

Prom. Nr. 2898

**Über das sensitometrische Verhalten
einiger photographischer Schichten des Handels
bei verschiedenen Belichtungs- und
Entwicklungsbedingungen**
(Sensitometrische Studien in weiten Belichtungsbereichen XI)

Von der
Eidgenössischen Technischen
Hochschule in Zürich

zur Erlangung
der Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften
genehmigte

PROMOTIONSARBEIT

vorgelegt von

HENRY PESTALOZZI

dipl. Ing.-Chem. E. T. H.

von Zürich

Referent: Herr Prof. Dr. J. Eggert

Korreferent: Herr Prof. Dr. A. Linder

Juris-Verlag Zürich

1959

Leer - Vide - Empty

**Meinem lieben Vater
in Dankbarkeit gewidmet**

Leer - Vide - Empty

Meinem hochverehrten Lehrer,

Herrn Prof. Dr. Dr. Ing. E.h. J. Eggert,

möchte ich an dieser Stelle für seine grosszügige Hilfsbereitschaft, sein reges Interesse an dieser Arbeit und seine wohlwollende Unterstützung meinen herzlichsten Dank aussprechen.

Leer - Vide - Empty

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. EINLEITUNG	9
2. DURCHFUEHRUNG DER VERSUCHE	10
21. Verwendete Handelsfilme	10
22. Belichtung	12
23. Entwicklung	15
24. Schwärzungsmessung	16
3. ERGEBNISSE	17
31. Symbole für die charakteristischen Eigenschaften	22
32. Zusammenstellung der Ergebnisse	23
4. STATISTISCHE AUSWERTUNG	30
41. Die normale Verteilung	31
42. Definition von μ und σ	33
43. Die Normalverteilung und die Problemstellung	34
44. Ableitung der Regressionsgeraden	35
45. Ableitung der orthogonalen Regressionsgeraden	40
46. Die normale Korrelationsfläche	43
5. AUSWERTUNG DER PUNKTSCHWAERME	45
51. Besprechung der aufgestellten Beziehungen	46
511. Die gegenseitige Beziehung der optimalen Empfindlichkeiten	48
512. Die Beziehung der Langzeiteffekte und der optimalen Empfindlichkeiten für die verschiedenen Entwicklungsarten	52
513. Die Beziehung der Kurzzeiteffekte und der optimalen Empfindlichkeiten für die verschiedenen Entwicklungsarten	52
514. Die Beziehung zwischen den Empfindlichkeiten in den Langzeit- und Kurzzeitgebieten für Oberflächen- und Innenentwicklung	54
515. Die Beziehung der Langzeit- und der Kurzzeiteffekte für die verschiedenen Entwicklungsarten	54

516. Die Beziehung der Steilheitsmasse zur optimalen Empfindlichkeit	57
52. Zusammenstellung der photographischen Ergebnisse	60
521. Die optimalen Empfindlichkeiten	60
522. Die Langzeiteffekte	65
523. Die Kurzzeiteffekte	67
524. Die Steilheit der Schwärzungskurven	67
6. ZUSAMMENFASSUNG	70
Literaturverzeichnis	72

1. EINLEITUNG

Nachdem in einer früheren Arbeit¹⁾ versucht worden war, an zwei typischen photographischen Emulsionen durch systematische Variation bestimmter Versuchsbedingungen auf Grund einer statistischen Analyse die Abhängigkeit einiger wichtiger Eigenschaften dieser Emulsionstypen von jenen Versuchsvariablen aufzuzeigen, stellte sich die Aufgabe, die gleichen Eigenschaften für eine grössere Gruppe von Schichten des Handels zu untersuchen, wobei natürlich in diesem Falle die Herstellungsbedingungen unbekannt waren. Somit kam lediglich in Betracht, den inneren Zusammenhang möglichst vieler beobachtbarer Eigenschaften an möglichst vielen Vertretern einer solchen Sortengruppe statistisch zu untersuchen.

Für die zu prüfenden Eigenschaften lag es uns nahe, das Verhalten der Schichten, wie in der zitierten Arbeit, in weiten Belichtungsbereichen und gleichzeitig unter stark variierten Entwicklungsbedingungen zu verfolgen, woraus sich eine ganze Reihe charakteristischer Merkmale der Prüflinge ableiten liess. Dagegen musste wegen der sehr grossen Anzahl der im Welthandel befindlichen photographischen Schichten die Auswahl jener Versuchsgruppe mit einer gewissen Willkür vorgenommen werden. Unter Ausscheidung sowohl aller farbenphotographischen Materialien als auch aller Kontakt- und Vergrösserungspapiere für den schwarz-weiss-Prozess beschränkten wir uns, auch aus versuchstechnischen Gründen, auf die Untersuchung von Negativ- und Positivfilmen, die von 13 verschiedenen Firmen für die verschiedensten Zwecke hergestellt werden wie: Filme für Kine-Aufnahmen, -Kopien und -Duplikaten, Tonaufnahmen, Schirmbildaufnahmen und andere Verwendungen, zusammen 106 Sorten, sämtlich im Format 35 mm.

Die Belichtung aller dieser Filme erfolgte in einer im Photographischen Institut gebauten Apparatur, die es erlaubt, die Belichtungszeiten bei gleicher spektraler Zusammensetzung der Lichtquellen zwischen 630 s und $6,3 \cdot 10^{-5}$ s so zu variieren, dass die auf die Schicht eingestrahlte Lichtmenge sich auf einen bestimmten konstanten Wert einstellen liess. Jeder Film wurde auf drei Arten entwickelt: in einem Total-, in einem Oberflächen- und in einem Innenentwickler. Die Empfindlichkeiten der definiert belichteten Schichten wurden für die Schwärzungswerte $S = 0, 1, 0, 5$ und $1,0$ über Schleier gemessen. Aus den gegebenen Daten wurden die Reziprozitätsfehlerkurven aufgezeichnet, die für diese Kurven charakteristischen Grössen abgelesen und nach den später im einzelnen beschriebenen statistischen Rechenmethoden ausgewertet.

1) J. Eggert und R. v. Wartburg, Z. Elektrochem., Ber. Bunsenges. physik. Chem. 61, 693 (1957).

2. DURCHFUEHRUNG DER VERSUCHE

21. Verwendete Handelsfilme

Alle in dieser Arbeit untersuchten Filmmaterialien sind in Tabelle 1 aufgeführt; sie stellen sämtlich Fabrikationen aus dem Jahre 1956 dar *).

Tabelle 1

Nr.	Hersteller	Materialbezeichnung	Emulsions-Nr.
1	Adox, Dr. C. Schleussner Fotowerke, Frankfurt a. M.	Adox KB 21	11029
2		Adox KB 14	14154
3		Adox KB 17	17305
4	Agfa Photofabrik, Leverkusen	Isopan F	7400/2787
5		Isopan FF	7410/309
6		Fluorapid	7420/968
7		Isopan ISS	7430/1371
8		Isopan U	7440/236
9	VEB Agfa Filmfabrik, Wolfen	Positiv-Feinkorn Film	42-6550
10		Negativ-Film Pankine K	81-213
11		Negativ-Film Superpan	82-632
12		Negativ-Film Ultra-rapid	84-210
13		Negativ-Film Finopan	95-1269
14		Negativ-Ton-Film Tf 4	97-19600
15		Isochrom F Feinkorn KB-Film	392-1167
16		Isopan Ultra Kleinbildfilm	394-1164
17		Isopan FF Spezial Feinkorn	397-431
18		Isopan F Feinkorn KB-Film	398-15117
19		Isopan ISS Super Spezial KB	399-4357
20		Dup-Negativ-Film Typ A	481-444
21		Dup-Positiv-Film Typ C pan	484-525
22		Dup-Positiv-Film Typ A	486-308
23		Röntgen-Fluorapid-Film Feinkorn	490-1639
24	Registrier-Film Rapid	491-131	
25	Dokumenten-Film	869-575	
26	Infrarot-Film	882-45	
27	AnSCO, Binghamton, N. Y., USA	Supreme pan	F5-H453-02-806
28		Ultra speed pan	G5-H456-0-274
29	E. I. Du Pont de Nemours, Wilmington, USA	SX-Pan 928	309E135-25
30		Fine Grain Cine NegPL	4292
31	Eastman Kodak Company, Rochester, USA	Kodak Panatomic X	
32		Kodak Plus X	
33		Kodak Tri X	

*) Die in der Tabelle 1 genannten Firmen haben uns ihre Materialien für diese Untersuchung entgegenkommender Weise zur Verfügung gestellt, wofür wir auch an dieser Stelle unseren verbindlichen Dank aussprechen.

34		Eastman Infrared Negative	5210-105-1
35		Kodak Linagraph ortho	5211-299-4
36		Kodak Linagraph pan	5244-181-8
37		Eastman fine grain sound rec.	5372-619-17
38		Eastman fine grain sound rec.	5373-458-2
39		Eastman Television recording	5374-11-5
40	Ferrania S.p. A. Milano	Pellicola Schermografica X3V	7538/9
41		Pellicola Schermografica X2A	8543/2
42		Pellicola per il suono S.A.V.gr.f.	23509/4
43		Pellicola negativa Pancro C-7	28618/1
44		Pellicola S. Pancro P3	37563/9
45		Pellicola S. Pancro S2	38551/2
46		Pellicola Infrarosso I72	89504/1A
47	Gevaert Photo Producten,	Gevapan 30	507-11
48	Antwerpen, Belgium	Gevapan 33	551-05
49		Gevapan 27	659-11
50		Gevapan 33 Negative cine film Type 183	902-18
51		Type 283 S. T. 3 Tono cine film safety fine grain	907-03
52		Positive fine grain Type 561	971-01
53		Gevapan 30 Negative cine film Type 164	997-01
54		Type 256 S. T. 6 Tono cine film safety fine grain	1022-05
55		Type 462 Duplicating negative fine grain	1085-10
56		Type 254 S. T. 4 Tono cine film safety fine grain	1099-31
57		Type 553 Positive super contrast	10321-02
58		Type 361 Duplicating positive fine grain	10592-01
59		Scopix G	2111039
60		Scopix B	2404356
61	Ilford Ltd., Ilford, England	Pan F	BX4-RA-528
62		Micro Neg pan	BX4-RC-559-E
63		HP3	BX4-RH-512
64		FP3	BX4-RM-528-NT
65		HPS	BX4-RU-569-D
66	Kodak Ltd., Harrow, England	Tri-X miniature	117-1-2
67		Fine grain negative sound rec.	141-4-2
68		Tri-X cine negative	171-12-1
69		Quick finish pan	227-1-3
70		Recording film R 20	342-9-ME
71		Positive sound recording	345-1-2
72		Sound recording	348-4-1
73		Pan-X miniature	381-1-1
74		Plus-X miniature	473-1-2
75		Recording film R 60	515-2-2
76		Fine grain positive sound rec.	622-8-1
77		Pan-X cine negative	719-6-1
78		Fine grain cine positive	906-12-1
79		Experimental film V. 6016	R10827
80	Kodak-Pathé S. A., Vincennes, France	Eastman negative duplicating fine grain negative pan	5203-852-2
81		Kodagraph Microfile panchromatic	5204-750-3
82		Eastman negative infrarouge	5212-885-1
83		Eastman negative Background X panchromatic	5230-671-3
84		Eastman negative Plus-X panchromatic	5231-363
85		Eastman negative Tri-X panchromatic	5233-756-4
86		Kodak miniature film Tri-X	5243-911-2
87		Kodak miniature film Panatomic -X	5280-870-4
88		Kodagraph Microfile orthochromatic	5285-760-10
89		Eastman positive	5301-381-2
90		Eastman positive fine grain	5302-440-1

91		Kodak Rayoscope	5354-990-3
92		Kodak Photoflure	5356-975-1
93		Eastman high contrast positive	5363-430-1
94		Eastman positive fine grain duplicating	5365-866-3
95		Eastman positive fine grain sound recording	5373-280-4
96		Eastman positive sound recording orthochromatic	5419-285-9
97	Otto Perutz GmbH, München	Pergrano	150-0102
98		Perpantic	160-0410
99		Peromnia	170-0186
100		Positiv	300-1886
101		Peruton C	332-104
102		Perkine	360-410
103		Perkine Super	370-255
104		Röntgen-Schirmbild	570-111
105	Typon A. G., Burgdorf	FA pan	7220
106		FA ortho	7246

22. Belichtung

Die weitgehend automatisierte Belichtungsapparatur wurde schon früher ausführlich beschrieben²⁾. Seitdem sind viele Ergänzungen und Verbesserungen an ihr vorgenommen worden, die zwar auch schon veröffentlicht³⁾ worden sind, die aber hier der Vollständigkeit halber nochmals zusammengefasst seien *).

Die Apparatur besteht aus 5 Einheiten: (Abbildung 1)

1. Lampengehäuse
2. Lampensteuerung
3. Blendenschacht mit Streufilterhalter und Verschlusssteuerung
4. Verschluss
5. Blitzgerät

Im Lampengehäuse 1. befinden sich, neben einander auf einem Schlitten montiert, eine Xenon-Bogenlampe und eine Xenon-Blitzlampe. Da beide Lampen mit Xenon gefüllt sind, ist die spektrale Zusammensetzung des Lichtes beider Lampen sehr ähnlich.

2) J. Eggert und R. v. Wartburg, Z. Elektrochem., Ber. Bunsenges. phys. Chem. 59, 353 (1955).

3) R. v. Wartburg, Int. Konferenz f. wiss. Phot, Köln 1956, 135 (Verlag Hellwich, Darmstadt 1958).

*) Diese Apparatur wurde z. T. unter Zuhilfenahme der Mittel des Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung entwickelt.

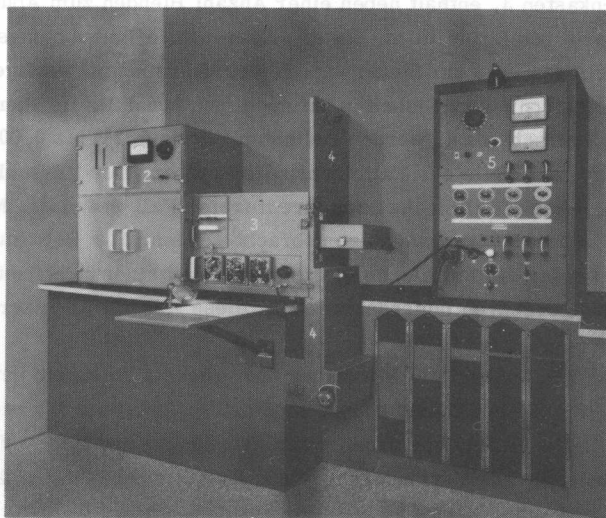


Abb. 1 Gesamtansicht der Belichtungsapparatur.

Die wassergekühlte Bogenlampe wird, im Zusammenhang mit einem Fallverschluss, für Belichtungszeiten von $1/50$ s und länger verwendet, während die mit Paraffinöl gekühlte Blitzlampe, je nach den eingestellten Kapazitäten und Induktivitäten des Blitzgerätes, für die Belichtungszeiten zwischen $6,3 \cdot 10^{-3}$ und $6,3 \cdot 10^{-5}$ s benutzt wird.

Das für die Kühlung der Bogenlampe nötige Wasser wird aus dem Stadtnetz entnommen und durchfließt zuerst einen Filter, dann den Kühler für das Paraffinöl, ferner die Bogenlampe, einen Strömungsanzeiger und einen "Wasserwächter", der den Strom für die Bogenlampe bei zu geringem Kühlwasserdurchfluss abstellt.

Bei der Kühlung der Blitzlampe wird Paraffinöl im geschlossenen Kreislauf mit einer Pumpe umgewälzt, wobei es auch die mit Leitungswasser gespeiste Kühleinrichtung durchfließt.

Im Kasten 2. oberhalb des Lampengehäuses befinden sich die Lampensteuerung, die Kontrollinstrumente für die Kühlflüssigkeiten beider Lampen und ein Ventilator. Die Bogenlampe ist über das Hauptrelais, den Vorwiderstand und das Ampèremeter an ein elektronisch stabilisiertes Gleichstromnetz angeschlossen, wobei die für die Zündung der Lampe notwendige hochfrequente Hochspannung von einem Zündgerät geliefert wird.

Die im Lampengehäuse erwärmte Luft wird mit dem Ventilator abgesaugt, der gleichzeitig den Vorwiderstand der Bogenlampe kühlt.

Der Blendenkasten 3. enthält neben einer Anzahl Blenden zum Abhalten von Streulicht eine Serie von Streufiltern, die es erlauben, die Beleuchtungsstärke in der Filmebene zu variieren. Die zur Steuerung des Verschlusses notwendigen Schalter, Schaltuhren und elektronischen Einheiten befinden sich ebenfalls im Blendenkasten.

Mit dem Fallverschluss 4. werden Belichtungen von 0,2 s bis 0,002 s durchgeführt, die sich aus der Breite der Fallblechspalte ergeben. Der Verschluss ist insofern automatisch, als die Fallbleche nach ihrem freien Fall von einem Motor mit Kettenantrieb wieder in die Ausgangslage gebracht werden. Für Belichtungszeiten länger als 0,2 s werden die Fallbleche in ihrem Fall von einem Metallstift so lange angehalten, bis eine synchron laufende Schaltuhr diese Arretierung über einen Elektromagnet aufhebt.

Das Blitzgerät 5. erlaubt die Blitzdauer und -energie innerhalb gewisser Grenzen zu variieren. Zu diesem Zweck können Kapazitäten zwischen 0,5 und 240 μF eingeschaltet werden. Die Blitzlampe arbeitet mit Spannungen zwischen 700 und 3000 Volt, wobei eine Drosselspule zur Verlängerung der Entladungszeit in den Entladungskreis eingeschaltet werden kann.

Das ganze Belichtungsprogramm umfasst 15 zwischen 630 s und $6,3 \cdot 10^{-5}$ s in halben Zehnerpotenzen abgestufte Belichtungszeiten und lässt sich mit dieser Apparatur bei einiger Übung bequem in etwa 25 Minuten durchführen. Der Film kommt zur Belichtung in eine spezielle Kassette, in der er an einen stufenlosen Graukeil angepresst wird. Die Kassette lässt sich durch Einschieben und Einklinken am Verschluss befestigen und durch Verschieben des in der Höhe verstellbaren Kassettenschlittens lassen sich 4 Streifen von 4,5 mm Breite unter einander belichten. Nach je 4 Belichtungen wird der (35 mm breite) Film um eine Keillänge weitertransportiert, wobei die 4 Belichtungen in einer beliebigen Reihenfolge vorgenommen wurden, um den systematischen Belichtungsfehler möglichst klein zu halten.

Die Eichung der Belichtungsapparatur wurde nach den in der schon erwähnten Arbeit²⁾ beschriebenen Methoden durchgeführt. Zuerst wurde die Bestrahlungsstärke einer geeichten Lampe in der Keilebene gemessen, indem an Stelle des Keiles eine Mattscheibe eingelegt wurde und das auf die Mattscheibe auftreffende Licht mit dem Messarm eines Ansco-Densitometers gemessen wurde. Um die gleiche Beleuchtungsstärke für die Bogenlampe einzustellen, musste ihr Abstand von der Keilebene durch Verschieben so lange geändert werden, bis der Ausschlag am Densitometer den gleichen Wert erreichte, wie bei der Eichbestrahlung.

Die Streufilter wurden so geeicht, dass sie die Beleuchtungsstärke um je eine halbe Zehnerpotenz heruntersetzten. Dabei blieb der Abstand der Bogenlampe konstant und die als Streufilter verwendeten Opalgläser, Mattscheiben oder Graufilter wurden so lange mit Klebstreifen zugedeckt, bis die Beleuchtungsstärke mit dem entsprechenden Filter den richtigen Ausschlag am Densitometer angab.

Alle Belichtungszeiten wurden mit einem Photomultiplier, der sich als Einheit in den Kassettenschlitten einschieben liess, gemessen. Das Signal des Photomultipliers diente zur Vertikalablenkung des Strahles eines Kathodenstrahloszillographen, dessen Intensität durch die mit einem Quarzgenerator erzeugte Rechteckspannung verschiedener Frequenzen moduliert wurde.

Die Belichtungszeit der Blitzlampe wird als die Zeit angenommen, die die Lichtstärke braucht, um auf $1/e$ ihres maximalen Wertes abzuklingen. Da die Blitzdauer im wesentlichen von der im Entladungskreis eingeschalteten Kapazitäten und Induktivitäten abhängt, konnten die Belichtungszeiten durch sorgfältige Auswahl der letzten eingestellt werden.

Die Belichtungen mit Bogenlampe und Fallverschluss errechnen sich aus dem Produkt $I \cdot t$, da beide bekannt sind. Bei der Blitzlampe ist nur t bekannt, so dass das Produkt $I \cdot t$ gemessen werden muss. Dies geschah mit einem ballistischen Galvanometer, das mit einer kurzen Fallverschlusszeit der Bogenlampe geeicht wurde. Die Belichtungen für die einzelnen Blitzzeiten wurden mit den schon erwähnten Streufiltern grob und durch Aenderung der Kondensatorspannung genau eingestellt.

23. Entwicklung

Wie bei früheren Versuchen dieser sensitometrischen Untersuchungsreihe, wurden die belichteten Filme auf drei Arten nach Stevens⁴⁾ entwickelt: in einem Total-, in einem Oberflächen- und in einem Innenentwickler. Deshalb mussten für jede Filmsorte drei Belichtungsprogramme durchgeführt werden, wobei die Belichtung für die Innenentwicklung durchschnittlich um eine bis zwei Zehnerpotenzen grösser war als diejenige für die Total- und Oberflächenentwicklungen. Der Totalentwickler besteht aus:

A) Metol	11 g	B) Na_2CO_3 sicc.	240 g
Hydrochinon	44 g	KBr	20 g
H_2SO_4 konz.	5 ml	Wasser auf	4000 ml
Wasser auf	1000 ml		

Zum Gebrauch wurden gemischt:

400 ml	Lösung B
2,5 ml	$\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ 20%ig
2,5 ml	Na_2SO_3 20%ig
100 ml	Lösung A

4) G. W. Stevens, Photographic Sensitivity, 227 (London 1951).

Es wurde 5 Minuten entwickelt, dann in einem 2%igen Essigsäure-Bad gestoppt und 5 bis 10 Minuten in einem sauren Fixierbad fixiert.

Der Oberflächenentwickler hat die gleiche Zusammensetzung wie der Totalentwickler, jedoch ohne Natriumthiosulfatzusatz. Die Entwicklungszeit beträgt ebenfalls 5 Minuten.

Vor der Innenentwicklung wurden die Filme zuerst in einem Härtebad folgender Zusammensetzung behandelt:

Formalin 40%ig	5 ml
Borax	4 g
Borsäure	4 g
Wasser auf	1000 ml

Nach einer Wässerung von ca. 2 Minuten wurde das auf der Kornoberfläche befindliche latente Bild mit folgendem Bleichbad gelöst:

A) $K_2Cr_2O_7$	80 g	B) $AgNO_3$	4 g
H_2SO_4 konz.	8 ml	Wasser	2000 ml
Na_2SO_4 sicc.	16 g		
$KCr(SO_4)_2$	40 g		
Wasser auf	1000 ml		

Lösungen A und B werden im Verhältnis 1 : 1 gemischt. Die Bleichdauer beträgt 5 Minuten. Nach dem Bleichen werden die Filme 5 Minuten lang gewässert und schliesslich 5 Minuten im Totalentwickler entwickelt.

24. Schwärzungsmessung

Die Schwärzungsmessung wurde auf einem mit Kreuztisch versehenen Anscodensitometer so durchgeführt, dass nur die Stellen auf den Filmstreifen mit den Schwärzungen 0,1, 0,5 und 1,0 über Schleier aufgesucht wurden. Da die Belichtung der Filme hinter einen stufenlosen Graukeil erfolgte, konnten die für die Erzeugung der drei Schwärzungen notwendigen Energien auf einer mit dem Keil geeichten Skala direkt abgelesen werden. Nach der allgemein üblichen Darstellungsart für die Reziprozitätsfehler wurde der Logarithmus der Belichtung (in lxs) als Funktion vom Logarithmus der Bestrahlungsstärke (I in lxs) für die drei Schwärzungen aufgetragen.

3. ERGEBNISSE

Es wurden 106 Filme untersucht, und da jeder auf drei Arten entwickelt wurde, ergibt sich eine Gesamtzahl von 318 Reziprozitätsfehlerkurvenscharen. Von diesen Kurvenscharen wollen wir einige Beispiele betrachten (Abbildungen 2 bis 5), um zu zeigen, wie mannigfaltig die Erscheinungen bei den untersuchten Filmen sind; die in der Tabelle 1 entsprechenden Filmnummern sind mit dem der Entwicklungsart entsprechenden Buchstaben am Kopf der Abbildung angegeben. Die Diagramme haben $\log I$ als Abszisse und $\log (I \cdot t)$ als Ordinate. Die unter 45° geneigten Geraden sind die geometrischen Orte konstanter Belichtungszeit t_B , wobei der Logarithmus der den einzelnen Geraden entsprechenden Belichtungszeiten am oberen Rande der Diagramme angebracht ist.

In Abbildung 2 sind drei typische Fälle von Langzeiteffekt (low intensity reciprocity failure) wiedergegeben. Dort wo die Kurven ihre Minima haben, wird die kleinste Energiemenge (auf der $\log (I \cdot t)$ -Skala abgelesen) für die Erzeugung einer bestimmten Schwärzung benötigt. In Gebieten, wo die Kurven nach oben abbiegen, wird diese Energiemenge grösser, d. h. in diesem Fall haben die Filme im Gebiet der langen Belichtungszeiten eine geringere Empfindlichkeit. In dieser Gruppe finden sich vornehmlich Schichten, die für Kurzzeitbelichtungen verwendet werden können, also in jenem Gebiet, in dem der Reziprozitätsfehler praktisch verschwindet.

In Abbildung 3 haben wir Beispiele für den Kurzzeiteffekt (high intensity reciprocity failure) vor uns. Dort wird die Empfindlichkeit der Filme bei den kurzen Belichtungszeiten kleiner, so dass die Filme in dieser Gruppe hauptsächlich solche sind, die im Gebiet der langen Belichtungszeiten verwendet werden können.

Abbildung 4 zeigt uns drei Beispiele von Filmen, die praktisch keine Reziprozitätsfehler aufweisen, und in Abbildung 5 sind drei Beispiele von Reziprozitätsfehlerkurvenscharen aufgestellt, wie sie bei Innenentwicklungen erhalten werden. Diese Kurven liegen im allgemeinen bedeutend höher als diejenigen der Total- und der Oberflächenentwicklung und zeichnen sich alle dadurch aus, dass sie nur starke Langzeiteffekte und keine Kurzzeiteffekte aufweisen.

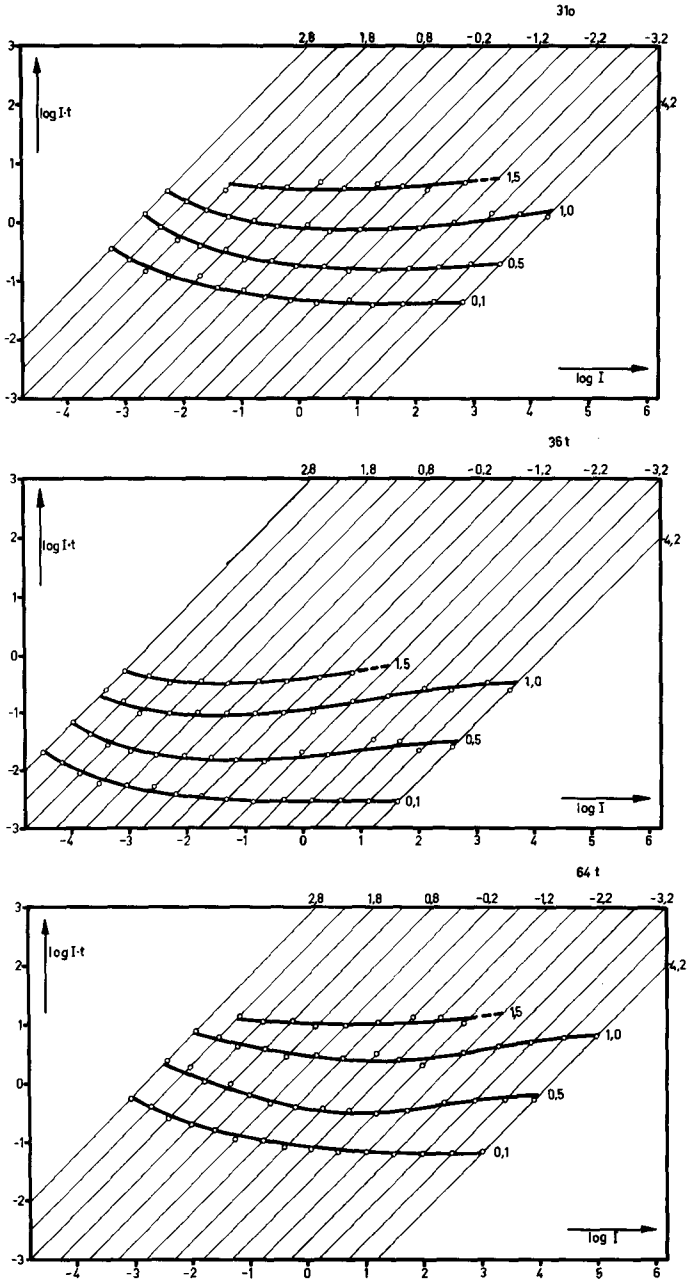


Abb. 2 Beispiele für den Langzeiteffekt (Anstieg der Kurven nach links) für verschiedene Schwärzungen.

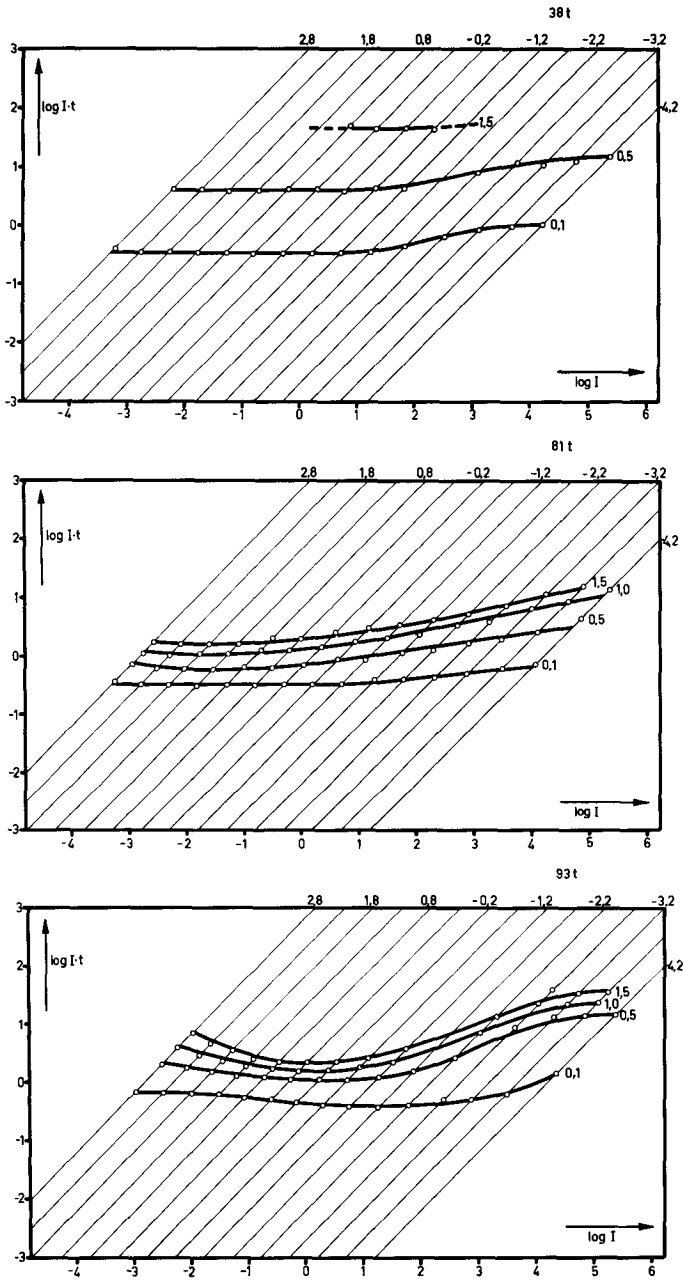


Abb. 3 Beispiele für den Kurzzeiteffekt (Anstieg der Kurven nach rechts) für verschiedene Schwärzungen.

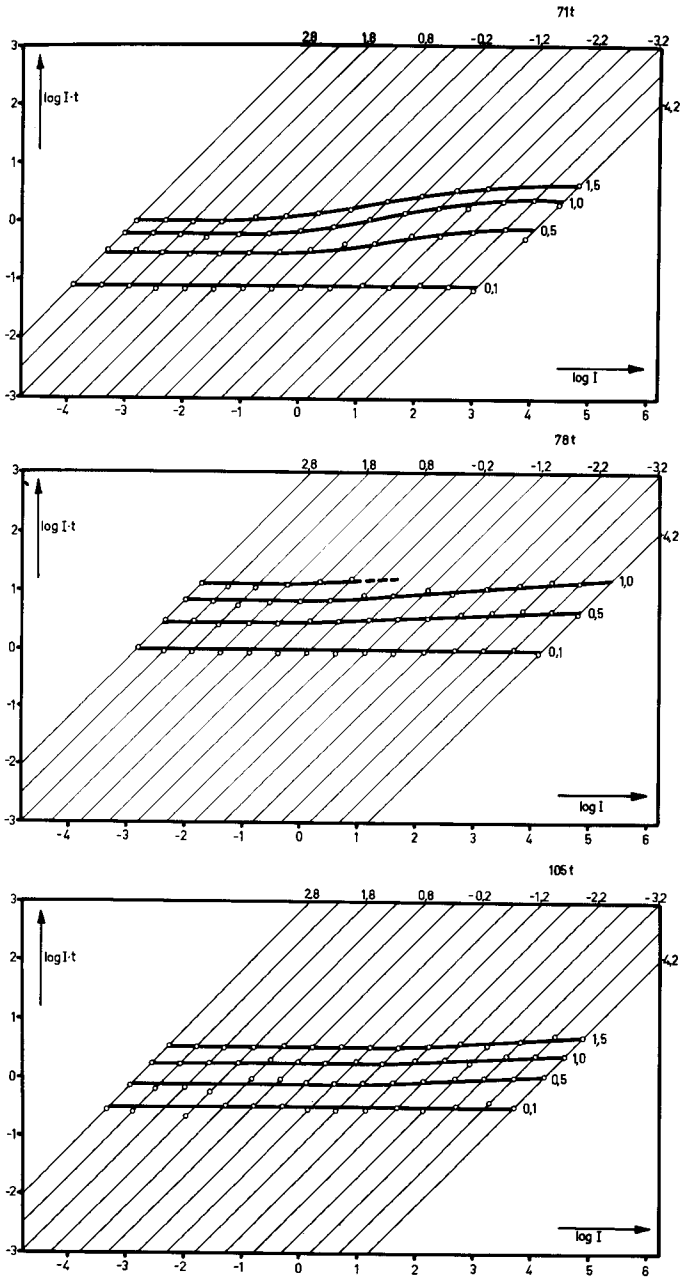


Abb. 4 Fälle, bei denen Reziprozität für kleine Schwärzungen praktisch erfüllt ist.

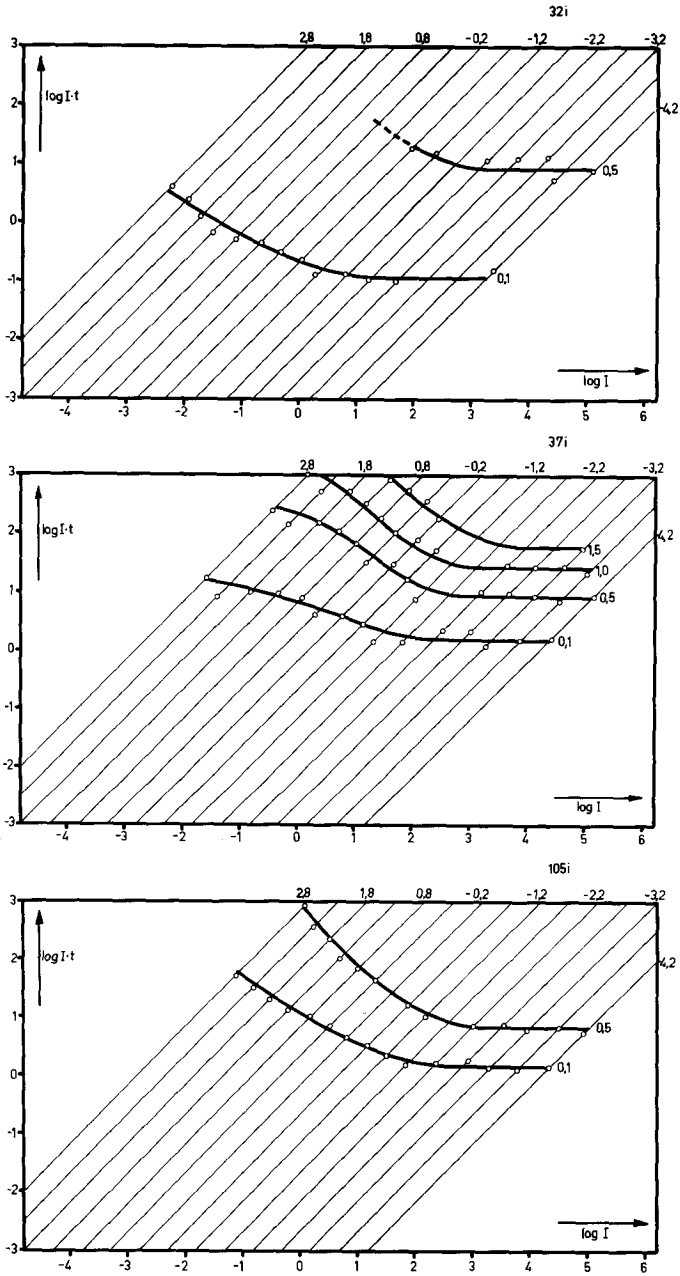


Abb. 5 Beispiele für Reziprozitätsfehlerkurven bei Innenentwicklung.

31. Symbole für die charakteristischen Eigenschaften der Emulsionen

Um aus diesen Kurvenscharen möglichst viele Informationen entnehmen zu können, mussten einige Zahlengrößen abgeleitet werden, die in Abbildung 6 dargestellt sind und bedeuten *):

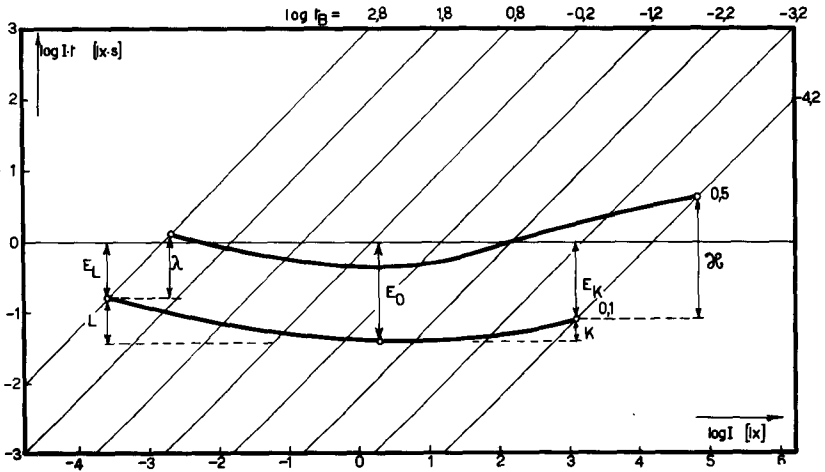


Abb. 6 Darstellung der aus den Reziprozitätsfehlerkurven entnommenen charakteristischen Größen (Definitionen im Absatz 31) für $S = 0,1$ und $S = 0,5$.

1. Die grösste Empfindlichkeit zur Erzielung der Schwärzung 0,1 über dem Schleier ist E_O . Der Buchstabe O verweist auf die optimale Belichtungszeit. Wir definieren:

$$E_O = -10 \cdot \log (I \cdot t) \quad S = 0,1$$

wenn $I \cdot t$ in Luxsekunden gemessen wird. Die Multiplikation des logarithmischen Wertes $\log (I \cdot t)$ mit -10 gibt uns einen Empfindlichkeitsmassstab, der demjenigen in DIN-, logarithmischen ASA- oder BSI-Graden entspricht. Alle weiteren beschriebenen Größen haben denselben logarithmischen Massstab, was für die statistische Auswertung von grossem Vorteil sein wird.

2. Die der längsten Belichtungszeit (630s) entsprechende Empfindlichkeit ist E_L .

3. Die der kürzesten Belichtungszeit ($6,3 \cdot 10^{-5}$ s) entsprechende Empfindlichkeit ist E_K .

*) Wir schliessen uns hier den Definitionen und Beziehungen an, die bereits in der unter (1) zitierten Arbeit verwendet wurden.

4. Als Mass für den beim Uebergang von der optimalen zur langen Belichtungszeit auftretenden Reziprozitätsfehler wurde die Grösse $L = (E_O - E_L)$ gewählt. Diese Grösse - der Langzeiteffekt - liefert uns keine neue Information über das Verhalten des Filmmaterials, erleichtert aber die Interpretation der Resultate.

5. Analog wurde als Mass für den Kurzzeiteffekt die Grösse $K = (E_O - E_K)$ definiert.

6. Schliesslich wurde als Mass für die Steilheit des unteren Teiles der Schwärzungskurven der Unterschied zwischen den Belichtungen genommen, welche nötig sind, um die Schwärzungen 0,1 und 0,5 über Schleier zu erreichen. Bei Langzeitbelichtung wird dieser Wert mit λ und bei Kurzzeitbelichtung mit \varkappa bezeichnet. Als Mass für die mittlere Steilheit über den ganzen Zeitbereich wurde die Grösse $(\varkappa + \lambda)$ betrachtet, wobei der Faktor $1/2$ weggelassen wurde, um die Auswertung mit ganzen Zahlen durchführen zu können. Für die beim Uebergang von langen zu kurzen Belichtungszeiten auftretende Veränderung, meist Verflachung der Gradation, wurde der Wert $(\varkappa - \lambda)$ als Mass genommen.

Da die beschriebenen Grössen für drei verschiedene Entwicklungsarten bestimmt wurden, erhalten sie je den Index t bei Totalentwicklung, o bei Oberflächenentwicklung und i bei Innenentwicklung. $E_{L, i}$ zum Beispiel, bedeutet die Empfindlichkeit des Filmes bei der Belichtungszeit $t_B = 630$ s (= Langzeit L) und bei Innenentwicklung i .

32. Zusammenstellung der Ergebnisse

Die aus den Reziprozitätsfehlerkurven abgeleiteten Grössen sind für jede Filmsorte in Tabelle 2a bis e zusammengestellt. Die Werte für die Innenentwicklungen sind meistens sehr unvollständig, da die Entwicklung des inneren latenten Bildes oft eine sehr schwache, wenig abgestufte Schwärzung lieferte. Dort, wo keine Zahlen vorhanden sind, waren die Streuungen um die Reziprozitätsfehlerkurven zu gross, um eine sichere Ableitung der charakteristischen Grössen zu erlauben. In vielen Fällen wurde der betreffende Versuch wiederholt, meistens aber ohne merkliche Verbesserung der Messresultate.

Um einen Ueberblick über die untersuchten Filmgruppen zu erhalten, wurde die Häufigkeitsverteilung der Filme für die verschiedenen Empfindlichkeiten bei Totalentwicklung in Abb. 7 aufgestellt. Als Abszisse dient die $E_{O, t}$ - Skala und als Ordinate haben wir die Anzahl der Filme aufgetragen, die jeweils die auf der Abszisse angegebenen Empfindlichkeiten aufweisen. Im folgenden ist diese Darstellung kurz als Histogramm bezeichnet.

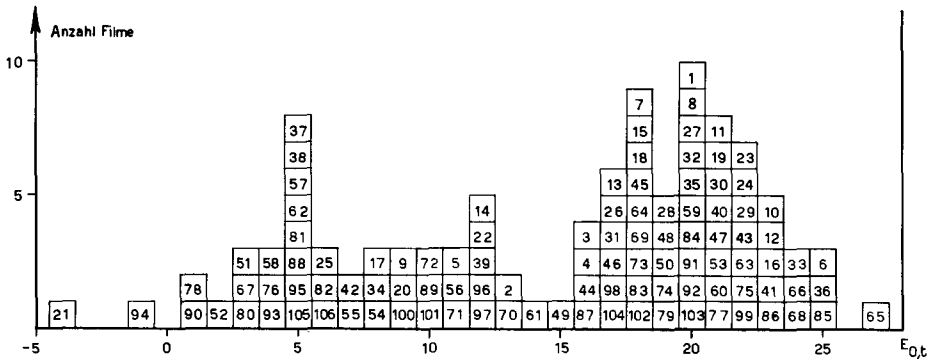


Abb. 7 Häufigkeitsverteilung der untersuchten Filme für ihre optimalen Empfindlichkeiten bei Totalentwicklung.

Die Zahlen in den Häufigkeitsrechtecken sind die laufenden Nummern der Filme aus Tabelle 1. Auf diese Weise ist es möglich, die gemessene Empfindlichkeit jeder untersuchten Filmsorte nachzuschlagen, wobei nicht zu vergessen ist, dass, da die Entwicklung nicht die Erreichung der optimalen Empfindlichkeit der Filme im Sinne einer ASA- oder DIN-Empfindlichkeitsbestimmung bezweckte, diese Einteilung nach der Empfindlichkeit nur als Vergleich im Rahmen dieser Untersuchung und nicht als generelle Begutachtung für die verschiedenen Filmfabrikate aufzufassen ist.

Tabelle 2a
 Zusammenstellung der aus den Reziprozitätsfehlerkurven abgelesenen
 charakteristischen Größen.

Film-Nr.	$E_{O,t}$	$E_{O,o}$	$E_{O,i}$	$E_{L,t}$	$E_{L,o}$	$E_{L,i}$	$E_{K,t}$	$E_{K,o}$	$E_{K,i}$	$\frac{E_{O,o}}{E_{O,i}}$	$\frac{E_{L,o}}{E_{L,i}}$	$\frac{E_{K,o}}{E_{K,i}}$	L_0	L_t	L_i	K_0	K_t	λ_t	x_t	$x+\lambda$	$x-\lambda$
21	-4	-6		-7	-9		-6	-9					3	3		2	3	5	7	12	2
94	-1	-4	-6	-6	-9	-16	-2	-6	-6	2	7	0	5	5	10	1	2	5	8	13	3
78	1	0	-8	1	0	-21	1	-3	-8	8	21	5	0	0	13	0	3	5	8	13	3
90	1	0	-4	0	-1	-12	-1	-3	-4	4	11	1	1	1	8	2	3	5	6	11	1
52	2	1	-1	0	-1		0	-2	-1	2		1	2	2		2	3	4	6	10	2
51	3	2	-3	-4	0	-14	0	-1	-7	5	14	6	7	2	11	3	3		6		
67	3	3	-3	3	3	-19	1	-6	-3	6	22	-3	0	0	16	2	9	7	12	19	5
80	3	1	0	0	-2	-13	3	-3	0	1	11	-3	3	3	13	0	4	6	9	15	3
76	4	4	-12	3	2	-25	2	1	-12	16	27	13	1	2	23	2	3	4	9	13	5
58	4	2	-1	4	2	-13	1	-1	-1	3	15	0	0	0	12	3	3	6	6	12	0
93	4	3		2	0		-2	-1					2	3		6	4	5	10	15	5
37	5	5	-2	4	3	-12	3	2	-2	7	15	4	1	2	10	2	3	4			
38	5	4	-3	5	4	-16	0	-5	-3	7	20	-2	0	0	13	5	9	10	12	22	2
57	5	5		4	3		4	4					1	2		1	1	4	7	11	3
62	5	5	1	-1	-1	-20	5	5	1	4	19	4	6	6	21	0	0	5	5	10	0
81	5	4	-13	5	3	-32	1	1	-13	17	35	14	0	1	19	4	3	3	8	11	5
88	5	3	-10	3	2	-21	3	1	-10	13	23	11	2	1	11	2	2	3	8	11	5
95	5	4	-3	5	4	-16	0	-5	-3	7	20	-2	0	0	13	5	9	10	12	22	2
105	5	4	-2	5	3	-17	5	2	-2	6	20	4	0	1	15	0	2	4	5	9	1
25	6	6	-7	4	3	-16	4	4	-9	13	19	13	2	3	9	2	2	4	8	12	4
82	6	6	3	2	2	-13	3	3	3	3	15	0	4	4	16	3	3	6	7	13	1

Tabelle 2b

Zusammenstellung der aus den Reziprozitätsfehlerkurven abgelesenen charakteristischen Grössen.

Film-Nr.	$E_{O,t}$	$E_{O,0}$	$E_{O,1}$	$E_{L,t}$	$E_{L,0}$	$E_{L,1}$	$E_{K,t}$	$E_{K,0}$	$E_{K,1}$	$\frac{E_{O,0}^-}{E_{O,1}}$	$\frac{E_{L,0}^-}{E_{L,1}}$	$\frac{E_{K,0}^-}{E_{K,1}}$	L_t	L_0	L_1	K_t	K_0	λ_t	α_t	$\alpha+\lambda$	$\alpha-\lambda$
106	6	5	0	2	1	-15	5	3	0	5	16	3	4	4	15	1	2	6	7	13	1
42	7	6		4	2		7	6					3	4		0	0	5	8	13	3
55	7	5	-2	6	5	-16	4	1	-2	7	21	3	1	0	14	3	4	5	7	12	2
17	8	8	-1	4	3	-14	7	5	-1	9	17	6	4	5	13	1	3	5	6	11	1
34	8			3			5						5			3		6	8	14	2
54	8	7	1	8	7	1	7	6	1	6	6	5	0	0	0	1	1	3	5	8	2
9	9	6	0	3	2	-9	9	6	0	6	11	6	6	4	9	0	0	6	5	11	-1
20	9	6	-2	3	2	-10	7	5	-10	8	12	15	6	4	8	2	1	6	7	13	1
100	9	10	3	4	4		8	10	3	7		7	5	6		1	0	7	7	14	0
72	10	8	1	8	7	-12	8	5	1	7	19	4	2	1	13	2	3	5	8	13	3
89	10	9	0	10	8	-20	8	5	0	9	28	5	0	1	20	2	4	5	9	14	4
101	10	11	4	6	6		10	11	4	7		7	4	5		0	0	5	3	8	-2
5	11	12	2	8	8	-22	10	11	2	10	30	9	3	4	24	1	1	6	10	16	4
56	11	11	3	9	8	0	11	11	3	8	8	8	2	3	3	0	0	4	4	8	0
71	11	9	3	11	9	-10	11	9	3	6	19	6	0	0	13	0	0	6	10	16	4
14	12	10	5	9	9	-10	10	8	5	5	19	3	3	1	15	2	2	4	6	10	2
22	12	11	5	7	8	-4	12	11	5	6	12	6	5	3	9	0	0	5	4	9	-1
39	12	11	3	9	8	-22	12	11	3	8	30	8	3	3	25	0	0	8	8	16	0
96	12	11	6	6	6	-5	12	11	6	5	11	5	6	5	11	0	0	5	4	9	-1
97	12	11	1	11	8	-12	11	9	-2	10	20	11	1	3	13	1	2	7	12	19	5
2	13	12	2	11	9	-17	13	10	2	10	28	8	2	3	19	0	2	4	6	10	2

Tabelle 2c
 Zusammenstellung der aus den Reziprozitätsfehlerkurven abgelesenen
 charakteristischen Größen.

Film-E _{O,t} Nr.	E _{O,o}	E _{O,i}	E _{L,t}	E _{L,o}	E _{L,i}	E _{K,t}	E _{K,o}	E _{K,i}	E _{O,o} E _{O,i}	E _{L,o} E _{L,i}	E _{K,o} E _{K,i}	L _o	L _i	K _o	λ _t	κ _t	κ+λ	κ-λ			
70	13	11	4	11	9	-11	11	9	4	7	20	5	2	2	15	2	2	6	11	17	5
61	14	13	-1	9	7	-20	14	11	-1	14	27	12	5	6	19	0	2	7	11	18	4
49	15	15	2	11	11	-15	15	14	2	13	26	12	4	4	17	0	1	6	9	15	3
3	16	15	2	16	13	-15	14	11	1	13	28	10	0	2	17	2	4	6	13	19	7
4	15	15	3	12	11	-12	14	14	2	12	23	12	4	4	15	2	1	6	12	18	6
44	16	14		9	9		14	12					7	5		2	2	6	13	19	7
87	16	13	9	9	6	-4	16	13	9	4	10	4	7	7	13	0	0	5	6	11	1
13	17	16	3	10	10	-15	15	14	3	13	25	11	7	6	18	2	2	5	6	11	1
26	17	16	8	10	9	-12	17	16	8	8	21	8	7	7	20	0	0	5	7	12	2
31	17	14	6	10	5	-6	17	14	6	8	11	8	7	9	12	0	0	7	7	14	0
46	17	16		10	11		17	14					7	5		0	2	6	10	16	4
98	17	16	5	13	12	-10	16	15	5	11	22	10	4	4	15	1	1	5	8	13	3
102	17	15	5	13	12	-10	16	15	5	10	22	10	4	3	15	1	0	5	9	14	4
7	18	19	-1	14	13	-12	16	19	-2	20	25	21	4	6	13	2	0	7	11	18	4
15	18	15	3	15	13	-15	16	9	3	12	28	6	3	2	18	2	6	6	9	15	3
18	18	16	4	10	10	-10	17	15	4	12	20	11	8	6	14	1	1	5	8	13	3
45	18	18	4	12	6	-13	16	15	4	14	19	11	6	12	17	2	3	6	14	20	8
64	18	12	1	9	3	-17	18	11	1	11	20	10	9	9	18	0	1	7	13	20	6
69	18	14	10	14	12	3	17	8	10	4	9	-2	4	2	7	1	6	4	6	10	2
73	18	17	0	10	10	-7	18	17	0	17	17	17	8	7	7	0	0	7	11	18	4
83	18	16		12	11		16	15					6	5		2	1	7	17	24	10

Tabelle 2d

Zusammenstellung der aus den Reziprozitätsfehlerkurven abgelesenen charakteristischen Grössen.

Film-Nr.	$E_{O,t}$	$E_{O,o}$	$E_{O,i}$	$E_{O,t}$	$E_{L,o}$	$E_{L,i}$	$E_{K,t}$	$E_{K,o}$	$E_{K,i}$	$E_{O,o}$	$E_{O,i}$	$E_{L,o}$	$E_{L,i}$	$E_{K,o}$	$E_{K,i}$	L_t	L_o	L_i	K_t	K_o	λ_t	x_t	$x+\lambda$	$x-\lambda$
104	18	18	4	16	13	-13	18	16	4	14	26	12	2	5	17	0	2	6	13	19	7			
28	19	17	9	14	13	-6	16	17	9	8	19	8	5	4	15	3	0	5	10	15	5			
48	19	19	5	15	14	-11	17	19	5	14	25	14	4	5	16	2	0	7	14	21	7			
50	19	19	5	16	14	-11	19	19	5	14	25	14	3	5	16	0	0	6	13	19	7			
74	19	19	7	15	15	-7	18	17	7	12	22	10	4	4	14	1	2	8	13	21	5			
79	19	19	9	16	15	0	17	18	9	10	15	9	3	4	9	2	1	4	8	12	4			
1	20	18	2	14	13	-14	18	18	0	16	27	18	6	5	16	2	0	6	7	13	1			
8	20	20	-5	16	16	-16	17	18	-6	25	32	24	4	4	11	3	2	8	10	18	2			
27	20	19	10	14	11	-5	20	19	10	9	16	9	6	8	15	0	0	5	8	13	3			
32	20	17	10	17	8	-5	20	17	10	7	13	7	3	9	15	0	0	8	14	22	6			
35	20	19	9	13	12	-5	20	19	9	10	17	10	7	7	14	0	0	5	7	12	2			
59	20	19		17	15		20	19					3	4		0	0	5	9	14	4			
84	20	20		15	15		20	20					5	5		0	0	6	10	16	4			
91	20	20	9	15	14	-9	20	20	9	11	23	11	5	6	18	0	0	4	9	13	5			
92	20	19	1	17	17	-20	19	17	-3	18	37	20	3	2	21	1	2	3	8	11	5			
103	20	10	5	14	5	-10	20	10	5	5	15	5	6	5	15	0	0	8	13	21	5			
11	21	19	9	15	15	-8	19	17	9	10	23	8	6	4	17	2	2	5	8	13	3			
19	21																							
30	21	19	9	16	14	-6	20	19	9	10	20	10	5	5	15	1	0	9	13	22	4			
40	21	20		14	12		21	20					7	8		0	0	5	11	16	6			
47	21	20	7	16	16	-15	21	18	7	13	31	11	5	4	22	0	2	7	13	20	6			

Tabelle 2 e

Zusammenstellung der aus den Reziprozitätsfehlerkurven abgelesenen charakteristischen Größen.

Film-Nr.	$E_{O,t}$	$E_{O,o}$	$E_{O,i}$	$E_{L,t}$	$E_{L,o}$	$E_{L,i}$	$E_{K,t}$	$E_{K,o}$	$E_{K,i}$	$E_{O,o} - E_{O,i}$	$E_{L,o} - E_{L,i}$	$E_{K,o} - E_{K,i}$	L_t	L_o	L_i	K_t	K_o	λ_t	λ_o	λ_i		
53	21	20	7	16	16	-15	21	18	7	13	31	11	5	4	22	0	2	7	13	20	6	
60	21	21		17	18		21						4	3		0		4	10	14	6	
77	21	21	2	17	17	-12	20	20	2	19	29	18	4	4	14	1	1	7	13	20	6	
23	22	21	10	16	16	-9	21	21	10	11	25	11	6	5	19	1	0	4	6	10	2	
24	22																					
29	22	22	8	15	16	-10	22	20	8	14	26	12	7	6	18	0	2	7	13	20	6	
43	22	19	7	16	15	-10	21	17	7	12	25	10	6	4	17	1	2	6	13	19	7	
63	22	20	7	15	14	-20	21	18	7	13	34	11	7	6	27	1	2	7	14	21	7	
75	22	17	5	19	14	-3	21	12	5	12	17	7	3	3	8	1	5	7	14	21	7	
99	22	20	-1	17	17	-14	19	18	-1	21	31	19	5	3	13	2	2	8	14	22	6	
10	23	21	7	16	15	-8	21	21	7	14	23	14	7	6	15	2	0	5	9	14	4	
12	23	21	10	18	16	-6	22	21	10	11	22	11	5	5	16	1	0	6	12	18	6	
16	23	22	9	18	17	-10	22	20	9	13	27	11	5	5	19	1	2	6	10	16	4	
41	23	21	9	18	18	-4	23	21	9	12	22	12	5	3	13	0	0	6	12	18	6	
86	23	21	9	20	17	-5	23	21	9	12	22	12	3	4	14	0	0	5	13	18	8	
33	24	22	11	18	11	-5	23	22	11	11	16	11	6	11	16	1	0	9	15	24	6	
66	24	20	13		14	-3		20	13	7	17	7		6	16		0					
68	24	22	9	18	18	-8	23	22	9	13	26	13	6	4	17	1	0	6	14	20	8	
6	25	23		18	17		25	23					7	6		0	0	5	11	16	6	
36	25	22	7	17	15	-12	25	22	7	15	27	15	8	7	19	0	0	5	9	14	4	
85	25	25		18	16		25	25					7	9		0	0	7	12	19	5	
65	27	27	5	20	21	-10	26	26	5	22	31	21	7	6	15	1	1	6	16	22	10	

4. STATISTISCHE AUSWERTUNG

In früheren Arbeiten dieser sensitometrischen Untersuchungsreihe wurden statistische Rechenmethoden angewendet, die je nach dem gestellten Problem ganz verschieden waren. Einmal wurden mit Hilfe eines statistisch geplanten Belichtungsversuches die Fehlermöglichkeiten und die Fehlergrenzen der Belichtungsapparatur geprüft⁵⁾. Es hat sich dabei herausgestellt, dass keine systematischen Belichtungsfehler auftreten und dass die zufälligen Abweichungen bei der Belichtung auf Schwankungen der Lichtintensität zurückzuführen sind, die ihrerseits von der Beschaffenheit der Lampen (Blitz- oder Bogenentladung) und von der Belichtungszeit abhängig sind. Gleichzeitig wurden die Schwankungen der Entwicklung untersucht, da die Entwicklungskinetik stark von der Art der Entstehung des latenten Bildes und infolgedessen auch von der Belichtungszeit abhängig ist. Eine andere Aufgabe bestand darin¹⁾, die Wirkungen und die Wechselwirkungen von gewissen variabel gehaltenen Herstellungsbedingungen bei der Emulsionierung an Hand von Mehrfaktorenversuchen zu untersuchen.

In der vorliegenden Arbeit werden die aus den Reziprozitätsfehlerkurven abgelesenen charakteristischen Grössen graphisch als Funktion von einander aufgetragen, eine gegebenenfalls bestehende Beziehung zwischen diesen Variablen mit der Regressions- und Korrelationsrechnung untersucht und ihre statistische Bedeutung geprüft. Bei der Interpretation der Resultate vom photographischen Standpunkt aus, muss man sich stets bewusst bleiben, welche Attribute den statistisch auszuwertenden Zahlen zugeschrieben worden sind und wie diese Zahlen sich bezüglich ihrer Häufigkeit verhalten, damit keine irreführenden Schlüsse gezogen werden. Zu betonen ist ferner, dass die Statistik nicht imstande ist, mehr Informationen aus gegebenen Zahlendaten zu gewinnen, als in ihnen schon, allerdings implizit, enthalten sind. Es ist die Aufgabe des Statistikers, das vorliegende Zahlenmaterial so zu bearbeiten, dass es womöglich einem bestimmten statistischen Modell, dessen Eigenschaften schon durchgerechnet sind, ähnlich sieht.

5) R. v. Wartburg, Z. Elektrochem., Ber. Bunsenges. physik. Chem. 60, 479 (1956).

41. Die Gauss'sche Normalverteilung

Als Modell dient unter anderen die Gauss'sche Normalverteilung (Abbildung 8). Sie ist durch zwei Parameter definiert, nämlich durch den Mittelwert μ , der ihre Lage auf der x-Achse bestimmt, und durch die Standard-Abweichung σ , die ihre Ausdehnung angibt. Die Wahrscheinlichkeit, dass x einen Wert zwischen x_1 und $(x_1 + dx)$ haben kann, ist gegeben durch das Produkt $dP = y \cdot dx$.

$$dP = y \cdot dx = 1/\sigma \sqrt{2\pi} \cdot \exp \left[-(x_1 - \mu)^2 / 2\sigma^2 \right] dx \quad 41.1$$

y_1 ist die Häufigkeit der Grösse x_1 , während $dP = y \cdot dx$ (also eine Fläche) die relative Häufigkeit oder Wahrscheinlichkeit (relativ, weil das Integral der Gleichung 41.1 über alle Werte von x, d. h. zwischen $-\infty$ und $+\infty$, den Wert 1 oder 100% ergibt) für das Vorkommen von x im Bereich zwischen x_1 und $(x_1 + dx)$ darstellt (Abbildung 8).

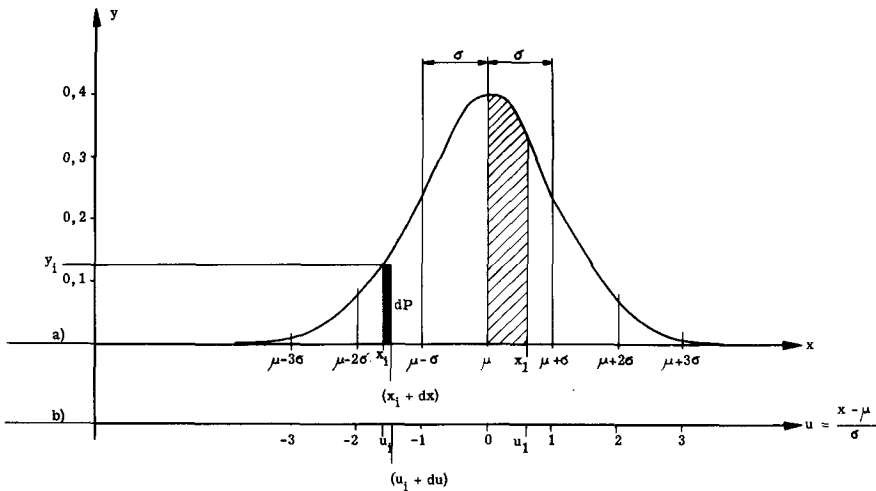


Abb. 8 Die Gauss'sche Normalverteilung. Abszisse a) hat x als Masstab, wobei die Grösse μ das arithmetische Mittel aller x-Werte und die Grösse σ die Standardabweichung sind. Abszisse b) hat u als Masstab und gehört der Standardform der Normalverteilung an.

Indem wir $(x - \mu) / \sigma$ durch die Grösse u substituieren, erhalten wir die vereinfachte Standardform der Normalverteilung:

$$dP = y \cdot du = 1/\sqrt{2\pi} \cdot \exp (-u^2/2) du \quad 41.2$$

Diese Darstellung hat den Vorteil, dass die Standardabweichung als Einheit für die Abszisse genommen wird. y_i ist die Häufigkeit von u_i , und die Fläche unter der Kurve zwischen zum Beispiel 0 und u_1 ist ein Mass für die Wahrscheinlichkeit P , dass u im Bereich zwischen 0 und u_1 liegt (Abbildung 8b).

Die Normalkurve ist um $x = \mu$, bzw. um $u = 0$ symmetrisch. Infolgedessen ist die Fläche unter der Kurve von 0 bis u_1 gleich der Fläche von $-u_1$ bis 0, was bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit, Werte von u kleiner als $+u_1$ anzutreffen, gleich gross ist wie die Wahrscheinlichkeit für Werte grösser als $-u_1$. Dementsprechend ist die Wahrscheinlichkeit, dass u Werte bis $|u_1|$ annimmt, gleich der Fläche unter der Kurve zwischen $-u_1$ und $+u_1$.

Diese Flächen müssen nicht jedesmal ausgerechnet werden, da sie in Tabellen zur Verfügung stehen⁶⁾. In Tabelle 3 sind die Wahrscheinlichkeiten P , dass u nicht grösser als $|u_1|$ ist, für verschiedene Werte von $|u_1|$ aufgestellt. Dazu sind die zu den verschiedenen $|u_1|$ gehörenden Häufigkeiten y bei einer Standardabweichung $\sigma = 1$ eingetragen.

Tabelle 3

Wahrscheinlichkeit P , dass bei Normalverteilung u nicht grösser ist als $|u_1|$.
Die Grösse y ist die zu u_1 gehörende Häufigkeit für $\sigma = 1$.

$ u_1 $	P	y
0,0	0,000	0,3989
0,5	0,383	0,3521
1,0	0,683	0,2420
1,5	0,866	0,1295
2,0	0,955	0,0540
2,5	0,988	0,0175
3,0	0,9973	0,0044
3,5	0,9999	0,0009

Aus dieser Tabelle geht hervor, dass bei Normalverteilung Werte von u kleiner als z. B. 2,0 (d. h. kleiner als die doppelte Standardabweichung) mit einer Wahrscheinlichkeit $P = 95,5\%$ oder, anders ausgedrückt, mit einer Sicherheit $p = 1 - P = 0,045$

6) R. Fisher und F. Yates, Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research (Oliver and Boyd, Edinburgh 1953).

vorkommen werden. Die Grösse p stellt die Sicherheitsschwelle dar und sie wird, an Stelle der Wahrscheinlichkeit P , immer dort angegeben, wo die Sicherheit einer Aussage verlangt wird. In Tabellenwerken werden üblicherweise die Sicherheitsschwellen 10%, 5%, 1%, 0,1% und 0,01% aufgeführt.

Dabei bedeuten:

- $p = 0,1$: Sicherheitsschwelle zwischen 10% und 5%
- $p = 0,05$: Sicherheitsschwelle zwischen 5% und 1%
- $p = 0,01$: Sicherheitsschwelle zwischen 1% und 0,1%
- $p = 0,001$: Sicherheitsschwelle kleiner als 0,1%

42. Definition von μ und σ

Die Grösse μ ist das arithmetische Mittel aller x -Werte einer theoretisch idealen Grundgesamtheit. \bar{x} ist das arithmetische Mittel aller x -Werte einer aus praktischen Beobachtungen erhaltenen Gesamtheit und wird zugleich als Abschätzung von μ betrachtet, da μ in den seltensten Fällen bekannt ist.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n} \quad 42.1$$

Entsprechend ist die Standardabweichung σ die Quadratwurzel aus der Streuung σ^2 einer theoretisch-idealen Grundgesamtheit, während die Standardabweichung s (mittlere quadratische Abweichung) die Wurzel aus der Streuung s^2 einer Gesamtheit aus praktischen Messungen ist. σ^2 ist die Summe der Quadrate der Differenzen aller x -Werte von μ , dividiert durch den Freiheitsgrad n . Die Grösse s^2 ist die Summe der Quadrate der Differenzen aller x -Werte von \bar{x} , dividiert durch den Freiheitsgrad $(n-1)$. Der Freiheitsgrad ist bei σ gleich der Anzahl der Messungen (n ist in diesem Fall gross), und bei s ist er gleich der Anzahl der Messungen minus 1, da ein Freiheitsgrad für die Bestimmung von \bar{x} aufgebraucht wurde. Je grösser n ist, umso genauer wird s als Abschätzung von σ .

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_n - \mu)^2}{n} = \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n} \quad 42.2$$

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

43. Die Normalverteilung und die Problemstellung

Nachdem wir unseren Betrachtungen bisher die Normalverteilung zugrunde gelegt haben, wollen wir sehen, wie weit diese Voraussetzung für den vorliegenden Fall zutrifft. Das Empfindlichkeitshistogramm unserer Filme (Abbildung 7) können wir in zwei Gruppen unterteilen. Eine Gruppe umfasst die Positiv-, Dokument-, Ton- und Infrarotfilme mit Empfindlichkeiten $E_{O,t}$ zwischen -4 und 14. Die zweite Gruppe, mit $E_{O,t}$ von 15 bis 27, enthält vorwiegend die Amateurfilme, die Kinenequiv- und die Schirmbildfilme.

Die Häufigkeitsverteilung der Filme in der ersten Gruppe ist undefiniert, während die der zweiten Gruppe einer Normalverteilung, bis auf die Lücke bei $E_{O,t} = 19$, ähnlich sieht. Uns interessiert aber der ganze Empfindlichkeitsbereich zwischen -4 und +27, wobei die Gesamthäufigkeitsverteilung erst recht undefiniert und diskontinuierlich ist. In diesem Fall würde keine mathematische Umformung des vorliegenden Zahlenmaterials zu einer Verbesserung der Verteilung führen, da alle Empfindlichkeits-einheiten schon in logarithmischer Form vorliegen. Ausserdem liegen in jeder Empfindlichkeits-Teilgruppe viel zu wenig Messpunkte, so dass nur eine Gesamtbetrachtung aller Gruppen in Frage kommt.

Das Fehlen einer Normalverteilung wirkt sich indessen auf unsere Untersuchung nicht so schwerwiegend aus, wie es den Anschein haben könnte, da die Ableitung der Beziehungen, die wir aufzustellen versuchen, von der Verteilung der Messpunkte unabhängig ist. Nur wenn wir statistische Grössen wie die Streuung und die Sicherheitsschwellen in unsere Betrachtungen einbeziehen, sehen wir uns gezwungen, mit einer Normalverteilung, statt mit der beobachteten, zu arbeiten. Darum war es uns wichtig, einmal das Empfindlichkeitshistogramm für die untersuchten Filme der Normalverteilung gegenüberzustellen.

Das arithmetische Mittel der 106 Werte von $E_{O,t}$ ist $\bar{x} = 14,76$. Die Standardabweichung um diesen Mittelwert ist nach 42.2:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}} = 7,29$$

Wir können eine Normalkurve mit dieser Standardabweichung $s = 7,29$ bei $\bar{x} = 14,76$ in das Empfindlichkeitshistogramm hineinzeichnen (Abbildung 9). Die Unterschiede zwischen der Normalverteilung und der Verteilung der Messpunkte, und vor allem die Häufigkeitslücke beim Mittelpunkt, werden sich während unserer ganzen Untersuchung mehr oder weniger stark bemerkbar machen.

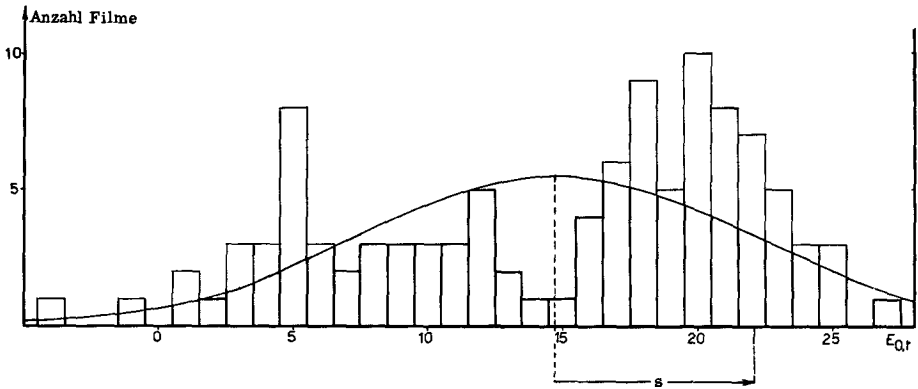


Abb. 9 Vergleich zwischen der Verteilung der Messpunkte von $E_{O,t}$ mit einer Normalverteilung mit dem gleichen Mittelpunkt und mit der gleichen Standardabweichung s .

44. Ableitung der Regressionsgeraden

Die Ableitung der Regressionsgeraden lässt sich am besten an Hand eines praktischen Beispielen zeigen. Aus der Tabelle 2 entnehmen wir die Werte von $E_{O,0}$ und von $E_{O,i}$ aller Filmsorten und verwenden sie zur Aufstellung eines Punktdiagramms mit den entsprechenden Abszissen und Ordinaten. Wir erhalten somit eine Punktkonfiguration, die eine gewisse Dichte und Neigung aufweist, die uns zu der Feststellung führt, dass eine Zunahme der Werte von $E_{O,0}$ mit einer gewissen Regelmässigkeit von einer Zunahme von $E_{O,i}$ begleitet ist.

Um die Grösse $\frac{dE_{O,0}}{dE_{O,i}}$ mathematisch erfassen zu können, müssen wir den algebraischen Ausdruck finden, der diese Gesamtheit von Punkten am besten wiedergibt, da es theoretisch möglich ist, eine Kurve n -ten Grades durch $(n+1)$ Punkte zu legen. Die allgemeine Gleichung der Funktion, die wir suchen, lautet:

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 + \dots$$

Im einfachsten Fall, nämlich wenn wir eine gerade Linie als Beziehung zwischen y und x (in unserem Fall zwischen $E_{O,0}$ und $E_{O,i}$) vermuten, können wir den Ansatz so reduzieren, dass x nur in der ersten Potenz vorkommt:

$$y = a + bx$$

Ein Punkt mit der Abszisse x_i hat auf der Regressions-Geraden die Ordinate Y_i , während seine Ordinate in Wirklichkeit y_i beträgt (Abbildung 10). Der Unterschied dieser zwei Ordinaten ($y_i - Y_i$), über alle Werte von x_i summiert, sollte ein Mass für die Streuung um die Regressionsgerade ergeben. Da aber ($y_i - Y_i$) verschiedene Vorzeichen haben kann, nimmt man besser die Summe der Quadrate dieser Abweichungen und stellt als Bedingung für die Regression auf, dass diese Summe ein Minimum sein soll. Da man die gleiche Ueberlegung für die Differenzen der Abszissen machen kann, ergeben sich somit zwei Regressionsgeraden, die die oben beschriebene Bedingung erfüllen.

Das Kriterium für die Regression lässt sich wie folgt aufschreiben:

$$SQ = \sum (y_i - Y_i)^2 = \sum [y_i - (a + bx_i)]^2 \quad (SQ = \text{Summe der Quadrate}) \quad 44.1$$

Daraus lassen sich die Grössen a und b ausrechnen, indem die obige Gleichung nach a und nach b partiell differenziert und das Ergebnis jedes Mal gleich Null gesetzt wird.

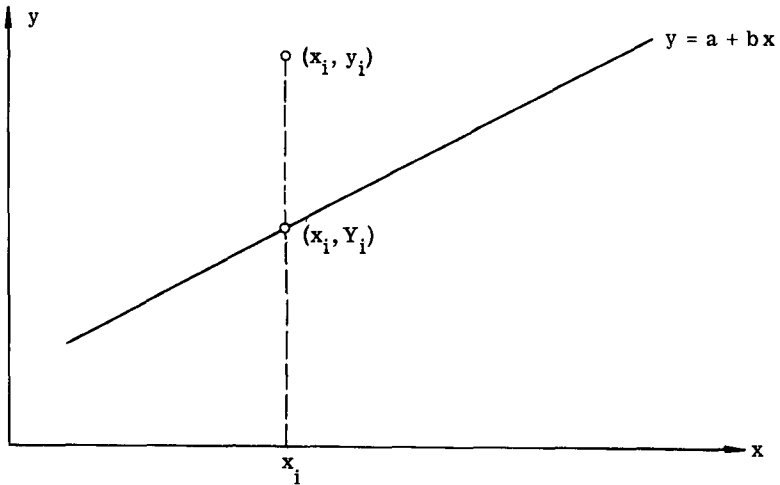


Abb. 10 Ableitung der Regressionsgeraden.

$$\frac{\delta SQ}{\delta a} = -2 \sum (y_i - a - bx_i) = 0 \quad na = \sum y_i - b \sum x_i \quad 44.2$$

$$\frac{\delta SQ}{\delta b} = -2 \sum x_i (y_i - a - bx_i) = 0 \quad \sum x_i y_i - a \sum x_i - b \sum x_i^2 = 0 \quad 44.3$$

Aus Gleichung 44.2 folgt:
$$a = \frac{\sum y_i}{n} - \frac{b \sum x_i}{n} = \bar{y} - b\bar{x}$$

Die Regressionsgerade $\bar{y} = a + b\bar{x}$ muss durch den Mittelpunkt (\bar{x}, \bar{y}) gehen. Indem wir den aus Gleichung 44.2 errechneten Wert für a in Gleichung 44.3 einsetzen, erhalten wir nach Umformung folgenden Ausdruck für b:

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2} \quad 44.4$$

b ist der Regressionskoeffizient von y bezogen auf x und ist der Tangens des Neigungswinkels der Regressionsgeraden mit der x-Achse. Der Zähler ist die Summe der Produkte der Abweichungen der beobachteten x und y von ihrem entsprechenden Mittelwert. Der Nenner ist die Summe der Quadrate der Abweichungen aller x von ihrem Mittelwert.

Um die Bestimmung von b zu vereinfachen, kann man Zähler und Nenner so umformen, dass die einzelnen Produkte der neuen Schreibweise sich leicht auf einer Rechenmaschine ausrechnen lassen:

$$\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y}) = \sum (x - \bar{x})y = \sum xy - (\sum x \cdot \sum y)/n \quad 44.5$$

und

$$\sum (x - \bar{x})^2 = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \quad 44.6$$

Die Geraden der Regression von $E_{O,i}$ (= y) auf $E_{O,o}$ (= x) und von $E_{O,o}$ auf $E_{O,i}$ werden nach folgendem Schema und als Beispiel ausführlich durchgerechnet:

$$\sum x = 1183 \quad \sum y = 266 \quad \sum x \sum y = 314678 \quad n = 90$$

$$(\sum x)^2 = 1399489 \quad (\sum y)^2 = 70756 \quad \frac{\sum x \sum y}{n} = 3496,42$$

$$\frac{(\sum x)^2}{n} = 15549,87 \quad \frac{(\sum y)^2}{n} = 786,17$$

$$\sum x^2 = 19859 \quad \sum y^2 = 3292 \quad \sum xy = 5924$$

$$\sum (x-\bar{x})^2 = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 19859 - 15549,87 = 4309,13$$

$$\sum (y-\bar{y})^2 = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} = 3292 - 786,17 = 2505,83$$

$$\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y}) = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} = 5924 - 3496,42 = 2427,58$$

$$\underline{E_{O,i} = f(E_{O,o}):}$$

$$\underline{E_{O,o} = f(E_{O,i}):}$$

$$y = a + b(x - \bar{x})$$

$$x = a' + b'(y - \bar{y})$$

$$a = \sum y/n = 2,95$$

$$a' = \sum x/n = 13,14$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2} = 0,563$$

$$b' = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (y - \bar{y})^2} = 0,968$$

$$\bar{x} = \sum x/n = 13,14$$

$$\bar{y} = \sum y/n = 2,95$$

$$y = 0,563x - 4,44$$

$$x = 0,968y + 10,29$$

Der Korrelationskoeffizient r , das geometrische Mittel der beiden Regressionskoeffizienten b und b' , ist ein Mass für die Straffheit der linearen Beziehung. Er kann alle Werte zwischen -1 und $+1$ annehmen, wobei das Vorzeichen sich auf die Neigung der Funktion bezieht. Wenn r positiv ist, so ist eine Zunahme von x von einer Zunahme von y begleitet, und bei negativem r ist eine Zunahme von x von einer Abnahme von y begleitet.

$$r = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum (x-\bar{x})^2 \sum (y-\bar{y})^2}} \quad 44.7$$

Wenn sich die Beziehung $y = f(x)$ durch eine Gerade darstellen lässt, so ist $r = \pm 1$. Wenn hingegen keine lineare Beziehung besteht, ist $r = 0$. Im ersten Fall fallen beide Regressionsgeraden zusammen und im zweiten Fall stehen sie senkrecht aufeinander. Aber auch wenn keine Korrelation erwartet wird, ist r praktisch nie

gleich Null, weil sich in jedem Punktschwarm eine, wenn auch nur sehr schwach angedeutete, Richtung erkennen lässt.

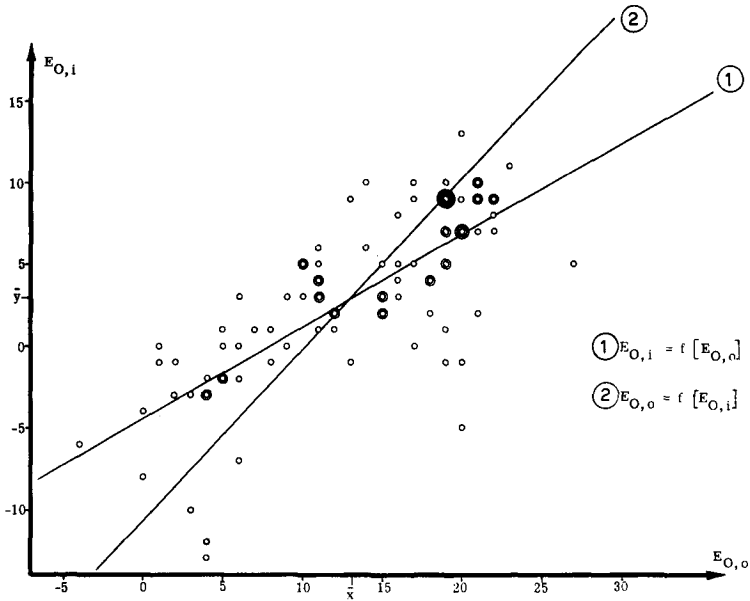


Abb. 11 Punktdiagramm von $E_{O,i}$ und $E_{O,o}$ mit den zwei dazu gehörenden Regressionsgeraden.

Wir können aber prüfen, ob der beobachtete Korrelationskoeffizient grösser ist als der, den wir zufällig aus einem gleich grossen Punktschwarm ohne Korrelation erhalten würden. In der Tabelle des Korrelationskoeffizienten⁶⁾ lesen wir unter dem entsprechenden Freiheitsgrad den Wert r bei einer bestimmten Sicherheitsschwelle ab. Der Freiheitsgrad ist in diesem Fall gleich der Anzahl der Messpunkte minus 2, da das Errechnen von r die 2 Grössen a und b voraussetzt.

Nach 44.7 ist der Korrelationskoeffizient in unserem Beispiel $r = 0,740$. Er ist wesentlich grösser als derjenige, den wir aus der Tabelle für den Freiheitsgrad $90-2=88$ und bei einer Sicherheitsschwelle 0,001 ablesen, nämlich 0,347. Das heisst, dass in unserem Beispiel Korrelation mit einer Wahrscheinlichkeit von über 99,9% statistisch gesichert ist.

45. Ableitung der orthogonalen Regressionsgeraden

Wir müssen uns jetzt fragen, welche von diesen zwei Regressionsgeraden die gesuchte Beziehung am besten wiedergibt, denn einmal ist $E_{O, i}$ die abhängige Grösse, das andere Mal $E_{O, o}$. Sowohl Abszissen und Ordinaten aller in dieser Arbeit untersuchten Punktschwärme haben den gleichen Massstab, nämlich eine Filmempfindlichkeit in logarithmischen Einheiten. Da diese Koordinatengrössen die gleiche physikalische Bedeutung haben und unter den gleichen Bedingungen entstanden sind, sind sie statistisch gleichberechtigt. Man spricht in diesem Fall von einer bi-variablen Gesamtheit. Darum können wir nicht sagen, dass die eine oder die andere Regressionsgerade die tatsächliche Beziehung zwischen diesen Variablen wiedergibt; wir müssen vielmehr eine dritte Gerade suchen, die sogenannte funktionelle Regressionsgerade.

Wenn wir den Abstand Punkt-Gerade messen, und zwar nicht, wie bei den schon abgeleiteten Regressionsgeraden, in Richtung der Koordinatenachsen, sondern in orthogonaler Richtung zur gesuchten Geraden, und wenn wir als Kriterium für die Regression wiederum die kleinste Summe der Quadrate der Abstände nehmen, erhalten wir diese dritte Regressionsgerade.

Wir können ihre Ableitung auch als statisches Problem auffassen⁷⁾, indem wir die Hauptsache der Trägheitsellipse errechnen, die alle Massepunkte (x_i, y_i) umfasst. Die Achsen schneiden sich natürlich im Schwerpunkt oder Mittelpunkt (\bar{x}, \bar{y}) des Punktschwarms.

Mit der Korrelations- und Regressionsrechnung lässt sich diese Gerade ebenfalls ableiten, indem der Winkel θ bestimmt wird, um welchen die Koordinatenachsen gedreht werden müssen bis der Korrelationskoeffizient r gleich Null wird⁸⁾. Anders ausgedrückt: wir suchen ein neues Koordinatensystem, bei welchem die variablen Grössen nicht korreliert sind, was der Fall ist, wenn beide Regressionsgeraden (im neuen System) senkrecht zueinander stehen und $r = 0$ ist. Infolgedessen muss der Zähler von r gleich Null gesetzt werden. Da wir zudem noch eine Koordinatenverschiebung vornehmen, um den Ursprung in den Mittelpunkt (\bar{x}, \bar{y}) zu legen, nimmt der Ansatz für Nicht-Korrelation im neuen System folgende Form an:

$$\sum_{i=1}^n (\xi_i \cdot \eta_i) = 0 \quad 45.1$$

ξ_i entspricht x_i und η_i entspricht y_i im neuen Koordinatensystem (Abbildung 12).

7) H. Cramer, *Mathematical Methods of Statistics*, 285 (Princeton University Press, 1954).

8) G. U. Yule und M. G. Kendall, *An Introduction to the Theory of Statistics*, 237 (C. Griffin & Co., London, 1958).

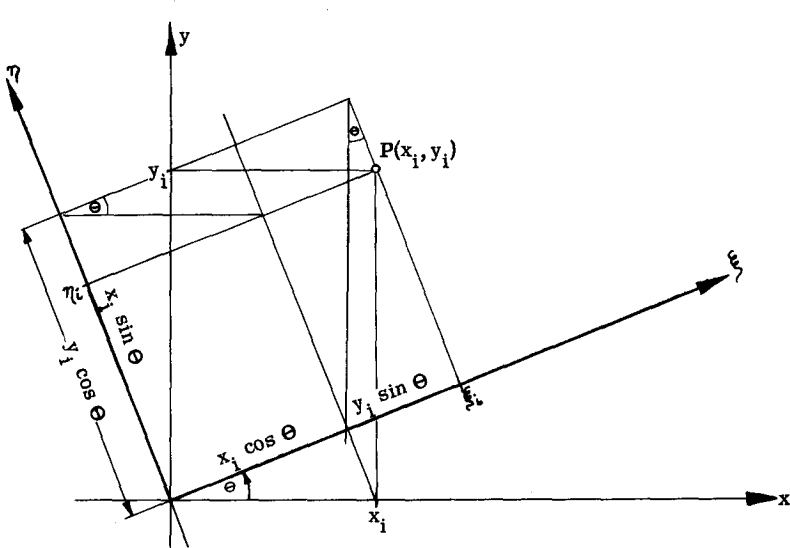


Abb. 12 Drehung des Koordinatensystems zur Bestimmung der dritten Regressionsgeraden.

Aus Abbildung 12 ist:

$$\xi_i = x_i \cdot \cos\theta + y_i \cdot \sin\theta$$

45.2

$$\eta_i = y_i \cdot \cos\theta - x_i \cdot \sin\theta$$

=====

Indem wir die Gleichungen 45.2 miteinander multiplizieren und summieren erhalten wir:

$$\operatorname{tg}(2\theta) = \frac{2 \sum (x \cdot y)}{\sum (x^2) - \sum (y^2)}$$

Aus 42.2 folgt

$$\underline{\sum (x^2) = (n-1)s_x^2} \quad \text{und} \quad \underline{\sum (y^2) = (n-1)s_y^2}$$

Eingesetzt in 44.7:

$$r = \frac{\sum x \cdot y}{\sqrt{\sum x^2 \cdot \sum y^2}} \quad \text{erhalten wir} \quad r = \frac{\sum x \cdot y}{(n-1) \cdot s_x \cdot s_y}$$

$$\underline{\sum x \cdot y = (n-1) \cdot r \cdot s_x \cdot s_y}$$

daraus folgt:
$$\operatorname{tg}(2\theta) = 2r \frac{s_x \cdot s_y}{s_x^2 - s_y^2} \quad 45.3$$

=====

Aus den Gleichungen 45.2 erhalten wir die Gleichungen 45.4, die uns erlauben, die Standardabweichungen S_ξ und S_η , und damit die Länge der neuen Hauptachsen zu bestimmen:

$$S_\xi^2 + S_\eta^2 = s_x^2 + s_y^2$$

=====

45.4

und
$$S_\xi \cdot S_\eta = s_x \cdot s_y \cdot (1 - r^2)^{1/2}$$

=====

Es ist noch zu bemerken, dass wenn wir die Hauptachsen einer bivariablen Verteilung als ein senkrecht zueinander stehendes Achsenpaar definieren, bei welchem die Variablen ξ_i und η_i unkorreliert sind, uns dann die Gleichung 45.3 den Winkel θ unabhängig davon ergibt, ob die Verteilung der Variablen normal ist oder nicht.

Für das Beispiel $E_{O,i} = f(E_{O,o})$ müssen wir zuerst die Standardabweichungen s_x und s_y nach Gleichung 42.2 ausrechnen:

$$s_x^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{4309,13}{89} = 48,41 \quad s_x = 6,96$$

$$s_y^2 = \frac{\sum (y-\bar{y})^2}{n-1} = \frac{2505,83}{89} = 28,15 \quad s_y = 5,31$$

Nach Gleichung 44.7 ist $r = 0,740$. Daraus folgt: $\operatorname{tg}(2\theta) = 2,6997$
nach 45.3 $\theta = 34^{\circ}50'$

Wir setzen s_x, s_y und r in die Gleichungen 45.4 ein und lösen nach S_ξ und S_η auf. Wir erhalten somit:

$$S_\xi = 8,27$$

$$S_\eta = 2,96$$

=====

46. Die normale Korrelationsfläche

Um die Bedeutung der dritten Regressionsgeraden besser erklären zu können, müssen wir wiederum von einem theoretisch idealen Modell Gebrauch machen. Nehmen wir eine normal verteilte bi-variable Grundgesamtheit an: die Häufigkeit ihrer Punkte ist in ihrem Mittelpunkt (\bar{x}, \bar{y}) am grössten und nimmt nach allen Seiten nach der Gauss'schen Verteilung ab. Wenn wir sie uns als ein drei-dimensionales Gebilde vorstellen, erhalten wir die sogenannte normale bi-variable Fläche, auch normale Korrelationsfläche oder einfach: Normalfläche genannt (Abbildung 13).

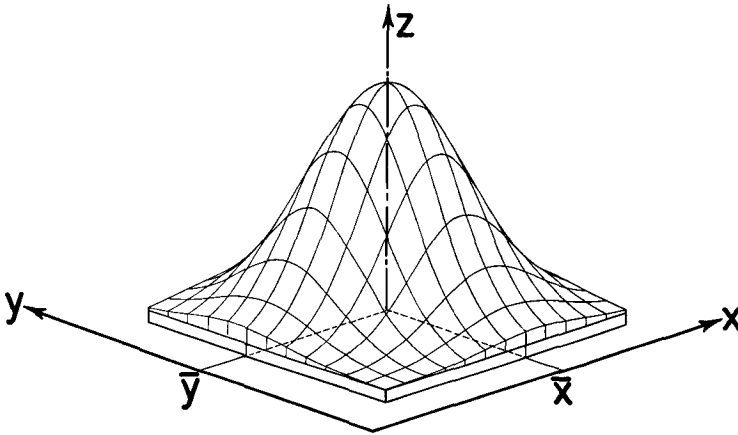


Abb. 13 Beispiel einer symmetrischen Normalfläche. Die Standardabweichung S ist nach allen Richtungen gleich gross.

Der Kulminationspunkt liegt über dem Mittelpunkt (\bar{x}, \bar{y}) , wobei die Form und die Ausdehnung der Normalfläche wiederum durch die Standardabweichung angegeben werden.

Die Normalfläche ist symmetrisch wenn die Standardabweichungen nach allen Richtungen gleich gross sind, und asymmetrisch, wenn sie verschieden sind. Die Schnittkurven der Normalfläche mit Ebenen senkrecht zu ihrer Achse sind im ersten Fall Kreise, im zweiten Fall Ellipsen, deren Achsen jeweils der grössten, bzw. der kleinsten Standardabweichung proportional sind. Die Gleichung dieser Ellipsen lautet:

$$\left(\frac{\xi}{S_{\xi}}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{S_{\eta}}\right)^2 = \chi^2_p$$

Daraus errechnen sich die Längen der Halbachsen, nämlich $\chi_p \cdot S_\xi$ und $\chi_p \cdot S_\eta$.

Die Schnittkurve irgendeiner zur Grundfläche senkrechten Ebene ist immer eine Normalkurve, und wenn die Schnittebenen durch die Hauptachsen gehen, erhalten wir die zwei Normalkurven mit der grössten, bzw. kleinsten Standardabweichung.

Abbildung 14 zeigt die Normalfläche, wie sie aussehen würde, wenn unsere Messpunkte für die Beziehung zwischen $E_{O,o}$ und $E_{O,i}$ nach ihr verteilt wären. Wir können jetzt den Raum abgrenzen, innerhalb dessen sich z. B. 95% aller Punkte befinden sollen (Sicherheitsschwelle $p = 0,05$). Aus der Tabelle⁶⁾ der χ^2 -Verteilung entnehmen wir für $p = 0,05$ und $n = 2$ den Wert $\chi^2_{0,05} = 5,99$. Somit ist die Umriss-ellipse für die Sicherheitsschwelle 0,05 durch ihren Halbachsen $2,44 \cdot S_\xi$ und $2,44 \cdot S_\eta$ eindeutig bestimmt.

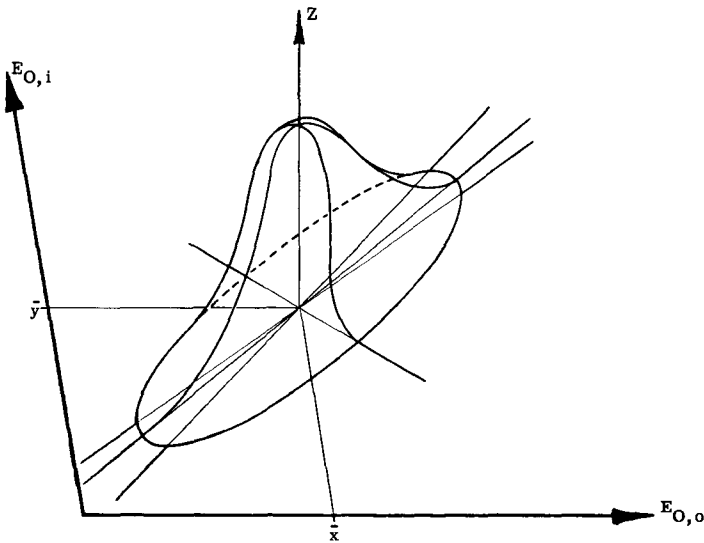


Abb. 14 Die Normalfläche für das Beispiel $E_{O,i} = f(E_{O,o})$.

5. AUSWERTUNG DER PUNKTSCHWAERME

In Abbildung 15 ist unser durchgerechnetes Beispiel in seiner endgültigen Form dargestellt. Die Konzessionen, die wir zu Gunsten des theoretisch-idealen Modells gemacht haben, sind bei der Betrachtung dieser Darstellung folgende:

a) Die Linearität, die wir für den Zusammenhang zwischen den zwei variablen Grössen vermuten, scheint nicht stärker begründet zu sein, als irgend eine Beziehung des zweiten oder höheren Grades: wir könnten uns tatsächlich verschiedene schwach gekrümmte Kurven durch den Punktschwarm vorstellen. Wenn mehr Messpunkte vorliegen würden, würde sich die Tendenz zur Beziehung einer höheren Ordnung deutlicher bemerkbar machen, obwohl wir aber auch erst nach Durchführung der Rechnung eine solche Aussage machen dürften. Wir haben aber das Problem der Regression höherer Ordnung absichtlich nicht in Angriff genommen, weil dessen Lösung ziemlich kompliziert ist, da wir zudem mit einer bivariablen Grundgesamtheit operieren müssen.

b) Die von der Umrissellipse angegebene Sicherheitsschwelle stimmt mit derjenige von unseren Messergebnisse nicht genau überein. Bei der Sicherheitsschwelle $p = 0,05$ dürften sich nur rund 5 Punkte ausserhalb des errechneten Gebietes befinden; in der Tat sind es jedoch 7 Punkte.

c) Mit wenigen Ausnahmen ist jeder Punkt nur einmal vertreten. Dies bedeutet: Da wir fast überall die Häufigkeit 1 haben, wird das drei-dimensionale Modell unserer Messergebnisse eine zur Grundfläche parallele Ebene sein und nicht das glockenförmige Gebilde von Abbildung 13. Ausserdem liegt keine Anhäufung der Messpunkte um den Schwerpunkt (\bar{x}, \bar{y}) vor, eine Tatsache, die wir im Empfindlichkeitshistogramm der Filme schon festgestellt hatten.

d) Der Korrelationskoeffizient r ist relativ gross. Wir haben seine Bedeutung schon geprüft und festgestellt, dass seine Aussage über die Straffheit der gesuchten Beziehung mit einer grossen Sicherheit behaftet ist. Da die bi-variable Verteilung nicht normal ist, verliert der Korrelationskoeffizient zwar an Wert, darf aber immer noch als Mass für die Güte der Beziehung verwendet werden.

Trotz aller dieser vom statistischen Idealfall abweichenden Gegebenheiten können wir, vom photographischen Standpunkt aus gesehen, dennoch wertvolle Schlüsse aus den in den folgenden Abbildungen dargestellten Punktschwärmen ziehen. Eine zu strenge Interpretation der numerischen Ergebnisse ist allerdings zu vermeiden, umso mehr, als bei den meisten Beziehungen keine genügenden Angaben über ihre Sicherheitsgrenzen gemacht werden konnten. Um anzudeuten, mit welcher Sicherheit die

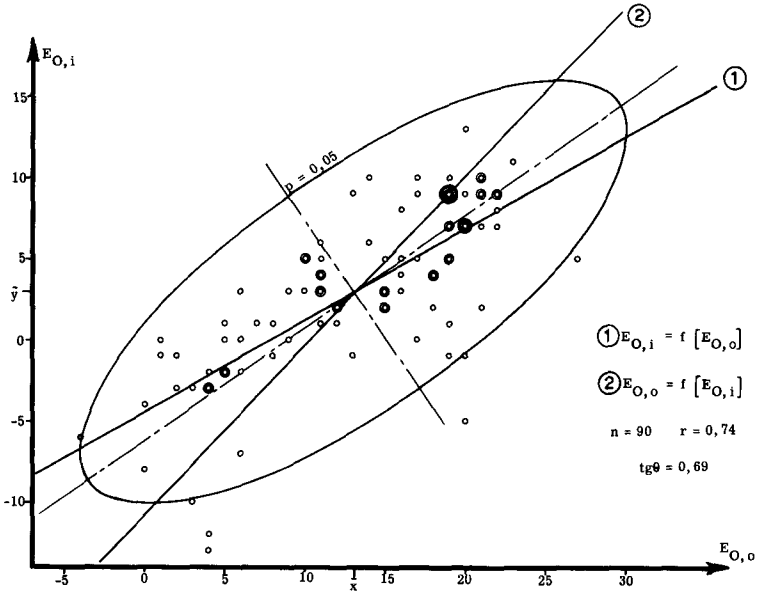


Abb. 15 Die drei Regressionsgeraden und die Umrissellipse der Beziehung zwischen $E_{O,i}$ und $E_{O,o}$. Die Ellipse gibt die Sicherheitsschwelle 0,05 an. Die grosse Ellipsenachse ist die orthogonale Regressionsgerade.

Regressionskoeffizienten r behaftet sind, wurden die Zahlen folgendermassen gekennzeichnet:

- Blosse Zahl = Sicherheitsschwelle 0,1
- Zahl mit * = Sicherheitsschwelle 0,05
- Zahl mit ** = Sicherheitsschwelle 0,01
- Zahl mit *** = Sicherheitsschwelle 0,001

51. Besprechung der aufgestellten Beziehungen

In den folgenden Paragraphen werden wir die aufgestellten Beziehungen an Hand der gezeichneten Diagramme besprechen. Da wir die Ausrechnungen schon ausführlich für das Beispiel $E_{O,i}/E_{O,o}$ durchgeführt haben, werden wir uns begnügen, nur die folgenden, für die Beurteilung der Beziehungen wichtigen Zahlengrössen in Tabelle 4 anzugeben, die nach der gleichen Rechenweise gefunden wurden. Die einzelnen Spalten bedeuten:

Tabelle 4

Zusammenstellung der aus den Punktschwärmen errechneten wichtigsten
Zahlengrößen. (s. Text)

Beziehung	n	r	\bar{x}	\bar{y}	b	b'	tg θ	s_x	s_y	s_ξ	s_η	Abb. Nr.
1.	2.	3.	4.		5.		6.	7.		8.		9.
$E_{O,i}/E_{O,o}$	90	0,74***	13,14	2,95	0,56	0,96	0,69	6,96	5,31	8,27	2,96	15
$E_{O,o}^{-1}E_{O,i}$	90	0,57***	13,14	10,11	0,38	0,82	0,54	6,95	4,78	7,64	3,58	16
$E_{O,t}/E_{O,o}$	103	0,97***	13,25	14,65	0,97	0,97	1,00	7,23	7,25	10,16	1,11	17
$L_t/E_{O,t}$	103	0,56***	14,65	4,15	0,17	1,77	0,18	7,28	2,29	7,40	1,88	18
$L_o/E_{O,o}$	100	0,55***	13,45	4,20	0,19	1,55	0,21	6,83	2,47	6,98	2,01	
$L_t/E_{O,i}$	87	0,13	2,95	14,57	0,12	0,13	0,64	5,39	5,09	5,74	4,67	19
$K_t/E_{O,t}$	103	-0,36***	14,65	1,11	-0,06	-2,16	-0,05	7,08	1,19	7,95	1,11	20
$K_o/E_{O,o}$	99	-0,45***	13,37	1,51	-0,11	-1,77	-0,10	6,97	1,78	7,02	1,58	
$E_{L,i}/E_{L,o}$	87	0,34***	9,90	-11,51	0,40	0,29	1,59	5,27	6,22	6,77	4,56	21
$E_{K,i}/E_{K,o}$	90	0,70***	11,53	2,61	0,50	0,98	0,62	7,88	5,66	9,75	3,43	22
L_t/L_o	102	0,74***	4,14	4,12	0,69	0,79	0,91	2,49	2,33	3,18	1,21	23
L_t/L_o	87	0,23*	4,05	14,78	0,41	0,13	5,43	2,56	4,59	2,45	4,63	24
K_t/K_o	101	0,60***	1,58	1,11	0,38	0,94	0,49	1,91	1,22	2,08	0,89	25
$\lambda_t/E_{O,t}$	102	0,30**	14,86	5,71	0,06	1,53	0,06	6,99	1,39	6,99	1,38	27
$\lambda_t/E_{O,t}$	102	0,55***	14,97	9,52	0,24	1,23	0,28	6,93	3,08	7,38	2,45	28
$(\lambda_t - \lambda_o)/(\lambda_t + \lambda_o)$	101	0,73***	15,27	3,77	0,44	1,22	0,50	4,11	2,47	4,53	1,60	29
$E_{O,i}/E_{O,o}$	72	0,75***	6,84	3,81	0,65	0,86	0,82	6,96	6,05	8,63	3,23	30
$E_{O,i}/E_{O,o}$	36	0,92***	5,08	2,55	0,78	1,08	0,83	6,40	5,49	9,05	1,51	31
$E_{O,i}/E_{O,o}$	36	0,28	8,61	7,44	0,13	0,61	0,16	7,14	3,32	7,21	3,15	32

1. Die in gegenseitige Beziehung gesetzten Größen.
2. Die Anzahl Messpunkte n.
3. Der Korrelationskoeffizient r mit entsprechender Sicherheitskennzeichnung durch Sternchen. (S. 38)
4. Die Koordinaten \bar{x} und \bar{y} der Mittelpunkte der Punktschwärme.
5. Die Regressionskoeffizienten b und b', die die Neigungen der Regressionsgeraden bezüglich der x-Achse und der y-Achse angeben. (S. 38)
6. Die Neigung der Ellipsenhauptachse (orthogonale Regressionsgerade) tg θ . (S. 42)
7. Die Standardabweichungen s_x und s_y in Richtung der Koordinatenachsen. (S. 42)
8. Die Standardabweichungen s_ξ und s_η in Richtung der Ellipsenhauptachsen. (S.42)
9. Die Nummer der Abbildung der besprochenen Beziehung.

511. Die gegenseitige Beziehung der optimalen Empfindlichkeiten

$$E_{O,t}, E_{O,o} \text{ und } E_{O,i}$$

In Abbildung 15 hat die Ellipsenhauptachse die Neigung $\text{tg}\theta = 0,69$. Wir können somit sagen: Wenn die optimale Empfindlichkeit $E_{O,o}$ bei Oberflächenentwicklung um z. B. 10 Einheiten zunimmt, so steigt die optimale Empfindlichkeit bei Innenentwicklung um nur 6,9 Einheiten.

Wenn wir nun die Unterschiede der optimalen Empfindlichkeiten $(E_{O,o} - E_{O,i})$ für alle Punkte bilden und sie als Funktion von $E_{O,o}$ aufstellen, erhalten wir eine neue Grundgesamtheit mit einem kleineren Korrelationskoeffizienten (Abbildung 16). Diese neue Beziehung hat die Steigung $\text{tg}\theta = 0,54$, so dass wir sagen können, die Empfindlichkeitsunterschiede $(E_{O,o} - E_{O,i})$ nehmen bei steigender Empfindlichkeit $E_{O,o}$ im Verhältnis 5,4 : 10 zu.

Da wir die Steigung der Ellipsenhauptachse in Abbildung 15 als Mass für den Verlauf der Beziehung $E_{O,o}/E_{O,i}$ angenommen haben, wäre es naheliegend, die Empfindlichkeitsunterschiede $(E_{O,o} - E_{O,i})$ zur Kontrolle aus den Wertepaaren zu bilden, die wir auf dieser Hauptachse ablesen können. Wir würden auf diese Weise den Wert $\text{tg}\theta = 0,31$ für die Neigung der Beziehung erhalten. Da bei der Regression von einer Variablen bezogen auf eine andere kein Punkt eindeutig bestimmt ist (wir haben vielmehr einen Bereich um den Wert $E_{O,o}$, der einem Bereich um den Wert $E_{O,i}$ entspricht), dürfen wir eine solche Rechnung nicht durchführen. Wir müssen immer wieder zum ursprünglichen Zahlenmaterial zurückgreifen, um jeweils eine neue Grundgesamtheit zu bilden.

In Abbildung 17 haben wir den Zusammenhang der optimalen Empfindlichkeiten $E_{O,t}$ bei Totalentwicklung und $E_{O,o}$ bei Oberflächenentwicklung. Die Gerade hat die Neigung $\text{tg}\theta = 1,0$ und den grossen Korrelationskoeffizienten $r = 0,97$, so dass wir sagen können: $E_{O,t}$ nimmt im gleichen Masse zu wie $E_{O,o}$.

Bei diesem Befund ergeben sich zwei Fragen:

1. Mit welcher Bestimmtheit besitzt die Gerade eine Neigung von 45° ?
2. Ist der Abschnitt auf der Ordinatenachse signifikant?

Zu Frage 1: Aus der Formel 45.3 für die Berechnung des Neigungswinkels θ sehen wir, dass der Regressionskoeffizient r und die Standardabweichungen s_x und s_y für den Wert $\text{tg}(\theta)$ massgebend sind: wenn s_x und s_y gleich gross sind, ist $\text{tg}(\theta) = 1$, und folglich $\theta = 45^\circ$. Wenn $s_x \geq s_y$ ist, ist der Winkel $\theta \leq 45^\circ$. Um zu prüfen, ob $\theta = 45^\circ$ ist, müssen wir lediglich zeigen, dass s_x und s_y innerhalb gewisser Sicherheitsgrenzen nicht signifikant verschieden von einander sind. Bei dem von Fisher⁹⁾ eingeführten F-

9) R. A. Fisher, Statistical Methods for Research Workers (Edinburgh 1950).

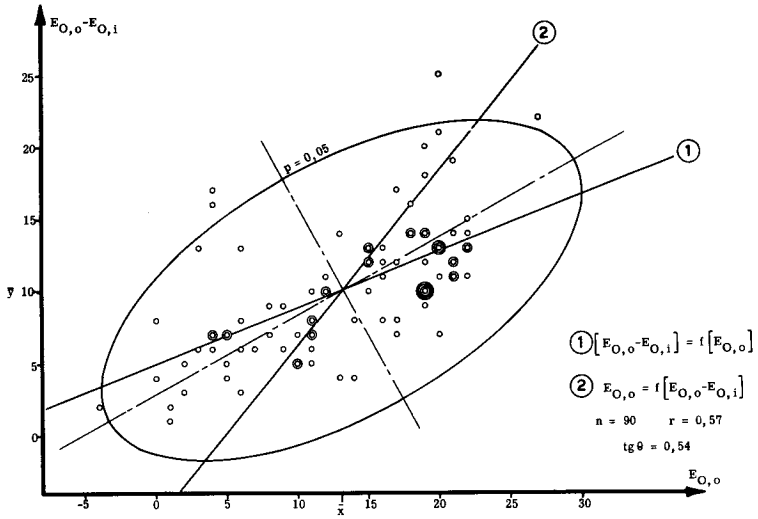


Abb. 16 Beziehung zwischen dem Empfindlichkeitsunterschiede ($E_{O,o} - E_{O,i}$) und der Empfindlichkeit $E_{O,o}$.

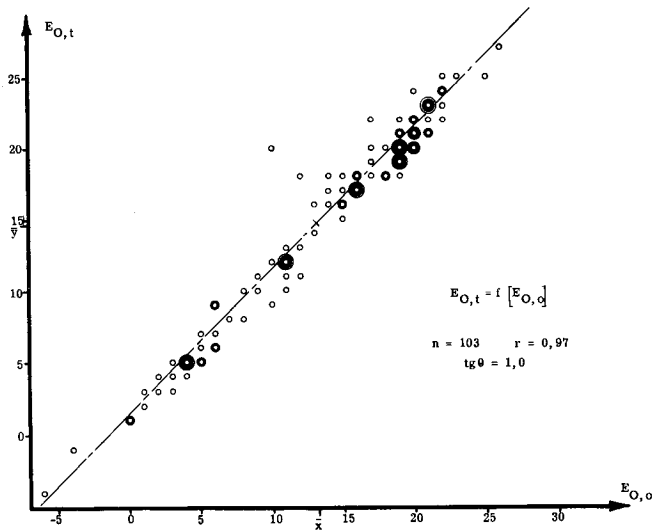


Abb. 17 Beziehung zwischen $E_{O,t}$ und $E_{O,o}$.

Test rechnen wir nicht mit den Standardabweichungen, sondern mit den Streuungen s_x^2 und s_y^2 . Wir bilden das Verhältnis $F = s_x^2/s_y^2$ (die grösste Streuung soll immer im Zähler sein) und vergleichen es mit dem Wert aus der Tabelle der F-Verteilung, der unter den Freiheitsgraden ϕ_x und ϕ_y ($\phi = n-1$) und dem gewünschten Sicherheitspunkt p zu finden ist. Für die Beziehung $E_{O,t}/E_{O,o}$ ist $F = 52, 41/52, 34 = 1, 001$. Aus der Tabelle der F-Verteilung für $\phi_x = \phi_y = 102$ und für den Sicherheitspunkt $p = 0, 05$ ist der entsprechende Wert $F = 1, 45$. Unser Wert von F ist kleiner, so dass wir sagen können, dass s_x nicht signifikant grösser ist als s_y . Infolgedessen weicht θ nicht ab von 45° .

Zu Frage 2: Im allgemeinen können wir nicht ohne weiteres prüfen ob die Funktion durch den Ursprung verläuft oder nicht. Bei der Beziehung $E_{O,t}/E_{O,o}$ aber, wo die Neigung der Geraden $\text{tg}\theta = 1$ gesichert ist, brauchen wir nur zu zeigen, dass die Mittelwerte \bar{x} und \bar{y} signifikant verschieden von einander sind wenn die Gerade nicht durch den Ursprung geht.

Wenn die n_x x-Werte und die n_y y-Werte als unabhängig von einander betrachtet werden können, ist die Differenz der Mittelwerte $(\bar{x}-\bar{y})$ normal verteilt mit der Streuung

$$\sigma_d^2 = s_x^2/n_x + s_y^2/n_y$$

Daraus errechnet man die Grösse u die ebenfalls normal verteilt ist

$$u = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sigma_d}$$

Wenn wir die entsprechenden Werte aus Tabelle 4 in obiger Gleichung einsetzen, erhalten wir $u = 1, 4$. Aus der Tabelle der Normalverteilung sehen wir, dass eine Abweichung von 1, 4 in 16% der Fälle erreicht oder überschritten wird, was zu Folge hat, dass der bestehende Ordinatenabschnitt nicht gesichert ist.

Dieses Ergebnis ist photographisch gesehen nicht uninteressant, denn dieser Achsenabschnitt ($E_{O,t} - E_{O,o}$) bedeutet nichts anderes als den Beitrag an Empfindlichkeit, um den $E_{O,t}$ gegenüber $E_{O,o}$ überlegen ist, mit anderen Worten den Beitrag, den das innere latente Bild bei der betreffenden Belichtungszeit liefert. Die optimalen Empfindlichkeiten $E_{O,t}$ und $E_{O,o}$ wurden nun fast alle im Bereich der langen Belichtungszeiten erhalten. Dass der Ordinatenachsenabschnitt der Abbildung 17 tatsächlich klein (= 1,4) ist, ist darauf zurückzuführen, dass die Innenempfindlichkeit bei diesen langen Belichtungszeiten meistens klein ist und erst bei kürzeren Belichtungszeiten den optimalen Wert $E_{O,i}$ erreicht.

Bei den Abbildungen 15 und 16 haben wir der Vollständigkeit halber F-Teste durchgeführt, um uns zu vergewissern, dass die Ellipsenhauptachsen unter Winkeln geneigt sind, die von 45° signifikant verschieden sind.

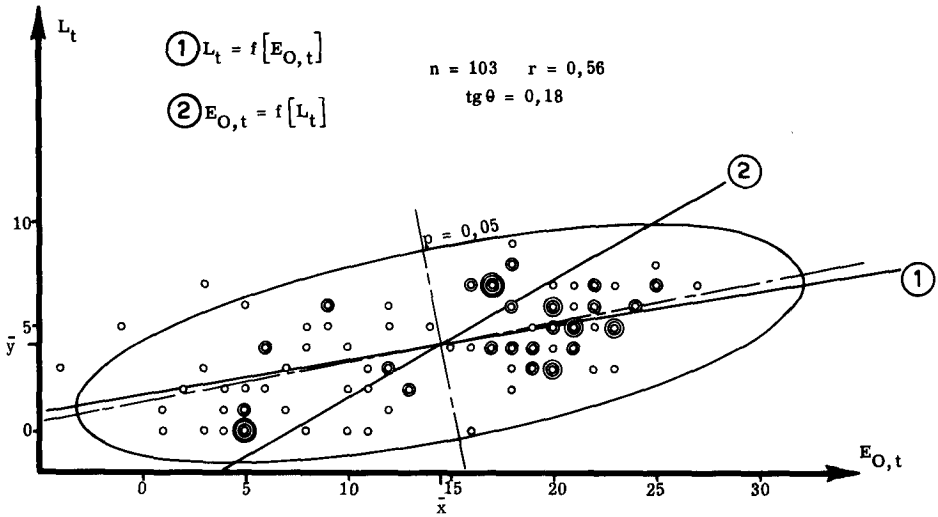


Abb. 18 Beziehung zwischen dem Langzeiteffekt L_t und der optimalen Empfindlichkeit $E_{O,t}$. Die Beziehung zwischen L_0 und $E_{O,0}$ hat den gleichen Verlauf.

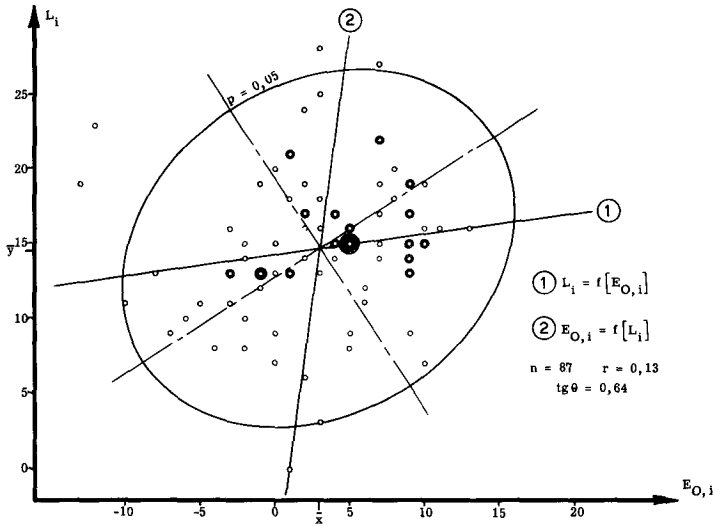


Abb. 19 Punktdiagramm von L_i und $E_{O,i}$. Der Korrelationskoeffizient hat einen Sicherheitspunkt grösser als 0,1, so dass keine Beziehung zwischen den Variablen aus dieser Gesamtheit zu erwarten ist.

512. Die Beziehung der Langzeiteffekte und der optimalen Empfindlichkeiten für die verschiedenen Entwicklungsarten

In Abbildung 18 ist die Grösse L_t , also der Empfindlichkeitsunterschied ($E_{O,t} - E_{L,t}$) bei totaler Entwicklung als Funktion von $E_{O,t}$ aufgetragen. Wir sehen, dass der Langzeiteffekt bei steigender Empfindlichkeit im Verhältnis 1,8:10 zunimmt. Der F-Test hat gezeigt, dass für den Sicherheitspunkt $p = 0,025$ der Neigungswinkel θ signifikant verschieden von 0° ist.

Die Beziehung zwischen L_o und $E_{O,o}$ hat genau den gleichen Verlauf und wurde deshalb nicht besonders aufgezeichnet. Die dazu gehörenden Zahlenwerte sind in der Tabelle 4 eingetragen.

Abbildung 19 stellt die Verhältnisse zwischen L_i und $E_{O,i}$ dar. Wir sehen sofort, dass keine gerade Linie einen Zusammenhang zwischen den Variablen wiedergeben vermag, so dass hier die Interpretation nach photographischem Standpunkt lauten muss: Der Langzeiteffekt L_i für Innenentwicklung ist von der Innenempfindlichkeit $E_{O,i}$ unabhängig. Oder mit anderen Worten: bei allen Innenempfindlichkeiten $E_{O,i}$ werden Langzeiteffekte der verschiedensten Grösse beobachtet.

513. Die Beziehung der Kurzzeiteffekte und der optimalen Empfindlichkeiten für die verschiedenen Entwicklungsarten

Wie beim Langzeiteffekt haben wir den Kurzzeiteffekt K_t , also den Empfindlichkeitsunterschied ($E_{O,t} - E_{K,t}$) bei Totalentwicklung, als Funktion von $E_{O,t}$ aufgestellt (Abb. 20). Der Kurzzeiteffekt nimmt bei steigender Empfindlichkeit der Schichten im Verhältnis 0,5:10 ab. An Hand des F-Tests können wir aber zeigen, dass die Streuung s_y^2 nicht signifikant verschieden von der kleinsten Streuung s_η^2 ist, so dass der Neigungswinkel θ nicht signifikant von 0° abweicht. Das bedeutet photographisch: der Kurzzeiteffekt K_t für Totalentwicklung hat für alle Empfindlichkeiten $E_{O,t}$ praktisch den gleichen Wert (im arithmetischen Mittel $K_t = 1,1$).

Da das gleiche für die Beziehung zwischen K_o und $E_{O,o}$ gilt, wurde sie nicht gesondert dargestellt, aber ihre Zahlenwerte entsprechend in Tabelle 4 aufgeführt.

Für Innenentwicklung herrscht im Kurzzeitgebiet Reziprozität, so dass die gesuchte Beziehung $K_i = f(E_{O,i})$ sich als die Gerade $K_i = 0$, die Gleichung der Abszisse, darstellen lässt. Photographisch interpretiert besagt dieses Ergebnis: Für alle bei Innenentwicklung beobachteten optimalen Empfindlichkeiten verschwindet der Kurzzeiteffekt.

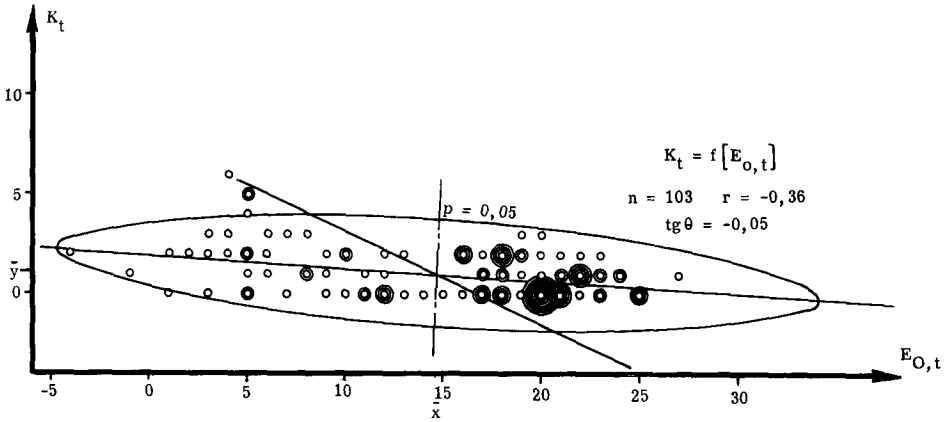


Abb. 20 Beziehung zwischen dem Kurzzeiteffekt K_t und der optimalen Empfindlichkeit $E_{O,t}$ für Totalentwicklung. Die Beziehung zwischen K_0 und $E_{O,0}$ hat den gleichen Verlauf, wobei in beiden Fällen die Neigung der Geraden nicht signifikant von 0° verschieden ist.

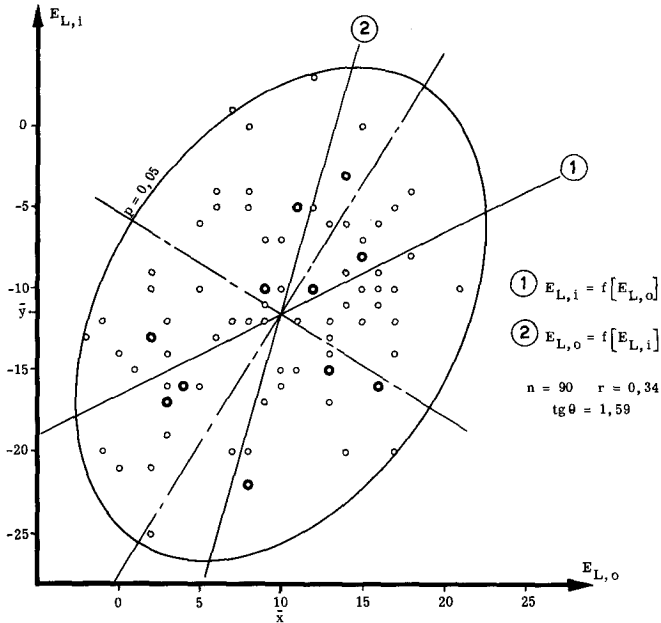


Abb. 21 Beziehung zwischen der Langzeitempfindlichkeit bei Innenentwicklung $E_{L,i}$ und der Langzeitempfindlichkeit bei Oberflächenentwicklung $E_{L,o}$. Die Neigung der Funktion ist von 45° nicht signifikant verschieden.

514. Die Beziehung zwischen den Empfindlichkeiten in den Langzeit- und Kurzzeitgebieten für Oberflächen- und Innenentwicklung

In der Abbildung 21 haben wir die Beziehung zwischen den Langzeitempfindlichkeiten: $E_{L,i}$ bei Innenentwicklung und $E_{L,o}$ bei Oberflächenentwicklung vor uns. Mit zunehmender $E_{L,o}$ steigt $E_{L,i}$ im Verhältnis 15 : 10, eine Steigung, die sich für den Sicherheitspunkt $p < 0,05$ als nicht signifikant verschieden von 1 erweist. Dies bedeutet photographisch, dass die Empfindlichkeiten bei Innenentwicklung und bei Oberflächenentwicklung im Gebiete der Langzeitbelichtungen ungefähr im gleichen Mass zunehmen.

In der Abbildung 22 sind die Kurzzeitempfindlichkeiten $E_{K,i}$ bei Innenentwicklung gegenüber $E_{K,o}$ bei Oberflächenentwicklung aufgestellt. $E_{K,i}$ nimmt bei steigender $E_{K,o}$ im Verhältnis 6,2 : 10 zu. Der F-Test zeigt uns in diesem Falle, dass die Neigung signifikant von 45° verschieden ist. Wir können somit sagen, dass im Gebiete der Kurzzeitbelichtungen die Empfindlichkeiten bei Innenentwicklung nicht so stark zunehmen wie die Empfindlichkeiten bei Oberflächenentwicklung.

515. Die Beziehungen der Langzeit- und der Kurzeiteffekte für die verschiedenen Entwicklungsarten

In der Abbildung 23 ist die Beziehung zwischen dem Langzeiteffekt L_t bei Totalentwicklung und L_o bei Oberflächenentwicklung aufgestellt. L_t nimmt mit wachsendem L_o im Verhältnis 9,1 : 10 zu, eine Steigung, die nicht signifikant verschieden von 1 ist. Zudem sind \bar{x} und \bar{y} voneinander nicht signifikant verschieden, so dass der Verlauf der Funktion durch den Ursprung statistisch gesichert ist. Die photographische Folgerung davon ist: die Langzeiteffekte bei Total- und bei Oberflächenentwicklung sind einander gleich (einen analogen Fall haben wir schon bei der Abbildung 17 gehabt, wo die optimalen Empfindlichkeiten bei Total- und bei Oberflächenentwicklung einander gegenübergestellt waren).

Man könnte erwarten, dass die L_t/L_o -Gerade unter einen Winkel $\theta < 45^\circ$ geneigt sei, da die Anwesenheit eines inneren Silberbildes die Tendenz hat, L_t zu verkleinern. Dass dies aber praktisch nicht zu beobachten ist, wird durch die Tatsache erklärt, dass der Langzeiteffekt einer Innenentwicklung so gross ist, dass das innere Silberbild bei Langzeitbelichtungen nicht ins Gewicht fällt.

Die Verhältnisse zwischen L_i und L_o sind in der Abbildung 24 dargestellt, wobei der Neigungswinkel θ nicht signifikant von 90° verschieden ist. Photographisch heisst das: bei einer Zunahme des Langzeiteffektes L_o bei Oberflächenentwicklung nimmt der Langzeiteffekt L_i bei Innenentwicklung sehr viel stärker zu. Diese Aussage ist aber mit Vorbehalt zu betrachten, da ein kausaler Zusammenhang zwischen L_o

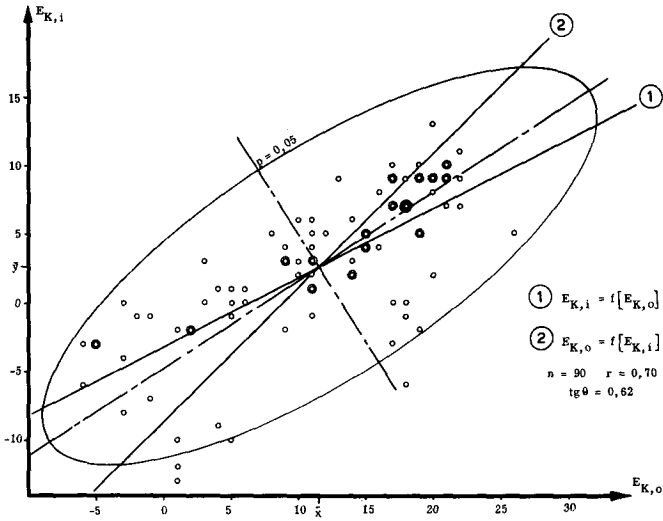


Abb. 22 Beziehung zwischen der Kurzzeitempfindlichkeit bei Innenentwicklung $E_{K,i}$ und der Kurzzeitempfindlichkeit bei Oberflächenentwicklung $E_{K,o}$.

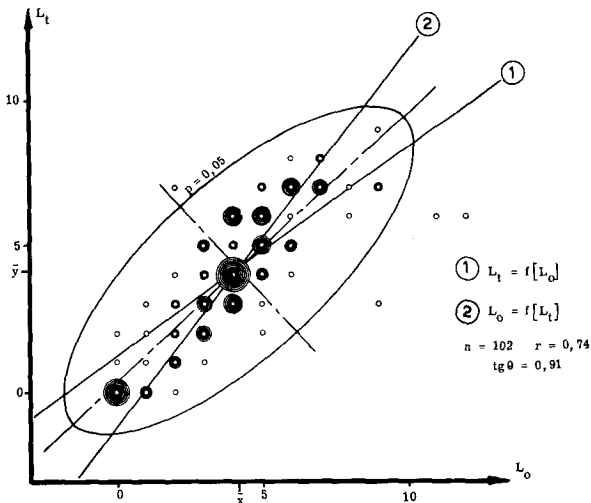


Abb. 23 Beziehung zwischen den Langzeiteffekten: L_t bei Totalentwicklung und L_o bei Oberflächenentwicklung.

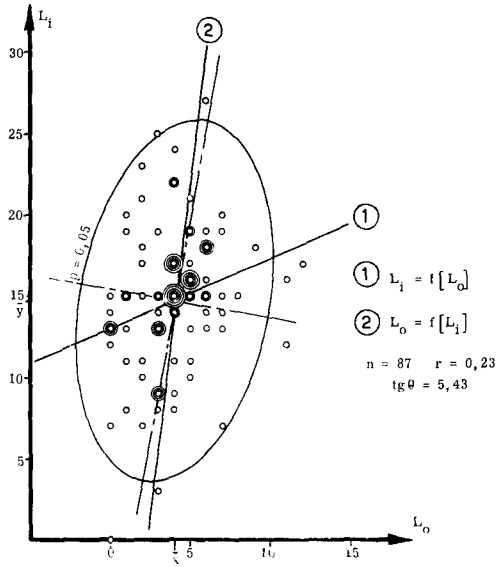


Abb. 24 Beziehung zwischen den Langzeiteffekten: L_i bei Innenentwicklung und L_o bei Oberflächenentwicklung.

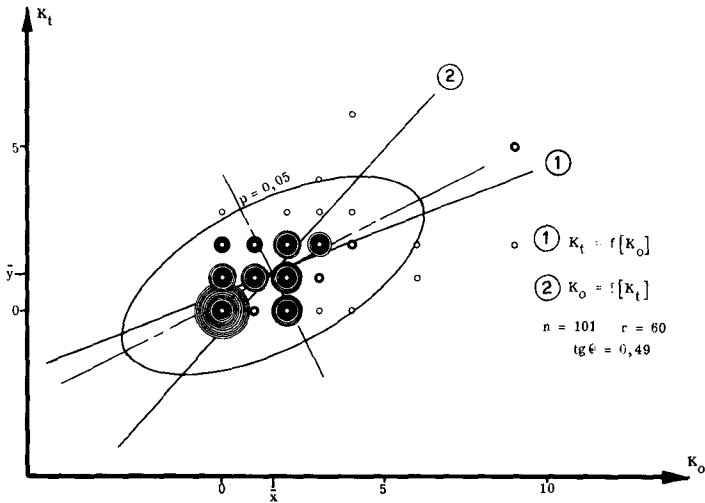


Abb. 25 Beziehung zwischen den Kurzzeiteffekten: K_t bei Totalentwicklung und K_o bei Oberflächenentwicklung. Der Punkt (0,0) ist 27 Mal vorhanden.

und L_1 nicht zu bestehen scheint. Die relativ gute Korrelation ist darauf zurückzuführen, dass die Werte von L_0 in einem kleinen und die von L_1 in einem sehr ausgedehnten Bereich liegen. Wie im Falle der Beziehung $L_1/E_{O,i}$ (Abbildung 19) können wir nur feststellen, dass bei allen Langzeiteffekten L_0 Langzeiteffekte L_1 der verschiedensten Grösse beobachtet werden.

In der Abbildung 25 ist die Beziehung zwischen dem Kurzzeiteffekt K_t bei Totalentwicklung und K_0 bei Oberflächenentwicklung aufgestellt. K_t nimmt mit wachsendem K_0 im Verhältnis 4,9 : 10 zu, entsprechend einem Neigungswinkel θ , der signifikant kleiner als 45° ist. Da K_t immer kleiner als K_0 ist, kann man auf die Anwesenheit eines inneren Silberbildes schliessen. Dies wird durch die Tatsache bestätigt, dass die optimale Empfindlichkeit $E_{O,i}$ bei Innenentwicklung im Bereich der kurzen Belichtungszeiten liegt, so dass, im Gegensatz zu den langen Belichtungszeiten, das innere Silberbild merklich zur Gesamtschwärzung beitragen muss.

516. Beziehung der Steilheitsmasse: λ_t für Langzeit- und \varkappa_t für Kurzzeitbelichtungen zur optimalen Empfindlichkeit bei Totalentwicklung

λ und \varkappa haben wir als Mass für die Steilheit der Schwärzungskurve im unteren Teil des Kurvenfusses definiert. Wenn wir in der Abbildung 6 nachsehen, sind λ und \varkappa als Empfindlichkeitsunterschiede für die Schwärzungen 0,1 und 0,5 aufzufassen. Abbildung 26 zeigt die Schwärzungskurven wie sie etwa bei einer Langzeit- und einer Kurzzeitbelichtung aussehen würden: die entsprechenden Grössen λ und \varkappa sind auf der log I-Achse eingetragen. Wir sehen, dass die Schwärzungskurven umso flacher verlaufen, je grösser λ und \varkappa sind.

In Abbildung 27 ist λ_t als Funktion der optimalen Empfindlichkeit $E_{O,t}$ aufgestellt. Bei steigender Empfindlichkeit $E_{O,t}$ nimmt λ_t im Verhältnis 0,6 : 10 zu, eine Neigung, die von 0° nicht signifikant verschieden ist. Wir können daraus schliessen, dass obwohl die Gradationen der Filme im Gebiete der Langzeitbelichtungen mit zunehmender Empfindlichkeit eine schwache Verflachung erleiden, sie praktisch für alle Empfindlichkeiten gleich bleiben.

In Abbildung 28 ist \varkappa_t als Funktion der optimalen Empfindlichkeit $E_{O,t}$ aufgestellt. Bei steigender Empfindlichkeit $E_{O,t}$ nimmt \varkappa_t im Verhältnis 2,8 : 10 zu, eine Steigung, die von 0 signifikant verschieden ist ($p = 0,025$). Das heisst: im Gebiete der Kurzzeitbelichtungen werden die Neigungen der Schwärzungskurven bei steigender Empfindlichkeit kleiner.

In Abbildung 29 haben wir die Beziehung zwischen der Grösse $(\varkappa_t - \lambda_t)$, das Mass für die mittlere Steilheit der Schwärzungskurven über den ganzen Zeitbereich vor uns. Die Werte von $(\varkappa_t - \lambda_t)$ nehmen bei zunehmenden Werten von $(\varkappa_t + \lambda_t)$ im Verhältnis 5 : 10 zu. Die Folgerung davon ist: die eintretende Verflachung $(\varkappa_t - \lambda_t)$ wirkt sich umso stärker aus, je kleiner die mittlere Neigung der Schwärzungskurve ist, also je grösser $(\varkappa_t + \lambda_t)$ ist.

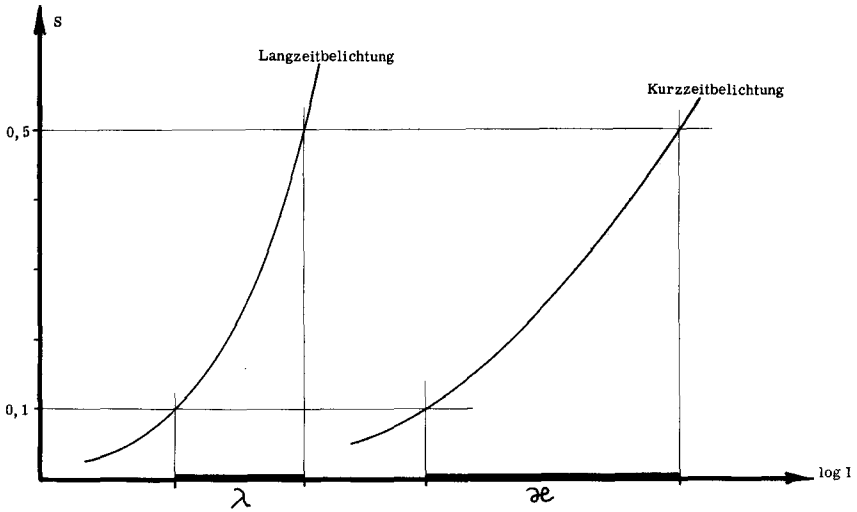


Abb. 26 Die Masse λ und \bar{x} für die durchschnittliche Steilheit des Kurvenfusses bei Lang- und Kurzzeitbelichtung auf die entsprechenden Schwärzungskurven übertragen.

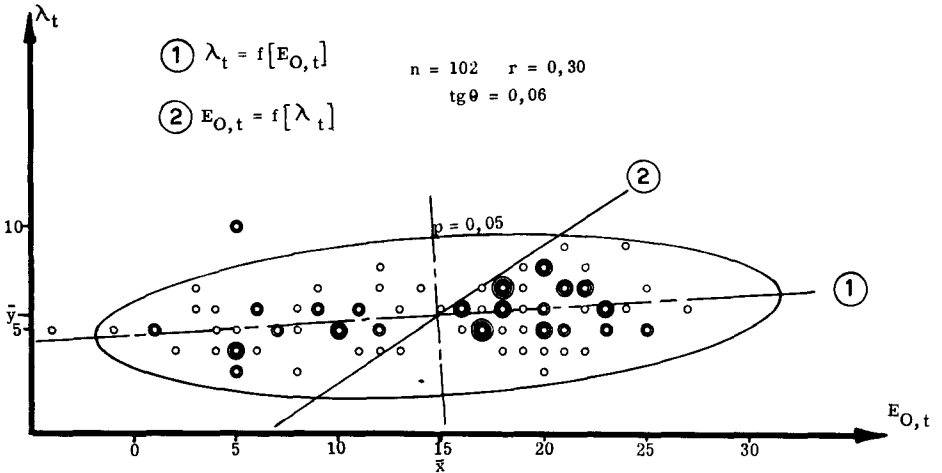


Abb. 27 Das Mass für die Steilheit des Schwärzungskurvenfusses λ_t im Gebiete der Langzeitbelichtungen als Funktion der optimalen Empfindlichkeit $E_{O,t}$.

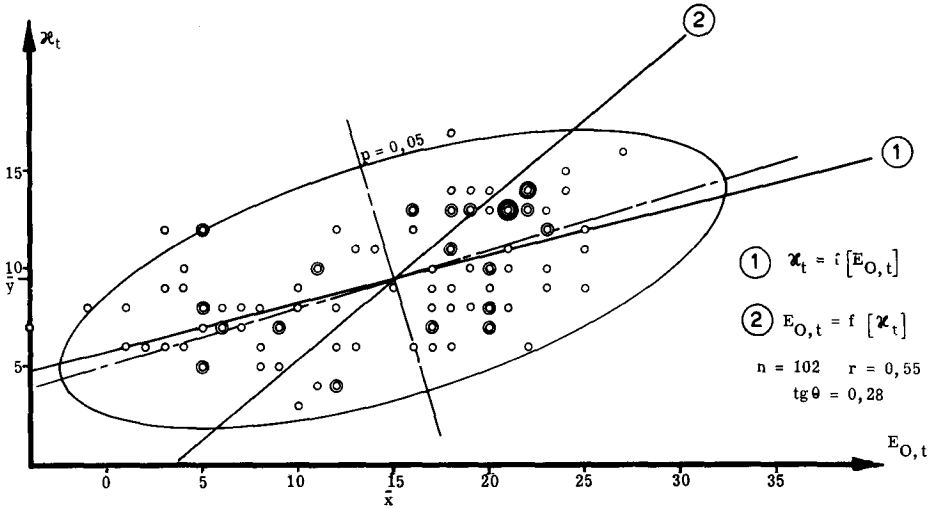


Abb. 28 Das Maß für die Steilheit des Schwärzungskurvenfusses x_t im Gebiete der Kurzzeitbelichtungen als Funktion der optimalen Empfindlichkeit $E_{O,t}$.

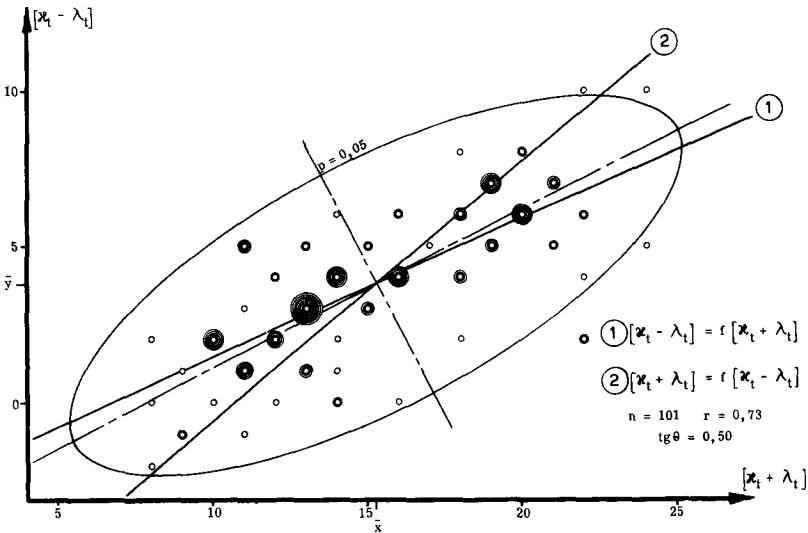


Abb. 29 Die Beziehung zwischen der Verflachung beim Uebergang von Langzeit- zu Kurzzeitbelichtungen ($x_t - \lambda_t$) und der mittleren Steilheit der Schwärzungskurven ($x_t + \lambda_t$).

52. Zusammenstellung der photographischen Ergebnisse

Die durch die statistische Auswertung der Beobachtungsergebnisse gewonnenen photographischen Schlussfolgerungen haben wir in den folgenden Paragraphen noch einmal übersichtlich zusammengestellt. Bei dieser Gelegenheit haben wir versucht, auf Ergebnisse zurückzugreifen, die eine frühere Untersuchung¹⁾ lieferte. Damals handelte es sich darum, festzustellen, in welcher Weise die charakteristischen Grössen $E_{O,t}$, $E_{O,o}$, usw. von einigen Bedingungen abhängen, unter denen die Herstellung photographischer Emulsionen stattfindet. So wurden der Silberiodidgehalt, die Dauer der Fällung ("Zulaufdauer"), die Dauer der physikalischen und schliesslich diejenige der chemischen Reifung systematisch variiert. Diese vier Varianten wurden getrennt für Siede- und für Ammoniakemulsionen durchgeführt, so dass die statistische Auswertung des gesamten Materials Zahlenwerte (mit Sicherheitsgrenzen wie bisher gekennzeichnet) lieferte, die ein Mass für die Wirkung \bar{W} der genannten Varianten auf die Messgrössen $E_{O,t}$, $E_{O,o}$, bildeten.

Da wir im Falle der vorliegenden Untersuchung über die Herstellung der verwendeten Handelsschichten nichts wissen, ist zwar nicht zu erwarten, dass wir aus der Gegenüberstellung der alten und der neuen Ergebnisse eindeutige Schlüsse gewinnen können. Immerhin erschien es uns lehrreich, die besagte Parallele von Fall zu Fall zu ziehen.

521. Die optimalen Empfindlichkeiten

Die optimale Empfindlichkeit $E_{O,i}$ bei Innenentwicklung nimmt nicht so stark zu wie die optimale Empfindlichkeit $E_{O,o}$ bei Oberflächenentwicklung (Abbildung 15). Für diese Tatsache finden wir in¹⁾ verschiedene Erklärungen, die sich auf die Herstellungsmethoden der Schichten zurückführen lassen.

a) Zunächst ist festzustellen, dass sich die Maximalempfindlichkeit für Oberflächenentwicklung $E_{O,o}$ (gemittelt über alle Emulsionen) stets grösser als diejenige für Innenentwicklung $E_{O,i}$ erweist, und zwar sowohl für Siede- als auch für Ammoniakemulsionen.

b) Eine Verlängerung der Zulaufdauer erhöht die Oberflächenempfindlichkeit stärker als die Innenempfindlichkeit; der Einfluss ist bei Siedeamulsionen grösser als bei NH_3 -Emulsionen.

c) Auch die physikalische Reifung erhöht die Oberflächenempfindlichkeit stärker als die Innenempfindlichkeit, wenigstens bei Ammoniakemulsionen, während dieser Einfluss für Siedeamulsionen nicht nachgewiesen werden konnte.

d) Bei den Ammoniakemulsionen steigert die chemische Reifung die Oberflächenempfindlichkeit beträchtlich und verringert die Innenempfindlichkeit; bei den Siedemulsionen sind beide Einflüsse gering.

e) Der Jodidgehalt erniedrigt die Oberflächen- und die Innenempfindlichkeit bei beiden Emulsionsarten um etwa gleiche (geringe) Beiträge.

Im Ganzen findet also die an den Handelsemulsionen abgeleitete Beziehung (Abb. 15) wenigstens qualitativ durch die in ¹⁾ ermittelten Einflüsse ihre Erklärung, wenn auch natürlich kein Schluss auf die im einzelnen angewendeten Herstellungsbedingungen gezogen werden kann. Jedenfalls stehen die beiden Befunde nicht im Widerspruch.

Wenn wir die Werte $E_{O,i}$ und $E_{O,o}$ der in ¹⁾ untersuchten Emulsionstypen einander gegenüberstellen und die statistische Auswertung des entstandenen Punktschwarms durchführen, erhalten wir wiederum die zwei Regressionsgeraden und die Ellipsenhauptachse, die die Neigung $\text{tg}\theta = 0,82$ hat (Abbildung 30). Ein direkter Vergleich der Abbildungen 15 und 30, wobei die Neigungen der Ellipsenhauptachsen ($\text{tg}\theta = 0,69$ und $\text{tg}\theta = 0,82$) nicht signifikant voneinander verschieden sind, führt uns zu folgender Feststellung:

In grösseren Empfindlichkeitsbereichen (für $E_{O,o}$ ca. 20 Einheiten) nimmt die Innenempfindlichkeit $E_{O,i}$ mit steigender Oberflächenempfindlichkeit $E_{O,o}$ in beiden Fällen in annähernd gleichem Verhältnis k zu, unabhängig von den Herstellungsbedingungen der Emulsionstypen:

$$\frac{d(E_{O,i})}{d(E_{O,o})} = k$$

Dennoch können wir keinen exakten Wert für k angeben, da wir nicht imstande sind, die dazugehörigen Sicherheitsgrenzen anzugeben. Nach den vorliegenden Untersuchungen wissen wir lediglich, dass k die Werte 0,69 und 0,82 haben kann. Ausserdem können die Empfindlichkeitswerte der Emulsionen auf den $E_{O,o}$ - und $E_{O,i}$ -Achsen verschoben sein, so dass die Lage der Ellipsen im Koordinatensystem von Fall zu Fall verschieden sein wird, ohne dass sich ihre Neigung dabei wesentlich ändert.

Indem wir die in Abbildung 30 aufgezeichneten 72 Emulsionstypen in 2 Gruppen aufteilen, nämlich in eine Gruppe, bestehend aus den 36 Siedemulsionen, und in eine Gruppe aus den 36 Ammoniakemulsionen*) erhalten wir die zwei neuen Grundgesamtheiten, wie sie in den Abbildungen 31 und 32 für die Beziehung zwischen $E_{O,i}$ und $E_{O,o}$ dargestellt sind.

*) Wir hätten ebensogut zwei Gruppen, z. B. aus den physikalisch und den chemisch gereiften Schichten oder zwei solche mit und ohne Jodidzusatz usw. bilden können.

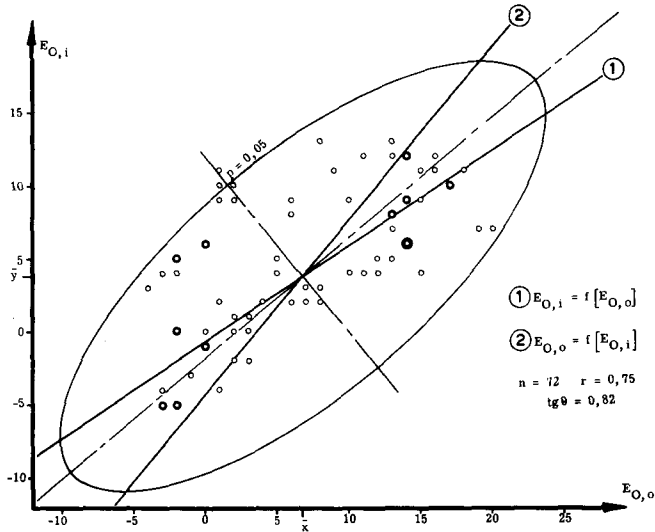


Abb. 30 Die Beziehung zwischen den optimalen Empfindlichkeiten $E_{O,i}$ bei Innenentwicklung und $E_{O,o}$ bei Oberflächenentwicklung für die in 1) untersuchten 72 Emulsionstypen. Der Verlauf dieser Beziehung ist mit demjenigen der Abbildung 15 zu vergleichen.

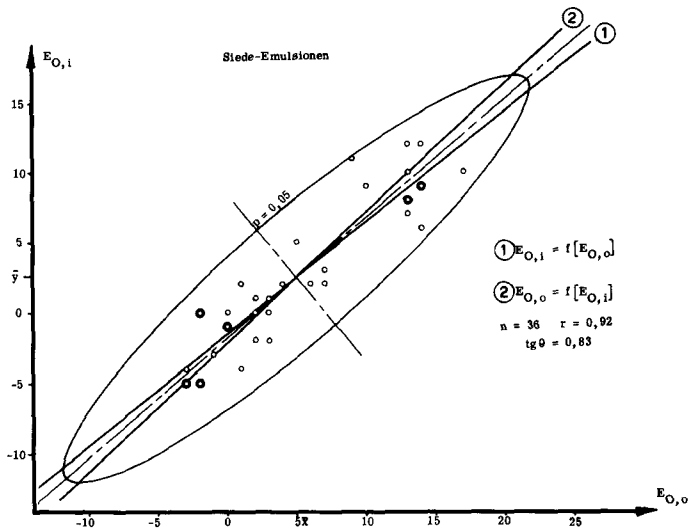


Abb. 31 Die Beziehung zwischen den optimalen Empfindlichkeiten $E_{O,i}$ bei Innenentwicklung und $E_{O,o}$ bei Oberflächenentwicklung von 36 Siedeemulsionen.

Auffallend sind die strenge Korrelation der Variablen bei den Siedeemulsionen (Abb. 31) und die starke Streuung bei den Ammoniakemulsionen (Abb. 32). Zudem ist die Neigung $\text{tg}\theta$ der Beziehung bei den Siedeemulsionen bezeichnenderweise nicht signifikant verschieden von den Neigungen der Beziehungen in den Abbildungen 15 und 30. Dagegen können wir wegen der schlechten Korrelation ($r = 0,16$, $p > 0,1$) der Beziehung bei den Ammoniakemulsionen nicht viel über ihre Neigung aussagen; wir könnten höchstens behaupten, dass eine Zunahme von $E_{O,o}$ keine wesentliche Steigerung von $E_{O,i}$ mit sich bringt.

An Hand dieser neuen Erkenntnisse müssen wir somit unsere vorherige Aussage über den Einfluss der Herstellungsbedingungen auf den Verlauf der Beziehung zwischen $E_{O,o}$ und $E_{O,i}$ folgendermassen ergänzen:

Wenn wir die Beziehung zwischen $E_{O,o}$ und $E_{O,i}$ der 36 Siedeemulsionen (Abb. 31) mit denjenigen der 72 Emulsionstypen (Abb. 30) und der 90 Handelsemulsionen (Abb. 15) vergleichen, scheint es, als ob die Aehnlichkeit der Neigungen der zwei letztgenannten Beziehungen vorwiegend auf der Anwesenheit der Siedeemulsionen beruht, während ihre schlechtere Korrelation sowohl auf die durch die Versuche bedingten Streuungen als auch auf die Anwesenheit von Ammoniakemulsionen zurückzuführen ist.

Es mag an dieser Stelle noch darauf hingewiesen werden, dass bei den 36 Siedeemulsionen nur 32 Versuche brauchbare Messergebnisse geliefert haben, während die 4 fehlenden Messwerte durch Interpolation nach einer besonderen Rechenmethode¹⁰⁾ erhalten wurden. Um nachzuprüfen, wie stark diese interpolierten Werte unsere statistische Auswertung beeinflussen, wurde die Korrelationsrechnung nochmals allein für jene 32 Siedeemulsionen durchgeführt und die Neigung der Ellipsenhauptachse bestimmt. Es hat sich dabei herausgestellt, dass, obschon der Korrelationskoeffizient r von $0,92^{***}$ auf $0,61^{***}$ gesunken ist, der neue Wert für die Neigung der Ellipsenhauptachse sich praktisch nicht geändert hat, nämlich $\text{tg}\theta = 0,81$ statt $\text{tg}\theta = 0,83$ für die 36 Siedeemulsionen.

Wenn wir diesen sehr kleinen Unterschied der $\text{tg}\theta$ -Werte sozusagen als Bestätigung für die Gültigkeit der Interpolationsmethode an und für sich betrachten wollen, dürfen wir nicht vergessen, dass zwar die Sicherheit einer statistisch abgeleiteten Aussage im Vorliegen einer möglichst grossen Anzahl von Messpunkten zu suchen ist, dass aber die Interpolation von 4 Punkten aus 32 bestehenden (also ca. 11%) zu keiner merklichen Verfälschung der Endergebnisse zu führen scheint.

Nachdem das Verhalten der Ammoniak- und der Siedeemulsionen als einzelne Gruppen und in ihrer Gesamtheit für das Beispiel $E_{O,i}/E_{O,o}$ durchgerechnet und der entsprechende Vergleich mit den Handelsemulsionen gezogen wurden, werden wir

10) R. L. Anderson, Biometrics Bulletin 2, 41 (1946).

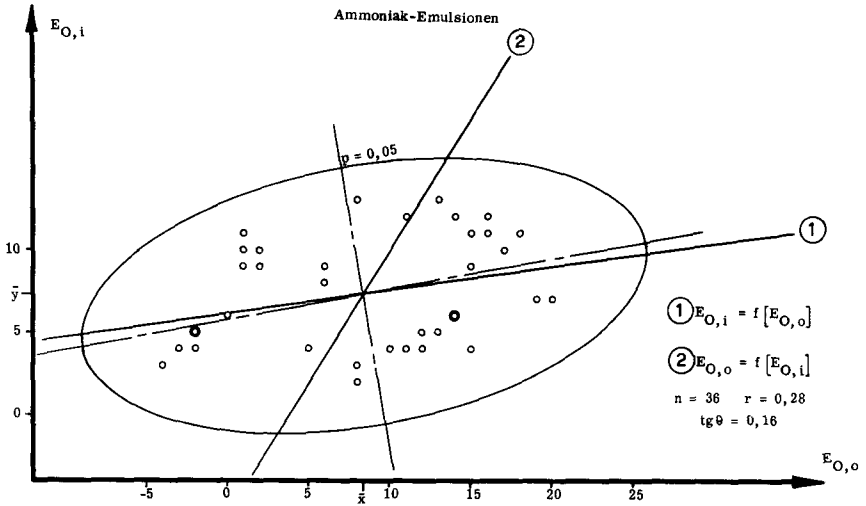


Abb. 32 Die Beziehung zwischen den optimalen Empfindlichkeiten $E_{O,i}$ bei Innenentwicklung und $E_{O,o}$ bei Oberflächenentwicklung von 36 Ammoniakemulsionen.

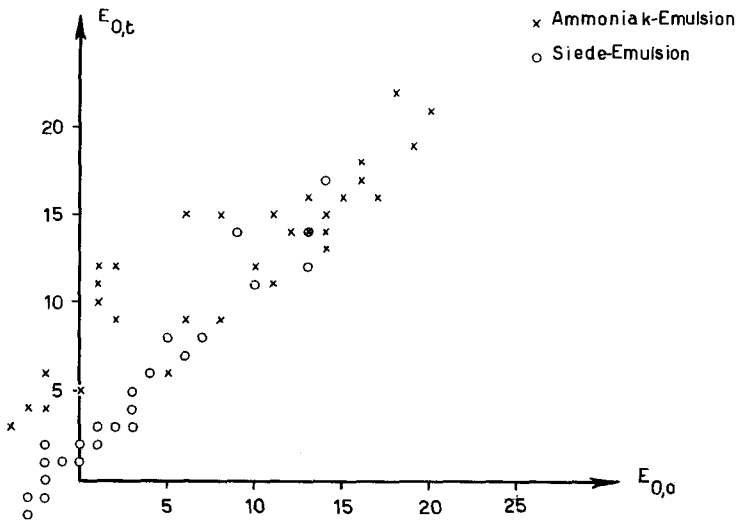


Abb. 33 Punktschwarm der Beziehung der optimalen Empfindlichkeiten $E_{O,t}$ bei Totalentwicklung und $E_{O,o}$ bei Oberflächenentwicklung für die 72 Spezialemulsionen. Diese Abbildung ist mit Abbildung 17 zu vergleichen.

diese Rechnungen für die folgenden Beispiele nicht weiter durchführen. Wir begnügen uns vielmehr mit der Aufzeichnung der Punktschwärme, wobei die Siedeemulsionen und die Ammoniakemulsionen jeweils durch Kreise und Kreuze gekennzeichnet sind. Die 4 bei den Siedeemulsionen interpolierten Punkte sind in allen Punktschwärmen miteingezeichnet worden, da ihre Anwesenheit, wie wir gesehen haben, nichts am Gesamtbild ändert.

In Abbildung 33 sind die Punkte ($E_{O, o}$, $E_{O, t}$) für die 72 Spezialemlusionen aufgezeichnet. Auffallend sind wiederum die starke Streuung der Ammoniakemulsionen und die strenge Korrelation der Siedeemulsionen, die ihrerseits für die Neigung des Punktschwarms unter 45° verantwortlich sind. Ein Vergleich mit der Abbildung 16 zeigt uns, wie auch in diesem Fall die Ähnlichkeit im Verhalten der Handelsemlusionen und der Spezialemlusionen auf die Anwesenheit von Siedeemulsionen zurückgeführt werden kann.

522. Die Langzeiteffekte

Die Langzeiteffekte L_t bei Totalentwicklung und L_o bei Oberflächenentwicklung nehmen bei steigenden Filmempfindlichkeiten $E_{O, t}$ und $E_{O, o}$ schwach zu (Abbildung 18). Wenn wir den $L_t/E_{O, t}$ -Punktschwarm der 72 Spezialemlusionen betrachten (Abb. 34), so stellen wir wiederum fest, dass die Ammoniakemulsionen stark gestreut sind und keine bevorzugte Richtung für eine eventuelle Beziehung aufweisen, während die Siedeemulsionen eine strengere, wenn auch vielleicht nicht ganz lineare Anordnung ihrer Messpunkte zeigen.

Wichtig für uns aber ist die Tatsache, dass bei steigender optimaler Empfindlichkeit der Schichten für Totalentwicklung ein Zunehmen des Langzeiteffekts zu verzeichnen ist, so dass auch hier ein Vergleich zwischen den Abbildungen 18 und 34 sinnvoll ist, wobei wir die folgenden, in ¹⁾ gemachten Feststellungen als Ergänzung hinzufügen:

a) Die Langzeiteffekte der Ammoniakemulsionen sind durchschnittlich um ca. 1 Einheit grösser als die der Siedeemulsionen.

b) Die physikalische Reifung vergrössert den Langzeiteffekt bei den Siedeemulsionen, während diese Steigerung bei den Ammoniakemulsionen nicht nachweisbar ist.

c) Im Gegensatz zur physikalischen Reifung bedingt die chemische Reifung bei den Ammoniakemulsionen eine starke Verminderung des Langzeiteffektes; bei den Siedeemulsionen ist keine Wirkung bemerkbar.

d) Die Dauer des Silbernitrateinlaufs hat keinen Einfluss auf den Langzeiteffekt der Ammoniakemulsionen, wohl aber bei den Siedeemulsionen, wo eine Verlängerung

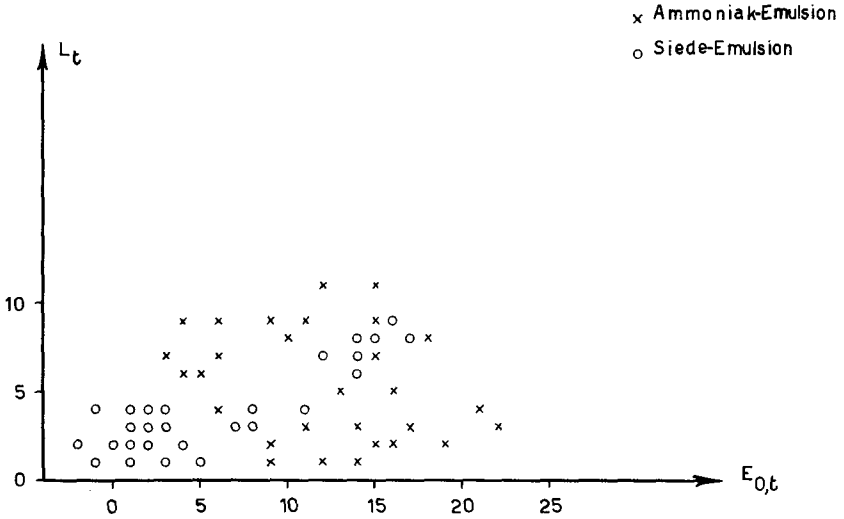


Abb. 34 Punktschwarm der Beziehung der Langzeiteffekte L_t zu den optimalen Empfindlichkeiten $E_{0,t}$ bei Totalentwicklung für die 72 Spezial-emulsionen. Diese Abbildung ist mit der Abbildung 18 zu vergleichen.

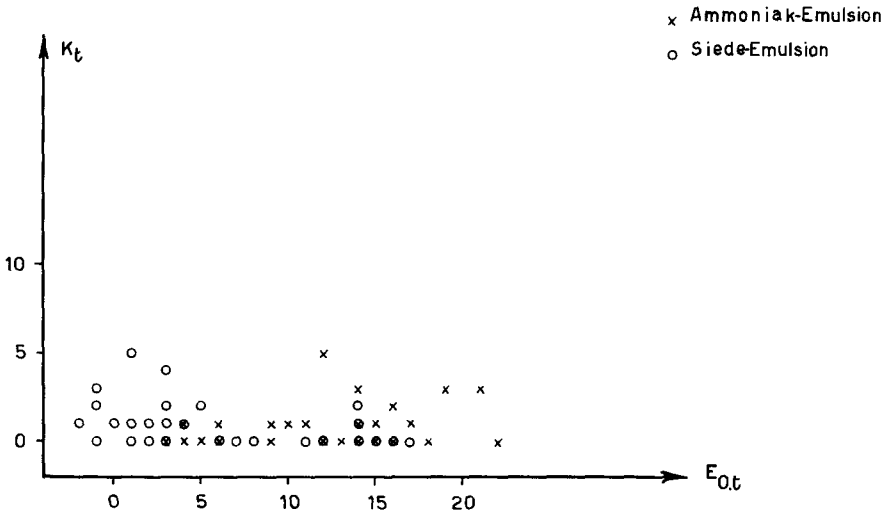


Abb. 35 Punktschwarm der Beziehung zwischen dem Kurzeiteffekt K_t und der optimalen Empfindlichkeit $E_{0,t}$ bei Totalentwicklung für die 72 Spezial-emulsionen. Diese Abbildung ist mit der Abbildung 20 zu vergleichen.

des Zulaufdauers eine Vergrößerung des Langzeiteffektes und, wie wir gesehen haben, gleichzeitig eine Steigerung der optimalen Empfindlichkeit mit sich bringt.

e) Die Jodidzugabe vermindert bei beiden Emulsionstypen den Langzeiteffekt.

523. Die Kurzzeiteffekte

Aus der Abbildung 20 haben wir gesehen, dass der Kurzzeiteffekt für alle Empfindlichkeiten praktisch den gleichen, kleinen Wert hat, und zwar sowohl für total- wie auch für oberflächenentwickelte Schichten. Bei den 72 Spezial-emulsionen sind die Kurzzeiteffekte für den ganzen Empfindlichkeitsbereich ebenfalls klein, und infolgedessen relativ wenig gestreut (Abb. 35).

Wegen der geringen Grösse der Kurzzeiteffekte war es schwer, die Wirkungen der verschiedenen Herstellungsbedingungen mit Sicherheit zu bestimmen. Trotzdem konnten in ¹⁾ die folgenden Schlüsse gezogen werden:

b) Die physikalische Reifung verringert den Kurzzeiteffekt bei beiden Emulsionstypen.

c) Die chemische Reifung hat bei beiden Emulsionstypen keinen Einfluss.

d) Die Zulaufdauer hat eine uneinheitliche Wirkung auf den Kurzzeiteffekt; sie erhöht ihn bei den Ammoniakemulsionen und erniedrigt ihn bei den Siedeemulsionen.

e) Die Jodidzugabe erhöht den Kurzzeiteffekt bei den Siedeemulsionen.

524. Die Steilheit der Schwärzungskurven bei Totalentwicklung

Die Grösse λ , die wir als Mass für die Verflachung der Schwärzungskurve bei Langzeitbelichtung definiert haben (Abb. 26), ändert sich kaum für die verschiedenen Filmempfindlichkeiten (Abb. 27). Die Grösse \mathcal{K} , die wir als Mass für die Verflachung der Schwärzungskurven bei Kurzzeitbelichtung definiert haben, nimmt dagegen bei steigender Filmempfindlichkeit zu (Abb. 28); das heisst: Die Gradationen der Filme werden beim Uebergang von Langzeit- zu Kurzzeitbelichtungen flacher.

Die 72 Spezial-emulsionen weisen ähnliche Charakteristika bezüglich der Gradationsänderungen auf. Bei diesen Schichten bleiben die λ -Werte ziemlich konstant (Abb. 36), während die \mathcal{K} -Werte bei zunehmender optimaler Empfindlichkeit (Abb. 37) einen ähnlichen Verlauf haben, wie diejenige der Handelsemulsionen (Abb. 28).

Die Messpunkte der Ammoniakemulsionen zeigen wiederum eine ziemlich starke Streuung, während die 36 Siedeemulsionen einen viel weniger gestreuten, für λ als

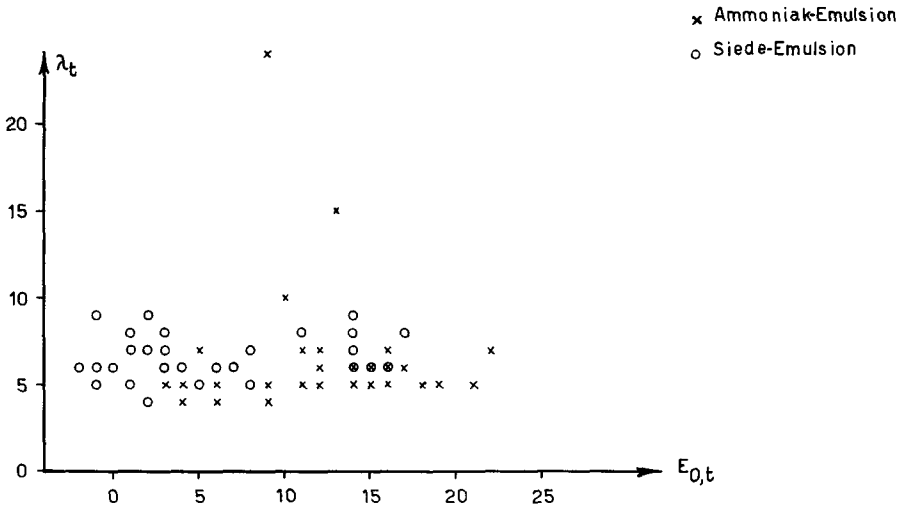


Abb. 36 Punktschwarm der Beziehung zwischen dem Mass für die Verflachung der Schwärzungskurve λ_t bei langen Belichtungszeiten und der optimalen Empfindlichkeit $E_{0,t}$ bei Totalentwicklung. Diese Abbildung ist mit der Abbildung 27 zu vergleichen.

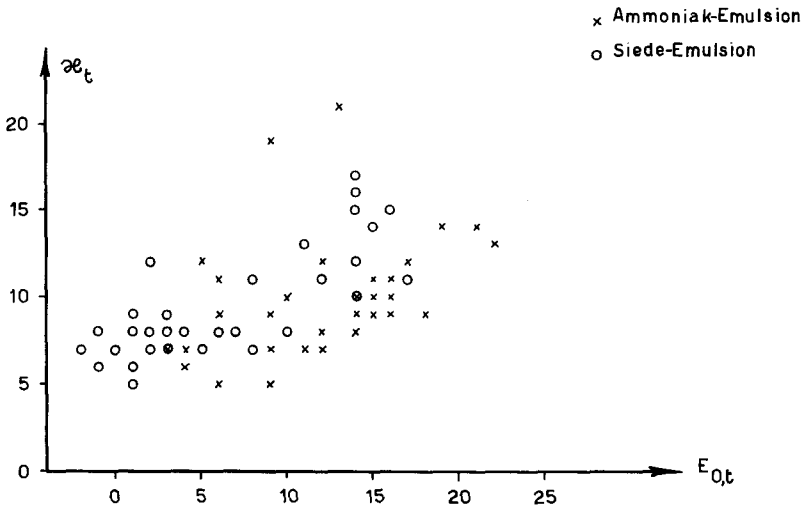


Abb. 37 Punktschwarm der Beziehung zwischen dem Mass für die Verflachung der Schwärzungskurve bei Kurzzeitbelichtungen ζ_t und der optimalen Empfindlichkeit bei Totalentwicklung $E_{0,t}$ für die 72 Spezialemlulsionen. Diese Abbildung ist mit der Abbildung 28 zu vergleichen.

linear anzunehmenden und für κ von der Linearität abweichenden Verlauf aufweisen. Ueber die Einflüsse der Herstellungsbedingungen können wir nach ¹⁾ folgendes aussagen:

a) Die physikalische Reifung der Ammoniakemulsionen hat auf λ keine Wirkung, vergrössert aber κ . Das Resultat ist somit eine Verflachung der Gradation beim Uebergang von langen zu kurzen Belichtungszeiten. - Bei den Siedeemulsionen hat die physikalische Reifung keinen Einfluss.

b) Die chemische Reifung der Siedeemulsionen verkleinert λ und vergrössert κ derart, dass keine Aenderung der mittleren Steilheit ($\kappa + \lambda$) zu beobachten ist. Bei den Ammoniakemulsionen bewirkt die chemische Reifung eine Vergrösserung der mittleren Steilheit.

c) Die Verlängerung der Zulaufdauer bewirkt sowohl bei den Ammoniakemulsionen wie auch bei den Siedeemulsionen eine Verflachung der Gradation für alle Belichtungszeiten, wobei die Verflachung bei den kurzen Belichtungszeiten am grössten ist.

d) Die Jodidzugabe vergrössert λ und κ , so dass eine einheitliche Verflachung der Schwärzungskurven zu verzeichnen ist.

6. ZUSAMMENFASSUNG

1. Es wurden über 100 verschiedene Sorten von 35-mm-Handelsfilmen (schwarzweiss) auf ihr Verhalten in weiten Belichtungsbereichen untersucht. Die Belichtung der Filme erfolgte mittels einer im Photographischen Institut der E. T. H., Zürich, gebauten Belichtungsapparatur, die eine weitgehende Automatisierung des Belichtungsprogramms und vor allem die gleichmässige spektrale Zusammensetzung des Lichtes bei allen Belichtungszeiten gewährleistet, wobei der Belichtungsbereich dieser Untersuchungsreihe sich von 630 s bis $6,3 \cdot 10^{-5}$ s erstreckte.

2. Die belichteten Filme wurden auf drei Arten entwickelt: in einem Totalentwickler, in einem Oberflächenentwickler und in einem Innenentwickler. Aus den für jede Belichtungszeit gemessenen Empfindlichkeiten wurden die Reziprozitätsfehlerkurven für die Schwärzungen $S = 0, 1, 0, 5$ und $1, 0$ über Schleier aufgezeichnet und die für die Beurteilung der photographischen Eigenschaften der Filme notwendigen charakteristischen Grössen daraus abgeleitet.

3. Das Häufigkeitsdiagramm (Histogramm) der Filme in Abhängigkeit von ihrer optimalen Empfindlichkeit bei Totalentwicklung (Abbildung 7, S. 24) lässt sich in zwei Gruppen unterteilen: die erste Gruppe niederer Empfindlichkeiten (bis $E_{O,t} = 14$) enthält hauptsächlich die Reproduktionsfilme, während die zweite (bis $E_{O,t} = 27$) hauptsächlich die Amateur-, Ton- und Schirmbildfilme umfasst.

4. Um einen möglichst genauen Ueberblick über die untersuchten Filmtypen zu gewinnen, wurde versucht, die genannten charakteristischen Grössen in Beziehung zu einander zu bringen. Es entstanden somit Punktschwärme, die unter Berücksichtigung der Art und der Verteilung der Variablen nach dem erwähnten Diagramm unter den dadurch gegebenen Einschränkungen ausgewertet wurden. Für jeden Punktschwarm wurden die Regressionsgeraden, die Umrissellipsen und ihre Neigung bestimmt. Da es sich um bi-variable Grundgesamtheiten handelt, die dem theoretisch-idealen Normalmodell nicht entsprechen, und da von vorne herein angenommen wurde, dass die aufgestellten Beziehungen linear sind (es gibt keine einfache Rechenmethode für die nicht-linearen Korrelationen bei bi-variabler Grundgesamtheit), liefern die Ergebnisse dieser Arbeit nur die allgemeine Tendenz für den Verlauf der verschiedenen Effekte.

5. Nachdem die für die Auswertung der Messergebnisse angewandten statistischen Rechenmethoden an einem Beispiel ausführlich abgeleitet und durchgerechnet wurden, konnten die nach diesem Verfahren aufgestellten Beziehungen vom photographischen Standpunkt interpretiert werden, wobei gewisse Vergleiche mit einer früheren, an speziell hergestellten photographischen Schichten erfolgten Untersuchungsreihe durchgeführt wurden. Aus den Schlussfolgerungen der vorliegenden Arbeit wurde folgendes Gesamtbild der Reziprozitätsfehler der untersuchten Handelsfilme erhalten:

5.1 Die Innen- und die Oberflächenempfindlichkeiten der Filme stehen zu einander in einer bestimmten Beziehung, die auch für die früher untersuchten speziell hergestellten Siedeemulsionen gilt.

5.2 Die Langzeiteffekte nehmen bei steigender Filmempfindlichkeit schwach zu, während die Kurzzeiteffekte klein sind und bei allen Empfindlichkeiten praktisch gleich gross gefunden werden.

5.3 Die Steilheit am Fusse der Schwärzungskurven ändert sich bei Langzeitbelichtungen kaum über den ganzen Empfindlichkeitsbereich, während diese Steilheit für die Kurzzeitbelichtungen bei steigender Filmempfindlichkeit abnimmt.

6. Die Arbeit liefert ein weiteres Beispiel dafür, dass es mit statistischen Methoden gelingt, ein grosses Material an Beobachtungen unter einheitliche Gesichtspunkte zu ordnen und für die sich ergebenden Beziehungen zwischen den einzelnen Messreihen quantitative Angaben über den Sicherheitsgrad ihrer Gültigkeit zu machen (Tab. 4, S. 47).

*

Ausser Herrn Professor Dr. J. Eggert bin ich sowohl Herrn Dr. R. v. Wartburg für seinen wertvollen Anregungen als auch dem Institutsmechanikermeister Herrn W. Baur für seine ständige Hilfsbereitschaft bei den experimentellen Arbeiten zu herzlichem Dank verpflichtet.

Literaturverzeichnis

- 1) J. Eggert und R. v. Wartburg, Z. Elektrochem., Ber. Bunsenges. physik. Chem. 61, 693 (1957).
- 2) J. Eggert und R. v. Wartburg, Z. Elektrochem., Ber. Bunsenges. physik. Chem. 59, 353 (1955).
- 3) R. v. Wartburg, Int. Konferenz f. wiss. Phot., Köln 1956, 135 (Verlag Hellwich, Darmstadt 1958).
- 4) G. W. Stevens, Photographic Sensitivity, 227 (London 1951).
- 5) R. v. Wartburg, Z. Elektrochem., Ber. Bunsenges. physik. Chem. 60, 479 (1956).
- 6) R. Fisher und F. Yates, Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research (Oliver and Boyd, Edinburgh, 1953).
- 7) H. Cramer, Mathematical Methods of Statistics, 285 (Princeton University Press 1954).
- 8) G. U. Yule und M. G. Kendall, An Introduction to the Theory of Statistics, 237 (C. Griffin & Co., London 1957).
- 9) R. A. Fisher, Statistical Methods for Research Workers (Edinburgh 1950).
- 10) R. L. Anderson, Biometrics Bulletin 2, 41 (1946).

Lebenslauf

Am 18. Januar 1929 wurde ich als Sohn des Alfred und der Dorothy Pestalozzi als Bürger von Zürich in Lausanne geboren. Ich besuchte die Primarschule in Paris, wo meine Eltern ihren Wohnsitz bis 1940 hatten. Nach einem kurzen Aufenthalt in Vevey wanderte die Familie nach den Vereinigten Staaten aus, wo ich das Lycée Français in New York, die Harvey School in Pleasantville, N. Y., und Bishop's College School in Lennoxville, P. Q., Canada, besuchte. 1943 zog die ganze Familie nach Argentinien und dort besuchte ich das St. George's College bei Buenos-Aires. 1945 kehrten wir in die Schweiz zurück. Nach vierjähriger Vorbereitung im Institut Minerva (Zürich) bestand ich die Aufnahmeprüfung an der Eidgenössischen Technischen Hochschule. Anschliessend absolvierte ich den Normalstudienplan der Abteilung für Chemie und erwarb das Diplom als Ingenieur-Chemiker 1955. Seit diesem Zeitpunkt war ich am Photographischen Institut mit der Ausführung der vorliegenden Promotionsarbeit beschäftigt. Vom Herbst 1956 bis Herbst 1958 bekleidete ich eine Stelle als Assistent in diesem Institut und bin dort seitdem als wissenschaftlicher Mitarbeiter für ein Forschungsprojekt vom Schweizerischen Nationalfonds tätig.