Diss. Nr. 4358

Integrationstheorie von Krylow-Bogoljubow und gestörte Keplerbewegung

ABHANDLUNG

zur Erlangung der Würde eines Doktors der Mathematik

der

EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE

ZÜRICH

vorgelegt von

WALTER FLURY

dipl. Math. ETH

geboren am 22. August 1943

von Hägendorf (Kt. Solothurn)

Angenommen auf Antrag von

Prof. Dr. E. Stiefel, Referent

Prof. Dr. Ch. Wehrli, Korreferent

Juris Druck + Verlag Zürich

1969

Einleitung

In der Theorie der quasilinearen Schwingungen [1] tritt bald eine Schwierigkeit auf, falls versucht wird, die Lösung durch eine Reihenentwicklung nach dem kleinen Parameter zu erhalten. Gewöhnlich erscheinen in den Näherungsformeln neben den Gliedern, die periodisch von der Zeit abhängen, noch säkulare Glieder [2], die im allgemeinen nicht in der Natur der Sache liegen, so dass derartige Näherungen nur für kurze Zeiten brauchbar sind.
N.M. Krylow und N.N. Bogoljubow gelang es, diese Schwierigkeit mit Hilfe ihrer asymptotischen Methode zu überwinden. Zurzeit ist es wohl das wirksamste Approximationsverfahren in der nichtlinearen Mechanik. Das Wort asymptotisch ist hier nicht wie üblich im Zusammenhang mit der Darstellung einer Funktion für grosse Werte des Argumentes zu verstehen. Es bedeutet im Gegenteil eine Entwicklung in der Nähe des Nullpunktes.

---

1) Quasilinear werden solche Schwingungen genannt, für die die entsprechenden Differentialgleichungen zwar nichtlinear sind, die aber einen bestimmten Parameter ε so enthalten, dass sie beim Uebergang von ε gegen Null in lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten übergehen.

2) Unter säkularen Gliedern verstehen wir Ausdrücke, die mit zunehmender Zeit unbeschränkt anwachsen, z.B. $t^m \sin\omega t$, $t^m \cos\omega t$, $(m=1,2,..)$.

Im ersten Teil dieser Arbeit wird in Anlehnung an die oben erwähnte asymptotische Methode eine Störungsrechnung erster Ordnung für einen mehrdimensionalen harmonischen Oszillator hergeleitet.
Im zweiten Teil wenden wir die gefundene Methode auf die Bewegung eines Mobils im Gravitationsfeld der Erde an. Die Entwicklung des Erdpotentials nach Legendre-Polynomen

$$V = -\frac{M}{r}\left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{R}{r}\right)^n P_n(\cos\vartheta)\right]$$

wird nach dem J_2-Glied abgebrochen. Mittels einer fiktiven Zeit s, die durch die Differentialbeziehung $dt = r^2 ds$ definiert ist (t ist die physikalische Zeit, r der Abstand Mobil-Erdmittelpunkt und s im wesentlichen die wahre Anomalie), kann die Bewegung des Mobils durch einen gestörten, vierdimensionalen harmonischen Oszillator beschrieben werden. Dabei ist es möglich, die Krylow-Bogoljubow'schen Differentialgleichungen für den Ort des Mobils als Funktion von s analytisch geschlossen zu lösen, was eine hohe Genauigkeit in der Berechnung der Lage und Form der gestörten Bahn bewirkt. Jedoch sind die Methoden von Krylow-Bogoljubow nicht verwendbar zur Berechnung der Zeit t als Funktion von s, d.h. für die Bestimmung des Ortes des Mobils in seiner Bahn. Diese Schwierigkeit wird umgangen durch Einführen einer Fourier'schen Doppelreihenentwicklung, deren Koeffizienten durch numerische harmonische Analyse bestimmt werden.
Am Schluss vergleichen wir unsere Methoden im Falle der Erdwulststörung mit der allgemeinen Störungstheorie von H.G.L. Krause, die Fourierreihen nach der wahren Anomalie benutzt ([4]).

Ich möchte an dieser Stelle Herrn Prof.Dr.E. Stiefel meinen herzlichen Dank aussprechen für seine zahlreichen Ratschläge, wertvollen Anregungen und objektive Kritik.
Mein Dank gilt auch dem Korreferenten Herrn Prof. Dr.Ch. Wehrli für sein Interesse, das er dieser Arbeit entgegengebracht hat, Herrn Dr.C.A. Burdet, der mir seine Theorie der gestörten Keplerbewegung vor dem Erscheinen in [3] zur Verfügung gestellt hat und Herrn Dr.H.G.L. Krause für die Berichtigung einiger Koeffizienten in seiner ursprünglichen Publikation von 1956.