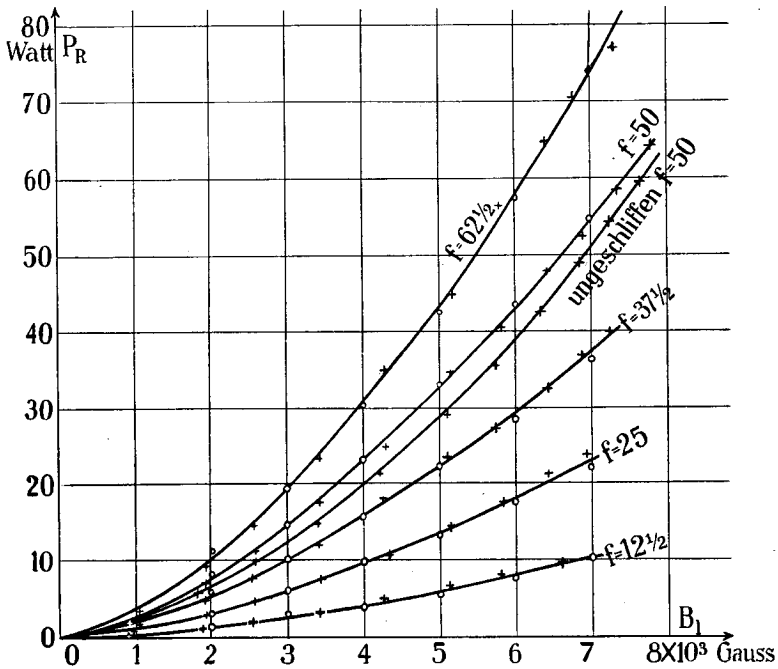
An Hand der Kurven der Figur 39 wurde die Trennung nach der Frequenz durchgeführt. Es zeigte sich dabei, daß die totalen Eisenverluste auch hier durch ein mit der Frequenz linear wachsendes Glied P_H und ein ihrem Quadrat proportionales Glied P_W ausgedrückt werden können. Die Figuren 40 und 41 stellen das Resultat dieser Trennung dar.

Beide Methoden liefern auch, allerdings auf genau dieselbe Art, die zusätzlichen Verluste. Sie treten bei den Versuchen mit glattem Rotor nur an der Rotoroberfläche, bei den Versuchen mit genutztem Rotor an der Stator- und Rotoroberfläche und in den Stator- und Rotorzähnen auf. Für diesen Fall sind sie in der Figur 42 als Funktion der Drehzahl dargestellt. Bei der Analyse dieser Kurven ergibt sich, daß die Zusatzverluste bei allen Sättigungen und Tourenzahlen ungefähr der 1,3ten Potenz der Drehzahl proportional sind. Dasselbe Verhalten zeigen auch die Zusatzverluste beim glatten Rotor. Damit ist auch auf experimentellem Wege bewiesen, daß ein erheblicher Teil der Zusatzverluste aus Hystereseverlusten bestehen muß. Wären nämlich, wie vielfach angenommen wird, alle zusätzlichen Verluste durch Wirbelströme verursacht, so müßten sie bei kleinen Tourenzahlen der zweiten und bei höheren der 1,5ten, aber niemals der 1,3ten Potenz der Drehzahl proportional sein. Solange die Rückwirkung der Wirbelströme noch keine nennenswerte Erhöhung der

Tabelle 19.
Genuteter Rotor.

Stator erregt, spitzes Feld $n = 1500 \text{ T/min.}$ $f = 50 \text{ Hertz.}$

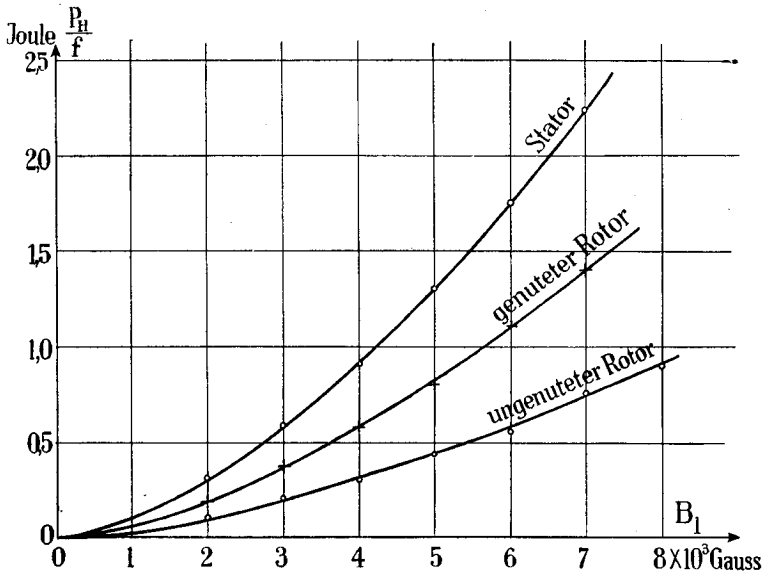
Punkt	J = Ampere	E Volt	$M d_1$ g \times cm	$M d_1'$ g \times cm	B_1 Gauß	$\angle M d_1$ g \times cm	P_R Watt
1	1,0	16,5	7 \times 43	3 \times 43	730	4 \times 43	2,6
2	2,0	36,6	21	8	1620	13	8,6
3	3,0	56,0	43	18	2480	25	16,6
4	4,0	73,6	71	31	3260	40	26,5
5	5,0	90,2	102	48	3990	54	35,8
6	6,0	104,2	133	64	4610	69	45,7
7	8,0	125,0	188	93	5530	95	63,0
8	10,0	139,0	227	114	6150	113	75,0
9	12,0	151,2	266	135	6690	131	86,8



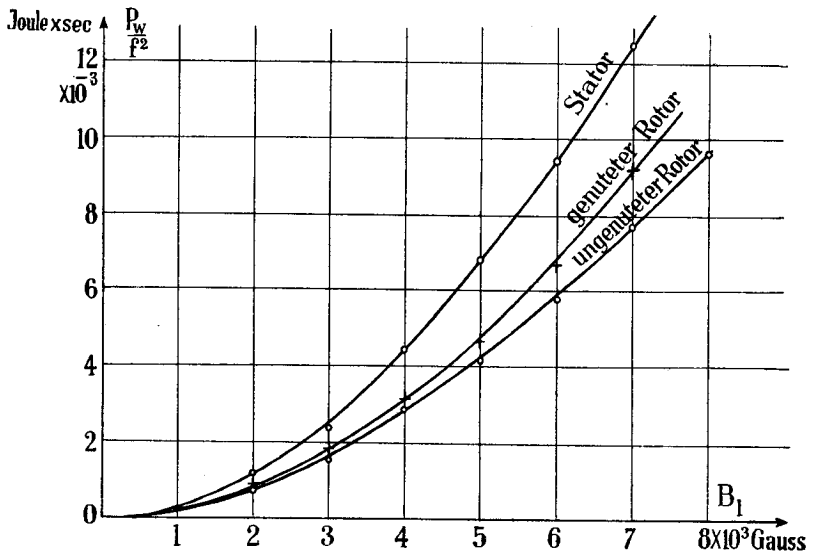
Figur 39.

Ugenuteter Rotor. Eisenverluste der Grundfelder.

+ = Gemessen nach der 1. Methode. o = Gemessen nach der 2. Methode.



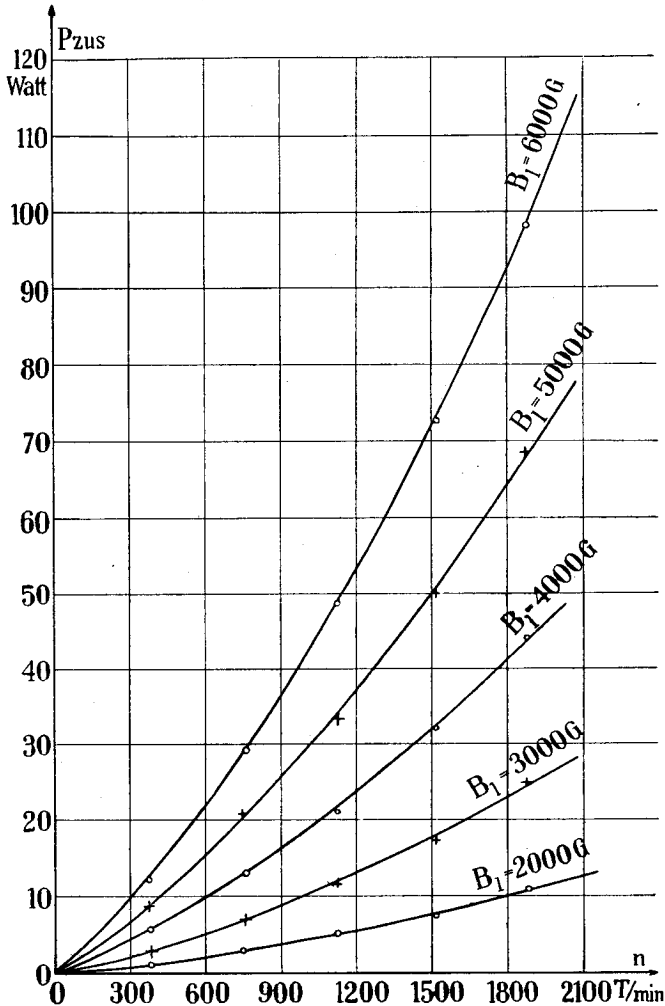
Figur 40.

Die f proportionalen Eisenverluste.

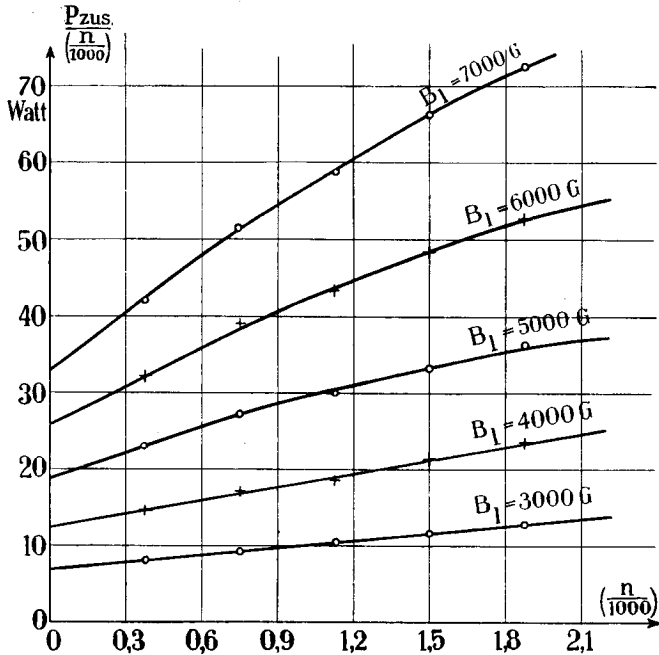
Figur 41.

Die f^2 proportionalen Eisenverluste.

Hystereseverluste zur Folge hat, was nach den Ableitungen im theoretischen Teil unter den gegebenen Umständen der Fall ist, sind sie der Drehzahl direkt proportional und können daher aus den gesamten Zusatzverlusten ausgeschieden werden. Dies ist in der Figur 43 für den glatten Rotor ausgeführt, wobei man erkennt, daß der Anteil der Hystereseverluste recht bedeutend ist. In der Figur 43 nehmen auch die Wirbelstromverluste den theoretisch zu erwartenden Verlauf,



Figur 42. Stator und genuteter Rotor. Zusatzverluste bei Statorerregung.



Figur 43.
Trennung der zusätzlichen Verluste.
Stator und genuteter Rotor.

d. h. sie sind bei kleinen Drehzahlen (bis ca. 800 T/min) genau der zweiten und bei höheren Tourenzahlen infolge der Rückwirkung der Wirbelströme einer zwischen 2 und 1,5 liegenden Potenz der Drehzahl proportional.

5. Die Messung der Eisenverluste im elliptischen Dreh- oder Wechselfeld.

Für die Versuche mit elliptischen Dreh- und Wechselfeldern wurde die Versuchsmaschine mit dem glatten Rotor versehen. Die für die Messungen benutzte Schaltung ist die der Figur 36. Die Bestimmung von Klemmenspannung, Stromstärke, elektrisch und mechanisch zugeführter Leistung und Gleichstromwiderstand erfolgte auf genau dieselbe Art wie beim kreisförmigen Drehfeld. Die in den Rotorwicklungen induzierte EMK ist in derselben Weise von der Lage der Windungsebene abhängig wie die Lufspaltinduktion. Die bei

Stillstand gemessene maximale Spannung dient daher zur Bestimmung von $B_{1 \max}$, während die Elliptizität des Feldes durch das Verhältnis der minimalen und maximalen Spannung gegeben ist.

Eine erste Serie von Messungen wurde bei stillstehendem Rotor gemacht. Während einer Meßreihe wurden Elliptizität und Frequenz konstant gehalten und die Sättigung variiert. Die Elliptizität wurde dabei durch Regulieren der Drosselspule eingestellt und gehalten. Die Messungen erfolgten bei den Frequenzen von $12^{1/2}$, 25, $37^{1/2}$, 50 und $62^{1/2}$ Hertz und den Elliptizitäten $\kappa = 0$ (Wechselfeld), 0,2, 0,4, 0,6, 0,8 und 1,0 (kreisförmiges Drehfeld). Die umstehende Tabelle 20 ist die Versuchs- und Auswertetabelle einer Meßreihe.

Auf Grund der aufgenommenen Kurven können auch hier für jede Elliptizität die f und die f^2 proportionalen Anteile der totalen Eisenverluste bestimmt werden. Diese Trennung führt jedoch zu keiner neuen Erkenntnis. Um den Einfluß der Elliptizität des Luftspaltfeldes auf die Eisenverluste kennen zu lernen, müssen vielmehr die mit B und die mit B^2 wachsenden Anteile festgestellt werden. Diese Aufteilung gelingt durch graphische Darstellung des Quotienten $\frac{P_{fe}}{B_{1 \max}}$ in Funktion von $B_{1 \max}$. Man erhält dabei für jede Frequenz und jede Elliptizität ein der Figur 3 entsprechendes Bild. Zur Feststellung des Einflusses der Elliptizität bilden wir bei konstanter Frequenz und Sättigung das Verhältnis $\frac{P_{1 \kappa=\kappa}}{P_{1 \kappa=1}}$ und $\frac{P_{2 \kappa=\kappa}}{P_{2 \kappa=1}}$, wobei P_1 die B und P_2 die B^2 proportionalen Verluste bedeutet. Die Berechnung dieser Quotienten bei den 5 Frequenzen und 6 Induktionen (also dreißig voneinander unabhängige Bestimmungen) zeigte, daß sie nur eine Funktion von der Elliptizität κ und unabhängig von f und B sind. Die experimentell gefundenen Mittelwerte dieser Faktoren sind in Figur 21 als Funktion der Elliptizität κ graphisch aufgetragen. Wie dort ersichtlich ist, folgen sie den auf theoretischem Wege ermittelten Gleichungen:

$$\frac{P_{1 \kappa=\kappa}}{P_{1 \kappa=1}} = \frac{P_1}{\dot{P}_1} = \frac{1 + 0,8 \kappa}{1,8}, \quad \frac{P_{2 \kappa=\kappa}}{P_{2 \kappa=1}} = \frac{P_2}{\dot{P}_2} = \frac{1 + \kappa^2}{2}.$$

Eine experimentelle Trennung in Stator- und Rotorverluste ist im elliptischen Dreh- und Wechselfeld nicht mehr durchführbar.

Die folgenden Versuchsreihen wurden bei angetriebenem Rotor gemacht. Während einer Reihe wurden Frequenz, Elliptizität und

Tabelle 20.

Mit ungenutetem Rotor. Stillstand. Stator erregt.

$$\alpha = 0,6, \quad f = 50 \text{ Hertz.}$$

Punkt	U_{\max}	\bar{E}_{\max}	Strom J_{\sim}			Leistung		
	Volt	Volt	I Ampere	II Ampere	III Ampere	II/III Watt	I/II Watt	P Watt
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	24,7	1,28	0,55	0,80	0,80	16,2	7,1	9,1
2	44,6	2,37	0,90	1,33	1,39	47,7	24,7	23,0
3	59,6	3,19	1,17	1,72	1,82	81,9	45,1	36,8
4	79,3	4,30	1,55	2,26	2,43	143,7	83,5	60,2
5	99,2	5,32	1,98	2,90	3,12	227,0	137,5	89,5
6	119,1	6,41	2,37	3,58	3,80	332,5	216,0	116,5
7	134,0	7,23	2,78	4,21	4,42	442,0	294,0	148,0
8	148,8	7,98	3,16	4,90	5,13	576	391	185
9	158,6	8,55	3,46	5,60	5,85	704	485	219
10	168,6	9,15	3,80	6,50	6,75	878	619	259

Punkt	R_{\sim}	$B_{1 \max}$	P	P_{Cu}	P_{Fe}	$P_{\text{Fe}} : \frac{B_1}{10000}$
	Ohm	Gauß	Watt	Watt	Watt	(14)
	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	
1	0,772	1090	9,1	1,1	8,0	0,73
2	0,772	2010	23,0	3,1	19,9	0,99
3	0,772	2700	36,8	5,3	31,5	1,16
4	0,773	3650	60,2	9,3	50,9	1,40
5	0,775	4510	89,5	15,3	74,2	1,65
6	0,452	5440	116,5	13,5	103,0	1,89
7	0,455	6130	148,0	18,6	129,4	2,11
8	0,458	6770	185	25,2	160	2,37
9	0,461	7250	219	32,7	186	2,57
10	0,464	7760	259	43,6	215	2,78

Maximalinduktion im Luftspalt konstant gehalten. In Tabelle 21 sind die Resultate einer solchen Meßreihe zusammengestellt. Um aus der totalen elektrisch und mechanisch aufgenommenen Leistung die Eisenverluste zu erhalten, müßten noch die Kupferverluste subtrahiert werden. Da der Zweck der Messungen jedoch darin bestand, den Unterschied der Eisenverluste bei rotierendem Anker gegenüber

Tabelle 21.

Mit ungenutztem Rotor. Stator erregt.

 $B_{1\max} = 5360$ Gauß, $f = 25$ Hertz, $\alpha = 0,75$.

n T / min	M d (ohne Reibung) g \times cm	Elektrische Leistung			P _{mech} (exklusive Reibung) Watt	P _{total} Watt	ΔP Watt
		II / III Watt	II / I Watt	P _{el} Watt			
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
0	0 \times 43	203,5	132,5	71,0	0	71,0	0
+ 200	- 21	206,5	135,5	71,0	- 1,9	69,1	- 1,9
400	- 16	205,5	135,0	70,5	- 2,8	67,7	- 3,3
600	- 4	206,0	138,0	68,0	- 1,1	66,9	- 4,1
800	+ 38	198,5	144,5	54,0	+ 13,4	67,4	- 3,6
1000	53	194,0	145,0	49,0	23,4	72,4	+ 1,4
1200	59	192,5	146,0	46,5	31,3	77,8	6,8
1400	64	191,5	146,0	45,5	39,5	85,0	14,0
1600	68	191,0	146,5	44,5	48,1	92,6	21,6
1800	70	191,0	147,5	43,5	55,7	99,2	28,2
2000	72	190,0	147,0	43,0	63,7	106,7	35,7
- 200	+ 54 \times 43	205,5	134,0	71,5	4,8	76,3	5,3
400	59	205,5	133,5	72,0	10,4	82,4	11,4
600	63	206,0	133,5	72,5	16,7	89,2	18,2
800	64	206,0	132,0	74,0	22,6	96,6	25,6
1000	69	207,5	132,5	75,0	30,5	105,5	34,5
1200	72	206,0	131,5	74,5	38,2	112,7	41,7
1400	75	206,0	131,0	75,0	46,4	121,4	50,4
1600	79	207,0	132,0	75,0	55,9	130,9	59,9
1800	83	207,0	131,5	75,5	66,0	141,5	70,5
2000	88	206,5	130,0	76,5	77,7	154,2	83,2

denen bei Stillstand zu ermitteln, konnte auf eine Bestimmung der von der Drehzahl unabhängigen Kupferverluste verzichtet werden. In der Kolonne (8) der Tabelle 21 ist die gesuchte Differenz eingetragen. Weitere Versuchsergebnisse finden sich in den Tabellen 12 des theoretischen Teiles.

Eine Trennung der totalen Eisenverluste in Stator- und Rotorverluste oder in Verluste des Grundfeldes und in zusätzliche Verluste der Nutenharmonischen ist auch hier nicht mehr möglich.

Literaturverzeichnis.

[Im Text ist mit (Lit. . .) auf die hier aufgeführte Literatur verwiesen.]

1. Dreyfus, Über die Hystereseverluste bei linearer Ummagnetisierung durch Gleich- und Wechselstrom. Arch. f. El., Bd. VI, 1918.
2. Mordey und Hansard, Energieverluste bei der Magnetisierung von Eisen. E. T. Z. 1905.
3. Arnold, Wechselstromtechnik, Bd. I, 1. Aufl. Berlin 1902.
4. R. Richter, Vorschlag zur Darstellung der Hysteresewärme. E. T. Z. 1910.
5. Niethammer, Magnetische Hysteresis und Wirbelströme. E. T. Z. 1898.
6. Holm, Untersuchungen über magnetische Hysteresis. Dissertation, Berlin 1912.
7. Ball, The unsymmetrical Hysteresis loop. Proc. Am. Inst. El. Eng., vol. XXXIV, 3, 1915.
8. Dina, Über rotierende Hysteresis. E. T. Z. 1902.
9. Herrmann, Versuche über die Eisenarbeit im Dreh- und Wechselfeld. E. T. Z. 1905.
10. Wecken, Vergleichende Untersuchungen über lineare und drehende Hysteresis. Z. f. El. (E. u. M.) 1905.
11. Baily, On the Hysteresis of Iron and Steel in a rotating magnetic Field. Electrician, vol. XXXIII, 1894.
12. Schenkel, Beitrag zur Kenntnis des Verhaltens der rotierenden Hysteresis. E. T. Z. 1902.
13. Planer, Experimentelle Untersuchungen der alternativen und rotierenden Hysteresis. Dissertation, Zürich 1907.
14. Ytterberg, Die Eisenverluste in elektrischen Maschinen. Dissertation, Berlin 1914.
15. Benischke, Notiz zu den Normalien zur Prüfung von Eisenblech. E. T. Z. 1902.
16. Oehler, Der Transformator bei tiefen Temperaturen. Dissertation, Zürich 1928.
17. Thomson, On the Heat produced by eddy currents in an Iron-Plate exposed to an alternating magnetic Field. Electrician, vol. XXVIII, 1892.
18. Dreyfus, Feldverteilung und Wirbelstrombildung in Dynamoankern bei der Ummagnetisierung durch hochperiodige Wechsel- und Drehfelder. Arch. f. El., Bd. IV, 1915.
19. Ollendorf, Hysterese und Wirbelströme in Eisenblechen. Arch. f. El., Bd. XIV, 1925.
20. Thornton, The distribution of magnetic Induction and Hysteresis loss in armatures. Electrician, vol. LVI, 1906.

21. Rüdénberg, Energie der Wirbelströme in elektrischen Bremsen und Dynamomaschinen. Stuttgart 1906.
22. R. Richter, Elektrische Maschinen, Bd. I. Berlin 1924.
23. Arnold, Wechselstromtechnik, Bd. V, 1. Teil. Berlin 1909.
24. Frey, Anwendung der konformen Abbildung auf praktische Probleme des Elektromaschinenbaues. Dissertation, Karlsruhe 1921.
25. Dreyfus, Die zusätzlichen Verluste in Drehstrommotoren. Arch. f. El., Bd. XX, 1928.
26. Bragstad und Fränkel, Untersuchung und Berechnung der zusätzlichen Eisenverluste in asynchronen Motoren. E. T. Z. 1908.
27. Heinke, Handbuch der Elektrotechnik, Bd. II, 4. Abt. Leipzig 1908.
28. Bragstad, Messung und Trennung der Eisenverluste in asynchronen Drehstrommotoren. Z. f. El. (E. u. M.) 1905.

Lebenslauf.

Ich bin am 26. Juli 1905 als Bürger von Altstätten (Kanton St. Gallen) und Bassersdorf (Kanton Zürich) in Bassersdorf geboren.

Nach sechsjähriger Primarschulzeit trat ich im Frühjahr 1918 in das Realgymnasium der Zürcher Kantonsschule ein. Im Herbst 1924 bestand ich daselbst das Maturitätsexamen und trat sogleich in das erste Semester der Abteilung für Maschineningenieurwesen und Elektrotechnik an der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich über. Im Frühjahr 1927 unterbrach ich das Studium für ein Jahr und war in dieser Zeit als Volontär in den Werkstätten der Maschinenfabrik Oerlikon beschäftigt. Mit dem Diplom als Elektroingenieur der Eidgenössischen Technischen Hochschule schloß ich im Sommer 1929 meine Studienzeit ab.

Vom Herbst 1929 bis Frühjahr 1931 widmete ich mich ausschließlich theoretischen und experimentellen Untersuchungen über die Eisenverluste in elektrischen Maschinen. Aus diesen Arbeiten, die im Elektrotechnischen Institut der Eidgenössischen Technischen Hochschule durchgeführt wurden, ging dann die vorstehende Promotionsarbeit hervor.

Seit dem 1. Mai 1931 bin ich als projektierender Ingenieur in der Bahnabteilung der A.-G. Brown Boveri in Baden tätig.

Baden, 24. Juni 1931.

Erwin Meyer.