

Prom. N° 3107

LES FONCTIONS  
CARACTÉRISTIQUES PONDÉRÉES  
DES LOIS DE PROBABILITÉ

THÈSE

présentée

A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE  
ZURICH

pour l'obtention  
du grade de Docteur ès Sciences Mathématiques

par

ALAIN RUEGG

Mathématicien diplômé EPF  
de Zurich

Rapporteur : M. le professeur W. Saxer

Corapporteur : M. le professeur E. Specker

1961 - GAP, IMPRIMERIE LOUIS-JEAN

## INTRODUCTION

En calcul des probabilités, on a souvent affaire à des transformations appliquées à une famille de lois de probabilité, et qui, en intégrant ces lois par rapport à un paramètre, leur associent une nouvelle loi dite "loi pondérée" (weighthed law).

La convolution est un exemple bien connu d'une telle transformation ; dans ce cas, la famille de lois s'obtient par translation d'une loi originale. Des lois pondérées apparaissent ensuite d'une façon naturelle si l'on considère des probabilités conditionnelles. Mais c'est surtout dans l'étude du problème limite central que les lois pondérées jouent un rôle essentiel lorsque les variables aléatoires ne sont plus indépendantes.

Or, malgré son importance, les publications consacrées à ce sujet sont encore peu nombreuses. Signalons cependant les thèses de M. Girault [5](1) et de H. Loeffel [10]. Le premier étudie de façon détaillée la transformation H définie par

$$H(f) = \frac{1}{t} \int_0^t f(u) du = \int_0^1 f(tu) du$$

où f est une fonction caractéristique ; le second cherche à généraliser cette transformation. D'autres cas particuliers sont traités dans le livre de M. Loève ([11], p. 380).

Le présent travail voudrait être une contribution à l'étude systématique des lois pondérées et des fonctions caractéristiques pondérées en particulier. Le chapitre 2 donne un théorème sur la transformation générale et en établit quelques propriétés. Les chapitres

-----

(1) Les nombres entre crochets renvoient à la bibliographie citée à la fin de ce travail.

3 et 4 sont consacrés à l'étude d'une transformation particulière rattachée au produit de deux variables aléatoires et qui jusqu'à présent "ne semble pas avoir été étudiée d'une manière systématique" (P. Levy [9]). La continuité de la transformation générale fera l'objet des chapitres 5 et 6. Nous terminerons en considérant au chapitre 7 la transformation d'une classe de lois indéfiniment divisibles et en particulier les lois pondérées du type normal et poissonien.