

MÉTHODE DE CALCUL A L'AIDE DE SUITES

THÈSE

PRÉSENTÉE A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE, ZURICH,
POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES TECHNIQUES

PAR

MICHEL CUÉNOD

DE VEVEY ET CORSIER (VAUD)

Rapporteur : Prof. E. Gerecke

Corapporteur : Prof. D' E. Stiefel

CONCLUSION

Si la théorie des réglages automatiques est un des principaux domaines où l'application du calcul à l'aide de suites semble indiquée, cette application apparaît également possible chaque fois qu'il s'agit de déterminer la relation qui existe entre deux ou plusieurs grandeurs variant en fonction du temps ou d'une autre variable et ayant des répercussions les unes sur les autres. Parmi les domaines où cette application peut être envisagée, on peut citer les suivants :

I. Application du calcul à l'aide de suites à la technique des commandes à distance

Un domaine qui est très proche de celui des réglages automatiques est celui des commandes à distance. Ce domaine a pris une très grande extension ces dernières années. Pour des processus de fabrication de plus en plus automatique et, dans le domaine militaire, par suite de l'introduction de projectiles téléguidés, il est souvent nécessaire de transmettre un certain déplacement le plus fidèlement et le plus rapidement possible ; parfois, la puissance de commande est très faible et les masses à mettre en mouvement sont très importantes, ce qui nécessite une cascade d'amplificateurs. Le calcul à l'aide de suites permet de déterminer facilement les caractéristiques dynamiques de chacun des amplificateurs, et, dès que ces caractéristiques sont connues, de déterminer avec quelle fidélité les mouvements sont transmis.

II. Application du calcul à l'aide de suites à la technique des courants faibles

Une des tâches essentielles de la technique des courants faibles est de déterminer la déformation que subissent des signaux par leur passage dans des filtres ou des lignes de transmission. L'étude de cette déformation se fait généralement en décomposant ces signaux en séries de Fourier, en calculant l'influence de la transmission sur chacune des composantes harmoniques de cette série, puis en reconstituant le signal au moyen du regroupement des composantes harmoniques. Cette méthode a l'inconvénient d'être assez fastidieuse, surtout si le signal considéré n'a pas une forme analytiquement simple. Dans ce cas, le calcul de cette déformation

peut avantageusement être effectué au moyen du calcul à l'aide de suites.

Si l'on a pu déterminer la réponse du filtre ou de la transmission à un signal de forme donnée, il est aisé de déterminer la déformation que subira un signal de forme quelconque. La réponse du filtre ou de la transmission peut être, soit mesurée expérimentalement, soit calculée. Parmi les cas pratiques où l'application de cette méthode peut être envisagée dans ce domaine, on peut signaler le calcul de la déformation des impulsions de télévision, le calcul de la distorsion d'un haut-parleur, etc.

III. Application du calcul à l'aide de suites aux sciences économiques

Une des raisons qui retarde le développement des sciences économiques est que, contrairement aux sciences physiques, il n'est pas possible de procéder à des essais systématiques ; on en est réduit, après coup, à constater à l'aide de statistiques les relations qui existent entre les facteurs qui caractérisent la vie économique d'un pays, tel que le niveau des prix, de la production, des investissements, etc. Il est connu que ces différents facteurs influent les uns sur les autres, mais que cette influence n'est pas instantanée. D'aucuns ont vu dans ces « décalages », c'est-à-dire dans le retard avec lequel les facteurs économiques réagissent les uns sur les autres la cause des crises économiques. Un parallèle peut être établi entre l'étude de la stabilité des réglages automatiques et la stabilité en économie. On peut considérer que les relations qui existent entre le prix, les investissements, la production, la consommation forment également un « circuit de réglage », mais il est difficile de donner une valeur quantitative à ces relations ; le calcul à l'aide de suites ouvre à ce sujet des possibilités intéressantes. Considérons, par exemple, que l'on se propose de déterminer la relation qui existe entre les investissements et la production, et que l'on ait relevé les statistiques des variations des investissements et de la production dans une série de cas. Grâce au produit et au quotient composés, il est possible de ramener les variations de la production (effet) à une variation unitaire de l'investissement (cause), ce qui donne la possibilité de comparer les relations

entre elles et d'en tirer des valeurs moyennes. Bien entendu, ce qui rend cette investigation particulièrement délicate en économie, c'est qu'il n'est pas possible d'isoler un phénomène ; ainsi, une variation de la production peut être due à d'autres causes qu'une variation de l'investissement. D'autre part, nous avons vu que les opérations à l'aide de suites étaient basées sur l'hypothèse implicite que les phénomènes considérés étaient linéaires, ce qui n'est valable qu'en première approximation pour des petits écarts. C'est une raison de plus pour chercher à comparer le plus grand nombre de cas possible en les ramenant à une variation unitaire de la cause.

Il est peut-être présomptueux de vouloir appliquer à proprement parler des critères de stabilité aux cycles économiques, analogues à ceux que l'on utilise pour la détermination des conditions de stabilité d'un réglage automatique ; du moins, une étude systématique à l'aide de suites telle que celle que nous esquissons permettrait de déterminer qualitativement les dispositions qui contribuent à stabiliser les fluctuations économiques ou, au contraire, à les aggraver et de prévoir l'évolution immédiate de la conjoncture.

Un autre domaine des sciences économiques où l'utilisation des suites apparaît comme indiquée concerne l'organisation industrielle. Grâce à une analyse statistique très poussée des facteurs de la production, il est possible de contrôler, de toujours plus près, le développement d'une entreprise et de conduire celle-ci de façon toujours plus rationnelle. Ces différents facteurs, variations des stocks, des heures de travail, de l'occupation des machines, de la production, de la vente, des amortissements, etc., ne sont pas indépendants, mais liés les uns aux autres par des relations dynamiques. Le calcul à l'aide de suites permet de préciser les répercussions que ces différents facteurs ont les uns sur les autres. En plus de l'analyse statistique statique à l'aide de bilans, il est ainsi possible de développer une analyse dynamique du développement de l'entreprise.

IV. Application du calcul à l'aide de suites aux sciences naturelles

De même qu'en économie, on peut être amené dans les sciences naturelles à constater certaines relations sans qu'il soit possible d'effectuer des essais pour déterminer expérimentalement la nature de ces relations. Dans ce domaine également, une étude à l'aide de suites peut conduire à des résultats intéressants, en géologie par exemple pour déterminer la relation qui existe entre la moyenne annuelle des températures et le mouvement des glaciers, entre les variations des précipitations et celles du débit des cours d'eau, en zoologie pour étudier l'influence de facteurs climatiques sur le

développement de certaines races, en médecine pour suivre l'action de certains remèdes ou pour contrôler des réflexes physiologiques, en chimie pour observer des réactions à longue échéance dont les grandeurs qui sont les causes du phénomène considéré ne peuvent être maintenues constantes à volonté.

Ces domaines se prêtent difficilement au formalisme mathématique, par contre, le calcul à l'aide de suites qui élargit l'emploi pratique de la notion de fonction et part de données immédiates leur est beaucoup plus facilement applicable.

D'autres domaines d'application pourraient être encore indiqués, en particulier en électrotechnique (par exemple, étude des phénomènes d'échauffement d'appareils soumis à une charge variable), en hydrodynamique et aérodynamique. Leur énumération sortirait du cadre de cet exposé.

V. Utilisation de machines à calculer pour effectuer les opérations que comporte le calcul à l'aide de suites

Un des avantages du calcul à l'aide de suites, c'est que son utilisation pratique ne fait appel qu'à des notions mathématiques élémentaires. Il peut être utilisé également par ceux qui n'ont pas une formation mathématique très poussée. Il conduit à des opérations très simples : addition, soustraction, multiplication, division. Les successions d'opérations que nécessitent le produit ou le quotient composés conviennent particulièrement bien aux machines à calculer, soit du type Hollerith avec cartes perforées, soit du type à relais ou électronique. L'inconvénient des machines du premier type, c'est qu'elles fonctionnent relativement lentement et qu'elles nécessitent l'utilisation d'un nombre élevé de cartes perforées. Leur avantage, c'est que le nombre de termes que l'on peut prendre est pratiquement illimité et que l'on peut obtenir une exactitude aussi bonne qu'on le désire. L'inconvénient des machines du deuxième type, c'est que le nombre des termes que la machine peut retenir dans sa « mémoire » est réduit. L'avantage, c'est que les calculs peuvent s'effectuer beaucoup plus rapidement.

Ces machines à calcul sont en passe de révolutionner les méthodes de recherche en technique et l'ingénieur a tout intérêt à en tirer tout le profit possible ; un des mérites du calcul à l'aide de suites est de présenter les opérations de façon telle qu'elles puissent être immédiatement effectuées par les machines à calcul.

* * *

En résumé, nous avons vu que le calcul à l'aide de suites se prête particulièrement bien à l'étude de fonctions dont on ne connaît pas l'expression

mathématique et qui sont caractérisées par un enregistrement expérimental ou par des données statistiques. Il permet d'appliquer à ces fonctions un certain nombre d'opérations fonctionnelles : dérivation, intégration, produit composé, etc., et de résoudre certaines équations différentielles et intégrales où interviennent ces fonctions. Il réduit ces transformations et ces résolutions à un schéma de calcul qui rend systématique l'enchaînement des opérations et permet ainsi de confier l'exécution de ces opérations à des machines à calcul.

Etant donné son principe même, le calcul à l'aide de suites est un calcul approximatif. Nous avons vu que cette approximation peut être améliorée dans une certaine mesure en réduisant l'unité choisie. L'appréciation de l'exactitude des résultats auxquels conduit cette méthode de calcul est liée à la notion de rigueur telle que la conçoit l'ingénieur. La limite de la précision des instruments de mesure, les simplifications qui sont souvent néces-

saires pour adapter l'étude du phénomène considéré au formalisme qui rend possible le calcul analytique sont d'autres causes qui restreignent les exigences de la précision à laquelle peut prétendre une investigation théorique.

D'autre part, l'activité de l'ingénieur est toujours placée sous le signe de l'économie et les moyens à mettre en œuvre doivent être adaptés au résultat en vue ; une méthode de calcul approximative, mais conduisant rapidement au résultat sera préférée à une méthode plus rigoureuse mais plus laborieuse dont les résultats seront également sujets à caution, par suite des autres causes d'inexactitudes auxquelles nous avons fait allusion.

Comme pour l'utilisation de tout schéma, le calcul à l'aide de suites est une méthode qu'il faut manier avec discernement. Cette méthode est susceptible d'être perfectionnée. Elle pourra être étendue aux fonctions à variable complexe ou avec plusieurs variables indépendantes.