



Doctoral Thesis

## Die vollständige lineare Behandlung von erzwungenen Gasschwingungen in Rohren

**Author(s):**

Monkewitz, Peter

**Publication Date:**

1977

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-000102836> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

**DIE VOLLSTÄNDIGE LINEARE  
BEHANDLUNG VON ERZWUNGENEN  
GASSCHWINGUNGEN IN ROHREN**

**ABHANDLUNG**  
zur Erlangung  
des Titels eines Doktors der Naturwissenschaften  
der  
**EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZÜRICH**

vorgelegt von  
**PETER MONKEWITZ**  
Dipl. Phys. ETH Zürich  
geboren am 9. November 1943  
von Winterthur/ZH

angenommen auf Antrag von  
Prof. Dr. N. Rott, Referent  
Prof. Dr. E. Stiefel, Korreferent

1977

ZUSAMMENFASSUNG : DIE VOLLSTÄNDIGE LINEARE BEHANDLUNG VON  
ERZWUNGENEN GASSCHWINGUNGEN IN ROHREN

---

Es werden Gasschwingungen in einem zylindrischen steifwandigen Rohr betrachtet, die an einem Ende zum Beispiel durch eine schwingende Endplatte oder einen Kolben angeregt werden. Die Arbeit beschränkt sich auf die lineare Beschreibung dieser akustischen Schwingungen; dagegen werden sowohl radiale Druckgradienten wie auch Temperatureffekte berücksichtigt. Das mathematische Vorgehen besteht darin, zuerst die vollständigen Strömungsgleichungen zu linearisieren und auf den Fall von harmonischen Schwingungen zu spezialisieren (komplexere Schwingungsvorgänge können dank der Linearität der Gleichungen durch Superposition von Harmonischen beschrieben werden). Die resultierende partielle elliptische Randwertaufgabe wird durch einen Fourier-Reihenansatz in der Winkelvariablen  $\theta$  und durch Separation von  $r$  und  $x$  (Zylinderkoordinaten) gelöst. Damit entsteht mit den homogenen Randwerten (Verschwinden aller Geschwindigkeitskomponenten und der Temperaturschwankungen) am Rohrmantel ein Eigenwertproblem in radialer Richtung. Die Eigenwertgleichung wird eingehend diskutiert, wobei sich eine "natürliche" Aufspaltung der Eigenwerte in "Bänder" ergibt. Aus der systematischen Untersuchung einer Reihe von einfacheren Spezialfällen wird eine vollständige Uebersicht über die Eigenwerte gewonnen, für die auch Näherungen über den ganzen Parameterbereich (Frequenz, Reibung) angegeben werden. Mit den erhaltenen Eigenfunktionen werden anschliessend die gewünschten "Endbedingungen" für alle Strömungsgrössen mit Hilfe eines verallgemeinerten Galerkin'schen Verfahrens erfüllt. Mit dieser Theorie wird zum Schluss das Strömungsfeld für einige Beispiele von "Endschichten" und radialer Resonanz, wo frühere vereinfachte Theorien versagten, berechnet. Für einen besonders interessanten Fall von radialer Resonanz ergeben sich auch analytische Näherungen für die Strömungsgrössen, d.h. für die Lösung der Aufgabe.

ABSTRACT : THE COMPLETE LINEARIZED TREATMENT OF  
FORCED GAS OSCILLATIONS IN TUBES

---

Gas oscillations in a cylindrical rigid tube are considered, which are driven at one end for instance by an oscillating end-plate or a piston. The work is restricted to the linear description of these acoustic oscillations; on the other hand radial pressure gradients and temperature effects are taken into consideration. The mathematical procedure is the following : first the general flow-equations are linearized and reduced to the case of harmonic oscillations (more complex oscillations can be described by the superposition of harmonics due to the linearity of the equations). The resulting partial elliptic boundary-value problem is solved by the Ansatz of a Fourier-series with respect to the angle-variable  $\theta$  and by the separation of the variables  $r$  and  $x$  (cylinder coordinates). Together with the homogeneous boundary conditions at the tube perimeter (vanishing of all velocity components and of the temperature fluctuations) an Eigenvalue problem in the radial direction is obtained. The arising Eigenvalue equation is extensively discussed. Thereby a "natural" splitting of the Eigenvalues into "bands" is found. By the systematic analysis of a number of simplified special cases a complete survey of the Eigenvalues is obtained, for which also analytic approximations over the whole domain of parameter variation (frequency, friction) are given. Consequently the desired "end-conditions" for all flow-variables are fulfilled with the obtained Eigenfunctions using a generalized Galerkin method. Finally the flow field is calculated with this theory for a few examples of "end-layers" and radial resonance, where previous simplified theories brake down. For one particularly interesting case of radial resonance also analytical approximations for the flow-variables, i.e. for the final solution are obtained.