Ueber eine Formel von Frobenius zur Berechnung der Charaktere endlicher Gruppen

Author(s):
Prokop, Wilfried

Publication Date:
1948

Permanent Link:
https://doi.org/10.3929/ethz-a-000103816

Über eine Formel von Frobenius zur Berechnung der Charaktere endlicher Gruppen

Von der
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
IN ZÜRICH

zur Erlangung der Würde eines Doktors der Mathematik
genehmigte

PROMOTIONSARBEIT

vorgelegt von

WILFRIED PROKOP
von Zürich

Referent: Herr Prof. Dr. E. Stiefel
Korreferent: Herr Prof. Dr. H. Hopf

1948
BUCHDRUCKEREI PROKOP & CO., ZÜRICH

§ 4. Zusammenfassung der Resultate

Gegeben sei eine endliche Gruppe G. Gesucht wird der Modul M_χ, den ihre einfachen Charaktere erzeugen.

Das von uns „Methode von *Frobenius*" genannte Verfahren gestaltet sich dann wie folgt:

a) Auswahl von s echten Untergruppen $H_1, H_2, \ldots, H_s$, die den Auswahlbedingungen genügen:

1. Jede G-Klasse ist in mindestens einer der Untergruppen H_σ vertreten.

2. Der größte gemeinsame Teiler der Indizes der Untergruppen H_σ ist 1.

Die erste Bedingung kann dann und nur dann erfüllt werden, wenn G keine zyklische, die zweite dann und nur dann, wenn G keine p-Gruppe ist.

b) Berechnung der Charaktere $\varphi^1, \varphi^2, \ldots, \varphi^n$ von G aus den (als bekannt vorausgesetzten) einfachen Charakteren der Untergruppen H_σ nach der Formel (3a) von *Frobenius*. Der Teilmodul $M_\varphi \subset M_\chi$, den diese Charaktere erzeugen, hat (bei nicht-zyklischer Gruppe G) den gleichen Rang wie M_χ.

c) Entscheidung, ob $M_\varphi \equiv M_\chi$ sei oder nicht. Sie wird entweder durch den Hauptsatz (§ 3, Nr. 2) geliefert oder, falls eine Basis von M_φ bekannt ist, durch den Satz 2 (§ 2, Nr. 2). Beide Sätze liefern den Index von M_φ in M_χ. (Ist G eine p-Gruppe, so wird dieser Index $\neq 1$, d. h. $M_\varphi \not\equiv M_\chi$.) Ob sich unter den Charakteren φ^μ eine Basis von M_φ befindet, kann mit den Hilfsrelationen (§ 3, Nr. 4) abgeklärt werden.

d) Wenn $M_\varphi \not\equiv M_\chi$ ist, so müssen im Rahmen der Methode neue Untergruppen dazugenommen werden. Mit den vorhandenen kann nur ein dritter Modul M'_ω gefunden werden, in welchem M_χ mit dem gleichen Index enthalten ist, wie M_φ in M_χ. Die Konstruktion von M'_ω erfolgt nach § 3, Nr. 3 oder, falls eine Basis von M_φ bekannt ist, nach dem einfachern Verfahren von § 3, Nr. 5.