RÄUMLICHE VERZWEIGUNGSPROBLEME DES DÜNNEN ELASTISCHEN STABES MIT ENDLICHEN VERFORMUNGEN

ABHANDLUNG
ZUR ERLANGUNG DER WÜRDE EINES
DOKTORS DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

DER

EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
ZÜRICH

VORGELEGT VON

KÁLMÁN KOVÁRI
DIPL. BAUING. ETH
GEBOREN AM 16. 6. 1937
UNGARISCHER STAATSANGEHÖRIGER

ANGENOMMEN AUF ANTRAG VON

PROF. DR. H. ZIEGLER, REFERENT
PROF. DR. C. WEHRLI, KORREFERENT

SPRINGER-VERLAG · BERLIN/HEIDELBERG/NEW YORK
1969

das aber nicht mit unserem Resultat (16.17) übereinstimmt. Der Grund wird wohl darin liegen, daß seine Annahmen nicht zutreffend sind. Aus dem Kraft-Verformungsdiagramm Abb. 33 kann man erkennen, daß eine räumliche Gleichgewichtslage nur für $M > M_{kr}$ existiert weil ja $\operatorname{tg}\beta \neq 0$ ist. Die Formel (16.16) drückt weiter aus, daß die sog. „Hauptkrümmung" r_0 keineswegs eine konstante Größe ist, sondern entsprechend ΔM und der Bogenlänge eine Änderung erfährt.

Stüssi [16] gibt den folgenden Ausdruck für M_{kr} an:

$$M_{kr} = \frac{\pi}{2} \sqrt{A\,B}\, \frac{2\,C}{2\,C - A - B}\,.$$

Er benützt die Formel

$$M_{kr} = \frac{A+B}{2\,\varrho} + \frac{\pi}{l} \sqrt{A\,B}$$

von *Timoshenko* [17], welche für einen Kreisbogen vom Radius ϱ gültig ist, und setzt in diese

$$\varrho = \frac{C}{M_{kr}}$$

ein. Die Richtigkeit dieses Vorgehens kann aber bezweifelt werden, weil ja das Verhalten eines Kreisbogens nicht mit jenem eines ursprünglich geraden Stabes identisch sein kann.

VI. Schlußbemerkungen. Bei den Problemen, welche in der vorliegenden Arbeit behandelt wurden, kamen als Lasten nur konservative Kräfte vor. Es war deshalb zulässig, das statische Stabilitätskriterium zum Aufsuchen der Instabilitäten anzuwenden. Nach diesem Kriterium bezeichnet man als kritische Last die kleinste Belastung, unter welcher neben den ursprünglichen (trivialen) erstmals eine weitere (nichttriviale) Gleichgewichtslage existiert [13]. Hier ist eine Präzisierung notwendig. Die Annahme, daß unter der gleichen Last zwei verschiedene Gleichgewichtslagen existierten, ist willkürlich und hat nur Berechtigung, wenn der Verzweigungspunkt V in Abb. 1 ein Indifferenzpunkt ist. Der Indifferenzpunkt ist dadurch charakterisiert, daß die Kurve im Kraft-Verformungsdiagramm für die nichttrivialen Gleichgewichtslagen im Punkt V eine horizontale Tangente besitzt. *Pflüger* [18] weist in seinem Lehrbuch über Stabilitätsprobleme der Elastostatik auf diese Tatsachen hin und bemerkt, daß bei „mechanisch vernünftigen" Systemen die Annahme des Indifferenzpunktes gerechtfertigt sei. In der Tat stößt man im allgemeinen nicht auf Schwierigkeiten, solange die Verformungen der trivialen Gleichgewichtslagen unberücksichtigt bleiben dürfen. In diesem Falle führt dann auch die linearisierte Theorie zu richtigen Resultaten. Die Beispiele der vorliegenden Arbeit zeigen, daß es „mechanisch durchaus vernünftige" Systeme gibt, bei denen die Annahme eines Indifferenzpunktes zu keinem oder zu falschen Resultaten führen kann. In diesen Fällen spielen eben die endlichen Verformungen des Ausgangssystems eine große Rolle. Aus diesem Grunde mußten durchwegs die exakten Differentialgleichungen anstelle der linearisierten verwendet werden.

Literatur

[1] *A. E. Love*, Lehrbuch der Elastizität, Berlin 1907.
[2] *H. Gasser*, Der überkritisch belastete *Euler*sche Druckstab als Zweigelenkbogen unter Querbelastung, Dissertation Zürich 1963.
[3] *E. Chwalla*, Forschh. Gebiet Stahlbau Heft 2 (1939) S. 12.
[4] *H. Reissner*, S.-B. Berlin. Math. Ges. 3 (1904) S. 55.
[5] *K. Federhofer*, S.-B. Akad. Wiss. Wien. Math. Nat. Kl. 140 (1931) S. 246.
[6] *H. Ziegler*, Mechanik II, Basel 1956.
[7] *G. Kirchhoff*, Gesammelte Abhandlungen, Leipzig 1882.
[8] *E. Leimanis*, The General Problem of the Motion of Coupled Rigis Bodies about a Fixed Point, Berlin-Heidelberg-New York 1965.
[9] *F. Klein*, *A. Sommerfeld*, Über die Theorie des Kreisels, Stuttgart 1965, S. 268.
[10] *P. F. Byrd* u. *M. D. Friedmann*, Handbook of elliptic Integrals for Engineers and Physicistes, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1954.
[11] *H. Ziegler*, Elem. Math. VII/6 (1952) S. 121.
[12] *H. Lorenz*, Technisches Elastizitätslehre, Berlin 1913.
[13] *H. Ziegeler*, Ing.-Arch. 20 (1952) S. 49.
[14] *F. Schleicher*, Taschenbuch für Bauingenieure, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1955, S. 220.
[15] *L. Prandtl*, Kipperscheinungen, Dissertation München 1899.
[16] *F. Stüssi*, Entwurf und Berechnung von Stahlbauten, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1958, S. 335.
[17] *S. Timoshenko*, Theory of elastic stability, New York 1936, p. 282.
[18] *A. Pflüger*, Stabilitätsprobleme der Elastomechanik, Gerlin-Göttingen-Heidelberg 1950, S. 66.

(Eingegangen am 20. Februar 1968)

Anschrift des Verfassers: Dipl.-Ing. *K. Kovari*, CH-8032 Zürich, Sonnhaldenstr. 3.

V/12/6 0,575 (K.B./Z. 040)