

Diss. ETH No. 16785

# **Meshless Lagrangian Methods for Physics-Based Animations of Solids and Fluids**

A dissertation submitted to  
**ETH Zurich**

for the degree of  
**Doctor of Sciences**

presented by

**Richard Keiser**

Dipl. Ing. Inf. ETH Zurich, Switzerland

born January 20, 1978

citizen of Krummenau, SG, Switzerland

accepted on the recommendation of

**Prof. Mark Pauly**, ETH Zurich, Switzerland, examiner

**Prof. Markus Gross**, ETH Zurich, Switzerland, co-examiner

**Prof. Leonidas J. Guibas**, Stanford University, USA, co-examiner

2006

# Abstract

Nature builds very complex systems of mutually interacting and changing materials. Computer graphics attempts to map these real world phenomena onto simplified physics-based models. The objective of this dissertation is to develop new methods for physics-based animation of interacting fluids and deformable objects, including melting and freezing, based on a unified meshless Lagrangian approach.

Discretizing and solving the equations of motion using a meshless particle-based system has several advantages compared to mesh-based Lagrangian and Eulerian methods. Material properties are simply advected with the particles and might change as a function of time, the particles' position, and properties of neighboring particles. For strong deformations, the spatial discretization can be efficiently adapted without the need for complicated remeshing. Furthermore, grid-based aliasing artifacts from the alignment with boundaries are avoided. A major drawback of meshless methods is the expensive computation of the particles' neighborhood needed for computing the shape functions. In this dissertation, the benefits of meshless collocation methods are explored for stably animating fluids and objects with arbitrary deformations.

In our framework, the domain of a model is represented by volumetric particles. We explore the Smoothed Particle Hydrodynamics method to stably and efficiently solve the continuum mechanics equations for simulating fluids and elasto-plastic objects including fracturing and contact handling. Based on a unified particle metaphor, we present a framework that combines solids and fluids, thus enabling to simulate a broad range of effects such as viscoelastic materials, melting solids, interactions between solids and fluids, and multiphase effects between liquid and air such as bubbles and foam. To improve the performance, we present a new multiresolution approach that adapts the discretization of the domain dynamically to the characteristics of the simulation, while reducing the overall complexity of the computations.

High quality animations require a high resolution surface embedded into the volumetric representation. We present new meshless methods for animating a point-sampled surface along with the particles. Our surface model exploits the advantages of both explicit and implicit surface representations. Geometrically complex surfaces of deformable solids are efficiently animated using a rigid motion invariant free-form deformation approach. Additionally, surface potential fields can guide the surface deformation such that topological changes are handled implicitly, making the model suitable also for fluid simulations as well as melting

and freezing.

In our research we found meshless Lagrangian methods for the volume and surface animation to be most suitable for the simulation of strongly deforming objects. The sampling of the physical domain is adapted in case of extreme deformations or topological changes using a simple and efficient resampling scheme. Similarly, a point-based surface handles topological changes and strong surface deformations by adapting the point-sampling dynamically without the need for maintaining the connectivity. We demonstrate the capability of our meshless animation framework on a large variety of examples, such as the physics-based animation of deformable objects ranging from stiff elastic to highly plastic, fracturing of both brittle and ductile material, contact handling of colliding deformable objects, high resolution animations of splashing fluids with bubbles, two-way coupling between solids and fluids, melting solids with highly detailed and textured surfaces, solidifying flowing liquids to elastic solids, and viscoelastic liquids with different physical characteristics.

# Kurzfassung

In der Natur existieren sehr komplexe Systeme von gegenseitig interagierenden und sich stetig verändernden Materialien. In der Computer Grafik wird versucht diese Phänomene aus der realen Welt auf ein simplifiziertes physikalisch basiertes Modell abzubilden. Das Ziel dieser Dissertation ist neue Methoden zu entwickeln um interagierende Flüssigkeiten und deformierbare Objekte, inklusive schmelzen und erstarren, nach physikalischen Gesetzen zu animieren, basierend auf einem netzlosen Lagrange-Ansatz.

Das Benutzen eines netzlosen partikelbasierten Systems zur Diskretisierung und Lösung von den Bewegungsgleichungen hat diverse Vorteile gegenüber netzbasierten Lagrange- und Euler-Methoden: Materialeigenschaften werden einfach mit den Partikeln mitgeführt und verändern sich in Abhängigkeit von Zeit, den Partikelpositionen, und Eigenschaften anderer Partikel. Bei sehr starken Deformationen kann die räumliche Diskretisierung effizient angepasst werden ohne ein komplizierte Neuvernetzung durchführen zu müssen. Zudem werden gitterbasierte Aliasing-Artefakte, die durch die Ausrichtung an Grenzflächen entstehen, vermieden. Ein Hauptnachteil von netzlosen Methoden ist die teure Berechnung der Partikelnachbarschaften, die benötigt werden um die *Shape*-Funktionen zu berechnen. In dieser Dissertation werden die Vorteile von netzlosen *Collocation*-Methoden erforscht für eine stabile Animation von Flüssigkeiten und Objekten mit beliebigen Deformationen.

In unserem System wird die Domäne des Modells mit volumetrischen Partikeln repräsentiert. Wir untersuchen die *Smoothed Particle Hydrodynamics* Methode um die Gleichungen der Kontinuumsmechanik für die Simulation von Flüssigkeiten und elasto-plastischen Objekten, inklusive Zerbrechen und Kontaktbehandlung, stabil und effizient zu lösen. Basierend auf einer einheitlichen Partikel-Metapher präsentieren wir ein System welches Festkörper und Flüssigkeiten kombiniert und damit die Simulation von einer breiten Palette von Effekten erlaubt, wie zum Beispiel viskoelastische Materialien, schmelzende Festkörper, Interaktion zwischen Festkörpern und Flüssigkeiten, und Multiphasen-Effekte zwischen Flüssigkeiten und Luft wie zum Beispiel Luftblasen und Schaum. Um die Berechnungsleistung zu verbessern präsentieren wir einen neuen *Multiresolution*-Ansatz, welcher dynamisch die Diskretisierung der Domäne dem Charakteristikum der Simulation anpasst, wobei gesamthaft die Komplexität der Berechnungen reduziert wird.

Qualitativ hochstehende Animationen benötigen eine hochaufgelöste Oberfläche die in die volumetrische Representation eingebettet ist. Wir stellen neue netzlose Methoden zur Animation von punktbasierten Oberflächen zusammen mit den Partikeln vor. Unser Oberflächenmodell nutzt die Vorteile sowohl von expliziten als auch impliziten Oberflächenrepräsentationen aus. Geometrisch komplexe Oberflächen von deformierbaren Festkörpern werden effizient animiert, wozu ein *Free-form-Deformations-Ansatz* benutzt wird der invariant ist für rigide Transformationen. Zusätzlich leiten Oberflächen-Potentialfelder die Oberflächendeformation so dass topologische Änderungen implizit behandelt werden, weshalb das Modell auch für Flüssigkeitssimulationen sowie für die Animation von Schmelzen und Erstarren geeignet ist.

Die Resultate unserer Forschung zeigen dass netzlose Lagrange-Methoden für die Volumen- und Oberflächen-Animation dann am Besten geeignet sind wenn die simulierten Materialien sehr stark deformiert werden. Das Sampling der physikalischen Domäne wird mittels einem einfachen und effizienten Resampling-Schema bei sehr starken Deformationen oder topologischen Änderungen angepasst. Auf eine ähnliche Weise passt sich die punktbasierte Oberfläche den topologischen Änderungen und starken Oberflächendeformationen an indem das Punktsampling dynamisch angepasst wird ohne dass dabei die Konnektivität erhalten werden muss. Wir demonstrieren die Fähigkeiten unseres netzlosen Animationssystems anhand verschiedener Beispiele, wie z.B. die physikalisch basierte Animation von deformierbaren Objekten mit Materialeigenschaften von steif-elastisch bis zu hoch plastisch, das Zerbrechen von sowohl spröden als auch plastischen Materialien, Kontaktbehandlung von kollidierenden deformierbaren Objekten, hoch aufgelöste Animationen von spritzenden Flüssigkeiten mit Luftblasen, gegenseitige Kupplung von Festkörpern und Flüssigkeiten, schmelzende Festkörper mit hoch detaillierten und texturierten Oberflächen, verfestigen von fließenden Flüssigkeiten zu elastischen Festkörpern, und viskoelastische Flüssigkeiten mit verschiedenen physikalischen Charakteristika.