Diss. ETH 5884

Obere und untere Wahrscheinlichkeiten

ABHANDLUNG

zur Erlangung
des Titels eines Doktors der Mathematik
der
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
ZÜRICH

vorgelegt von

GUUS WOLF
dipl. Math. ETH
geboren am 7. März 1950
niederländischer Staatsangehöriger

Angenommen auf Antrag von

Prof. Dr. P.J. Huber, Referent
Prof. Dr. J. Marti, Korreferent

Juris Druck + Verlag Zürich
1977

ABSTRACT

Let $\mathcal{M}_+^1(\Omega)$ be the set of all probability measures on a polish space Ω with Borel-σ-algebra $\mathfrak{A}$. Every non-empty subset $P \subset \mathcal{M}_+^1(\Omega)$ defines an upper and a lower probability, $v(A)=\sup\{\mu(A) \mid \mu \in P\}$ and $u(A)=\inf\{\mu(A) \mid \mu \in P\}$.

In this thesis we are looking for necessary and sufficient conditions for set functions $v:\mathfrak{A} \dashrightarrow [0,1]$ and $u:\mathfrak{A} \dashrightarrow [0,1]$ to be upper and lower probabilities. This problem will be solved by means of Choquet-capacities for upper and lower probabilities of weak-compact subsets of probability measures. The special case, where Ω is compact, is considered separately. In the finite case the solution of the problem can be represented explicitely by a finite system of linear inequations.

ZUSAMMENFASSUNG

Sei $\mathcal{M}_+^1(\Omega)$ die Menge aller Wahrscheinlichkeitsmasse auf einem polnischen Raum Ω mit zugehöriger Borel-σ-Algebra $\mathfrak{A}$. Für jede nicht-leere Teilmenge $P \subset \mathcal{M}_+^1(\Omega)$ wird eine obere und eine untere Wahrscheinlichkeit auf $\mathfrak{A}$ definiert: $v(A)=\sup\{\mu(A) \mid \mu\in P\}$ und $u(A)=\inf\{\mu(A) \mid \mu\in P\}$.

In der vorliegenden Arbeit beschäftigen wir uns mit dem Problem, notwendige und hinreichende Bedingungen dafür anzugeben, dass Mengenfunktionen $v:\mathfrak{A}\dashrightarrow[0,1]$ und $u:\mathfrak{A}\dashrightarrow[0,1]$ obere und untere Wahrscheinlichkeiten sind. Mit Hilfe von Choquet-Kapazitäten wird dieses Problem gelöst, jedoch im allgemeinen Fall nur für obere und untere Wahrscheinlichkeiten schwach-kompakter Teilmengen von Wahrscheinlichkeitsmassen. Der Spezialfall, wo Ω kompakt ist, wird separat betrachtet. Im endlichen Fall lässt sich die Lösung des Problems mittels eines Systems von endlich vielen linearen Ungleichungen explizit darstellen.