

Dissertation Nr. 5961

BEITRAG ZUR BERECHNUNG VON FLÄCHENTRAGWERKEN NACH DER METHODE DER FINITEN ELEMENTE

Abhandlung
Zur Erlangung
des Titels eines Doktors der technischen Wissenschaften
der

**EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
ZÜRICH**

vorgelegt von
ULRICH WALDER
Dipl.- Bauingenieur ETH
geboren am 21. April 1948
von Hausen a/A und Zürich

Angenommen auf Antrag von
Prof. Dr. B. Thürlimann, Referent
Prof. Dr. E. Anderheggen, Korreferent

1977

ZUSAMMENFASSUNG

Diese Arbeit verfolgt das Ziel, dem praktisch tätigen Ingenieur ein Hilfsmittel zur statischen Berechnung beliebig geformter und gelagerter linear elastischer Flächentragwerke zur Verfügung zu stellen. Die Lösung dieser Aufgabe erfolgt in zwei Schritten. Zuerst werden die Neuerungen und Verbesserungen des mathematischen Modells, das der Berechnung zugrunde liegt, dargestellt. Darauf wird das Konzept des Computerprogrammes FLASH, welches einfachste Anwendung mit hoher Leistungsfähigkeit verbindet, entwickelt.

Die Methode der finiten Elemente hat sich als geeignetster Algorithmus zur Lösung komplexer statischer Probleme erwiesen. Grundsätzlich wird in dieser Arbeit das hybride Verfahren verwendet, d.h. als unbekannte Grössen am Element für welche Ansätze gewählt werden, treten die Spannungen im Innern und die Verschiebungen entlang der Ränder auf.

Aufgrund der bis heute unbefriedigenden Resultate bei der Behandlung der Scheiben- oder Membranwirkung in Flächentragwerken, werden zuerst neue hybride dreieckige und viereckige Scheibenelemente entwickelt. Diese besitzen als Besonderheit drei Verschiebungsfreiheitsgrade pro Knoten. Verschiedene Ansätze, sowohl für die Spannungen als auch für die Verschiebungen, werden diskutiert. Das Einführen von "kinematic modes", d.h. von Verschiebungszuständen, welche keine Formänderungsenergie liefern, mittels linearer Spannungsansätze bei den Viereckelementen, ergibt Elemente, die sowohl Schubverformungen in den Elementecken zulassen als auch die Kompatibilität der Randverschiebungen mit einem Plattenelement gewährleisten. Die Konvergenzeigenschaften der neuen Scheibenelemente werden anhand eines Beispiels aufgezeigt und mit bisherigen Resultaten verglichen.

Als sehr geeignet erweist sich das hybride Verfahren bei der Behandlung der Plattenwirkung, da insbesondere der Einfluss der Querkraftverformung einfach mitberücksichtigt werden kann. Für das bisher ungelöste Problem der elastisch gebetteten hybriden Elemente wird eine allgemeine Prozedur angegeben. Ausgegangen wird dabei von einem erweiterten Hellinger-Reissner-Prinzip. Am Beispiel der elastisch gestützten Plattenelemente werden die wesentlichen Verbesserungen der Resultate bei der Berechnung von Fundamentplatten, Flachdecken und sonstigen Flächenlagerungen deutlich gemacht.

Die Approximation räumlicher Flächentragwerke (Kastenstrukturen, Schalen) erfolgt mit ebenen Elementen, welche sich aus je einem Scheiben- und Plattenelement zusammensetzen. Der zusätzliche Rotationsfreiheitsgrad des Scheibenelementes erweist sich dabei als besonders nützlich, da nun alle sechs Verschiebungen und Rotationen des Raumes als Unbekannte auftreten. Verschie-

dene Modelle zur vereinfachten Behandlung rippenförmiger Aussteifungen an Platten und Schalen mittels exzentrisch angeschlossener Stabelemente werden diskutiert.

Alle erwähnten neuen finiten Elemente sind im Anwendungsprogramm FLASH (Finite Element Analysis of SHells) enthalten. Dieses nun bereits in verschiedenen Ländern Europas der Praxis zur Verfügung stehende Programmsystem zeichnet sich im wesentlichen durch die hohe rechnerische Effizienz und den grossen Komfort in der Problemformulierung und Resultatausgabe aus.

Zur Lösung des linearen Gleichungssystems wird die "frontal solution method" angewendet, welche ein gleichzeitiges Zusammensetzen und Lösen der Gleichungen erlaubt. Die vor allem für die praktische Anwendung bedeutende Form der Dateneingabe erfolgt aufgrund eines nur zweiseitigen syntaktischen Eingabeschemas. Mannigfaltige Maschengeneratoren sind eingebaut.

Nebst den üblichen Resultaten (Deformationen, Schnittkräfte, Reaktionen, etc.) können auch integrale Schnittkräfte und Grenzwerte von Schnittkraftkombinationen verlangt werden.

SUMMARY

The aim of the thesis is the development of a tool for the static analysis of linear elastic plates and shells of arbitrary shape and support conditions. It shall be especially suitable for users in practice. The problem is solved in two steps. First, the new ideas and amendments of the chosen mathematical model is shown. Then the characteristic of the computerprogram FLASH, which combines simple use with great efficiency, is described.

The finite element method has been proved to be the most appropriate algorithm to solve complex static problems. In this thesis the hybrid model is used; this means that two estimates, one for the stresses within the element and one for its boundary displacements are chosen.

Because of the unsatisfying results got so far for the inplane action of shells or membranes, new triangular and quadrilateral hybrid membrane-elements are developed. The speciality of these elements consists in a third degree of freedom for the displacements in the nodes. Different assumptions for the stresses and boundary displacements are discussed. When a linear stress distribution is introduced for the quadrilateral elements kinematic modes occur. These elements satisfy the condition of an unrestrained shear deformation in the corners as well as the compatibility with the edge displacement of the plate elements. For a practical example the convergence qualities of the new membrane elements are demonstrated and compared to other solutions.

The hybrid model is specially useful to treat bending action. The effect of the shear-deformation of plates and shells can easily be considered. For the so far unsolved problem of elastically supported hybrid elements a general procedure is given. It bases on a extended Hellinger-Reissner-principal. At the example of the elastically supported plate-elements the essential improvements in the results analysing flat slabs or foundation plates are shown.

To approximate shells and box girder structures, plane elements, which are assembled from a membrane and a plate element, are used. The third degree at freedom of the membrane element appears here as great advantage, because it completes the six degrees of freedom per node. For a simplified analysis of rib-stiffeners two different models of excentrically connected beams are discussed.

All the new finite elements mentioned are involved in the computerprogram

FLASH (Finite Element Analysis of SHells). This program is already employed in different european countries. Its success is based on the great comfort for the user and its numerical efficiency. The linear equation system is solved by the "frontal solution" method, which allows to put together the equations and to reduce them at the same time. The data input follows a simple syntax scheme, described on only two pages. An own problemorientated input language has been developed and various mesh generators are available. Beside the usual results (deformations, stresses, reactions, etc.) integral section forces and stress-envelopes can be recommended.