Sur un problème de potentiel et son application à la géoélectrique

Author(s):
Guillelmon, Hubert

Publication Date:
1973

Permanent Link:
https://doi.org/10.3929/ethz-a-000093481

Thèse No. 5024

Sur un problème de potentiel et son application à la géoélectrique

THÈSE

pour l'obtention du titre de
Docteur ès sciences naturelles
de
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE
DE ZURICH

présentée par

HUBERT GUILLELMON
dipl. sc. phys. EPF
né le 4 juin 1936
de nationalité française

Acceptée sur proposition des

Prof. Dr. St. Müller, rapporteur
Prof. Dr. P. Henrici, corapporteur

Juris Druck + Verlag Zürich
1973

<u>Résumé.</u>

Soit un axe Oz (coordonnées cylindriques: r, φ, z) et n demi-plans α_j issus de cet axe. Les dièdres $\beta_j = \alpha_j - \alpha_{j-1}$ limitent n milieux M_j homogènes et isotropes de résistivité ρ_j. Pour chaque demi-plan α_j on définit un coefficient de réflexion k_j.

Le potentiel $V_j^{(n)}$ en un point $P(r, \varphi, z)$, dû à une source ponctuelle $S(r_o, \varphi_o, 0)$ de courant continu I placée dans le milieu M_1 a pour forme:

$$V_j^{(n)} = \frac{I \rho_1}{4\pi} \cdot \int_0^\infty N_j^{(n)}(\lambda) . \text{th}(\lambda\pi) . \frac{P_{-1/2+i\lambda}\left(\frac{r^2 + r_o^2 + z^2}{2 r r_o}\right)}{\sqrt{r r_o}} . d\lambda$$

$$\text{où } N_j^{(n)} = \frac{\mathcal{N}_j^{(n)}(e^{\pm\lambda\varphi}, e^{\pm\lambda\varphi_o}, e^{\pm\lambda\beta_j}, k_j)}{\mathcal{D}_n(e^{\pm\lambda\beta_j}, k_j)}$$

Si la source est sur l'axe, le potentiel prend une forme particulièrement simple.

On calcule $N_j^{(n)}$ pour un nombre n quelconque.

On montre que le cas de milieux séparés par des plans parallèles est un cas limite du problème traité et que, si dans celui-ci une résistivité ρ_j $(j\neq 1)$ est nulle ou infinie, la fonction caractéristique $N_j^{(n)}$ a la même forme que celle trouvée dans le cas limite correspondant.

On tente de résoudre l'intégrale dans le cas où $\beta_j = m_j . \gamma$ avec $\gamma = \frac{\pi}{\ell}$. On peut toujours la résoudre explicitement sur le cercle centré sur l'axe et passant par S, mais seulement dans des cas particuliers, dont certains sont nouveaux, pour tout l'espace. Dans le cas général, il faudra calculer numériquement une partie de l'intégrale.

Si S_m est une image de la source S_1 par rapport au dièdre élémentaire γ qui la contient, le potentiel peut s'écrire sous la forme:

$$V_j^{(n)} = \frac{I \rho_1}{4 \pi} \sum_m \frac{f(S_m P, \beta_j, k_j)}{S_m P}$$

Une approche entièrement différente du problème est esquissée: il suffit de calculer le potentiel dans le cercle centré sur l'axe passant par la source S et situé dans un plan perpendiculaire à l'axe au moyen d'une méthode de différences finies pour pouvoir le calculer dans tout l'espace.

Cette méthode permet de traiter le problème plus général d'une résistivité $\rho(\varphi)$ variant uniquement en fonction de l'angle φ.