

# Versuche über die Anwendbarkeit des Hohlraumleiters zur Messung der dielektrischen Konstanten im Gebiet der cm-Wellen

---

Von der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich  
zur Erlangung der Würde eines Doktors der Naturwissenschaften  
genehmigte Promotionsarbeit, vorgelegt von

**Georges Fejér**

aus Debrecen, Ungarn

Referent: Herr Prof. Dr. P. Scherrer

Korreferent: Herr Prof. Dr. F. Tank

Basel

Buchdruckerei E. Birkhäuser & Cie.

1943

*Dem Andenken Hermann Reiff's gewidmet*

### Erratum

Die Gleichung (11) und (12) Seite 11 soll heissen:

$$\operatorname{rot}_x \mathfrak{E} = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu \dot{H}_x = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (11)$$

$$\operatorname{rot}_y \mathfrak{E} = \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \dot{H}_y = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (12)$$

# Versuche über die Anwendbarkeit des Hohlraumleiters zur Messung der dielektrischen Konstanten im Gebiet der cm-Wellen

von Georges Fejér.

*Zusammenfassung.* Es wird eine Methode zur Messung der Dielektrizitätskonstante im Gebiet der Zentimeterwellen angegeben und eine Apparatur beschrieben, welche die Anwendung der Methode sowohl für isotrope Körper, als auch für Kristalle ermöglicht. Die Dielektrizitätskonstante und die Absorptionskonstante werden aus dem Phasensprung, den elektromagnetische Wellen bei der Reflexion an einer Platte aus der zu untersuchenden Substanz erleiden, berechnet. Als elektromagnetische Welle wird die im rechteckigen Hohlraumleiter auftretende  $H_{01}$ -Welle gewählt. Zur Erregung des Hohlraumleiters wurden Magnetrone entwickelt, deren Schwingungsbereich zwischen  $10^{10}$  und  $3 \cdot 10^{10}$  Hertz liegt und deren Lebensdauer 1000 Stunden erreicht.

## Einleitung und Problemstellung.

Die Messmethoden zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstante im Bereich der Zentimeterwellen stehen noch am Anfang ihrer Entwicklung. Aus diesem Grunde schien es erstrebenswert eine Vorrichtung herzustellen, welche mit verhältnismässig wenig Aufwand Messungen im erwähnten Frequenzbereich ermöglicht.

Der einfache Aufbau der Magnetrone und die besonderen Eigenschaften der Hohlraumleiter legen es nahe, die Messeinrichtung auf diese zwei Grundelemente zu basieren<sup>1)</sup>.

Die Veröffentlichung von WILLIAMS und CLEETON (Phys. Rev., Bd. 45, S. 234, 1934) zeigte, dass es möglich ist, Magnetrone zu bauen, welche im Frequenzbereich  $3 \cdot 10^{10}$ — $10^{10}$  Hz auch langdauernde Messungen durchzuführen gestatten.

Die Arbeiten verschiedener Autoren behandelten die Feldverteilung im offenen, leeren, rechteckigem Hohlraumleiter. Sie wiesen auf die Eigenschaft der sogenannten  $H_{01}$ -Wellen hin, dass sie elektrische Feldlinien haben, welche parallel und gerade sind. Diese Besonderheit macht die  $H_{01}$ -Wellentype zur Untersuchung der dielektrischen Eigenschaften von Kristallen geeignet.

Legt man keinen Wert auf strenge Parallität der elektrischen Feldstärke, dann sind die im Bereiche der Zentimeterwellen üblichen Messanordnungen die, welche freie Wellen (z. B. KEBBEL: Hochfrequenztechnik und Elektroakustik 53, 81, 1939) und jene, welche

<sup>1)</sup> Methode und vorläufige Resultate wurden vorgetragen an der Tagung der Schweiz. Phys. Ges. im Mai 1941, s. H. P. A. 14, 141, 1941.

Drahtwellen benützen (z. B. KNERR: *Physical. Rev.* 52, 1054, 1937). Gegen die Benützung freier Wellen kann eingewendet werden, dass es schwierig ist den Empfänger vor Streustrahlen zu schützen und die Ausbildung störender stehender Wellen zu verhindern. Gegen die Anwendung der Drahtwellen spricht, dass es fast unmöglich ist solche Lecherleitungen zu bauen, deren Strahlungsverluste im Gebiet der zu verwendenden Frequenzen die Messungen nicht beeinträchtigen würden.

Wenn man sogar Dielektrizitätskonstanten von Kristallen im Kurzwellenbereich messen will, dann ist man auf die Benützung der rechteckigen Hohlraumleiter sogar angewiesen.

Die Anwendung von Hohlraumleitern hat nicht nur den Vorzug des eindeutig polarisierten Feldes und der guten Abschirmung des darin eingebauten Detektors, es sind auch die Proben aus der zu untersuchenden Substanz, die man zur Durchführung der Messungen braucht, kleiner als bei Anwendung einer anderen Messeinrichtung.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in vier Teile: I) die Beschreibung der entwickelten Magnetronen, II) die Berechnung der Feldverteilung im abgeschlossenen Hohlraumleiter, III) die Beschreibung der Messmethode, IV) die Beschreibung der Apparatur und ihres Betriebes.

### *I. Beschreibung der Magnetronen.*

#### Benützte Literatur:

CLEETON and WILLIAMS: *Phys. Rev.* 45, 234, 1934.

MEGAW: *The Journal of the Inst. of Electr. Eng.* 72, 326, 1933.

Die experimentellen Angaben für den Bau von Magnetronen, deren Schwingungsbereich zwischen  $10^{10}$  und  $3 \cdot 10^{10}$  Hz liegt, waren zur Zeit, als die vorliegende Arbeit begonnen wurde, äusserst spärlich. Es musste deshalb zuerst abgeklärt werden, welcher Teil der Röhre den Schwingbereich begrenzt.

Als Versuchsröhre (Fig. 1) wurde eine von G. R. KILGORE im Jahre 1936 in den *Proceedings of the Society of Radio Engineers* (Seite 1153) auf dem Bilde 13 angegebene Konstruktion benützt, jedoch mit folgenden Änderungen:

1. Trennung der Energieleitung von der Anode.
2. Zusammenbau von Kathodenhalter und Anode so, dass die Kathode bequem eingebaut und zentriert werden konnte.
3. Der eine Einheit bildende Aufbau wurde in einen aus Kern- und Mantelschliff bestehenden Röhrenkolben eingesetzt.

Das Aggregat war während des Betriebes mit einer Quecksilberdiffusionspumpe luftleer gehalten.

Man ging von der Annahme aus, dass der Schlitz *L* als Schwingungskreis wirke. Zur Messung der Wellenlänge diente ein Paralleldrahtsystem, welches sich gleichfalls im Röhrenkolben befand. Wenn das Lechersystem kapazitativ angekoppelt wurde, war der Bügel *B* entfernt. Seine Abwesenheit war jedoch, ebenso wie das Verschliessen des Schlitzes *L*, ohne Einfluss auf das Verhalten des

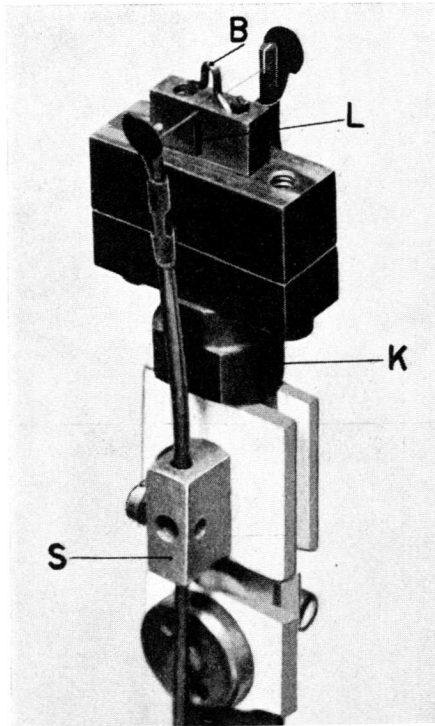


Fig. 1.

Elektrodenaufbau einer der Versuchsröhren. *B* abnehmbarer Bügel, *K* Halteklötz, *L* Längsschlitz, *S* Halter der Kathodenleitung. Vergrößerung: ca. 2,3fach.

Magnetrons. Die Röhre konnte auch ohne Bügel und Schlitz erregt werden. Die Änderung der Länge der Kathodenleitung zwischen Kathode und Scheibe *S* erwies sich belanglos, ebenso wie Änderungen der Länge der Anode und Kathode. Nun wurde die Anode aus dem Halteklötz *K* entfernt und an ihrer Statt verschiedene Anoden aus Tantalblech, wie die der Fig. 2, eingesetzt.

Wiederum zeigten sich Anoden- und Kathodenlänge für den Schwingbereich belanglos: volle Anoden strahlten eine kleinere

Energie aus als an ihrem freien Ende geschlitzte. Über die Winkel-  
lage im Magnetfeld kann nichts Bestimmtes ausgesagt werden; der  
Winkelbereich, in welchem Schwingungen nachgewiesen werden  
konnten, erstreckte sich von  $0^{\circ}$ — $16^{\circ}$ , je nach der Röhre. Es ist  
mit Recht anzunehmen, dass die kleinen Deformationen, die die  
stromführenden Teile im Magnetfeld erfahren und die unvermeid-

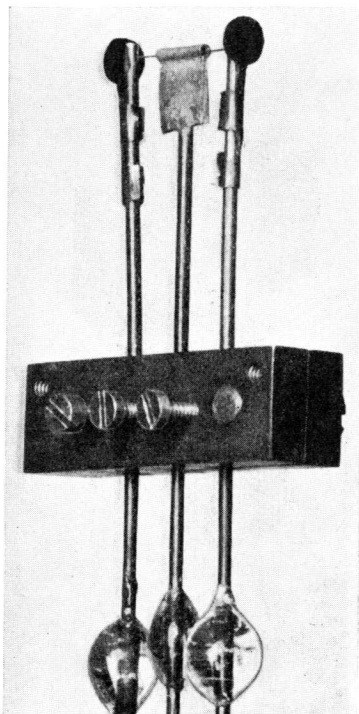


Fig. 2.

Elektrodenaufbau der abgeschmolzenen Röhren. Der auf dem Bild sichtbare Klotz  
dient einerseits als Matrize beim Blasen des Glasfusses, andererseits als Halter  
der Schutzhülle während des Blasens. Der Klotz wird nach Fertigstellung des  
Fusses entfernt. Vergrößerung: ca. 2,2fach.

lichen Unsymmetrien der kleinen Röhren — ihr Anodendurch-  
messer lag zwischen 0,4 und 0,35 mm — die Winkelangaben sinnlos  
machen.

Der Betrieb war im allgemeinen bis zu einer Anodenbelastung,  
die die Anode auf Dunkelrotglut brachte, stabil. Es trat allerdings  
bei manchen Röhren der Trommeleffekt auf. Ein äusserer Unter-  
schied zwischen den Röhren, welche diese Erscheinung zeigten und

solchen, die davon frei waren, war nicht festzustellen. Bei manchen Röhren wurde gleichzeitig mit dem Trommeleffekt eine starke Energieausstrahlung festgestellt, bei manchen auch nicht. Die Wellenlänge dieser Ausstrahlung konnte in keinem Fall gemessen werden, da Anode und Kathode binnen einer kurzen Zeit miteinander verschmolzen.

Die oben erwähnten Einsichten in die Rolle der Abmessungen von Anode und Kathode bestimmten die Konstruktionsgrundsätze für die Röhrenaufbauten, welche in abgeschmolzenen Kolben betrieben wurden. Diese Röhren sind gleich gebaut wie diejenigen von CLAVIER (*Le Matériel Téléphonique*). Das Bild 2 zeigt den mechanischen Teil der Magnetrone, die Bilder 9, 10, 11 das Äußere und die Abstimm- und Kurzschlusscheibe, deren Lage längs des Dreileitersystems mit dem Magnetfeld, Anodenspannung, Heizung, Lage im Magnetfeld die Wellenlänge und Anschlagfähigkeit bestimmen.

Allen Röhren gemeinsam waren der Anodendurchmesser zwischen 0,4 und 0,35 mm, der Kathodendurchmesser 0,1 mm, das Material der Anode: Tantalblech, der Kathode: reines Wolfram, der Einschmelzungen: Molybdändraht von 0,8 mm Durchmesser, der gegenseitige Abstand der Einschmelzungen: 3,5 mm. Der Röhrenkolben bestand aus Molybdän- oder Pyrexglas.

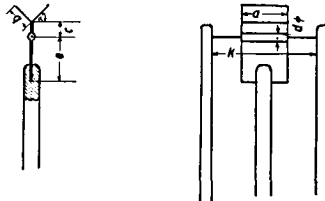


Fig. 3.

In der nachstehenden Tabelle sind die Daten, bis auf die Lage der Abstimm- oder Kurzschlusscheibe, Winkellage im Magnetfeld solcher Röhren zusammengestellt, welche während der Ausmessung nicht zugrunde gingen. Diese zeigten nachher im Betrieb innerhalb des in der Tabelle angegebenen Arbeitsbereiches keinen Trommeleffekt.

Die in der Tabelle angeführten Angaben sind nicht so zu verstehen, dass die Röhren etwa bei der einzigen angeführten Kombination der Betriebsdaten mit der angegebenen Wellenlänge in Schwingung versetzt werden konnten; es kann wohl sein, dass auch mit einer nicht viel verschiedenen Einstellung Schwingungen zu erregen sind; zu einer kleineren Anodenspannung gehört in der Regel ein kleinerer Anodenstrom, welcher durch Verstellung des



*Mechanische Daten der Magnetron:*

Die Bezeichnung „offen“ bedeutet, dass die zwei die Anode bildenden Bleche an ihrem obern Ende nicht verbunden sind.

Nr.	<i>a</i> mm	<i>k</i> mm	<i>b</i> mm	<i>c</i> mm	<i>d</i> mm	<i>e</i> mm	Bemerkungen
1a	4,5	8,5	0	1	0,4		offen
3b	3,4	7,3	0	0	0,4	5	geschlossen
4b	4,8	7,3	2,9	1	0,4	6,2	$\alpha = 90^\circ$ offen
5	3	8	0	1	0,4	2,5	offen
6	3,6	7,2	0	0,5	0,4	2,2	offen
7a	3,6	7,2	0	—	0,4	7,3	geschlossen
8	4	7,5	0	0,4	0,4	2,8	offen
9	3	6,7	0	—	0,35	2,5	geschlossen
10	5	7,6	0	1	0,4	3,3	offen

*Betriebsdaten der Magnetron:*

Nr.	$\lambda$ cm	<i>H</i> Gauss	<i>V<sub>A</sub></i> Volt	<i>J<sub>H</sub></i> Amp.	<i>J<sub>A</sub></i> mA	<i>J<sub>S</sub></i> mA	Bemerkungen
1a	2,94	5040	230	1,97	1,75		$J_S =$ Anodenstrom bei $H = 0$
	1,8	7660	530	2,02	5,1	6,9	
	1,5	9300	720	2	4,27	5,7	
	1,25	11400	850	2	4,18	7,9	
	1,06	13370	1160	1,98	6,2	9	
3b	2,8	5460	240	2,04	4,2	5,2	
	2,2	6560	360	2,01	2	2,9	
	1,7	8330	580	2,02	3,1	5,5	
	1,45	10070	780	2,01	2,5	4	
	1,17	12580	990	1,84	1,5	4,9	
	0,96	14900	1066	1,98	1,1	5,1	
4b	3,6	4080	130	2,03	2,95	4,2	
	3	4780	180	2,05	2,95	4,8	
	2,45	5700	286	2,055	5,4	6,6	
	1,85	7660	400	2,05	4,35	6,8	
	1,5	9210	530	2,04	3,3	5,5	
	5	4	3945	147	1,96	2,1	
5	3	5040	237	1,96	2,4	3,5	
	2,25	6350	379	1,95	1,7	1,9	
	1,7	7940	533	1,98	2,24	—	
	1,5	9200	667	1,96	2,42	3,3	

## Betriebsdaten der Magnetron:

Nr.	$\lambda$ cm	$H$ Gauss	$V_A$ Volt	$J_H$ Amp.	$J_A$ mA	$J_S$ mA	Bemerkungen
6	2,9	4820	192	1,94	1,6	2,4	$J_S =$ Anoden- strom bei $H = 0$
	2,1	6570	319	1,94	1,77	3,2	
	1,7	8760	598	1,95	2,4	4,1	
7a	2,35	5810	275	2,04	5,8	6,8	
	2,05	6880	310	2,02	3,45	4,7	
	1,55	9250	555	2	2,8	4,4	
	1,16	11840	840	1,94	1,35	2,2	
	1,1	12940	1040	1,95	1,4	2,9	
	1	14030	1480	1,95	2,4	8,8	
8	3,2	4390	160	1,96	3	4	
	2,6	5480	230	2	5	6,3	
	2,25	6580	332	2	5,6	7,2	
	1,85	7660	435	—	1,9	2,8	
	1,54	9210	534,5	1,99	3,9	5,6	
	1,35	11400	723	1,98	5,05	7,2	
	1,15	12500	776	1,96	4,8	7,4	
9	2,24	6800	236	2,02	2,25	—	War intermittie- rend im Wellen- längenbereich 1,5 bis 2,2 cm wäh- rend mehr als 2000 Stunden in Betrieb.
	2,05	6570	241	2,03	3,3	4,3	
	1,8	7660	300	2,04	3,65	4,82	
	1,5	9200	361	2,02	2,3	5	
	1,25	11400	542	2,044	4,6	6,45	
	1,11	12500	634	2,61	3,2	4,3	
10	2,3	6350	305	1,92	3,5	5,1	
	2	7660	411	1,94	1,8	4,2	
	1,7	8760	552	1,96	6,6	9	
	1,2	11100	870	1,93	5,65	7,6	

Heizstromes aufgefunden werden muss; zu einer grösseren Anodenbelastung gehört nicht notwendigerweise die grössere abgegebene Leistung.

Hält man vom Magnetfeld, Heizstrom und Anodenspannung zwei Grössen konstant und verändert die Dritte, dann gibt es benachbarte Werte der Dritten, für welche ein in einem abgestimmten Hohlraumleiter eingebauter Detektor verschieden grosse Maxima zeigt. Stark ausgeprägt ist diese Erscheinung, wenn die Anodenspannung verändert wird.

Ist eine Einstellung getroffen, und sind alle Spannungsquellen stabil, dann schwankt die ausgestrahlte Energie, nachdem die ther-

mische Beharrung in etwa einer halben Stunde erreicht ist, während einer Messdauer von 30 Minuten in der Grössenordnung von 10% oder weniger.

Die vom Empfänger aufgenommene Leistung hatte die Grössenordnung von etlichen Mikrowatt.

## II. Die Berechnung der Feldverteilung im Hohlraumleiter.

Die Berechnung der Feldverteilung im beidseitig geschlossenen Hohlraumleiter wurde in folgender Weise durchgeführt:

IIa) Berechnung des Feldes im offenen, aber mit einem homogenen, absorbierenden Medium gefüllten Hohlraumleiter (vgl. CLAVIER's Rechnung für den leeren, runden Hohlraumleiter: Bulletin de la Soc. française des Electriciens, April 1938).

IIb) Berechnung des Verhaltens nicht ebener Wellen an Grenzflächen bei senkrechtem Einfall.

IIc) Berechnung der Feldverteilung im abgeschlossenen Hohlraumleiter, wobei die unter IIb) abgeleiteten Reflexions- und Durchlasskoeffizienten benützt werden.

IID) Berechnung des Energieinhaltes und der Abstimmung des Hohlraumleiters.

### IIa) Berechnung des Feldes im offenen, mit absorbierendem Dielektrikum gefüllten Hohlraumleiter.

Benützte Literatur:

- 1) BARROW: Proc. Inst. Rad. Eng. **24**, 1298, 1936.
- 2) CARSON, MEAD & SCHELKUNOFF: Bell Tel. Syst. Techn. Publ. **15**, 310, 1936.
- 3) SOUTHWORTH: Bell Tel. Syst. Techn. Publ. **15**, 284, 1936.
- 4) SOUTHWORTH: Bell Tel. Syst. Techn. Publ. **25**, 807, 1937.
- 5) CLAVIER: Bull. Soc. Française d. Electriciens, April 1938.
- 6) CLAVIER & ALTOVSKY: Rev. Gén. de l'Electr. **45**, 697, 731, 1939.
- 7) CHU und BARROW: Proc. Inst. Rad. Eng., Dezember 1938.
- 8) BORGNIS: Ann. d. Phys. **35**, 359, 1939.
- 9) BRILLOUIN: Electrical Communications April 1938.

1) — 6) behandeln den Hohlraumleiter mit kreisförmigem Querschnitt; 7) den mit rechteckigem; 8) und 9) sind allgemeiner gehalten.

*Die Maxwell'schen Gleichungen*  
(in elektromagnetischen c.g.s. Einheiten).

$$\operatorname{rot} \mathfrak{H} = \dot{\mathfrak{D}} + 4\pi\sigma\mathfrak{E} \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \mathfrak{E} = -\dot{\mathfrak{B}} \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathfrak{D} = 0 \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \mathfrak{B} = 0 \quad (4)$$

$$\mathfrak{D} = \varepsilon'\mathfrak{E} \quad (5)$$

$$\mathfrak{B} = \mu\mathfrak{H} \quad (6)$$

Das Medium sei absorbierend, aber homogen und isotrop. Folglich lauten die Komponenten-Darstellungen der vier Maxwell'schen Gleichungen:

$$\operatorname{rot}_x \mathfrak{H} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \dot{D}_x + 4 \pi \sigma E_x = \varepsilon' \frac{\partial E_x}{\partial t} + 4 \pi \sigma E_x \quad (7)$$

$$\operatorname{rot}_y \mathfrak{H} = \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \dot{D}_y + 4 \pi \sigma E_y = \varepsilon' \frac{\partial E_y}{\partial t} + 4 \pi \sigma E_y \quad (8)$$

$$\operatorname{rot}_z \mathfrak{H} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \dot{D}_z + 4 \pi \sigma E_z = \varepsilon' \frac{\partial E_z}{\partial t} + 4 \pi \sigma E_z \quad (9)$$

$$\operatorname{div} \mathfrak{B} = \operatorname{div}(\mu \mathfrak{H}) = 0 = \left( \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) \mu \quad (10)$$

$$\operatorname{rot}_x \mathfrak{E} = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu \dot{H}_x = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (11)$$

$$\operatorname{rot}_y \mathfrak{E} = \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \dot{H}_y = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (12)$$

$$\operatorname{rot}_z \mathfrak{E} = \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \dot{H}_z = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (13)$$

$$\operatorname{div} \mathfrak{D} = \operatorname{div}(\varepsilon' \mathfrak{E}) = 0 = \left( \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) \varepsilon' \quad (14)$$

Die Ausrechnung der Feldkomponenten kann leichter durchgeführt werden, wenn die eine der Rotor-Gleichungen durch die Divergenzbedingung ersetzt wird.

Die Versuchsbedingung wird so getroffen, dass sich reine Sinuswellen längs der positiven  $x$ -Achse fortpflanzen. Die Zeit- und Ortsabhängigkeit der Feldvektoren kann folglich ausgedrückt werden:

$$E_i = F_i(y, z) e^{i(\omega t - \gamma' z)} \quad (15a)$$

$$H_i = G_i(y, z) e^{i(\omega t - \gamma' z)} \quad (15b)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [\ ] = -i\gamma' \cdot [\ ] \quad (16a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\ ] = i\omega \cdot [\ ] \quad (16b)$$

Die Gleichungen (8), (9) und (12), (13) lauten, wenn die Annahme (15a, b) berücksichtigt und die Bezeichnungen

$$\varepsilon'' = 4\pi \frac{\sigma}{\omega} = 2 \frac{\sigma}{\nu} \quad (17a)$$

$$\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon'' \quad (17b)$$

eingeführt werden:

$$i\omega\varepsilon E_y = \frac{\partial H_x}{\partial z} + i\gamma' H_z \quad (18a)$$

$$i\omega\varepsilon E_z = -\frac{\partial H_x}{\partial y} - i\gamma' H_y \quad (18b)$$

$$i\omega\mu H_y = -\frac{\partial E_x}{\partial z} - i\gamma' E_z \quad (19a)$$

$$i\omega\mu H_z = \frac{\partial E_x}{\partial y} + i\gamma' E_y \quad (19b)$$

Aus diesen Gleichungen können die Y- und Z-Komponenten der Feldvektoren durch die X-Komponenten und die Ableitungen derselben ausgedrückt werden:

$$k^2 = (\omega^2\varepsilon\mu - \gamma'^2) \quad (20)$$

$$ik^2 E_y = \omega\mu \frac{\partial H_x}{\partial z} + \gamma' \frac{\partial E_x}{\partial y} \quad (20a)$$

$$ik^2 E_z = -\omega\mu \frac{\partial H_x}{\partial y} + \gamma' \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (20b)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} - i\gamma' E_x = 0 \quad (20c)$$

$$-ik^2 H_y = -\gamma' \frac{\partial H_x}{\partial y} + \omega\varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (21a)$$

$$ik^2 H_z = \gamma' \frac{\partial H_x}{\partial z} + \omega\varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial y} \quad (21b)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} - i\gamma' H_x = 0 \quad (21c)$$

Über die räumliche Verteilung der Feldvektoren wurde bisher nur das vorausgesetzt, dass sie längs der  $X$ -Achse periodisch ist. Die Gleichungen (20a, b) und (21a, b) legen es nahe, zwei getrennte Lösungen zu suchen, indem man für die eine, die  $E$ -Type,  $H_x \equiv 0$ , für die andere, die  $H$ -Type  $E_x \equiv 0$  setzt.

Die E-Type:

$$H_x \equiv 0 \quad (23a)$$

$$-ik^2 H_y = \omega \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (23b)$$

$$ik^2 H_z = \omega \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial y} \quad (23c)$$

$$ik^2 E_y = \gamma' \frac{\partial E_x}{\partial y} \quad (24a)$$

$$ik^2 E_z = \gamma' \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (24b)$$

$$\Delta E_x + k^2 E_x = 0 \quad (24c)$$

Die H-Type:

$$E_x \equiv 0 \quad (25a)$$

$$ik^2 E_y = \omega \mu \frac{\partial H_x}{\partial z} \quad (25b)$$

$$ik^2 E_z = -\omega \mu \frac{\partial H_x}{\partial y} \quad (25c)$$

$$ik^2 H_y = \gamma' \frac{\partial H_x}{\partial y} \quad (26a)$$

$$ik^2 H_z = \gamma' \frac{\partial H_x}{\partial z} \quad (26b)$$

$$\Delta H_x + k^2 H_x = 0 \quad (26c)$$

Durch Elimination der Ableitungen von  $E_x$  und  $H_x$  erhält man Beziehungen zwischen denjenigen Komponenten, welche in Ebenen parallel zur  $Y$ - $Z$ -Ebene liegen (senkrecht auf die Fortpflanzungsrichtung):

Die E-Type:

$$H_z = \frac{\omega \varepsilon}{\gamma'} E_y \quad (27a)$$

$$H_y = \frac{\omega \varepsilon}{\gamma'} E_z \quad (27b)$$

$$\frac{H_y}{H_z} = -\frac{E_z}{E_y} \quad (27c)$$

Die H-Type:

$$H_z = \frac{\gamma'}{\omega \mu} E_y \quad (28a)$$

$$H_y = -\frac{\gamma'}{\omega \mu} E_z \quad (28b)$$

$$\frac{H_y}{H_z} = -\frac{E_z}{E_y} \quad (28c)$$

Die Gleichungen (27c) und (28c) sagen aus, dass die in den oben erwähnten Ebenen liegenden Komponenten der Feldvektoren sich unter einem rechten Winkel schneiden.

Die Lösung der Gleichungssysteme (23, 24, 25, 26) für den Fall, dass sich die Wellen in einem metallisch begrenzten, geraden,

nach den beiden Richtungen der  $x$ -Achse offenen Hohlraum fort-pflanzen, ergibt die Feldverteilung im Hohlraumleiter.

Dass im folgenden diese Berechnung durchgeführt wird, und nicht auf die Literatur verweisend die Ergebnisse bloss hingeschrieben werden, sei damit begründet, dass in unserem Fall das Dielektrikum, welches den Hohlraum füllt, kein vollkommenes ist, und dass dieser Umstand eine wesentliche Änderung der Dispersionsformel bedingt.

Die Aufgabe besteht darin, die Lösung der Wellengleichung

$$\Delta \Phi + k^2 \Phi = 0 \quad (29)$$

welche die Randbedingungen befriedigt, zu finden.

Handelt es sich um die  $E$ -Type (im Folgenden  $E$ -Wellen genannt), dann bedeutet  $\Phi$  die axiale ( $X$ ) Komponente der elektrischen Feldstärke, und die Randbedingung lautet:  $E_x = \Phi = 0$  an der Umrandung. Sucht man die Lösung für die  $H$ -Type ( $H$ -Wellen), dann  $\Phi = H_x$ , an der Umrandung  $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$ .  $n$  bedeutet die Flächen-normale der Umrandung.

Der Hohlraum sei ein Rechteck mit den Kantenlängen  $a$  und  $b$ .

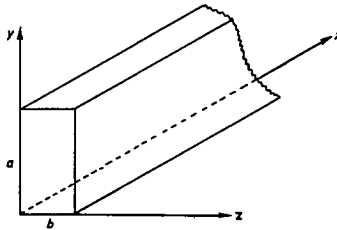


Fig. 4.

Für (29) lautet der übliche Lösungsansatz:

$$\Phi = Y(y) \cdot Z(z),$$

und ergibt für  $\Phi$ :

$$\Phi = (A e^{i p y} + B e^{-i p y}) (C e^{i q z} + D e^{-i q z}) \quad (30a)$$

$$p^2 + q^2 = k^2 \quad (30b)$$

Die Bestimmung der Konstanten in (30a) richtet sich nach der Bedeutung von  $\Phi$ :

E-Wellen:

$\Phi = E_x$   $\Phi$  verschwindet, wenn  $y = 0, a; z = 0, b$

$$y = 0 \quad 0 = (A + B)Z(z) \quad \underline{A = -B} \quad (31a)$$

$$y = a \quad 0 = (A e^{i p a} + B e^{-i p a}) Z(z) = 2 i A Z(z) \sin p a \quad \underline{p = \frac{m\pi}{a}} \quad (31b)$$

$$z = 0 \quad 0 = (C + D)Y(y) \quad \underline{C = -D} \quad (31c)$$

$$z = b \quad 0 = (C e^{i q b} + D e^{-i q b}) Y(y) = 2 i C Y(y) \sin q b \quad \underline{q = \frac{n\pi}{b}} \quad (31d)$$

H-Wellen:

$\Phi = H_x$   $\frac{\partial \Phi}{\partial n}$  verschwindet, wenn  $y = 0, a; z = 0, b$

$$y = 0, a \quad \frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = i p (A e^{i p y} - B e^{-i p y}) Z(z) = 0$$

$$y = 0 \quad 0 = i p (A - B) Z(z) \quad \underline{A = B} \quad (32a)$$

$$y = a \quad 0 = i p (A e^{i p a} - B e^{-i p a}) Z(z) = 2 p A Z(z) \sin p a \quad \underline{p = \frac{m\pi}{a}} \quad (32b)$$

$$z = 0, b \quad \frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = i q (C e^{i q z} - D e^{-i q z}) Y(y) = 0$$

$$z = 0 \quad 0 = i q (C - D) Y(y) \quad \underline{C = D} \quad (32c)$$

$$z = b \quad 0 = i q (C e^{i q b} - D e^{-i q b}) Y(y) = -2 q C Y(y) \sin q b \quad \underline{q = \frac{n\pi}{b}} \quad (32d)$$

$$p^2 + q^2 = k^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 = \omega^2 \mu (\epsilon' - i\epsilon'') - \gamma'^2$$

Folglich ist  $k^2$  reell, somit muss  $\gamma'^2$  komplex sein, sonst könnten sich die imaginären Glieder nicht aufheben.

$$\gamma' = \gamma - i\beta \quad 2\beta\gamma = \omega^2 \epsilon'' \mu \quad (33a)$$

$$k^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 = \omega^2 \epsilon' \mu - \gamma^2 + \beta^2 \quad (33b)$$



$$\gamma = \sqrt{\frac{+ \sqrt{\left[\omega^2 \varepsilon' \mu - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right]^2 + \omega'' \varepsilon''^2 \mu^2} + \left[\omega^2 \varepsilon' \mu - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right]}{2}} \quad (34)$$

$$= \sqrt{\frac{+ \sqrt{\left[\omega^2 \varepsilon' \mu - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right]^2 + \omega'' \varepsilon''^2 \mu^2} - \left[\omega^2 \varepsilon' \mu - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2\right]}{2}} \quad (35)$$

Die Ableitung zeigt wiederum die Eigenschaft des rechteckigen Hohlraumleiters, dass zu jedem Zahlenpaar  $m, n$  je eine  $E$ - und eine  $H$ -Welle mit gemeinsamer Dämpfungskonstante  $\beta$  und Phasengeschwindigkeit  $v_p$  und Gruppengeschwindigkeit  $v_g$ .

$$v_p = \frac{\omega}{\gamma} \quad (36)$$

$$v_g = \frac{d\omega}{d\gamma} = \frac{2\gamma}{\omega\mu} \frac{2\gamma^2 - (\omega^2 \varepsilon' \mu - k^2)}{2\gamma^2 \varepsilon' + \omega^2 \varepsilon''^2 \mu} \quad (37)$$

$$v_p v_g = \frac{2}{\mu} \frac{2\gamma^2 - (\omega^2 \varepsilon' \mu - k^2)}{2\gamma^2 \varepsilon' + \omega^2 \varepsilon''^2 \mu} \quad (38)$$

Wenn  $a$  und  $b$  gegen Unendlich zunehmen, dann gehen  $\gamma$  und  $\beta$  in die entsprechende Formel für freie ebene Wellen über.

Wenn  $\varepsilon''$  verschwindet, dann nimmt (38) den folgenden Wert an:

$$\varepsilon'' = 0 \quad v_p v_g = \frac{1}{\varepsilon' \mu} = v_\infty^2$$

$v_\infty$  = Lichtgeschwindigkeit im unbegrenzten, verlustfreien Medium.

Ausserdem gibt es in diesem Fall eine von 0 verschiedene Frequenz  $\omega_K = 2\pi\nu_K$ , bei welcher  $\lambda_1$ , die Wellenlänge im Hohlraumleiter, unendlich wird.

$$\omega_K = 2\pi\nu_K = \sqrt{\frac{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}{\varepsilon' \mu}} \quad (39)$$

Ist das Dielektrikum verlustfrei, dann kann keine Strahlung von einer Kreisfrequenz kleiner als  $\omega_K$  durch den Hohlraumleiter übertragen werden. In einem mit Verlust behafteten Dielektrikum gefüllten Hohlraumleiter besteht keine solche kritische Frequenz.

Diese Erkenntnis legte es nahe, die Bestimmung der Feldverteilung abzuleiten.

Wenn  $\omega = \omega_K$  haben  $\gamma$  und  $\beta$  denselben Wert:

$$\omega = \omega_K \quad \gamma_K = \beta_K = \omega_K \sqrt{\frac{\epsilon'' \mu}{2}} \quad (40a)$$

Setzt man (17) und (39) in (40a) ein, dann erhält man:

$$\gamma_K = \beta_K = \sqrt{2 \sigma \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon'}} \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]} \quad (40b)$$

Bei der kritischen Frequenz wird folglich die Amplitude der Strahlung nach Durchlaufen eines Weges vom Betrage einer Wellenlänge auf ihren  $2\pi$ -ten Teil gedämpft.

Die Feldverteilung im offenen, rechteckigen Hohlraumleiter wird auf Grund der Gleichungen (23—26) und (30—32):

E-Wellen:

$$E_x = B_E \sin\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} z\right) \cdot e^{i(\omega t - \gamma x) - \beta x} \quad (41a)$$

$$E_y = -i \frac{\gamma'}{k^2} \frac{m\pi}{a} B_E \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} z\right) \cdot e^{i(\omega t - \gamma x) - \beta x} \quad (41b)$$

$$E_z = -i \frac{\gamma'}{k^2} \frac{n\pi}{b} B_E \sin\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} z\right) \cdot e^{i(\omega t - \gamma x) - \beta x} \quad (41c)$$

$$H_x \equiv 0 \quad (41d)$$

$$H_y = i \frac{\omega \epsilon}{k^2} \frac{n\pi}{b} B_E \sin\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} z\right) \cdot e^{i(\omega t - \gamma x) - \beta x} \quad (41e)$$

$$H_z = -i \frac{\omega \epsilon}{k^2} \frac{m\pi}{a} B_E \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} z\right) \cdot e^{i(\omega t - \gamma x) - \beta x} \quad (41f)$$

H-Wellen:

$$E_x \equiv 0 \quad (42a)$$

$$E_y = i \frac{\omega \mu}{k^2} \frac{n\pi}{b} B_H \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} z\right) \cdot e^{i(\omega t - \gamma x) - \beta x} \quad (42b)$$

$$E_z = -i \frac{\omega \mu}{k^2} \frac{m\pi}{a} B_H \sin\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} z\right) \cdot e^{i(\omega t - \gamma x) - \beta x} \quad (42c)$$

$$H_x = B_H \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} z\right) \cdot e^{i(\omega t - \gamma x) - \beta x} \quad (42d)$$

$$H_y = i \frac{\gamma'}{k^2} \frac{m\pi}{a} B_H \sin\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} z\right) \cdot e^{i(\omega t - \gamma x) - \beta x} \quad (42e)$$

$$H_z = i \frac{\gamma'}{k^2} \frac{n\pi}{b} B_H \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} z\right) \cdot e^{i(\omega t - \gamma x) - \beta x} \quad (42f)$$

$B_E$  und  $B_H$  Amplitudenkonstanten;  $\gamma' = \gamma - i\beta$ ;  $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$

Die  $E$ -Welle niedrigster Ordnung ist die, mit  $m = n = 1$ ; wäre eine der Zahlen  $m, n = 0$ , dann würden alle Feldkomponenten verschwinden, — dem gegenüber gibt es auch solche  $H$ -Wellen, bei welchen eine der charakteristischen Zahlen gleich 0 ist.

Die Rechnung zeigt, dass die reinen  $E$ - und  $H$ -Wellen auch dann die Randbedingungen befriedigende Lösungen der Feldgleichungen des Hohlraumleiters sind, wenn das den Hohlraumleiter füllende Dielektrikum verlustbehaftet ist. Bestünde aber die metallische Wand aus einem nicht vollkommenen Leiter, dann wäre die Trennung in  $E$ - und  $H$ -Wellen nicht mehr möglich, — ein in der Umhüllung axial fließender Strom hätte eine axiale Feldstärke zur Folge. Da die in der vorliegenden Rechnung behandelte Dämpfung das Feldbild im Querschnitt nicht ändert, kann zur Darstellung des Feldes auf die Arbeit von CHU und BARROW (loc. cit.) verwiesen werden.

### *IIb. Verhalten der nicht-ebenen Wellen an Grenzflächen bei senkrechtem Einfall.*

Um das Verhalten der Wellen an der Grenzfläche verschiedener Medien zu untersuchen, knüpft man mit Vorteil an die Gleichungen (27) und (28) an. Es sei in Erinnerung gerufen, dass an dieser Stelle der Rechnung noch keine weiteren Annahmen über die Feldvektoren gemacht wurden, als jene, dass ihre Abhängigkeit von der Zeit durch den Faktor  $e^{i\omega t}$ , ihr Verlauf längs der  $x$ -Achse durch den Faktor  $e^{\mp i\gamma x}$  ausgedrückt werden können.

Die Anordnung sei nach Fig. 5 getroffen:

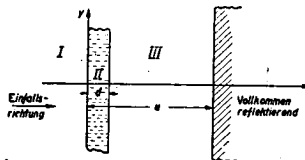


Fig. 5.

Die Wellen sollen sowohl auf die ebene Platte (Medium II), als auch auf die Metallwand senkrecht auffallen. Die Platte und die Wand sind folglich zur  $y$ - $z$ -Ebene parallel, in diesen Richtungen sollen sie sich ins Unendliche erstrecken. In allen drei Medien treten auch reflektierte Wellen auf; diese laufen in Richtung der negativen  $x$ -Achse; ihre Fortpflanzungskonstante  $\gamma'$  ist gleich jener der in der positiven  $x$ -Richtung laufenden „einfallenden“ Wellen  $\gamma^e$ , aber mit negativem Vorzeichen:  $\gamma'^r = -\gamma^e$ .

Aus der Einsicht, dass in einer mathematischen Fläche weder Energieanhäufung noch Energieverbrauch möglich sind, folgt die Grenzbedingung der Maxwell'schen Gleichungen des Inhalts, dass die in der Trennungsebene liegenden Komponenten der Feldvektoren die Fläche stetig passieren.

Im vorliegenden Falle bedeutet dies:

$$x = 0 \quad E_{y\text{I}} = E_{y\text{II}} \quad (43a) \quad x = d \quad E_{y\text{II}} = E_{y\text{III}} \quad (44a)$$

$$E_{z\text{I}} = E_{z\text{II}} \quad (43b) \quad E_{z\text{II}} = E_{z\text{III}} \quad (44b)$$

$$H_{y\text{I}} = H_{y\text{II}} \quad (43c) \quad H_{y\text{II}} = H_{y\text{III}} \quad (44c)$$

$$H_{z\text{I}} = H_{z\text{II}} \quad (43d) \quad H_{z\text{II}} = H_{z\text{III}} \quad (44d)$$

$$x = u \quad E_{y\text{III}} = 0 \quad (45a)$$

$$E_{z\text{III}} = 0 \quad (45b)$$

Da die Medien isotrop sind und die Wellen senkrecht einfallen, werden die  $y$ - und  $z$ -Komponenten in gleichem Masse reflektiert und gebrochen; deshalb ist die Untersuchung des Verhaltens der einen Komponente der elektrischen Feldstärke, zum Beispiel der  $y$ -Komponente und der, nach den Gleichungen (27a), (28a) damit verbundenen  $z$ -Komponente der magnetischen Feldstärke, hinreichend um die Vorgänge an den Trennflächen zu beschreiben.

In den Gleichungen, die  $E_y$  mit  $H_z$  verbinden, kommen die Ausdrücke  $\omega \frac{\epsilon}{\gamma'}$  bzw.  $\frac{1}{\omega} \frac{\gamma'}{\mu}$  vor.  $\omega$  ist die Kreisfrequenz der Wellen,  $\epsilon$  und  $\mu$  sind durch das Medium, in welchem sich die Wellen fortpflanzen, gegeben.  $\gamma'$  folgt nach (20) aus  $k^2$ , welches seinerseits der Eigenwert der Wellengleichung (24c) (26c) ist. Die Grössen  $\omega \frac{\epsilon}{\gamma'}$  und  $\frac{1}{\omega} \frac{\gamma'}{\mu}$  sind somit für die Berechnung des Verhaltens der Wellen an Trennflächen als den Medien und der Konfiguration der Wellen eigene Konstanten zu betrachten. Diese Konstanten sind, im allgemeinen, für die  $E$ - und  $H$ -Wellen voneinander verschieden, folglich fallen auch die Reflexionskoeffizienten und Durchlasskoeffi-

zienten verschieden aus. Sind die oben erwähnten Konstanten (die der Wellentype und dem Medium eigen sind) einander gleich, wie im Falle der freien ebenen Wellen, dann unterscheiden sich auch die entsprechenden Koeffizienten nicht voneinander.

Ist der Fall, dass

$$\omega \frac{\varepsilon}{\gamma'} = \frac{1}{\omega} \frac{\gamma'}{\mu}$$

dann folgt:

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu - \gamma'^2 = 0 \\ \gamma' = \omega \sqrt{\varepsilon \mu}$$

Im folgenden sei die Berechnung des Falles der  $E$ -Wellen ausführlicher behandelt. Die Ergebnisse für die  $H$ -Wellen werden dann zugefügt

$$\underline{x = 0} \quad E_{y_I} = E_{y_I}^e + E_{y_I}^r = E_{y_{II}} = E_{y_{II}}^e + E_{y_{II}}^r \quad (43a)$$

$$H_{z_I} = H_{z_I}^e + H_{z_I}^r = H_{z_{II}} = H_{z_{II}}^e + H_{z_{II}}^r \quad (43b)$$

Setzt man:

$$r = \frac{E_{y_I}^r(0)}{E_{y_I}^e(0)} \quad (46)$$

$$r_3 = \frac{E_{y_{III}}^r(0)}{E_{y_{III}}^e(0)} \quad (48)$$

$$r_2 = \frac{E_{y_{II}}^r(0)}{E_{y_{II}}^e(0)} \quad (47)$$

$$b = \frac{E_{y_{III}}^e(0)}{E_{y_I}^e(0)} \quad (49)$$

(0) bedeutet am Orte  $x = 0$ .

und berücksichtigt (27a), nämlich

$$H_z = \omega \frac{\varepsilon}{\gamma'} E_y$$

dann erhält man:

$$E_{y_I}^e (1 + r) = E_{y_{II}}^e (1 + r_2) \quad (50a)$$

$$\frac{\varepsilon_1}{\gamma_1} E_{y_I}^e (1 - r) = \frac{\varepsilon_2}{\gamma_2} E_{y_{II}}^e (1 - r_2) \quad (50b)$$

$$\underline{x = d} \quad E_{y_{II}}^e (d) + E_{y_{II}}^r (d) = E_{y_{III}}^e (d) + E_{y_{III}}^r (d) \quad (44a)$$

$$H_{z_{II}}^e (d) + H_{z_{II}}^r (d) = H_{z_{III}}^e (d) + H_{z_{III}}^r (d) \quad (44b)$$

Unter Berücksichtigung von (15a, b), nach welchen die Feldstärke an der Stelle  $x = d$  gleich ist der Feldstärke an der Stelle

$x = 0$  mal  $e^{\pm i\gamma' d}$ , — und (27a), (46), (47) können (44a) und (44b) folgendermassen geschrieben werden:

$$E_{y_{II}}^e(0) (e^{-i\gamma' d} + r_2 e^{i\gamma' d}) = E_{y_{III}}^e(0) (e^{-i\gamma' d} + r_3 e^{i\gamma' d}) \quad (51a)$$

$$\frac{\varepsilon_2}{\gamma_2'} E_{y_{II}}^e(0) (e^{-i\gamma' d} - r_2 e^{i\gamma' d}) = \frac{\varepsilon_3}{\gamma_3'} E_{y_{III}}^e(0) (e^{-i\gamma' d} - r_3 e^{i\gamma' d}) \quad (51b)$$

$$\underline{x = u} \quad E_{y_{III}}^e(u) + E_{y_{III}}^r(u) = 0 = E_{y_{III}}^e(0) (e^{-i\gamma' u} + r_3 e^{i\gamma' u}) \quad (45a)$$

$$r_3 = -e^{-i2\gamma' u} \quad (52)$$

Man erhält die Reflexionskoeffizienten der  $E$ -Type  $r_E$  und den Durchlasskoeffizienten  $d_E$ :

$$r_E = \frac{g_1 g_2 \cos \gamma_2' d - i g_2^2 \sin \gamma_2' d + i g_3 \operatorname{ctg} \gamma_3' (u-d) [g_2 \cos \gamma_2' d - i g_1 \sin \gamma_2' d]}{g_1 g_2 \cos \gamma_2' d + i g_2^2 \sin \gamma_2' d - i g_3 \operatorname{ctg} \gamma_3' (u-d) [g_2 \cos \gamma_2' d + i g_1 \sin \gamma_2' d]} \quad (53a)$$

$$d_E = \frac{(r_E - 1) g_1 \sin \gamma_2' d - i (r_E + 1) g_2 \cos \gamma_2' d}{2 g_2 \sin \gamma_3' (u-d)} e^{i\gamma' u} \quad (53b)$$

$$g_i = \frac{\varepsilon_i}{\gamma_i'} \quad (53c)$$

Eine gleichverlaufende Rechnung gibt für die  $H$ -Welle:

$$r_H = \frac{h_1 h_2 \cos \gamma_2' d - i h_2^2 \sin \gamma_2' d + i h_3 \operatorname{ctg} \gamma_3' (u-d) [h_2 \cos \gamma_2' d - i h_1 \sin \gamma_2' d]}{h_1 h_2 \cos \gamma_2' d + i h_2^2 \sin \gamma_2' d - i h_3 \operatorname{ctg} \gamma_3' (u-d) [h_2 \cos \gamma_2' d + i h_1 \sin \gamma_2' d]} \quad (54a)$$

$$d_H = \frac{(r_H - 1) h_1 \sin \gamma_2' d - i (r_H + 1) h_2 \cos \gamma_2' d}{2 h_2 \sin \gamma_3' (u-d)} e^{i\gamma' u} \quad (54b)$$

$$h_i = \frac{\gamma_i'}{\mu_i} \quad (54c)$$

Wenn  $u$  unendlich wird, dann nehmen (53a, b) (54a, b) die Form an, welche von der Interferenz an planparallelen Platten her bekannt ist:

$$r_E = \frac{g_2(g_1 - g_3) + i(g_1 g_3 - g_2^2) \operatorname{tg} \gamma_2' d}{g_2(g_1 + g_3) + i(g_1 g_3 + g_2^2) \operatorname{tg} \gamma_2' d} \quad (53d)$$

$$d_E = \frac{\frac{2 g_1 g_2}{\cos \gamma_2' d}}{g_2(g_1 + g_3) + i(g_1 g_3 + g_2^2) \operatorname{tg} \gamma_2' d} e^{i\gamma' d} \quad (53e)$$

$$r_H = \frac{h_2(h_1 - h_3) + i(h_1 h_3 - h_2^2) \operatorname{tg} \gamma_2' d}{h_2(h_1 + h_3) + i(h_1 h_3 + h_2^2) \operatorname{tg} \gamma_2' d} \quad (54d)$$

$$\delta_H = \frac{\frac{2 h_1 h_2}{\cos \gamma_2' d}}{h_2(h_1 + h_3) + i(h_1 h_3 + h_2^2) \operatorname{tg} \gamma_2' d} e^{i \gamma_2' d} \quad (54e)$$

Die nach (53a) und 54a) dargestellten Reflexionskoeffizienten können, wenn die Platte (Medium II) absorbiert, unter gewissen Bedingungen verschwinden. Für  $r_H$  lauten diese Bedingungen, wenn  $h_1 = h_3$ ;  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

$$\begin{aligned} (\cos 2 \gamma_2 d + ch 2 \beta_2 d) \gamma_1 [\gamma_2 + \beta_2 \operatorname{ctg} \gamma_1 (u - d)] \\ + \sin 2 \gamma_2 d [\gamma_1^2 + \operatorname{ctg} \gamma_1 (u - d)] - (\gamma_2^2 - \beta_2^2) sh 2 \beta_2 d = 0 \\ (\cos 2 \gamma_2 d + ch 2 \beta_2 d) \gamma_1 [\gamma_2 \operatorname{ctg} \gamma_1 (u - d) - \beta_2] \\ - (\gamma_2^2 - \beta_2^2) \sin 2 \gamma_2 d - [\gamma_1^2 \operatorname{ctg} \gamma_1 (u - d) - 2 \gamma_2 \beta_2] sh 2 \beta_2 d = 0. \end{aligned}$$

*IIc. Die Feldverteilung im geraden, abgeschlossenen, rechteckigen Hohlraumleiter, dessen Dielektrikum in der Achenrichtung zwei Unstetigkeitsstellen hat.*

Es sei angenommen, dass die im vorhergehenden Abschnitt IIb für unendlich ausgedehnte Trennflächen berechneten Reflexions- und Durchlasskoeffizienten auch für die Wellen im Hohlraumleiter gelten; ist dem aber so, dann kann mit ihrer Hilfe die Feldverteilung im abgeschlossenen Hohlraumleiter bestimmt werden.

Zur Prüfung der Annahme seien die Verhältnisse untersucht, wenn im Hohlraumleiter in Richtung der positiven  $x$ -Achse fortschreitende  $E$ -Wellen bei  $x = 0$  auf ein Dielektrikum treffen, welches ihn für  $x > 0$  füllt.

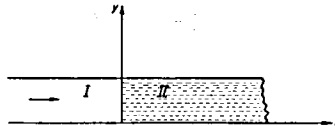


Fig. 6.

Für  $d \rightarrow \infty$  geht, da  $\lim_{d \rightarrow \infty} \operatorname{tg} \gamma_2' d = -i$ , (53c) über in:

$$r_E = \frac{g_1 - g_2}{g_1 + g_2}$$

Die unmittelbare Rechnung gibt, wenn das Dielektrikum den Querschnitt dermassen ausfüllt, dass nur seine Stirnflächen beim Durchgang der Wellen eine Rolle spielen:

$$\begin{aligned} \underline{x = 0} \quad E_{y_1} = E_{y_1}^e + E_{y_1}^r = E_{y_n} = E_{y_n}^e \\ H_{z_1} = H_{z_1}^e + H_{z_1}^r = H_{z_n} = H_{z_n}^e \end{aligned}$$

Wenn (41b) und (41f) durch  $-i \frac{\gamma'}{k^2} \frac{m\pi}{a}$  dividiert werden, erhält man:

$$E_y = B_E \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} z\right) e^{i(\omega t - \gamma' x)}$$

$$H_z = \frac{\omega \varepsilon}{\gamma'} B_E \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} z\right) e^{i(\omega t - \gamma' x)}$$

$$\begin{aligned} \underline{x=0} \quad E_{y_I}(0) &= E_{y_I}^e(0) + E_{y_I}^r(0) = B_E^e \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} z\right) e^{i\omega t} \\ &+ B_E^r \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} z\right) e^{i\omega t} = E_{y_{II}}(0) = E_{y_{II}}^d(0) \\ &= B_E^d \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} z\right) e^{i\omega t} \end{aligned}$$

durch Kürzen erhält man:

$$B_E^e + B_E^r = B_E^d,$$

werden in Anlehnung an (46), (49), (53c) die folgenden Bezeichnungen eingeführt:

$$\frac{B_E^r}{B_E^e} = r_E; \quad \frac{B_E^d}{B_E^e} = d_E; \quad \frac{\varepsilon_i}{\gamma_i'} = g_i,$$

dann nimmt die obige Gleichung die Form an:

$$1 + r_E = d_E \quad (I)$$

$$\begin{aligned} H_{z_I}(0) &= H_{z_I}^e(0) + H_{z_I}^r(0) = \omega \frac{\varepsilon_1}{\gamma_1'} B_E^e \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} z\right) e^{i\omega t} \\ &- \omega \frac{\varepsilon_1}{\gamma_1'} B_E^r \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} z\right) e^{i\omega t} = H_{z_{II}}(0) = H_{z_{II}}^d(0) \\ &= \omega \frac{\varepsilon_2}{\gamma_2'} B_E^d \cos\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} z\right) e^{i\omega t} \end{aligned}$$

$$g_1(1 - r_E) = g_2 d_E \quad (II)$$

Aus (I) und (II) folgt:

$$r_E = \frac{g_1 - g_2}{g_1 + g_2}$$

in Übereinstimmung mit der aus (23c) abgeleiteten Formel.



Im folgenden seien die Annahmen, die zur Berechnung der Feldverteilung im abgeschlossenen Hohlraumleiter getroffen wurden, zusammengestellt.

1. Die Wellen fallen auf beide Abschlusskolben senkrecht ein.
2. Alle Medien sind isotrop.

3. Die Antenne soll folgende Eigenschaften haben: a) Sie soll die gewünschte Wellentype einstrahlen; b) die an den beiden Enden des Hohlraumleiters reflektierten Wellen sollen den Ort der Antenne so passieren, als wäre diese nicht vorhanden.

4. Der in den Formeln der eingestrahelten Wellen vorkommende Amplitudenfaktor  $B$  sei vom Ort und der Beschaffenheit der den Hohlraumleiter begrenzenden Abschlusskolben unabhängig.

5. Wenn das Dielektrikum im Hohlraumleiter nicht absorbiert, und die beiden Abschlusskolben vollkommen reflektieren, dann wird im Hohlraumleiter keine Energie verbraucht. Da aber die Antenne ständig Energie einstrahlt, müssten im Resonanzfall die Feldstärken unendlich werden. Es ist die sonst vernachlässigbare Dämpfung in der Metallumrandung, die verhindert, dass dies eintritt. Diese Dämpfung  $\alpha$  sei so klein, dass sie die Feldverteilung im Querschnitt nicht beeinflusst, bloss eine mit wachsender Entfernung von der Sendeantenne schwache Abnahme der Amplitude verursacht.

Wenn  $\beta = 0$ , dann lautet die Formel für eine Feldkomponente, z. B. für  $H_y$  der  $H$ -Wellen, im rechteckigen Hohlraumleiter, der in seiner Axenrichtung unbegrenzt ist:

$$H_y = i \frac{\gamma}{k^2} \frac{m\pi}{a} B_H \sin\left(\frac{m\pi}{a} y\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} z\right) e^{i(\omega t - \gamma x) - \alpha x}$$

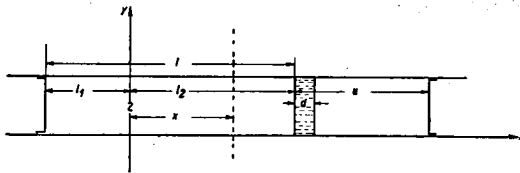


Fig. 7.

Sie geht aus Gleichung (42e), die für absorbierendes Medium und unendlich gut leitende Metallumhüllung gilt, so hervor, dass überall, mit Ausnahme des Exponenten  $\beta$  zu Null gesetzt, im Exponenten selber durch  $\alpha$  ersetzt wird.  $\alpha$  sei nach CHU und BARROW (loc. cit.) berechnet.

Die Feldstärke an der Stelle  $x$  zur Zeit  $t$  setzt sich zusammen aus dem Strahl, welcher von der Antenne kommend eben eintrifft

und aus Strahlen, die von der Antenne früher eingestrahlt, zwischen den Enden hin- und herreflektiert, die Stelle  $x$  eben passieren. Der Teil des Hohlraumleiters, welcher sich jenseits  $x = l_2$  erstreckt, wirkt so auf den übrigen Teil zurück, als befände sich an der Stelle  $x = l_2$  eine Substanz mit dem Reflexionskoeffizienten  $r_2$ .

Um die nach (46), (53a), (54a) definierten Reflexionskoeffizienten benützen zu können, ist es vorteilhaft, die Summation für eine im Querschnitt liegende elektrische Feldkomponente durchzuführen, die andere im Querschnitt liegende elektrische Komponente erfährt durch die wiederholten Reflexionen die gleiche Veränderung. Die andern Feldkomponenten bekommt man unter Zuhilfenahme der Maxwell'schen Gleichungen.

In den folgenden Formeln sind unter  $r_i$  (den Reflexionskoeffizienten bei  $x = -l_1$  und  $x = +l_2$ ) je nach der Wellentype  $r_E$  oder  $r_H$  zu verstehen.  $r_1$  und  $r_2$  müssen einander nicht gleich sein. Mit dem Index  $\infty$  sei, bis auf den von  $x$  abhängigen Faktor, der Wert der Feldstärke im beidseitig offenen Hohlraumleiter bezeichnet. Vor und hinter der Platte (Medium II) sei der Hohlraumleiter mit derselben Substanz gefüllt. (Die Gleichungen (55) und (56) gelten zwar auch dann, wenn  $\gamma_1' \neq \gamma_3'$ .) Die Permeabilitäten  $\mu$ , können in allen Gleichungen gleich  $\mu_0$ , Permeabilität des Vakuums, gesetzt werden.

$$0 < x < l_2$$

$$\gamma_1' = \gamma_3' = \gamma'; \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon$$

#### E-Wellen:

$$E_x = E_{x\infty} \frac{1 + r_1 e^{-i\gamma'2l_1}}{1 - r_1 r_2 e^{-i2\gamma'l}} [e^{-i\gamma'x} - r_2 e^{-i\gamma'(2l_1-x)}] \quad (55a)$$

$$E_y = E_{y\infty} \frac{1 + r_1 e^{-i\gamma'2l_1}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\gamma'2l}} [e^{-i\gamma'x} + r_2 e^{-i\gamma'(2l_1-x)}] \quad (55b)$$

$$E_x = E_{x\infty} \frac{1 + r_1 e^{-i\gamma'2l_1}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\gamma'2l}} [e^{-i\gamma'x} + r_2 e^{-i\gamma'(2l_1-x)}] \quad (55c)$$

$$H_x = H_{x\infty} \equiv 0 \quad (55d)$$

$$H_y = H_{y\infty} \frac{1 + r_1 e^{-i\gamma'2l_1}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\gamma'2l}} [e^{-i\gamma'x} - r_2 e^{-i\gamma'(2l_1-x)}] \quad (55e)$$

$$H_z = H_{z\infty} \frac{1 + r_1 e^{-i\gamma'2l_1}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\gamma'2l}} [e^{-i\gamma'x} - r_2 e^{-i\gamma'(2l_1-x)}] \quad (55f)$$

H-Wellen:

$$E_x = E_{x\infty} \equiv 0 \quad (56a)$$

$$E_y = E_{y\infty} \frac{1 + r_1 e^{-i\gamma'2l_1}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\gamma'2l}} [e^{-i\gamma'x} + e^{-i\gamma'(2l_1-x)}] \quad (56b)$$

$$E_z = E_{z\infty} \frac{1 + r_1 e^{-i\gamma'2l_1}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\gamma'2l}} [e^{-i\gamma'x} + e^{-i\gamma'(2l_1-x)}] \quad (56c)$$

$$H_x = H_{x\infty} \frac{1 + r_1 e^{-i\gamma'2l_1}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\gamma'2l}} [e^{-i\gamma'x} + e^{-i\gamma'(2l_1-x)}] \quad (56d)$$

$$H_y = H_{y\infty} \frac{1 + r_1 e^{-i\gamma'2l_1}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\gamma'2l}} [e^{-i\gamma'x} - r_2 e^{-i\gamma'(2l_1-x)}] \quad (56e)$$

$$H_z = H_{z\infty} \frac{1 + r_1 e^{-i\gamma'2l_1}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\gamma'2l}} [e^{-i\gamma'x} - r_2 e^{-i\gamma'(2l_1-x)}] \quad (56f)$$

Die Feldverteilung im Raum  $-l_1 < x < 0$  wird erhalten durch Ersetzen von  $l_1$  durch  $l_2$ ,  $r_1$  durch  $r_2$ .

In den Zwischenraum Substanz-Abschlusskolben:  $(l_2 + d) < x < (l_2 + u)$  gelangt der Bruchteil der Strahlung der Antenne, welcher bei  $l_2$  durch das Gebilde mit dem Reflexionskoeffizienten  $r_2$  nicht reflektiert wurde und die Platte passierte. Der oben beschriebene Zwischenraum spielt die Rolle des bei der Untersuchung des Verhaltens an Grenzflächen eingeführten Mediums III, in welchem quasistehende Wellen von der Form

$$E_{y_{\text{III}}} = E_{y_{\text{III}}}^e(l_2) (e^{-i\gamma'(x-l_2)} + r_3 e^{i\gamma'(x-l_2)})$$

auftreten.

$$r_3 = -e^{-i\gamma'_2 u} \quad (52); \quad E_{y_{\text{III}}}^e(l_2) = \delta E_{y_{\text{I}}}^e(l_2) \quad (49); \quad \gamma'_1 = \gamma'_3 = \gamma'$$

$E_{y_{\text{I}}}^e(l_2)$  ist die nach wiederholten Reflexionen auf die Substanz *einfallende* resultierende Feldstärke, ist folglich nicht durch Gleichung (55b) oder (56b) dargestellt.

$$E_{y_{\text{I}}}^e(l_2) = E_{y\infty} \{ [e^{-i\gamma'l_1} + r_1 r_2 e^{-i\gamma'(3l_1+2l)} + (r_1 r_2)^2 e^{-i\gamma'(5l_1+4l)} + \dots] \\ + [r_1 e^{-i\gamma'(2l_1+l)} + r_1^2 r_2 e^{-i\gamma'(4l_1+3l)} + r_1^3 r_2^2 e^{-i\gamma'(6l_1+5l)} + \dots] \}$$

Das erste Glied der Summe gibt den Anteil des von der Antenne unmittelbar in Richtung der positiven  $x$ -Achse gesandten Strahles, — das zweite Glied desjenigen Strahles, welcher erst nach Reflexion

am Kolben bei  $x = -l_1$  in den Raum rechts von der Antenne gelangt.

$$E_{y_1}^e(l_2) = E_{y_\infty} e^{-i\gamma' l_1} \frac{1 + r_1 e^{-i\gamma' 2l}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\gamma' 2l}} \quad (57)$$

$$M = 2 e^{-i\gamma'(l_1+u)} \frac{1 + r_1 e^{-i\gamma' 2l}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\gamma' 2l}} \quad (58)$$

$$E_{y_{\text{III}}} = i M E_{y_\infty} \delta \sin \gamma' (l_2 + u - x)$$

Die Bestimmung aller Feldkomponenten im Zwischenraum  $(l_2 + d) < x < (l_2 + u)$  erfolgt wie für den Raum  $0 < x < l_2$ .

E-Wellen:

$$\underline{(l_2 + d) < x < (l_2 + u)}$$

$$E_x = M E_{x_\infty} \delta_E \cos \gamma' (l_2 + u - x) \quad (59a)$$

$$E_y = i M E_{y_\infty} \delta_E \sin \gamma' (l_2 + u - x) \quad (59b)$$

$$E_z = i M E_{z_\infty} \delta_E \sin \gamma' (l_2 + u - x) \quad (59c)$$

$$H_x \equiv 0 \quad (59d)$$

$$H_y = M H_{y_\infty} \delta_E \cos \gamma' (l_2 + u - x) \quad (59e)$$

$$H_z = -M H_{z_\infty} \delta_E \cos \gamma' (l_2 + u - x) \quad (59f)$$

H-Wellen:

$$\underline{(l_2 + d) < x < (l_2 + u)}$$

$$E_x \equiv 0 \quad (60a)$$

$$E_y = i M E_{y_\infty} \delta_H \sin \gamma' (l_2 + u - x) \quad (60b)$$

$$E_z = i M E_{z_\infty} \delta_H \sin \gamma' (l_2 + u - x) \quad (60c)$$

$$H_x = i M H_{x_\infty} \delta_H \sin \gamma' (l_2 + u - x) \quad (60d)$$

$$H_y = M H_{y_\infty} \delta_H \cos \gamma' (l_2 + u - x) \quad (60e)$$

$$H_z = M H_{z_\infty} \delta_H \cos \gamma' (l_2 + u - x) \quad (60f)$$

Die Berechnung der Feldverteilung in der Platte (Medium II) kann nach einer analog verlaufenden Überlegung durchgeführt werden.

$$\underline{l_2 < x < (l_2 + d)}$$

$$\frac{1 + r_1 e^{-i\gamma' 2l}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\gamma' 2l}} e^{-i\gamma' l} = N = \frac{e^{+i\gamma' u}}{2} M$$

E-Wellen:

$$E_x = -i \frac{\gamma'}{\gamma_2} N E_{x\infty} \frac{g_2(1+r_2) \sin \gamma'_2(x-l_2) + i g_1(1-r_2) \cos \gamma'_2(x-l_2)}{g_2} \quad (61a)$$

$$E_y = N E_{y\infty} \frac{g_2(1+r_2) \cos \gamma'_2(x-l_2) - i g_1(1-r_2) \sin \gamma'_2(x-l_2)}{g_2} \quad (61b)$$

$$E_z = N E_{z\infty} \frac{g_2(1+r_2) \cos \gamma'_2(x-l_2) - i g_1(1-r_2) \sin \gamma'_2(x-l_2)}{g_2} \quad (61c)$$

$$H_x \equiv 0 \quad (61d)$$

$$H_y = -i \frac{\gamma'}{\gamma_2} N H_{y\infty} \frac{g_2(1+r_2) \sin \gamma'_2(x-l_2) + i g_1(1-r_2) \cos \gamma'_2(x-l_2)}{g_2} \quad (61e)$$

$$H_z = -i \frac{\gamma'}{\gamma_2} N H_{z\infty} \frac{g_2(1+r_2) \sin \gamma'_2(x-l_2) + i g_1(1-r_2) \cos \gamma'_2(x-l_2)}{g_2} \quad (61f)$$

H-Wellen:

$$E_x \equiv 0 \quad (62a)$$

$$E_y = N E_{y\infty} \frac{h_2(1+r_2) \cos \gamma'_2(x-l_2) - i h_1(1-r_2) \sin \gamma'_2(x-l_2)}{h_2} \quad (62b)$$

$$E_z = N E_{z\infty} \frac{h_2(1+r_2) \cos \gamma'_2(x-l_2) - i h_1(1-r_2) \sin \gamma'_2(x-l_2)}{h_2} \quad (62c)$$

$$H_x = N H_{x\infty} \frac{h_2(1+r_2) \cos \gamma'_2(x-l_2) - i h_1(1-r_2) \sin \gamma'_2(x-l_2)}{h_2} \quad (62d)$$

$$H_y = -i \frac{\gamma'_2}{\gamma'} N H_{y\infty} \frac{h_2(1+r_2) \sin \gamma'_2(x-l_2) + i h_1(1-r_2) \cos \gamma'_2(x-l_2)}{h_2} \quad (62e)$$

$$H_z = -i \frac{\gamma'_2}{\gamma'} N H_{z\infty} \frac{h_2(1+r_2) \sin \gamma'_2(x-l_2) + i h_1(1-r_2) \cos \gamma'_2(x-l_2)}{h_2} \quad (62f)$$

*IId. Energie-Inhalt und Abstimmung des Hohlraumleiters.*

1. Der Energieinhalt. — Der Hohlraumleiter nimmt vom Sender fortlaufend Energie auf. Nachdem sich der Beharrungszustand ausgebildet, dient diese Energie zur Deckung des Verlustes, welcher dadurch entsteht, dass die Leitfähigkeit der metallischen Umrandung nicht vollkommen, die des Dielektrikums nicht Null ist; da der Hohlraumleiter abgeschlossen ist, kommen Strahlungsverluste nicht in Betracht.

Der direkte Weg zur Bestimmung der Energieaufnahme des Hohlraumleiters wäre die Berechnung der Ausstrahlung der Erregerantenne unter Berücksichtigung der vom Hohlraumleiter auf sie ausgeübten Rückwirkung. Diese Rechnung dürfte recht schwierig sein. Wenn man sich aber damit begnügt, zu wissen, wie es sich um die Energieaufnahme bei gegebener Lage einer gegebenen Substanz bei verschiedenen Lagen der Abschlusskolben verhält, dann kommt man auch anders zum Ziel.

Die entstehenden Verluste sind um so grösser, je grösser der elektromagnetische Energieinhalt  $Q$  des Hohlraumleiters. Da die Feldverteilung im ganzen Hohlraumleiter bekannt ist, kann dieser Energieinhalt berechnet werden. Die Schwierigkeit der Rechnung läge nicht im Aufwand an Mathematik, sondern in der Unhandlichkeit der Formeln. Ein einfacher Fall, welcher auch zur Bestimmung der elektrischen Konstanten der zu untersuchenden Substanzen benützt wird, sei im folgenden durchgerechnet.

Die Versuchsanordnung sei so getroffen, dass die Platte aus der zu untersuchenden Substanz auf dem Kolben bei  $l_2$  aufliegt; nach Fig. 7 bedeutet dies:  $u = d$ . Wenn der Abschlusskolben bei  $x = -l_1$  aus einem vollkommen leitenden Metall besteht, dann wird  $r_1 = -1$ . In diesem Fall kommt in den Formeln nur der Reflexionskoeffizient des aus Substanz und Metallkolben bestehenden Gebildes,  $r_2$ , vor.

$$r_2 = r_E \text{ oder } r_H; \quad \varepsilon_1'' = 0 \quad \beta_1 = 0 \quad \gamma_1' = \gamma_1 \quad \varepsilon_2'' \neq 0 \quad \gamma_2' = \gamma_2 - i\beta_2$$

$$\underline{u = d} \quad r_H = - \frac{\gamma_2' - i\gamma_1 \operatorname{tg} \gamma_2' d}{\gamma_2' + i\gamma_1 \operatorname{tg} \gamma_2' d} \quad (63a)$$

$$r_E = - \frac{\gamma_1 \varepsilon_2 - i\gamma_2' \varepsilon_1 \operatorname{tg} \gamma_2' d}{\gamma_1 \varepsilon_2 + i\gamma_2' \varepsilon_1 \operatorname{tg} \gamma_2' d} \quad (63b)$$

Die Energiedichte

$$w = \frac{1}{8\pi} (\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2) = \frac{1}{16\pi} (\mathfrak{E} \mathfrak{E}^* + \mathfrak{H} \mathfrak{H}^*) \quad (64a)$$

Der Energieinhalt des ganzen Hohlraumleiters  $Q$ :

$$Q = \iint df \left( \int_{-l_1}^0 w dx + \int_0^l w dx + \int_l^{l+d} w dx \right) \quad (64b)$$

Die Summe der zwei ersten Integrale gibt den Energieinhalt des leeren Teiles des Hohlraumleiters, das dritte Glied stellt den Anteil des mit der Substanz gefüllten Abschnittes dar. Dieses dritte

Integral liefert, da die Ausgangsgleichungen selber recht umfangreich sind, sehr unübersichtliche Formeln. Man kann es aber leicht abschätzen, ob es erlaubt wäre, dieses letzte Glied zu vernachlässigen.

Aus der Kontinuität der Energieströmung an Trennflächen folgt, dass das Produkt aus Energiedichte und Gruppengeschwindigkeit an beiden Seiten der Trennfläche konstant ist.

$$w_{30} v_{g_3} = w_2 v_{g_2} \quad (65)$$

Unter  $w_2$  sei die Energiedichte im Raum  $0 < x < l_2$  unter  $w_{30}$ , die im Dielektrikum längs der Ebene  $x = l_2$  verstanden.  $w_2$  ist im ganzen Raum  $0 < x < l_2$  konstant,  $w_3$  nimmt in der Substanz wie  $e^{-2\beta_2 x}$  ab.

$$\begin{aligned} Q_2 &= \iint df \int_0^{l_2} w_2 dx = fl_2 w_2; & Q_3 &= \iint df \int_{l_1}^{l_2+d} w_3 dx \\ & & &= f w_{30} \int e^{-2\beta_2 x} dx = f \frac{w_{30}}{2\beta_2} (1 - e^{-2\beta_2 d}) e^{-2\beta_2 l_1} \\ \frac{Q_3}{Q_2} &= \frac{v_{g_2}}{v_{g_3}} \frac{1 - e^{-2\beta_2 d}}{2\beta_2 l_2} e^{-2\beta_2 l_1} \end{aligned} \quad (66)$$

$$v_{g_2} = \frac{\gamma_1}{\omega \varepsilon_1' \mu_0} \quad (\text{aus 37})$$

$$v_{g_3} = \frac{2\gamma_2}{\omega \mu_0} \frac{1 - \frac{\omega^2 \varepsilon_2' \mu_0 - k^2}{2\gamma_2^2}}{\varepsilon_2' + \frac{\omega^2 \mu_0 \varepsilon_2''^2}{2\gamma_2^2}} \quad (\text{aus 37})$$

Wenn die Betriebsfrequenz des Hohlraumleiters genügend weit entfernt von der kritischen Frequenz ist, dann kann die Wellenlänge im Hohlraumleiter gleich der Wellenlänge im unbegrenzten Dielektrikum gesetzt werden, in einer Näherung, welche zur vorliegenden Abschätzung gut genug ist.

$$\omega \gg \omega_K$$

$$\gamma_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} \approx \omega \sqrt{\varepsilon_1' \mu_0}; \quad \gamma_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} \approx \omega \sqrt{\frac{\mu_0}{2} [\sqrt{\varepsilon_2'^2 + \varepsilon_2''^2} + \varepsilon_2']};$$

$$\beta_2 \approx \omega \sqrt{\frac{\mu_0}{2} [\sqrt{\varepsilon_2'^2 + \varepsilon_2''^2} - \varepsilon_2']}$$

1.  $\beta_2 = 0$ 

$$v_{g_3} = \frac{\gamma_2}{\omega \varepsilon_2' \mu_0}; \quad \lim_{\beta_2 \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-\beta_2 d}}{2 \beta_2} = d; \quad \lim_{\beta_2 \rightarrow 0} e^{-2 \beta_2 l_2} = 1$$

$$\frac{v_{g_1}}{v_{g_3}} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \frac{\varepsilon_2'}{\varepsilon_1'} \approx \sqrt{\frac{\varepsilon_2'}{\varepsilon_1'}}$$

$$\frac{Q_3}{Q_2} = \frac{d}{l_2} \sqrt{\frac{\varepsilon_2'}{\varepsilon_1'}} \quad (67)$$

In den Versuchen sind:  $d \leq 1$  cm;  $l_2 \sim 100$  cm.

$$\frac{Q_3}{Q_2} \sim 10^{-2} \sqrt{\frac{\varepsilon_2'}{\varepsilon_1'}}$$

2.  $\varepsilon_2'' \rightarrow \infty$ ;  $\beta_2 \rightarrow \infty$  $v_{g_1}$  verschwindet wie  $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2''}}$  $\beta_2$  wird unendlich wie  $\sqrt{\varepsilon_2''}$ 

$$\frac{Q_3}{Q_2} = \frac{v_{g_1}}{v_{g_3}} \int_{l_1}^{l_1+d} e^{-2 \beta_2 x} dx; \quad \text{wenn } \varepsilon_2'' \rightarrow \infty, \text{ dann:}$$

$$\frac{1}{v_{g_3}} \int_{l_1}^{l_1+d} e^{-2 \beta_2 x} dx \approx \sqrt{\varepsilon_2''} \int_{l_1}^{l_1+d} e^{-\sqrt{\varepsilon_2''} x} dx$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} z \int_{l_1}^{l_1+d} e^{-z x} dx = 0$$

$$\frac{Q_3}{Q_2} = 0$$

Dieses Ergebnis war zu erwarten; ist nämlich das Medium verlustbehaftet, dann wird die eintretende Energie zerstreut und findet sich nicht wieder als elektromagnetischer Energieinhalt.

Da der Anteil des Dielektrikums am Energieinhalt durch Verkleinerung von  $d/l_2$  beliebig klein gemacht werden kann (67), gilt in guter Näherung:

$$Q = \iint df \left( \int_{-l_1}^0 w dx + \int_0^{l_2} w dx \right)$$



Für E-Wellen:

$$(\mathbf{r} = r e^{i\delta}) \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_0, \text{ DK. des Vakuums.}$$

$$Q_E = \varepsilon_0 B_E^2 \frac{\frac{ab}{16\pi\gamma_1}}{1 + r_2^2 + 2r_2 \cos(2\gamma_1 l - \delta)} \left\{ [1 + r_2^2 + 2r_2 \cos(2\gamma_1 l_2 - \delta)] \right. \\ \left. \left[ \left(1 + \frac{\gamma_1}{k^2}\right) \gamma_1 l_1 + \frac{\sin 2\gamma_1 l_1}{2} \right] \right. \\ \left. + (1 - \cos 2\gamma_1 l_1) \left[ (1 + r_2^2) \left(1 + \frac{\gamma_1}{k^2}\right) \gamma_1 l_2 - 2r_2 \sin \gamma_1 l_2 \cos(\gamma_1 l_2 - \delta) \right] \right\} \quad (68a)$$

Für H-Wellen:

$$(\mathbf{r} = r e^{i\delta}) \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_0 \quad \text{DK. des Vakuums.}$$

$$Q_A = \mu_0 B_H^2 \frac{\frac{ab}{16\pi\gamma_1}}{1 + r_2^2 + 2r_2 \cos(2\gamma_1 l - \delta)} \left\{ [1 + r_2^2 + 2r_2 \cos(2\gamma_1 l_2 - \delta)] \right. \\ \left. \left[ \left(1 + \frac{\gamma_1}{k^2}\right) \gamma_1 l_1 - \frac{\sin 2\gamma_1 l_1}{2} \right] \right. \\ \left. + (1 - \cos 2\gamma_1 l_1) \left[ \left(1 + \frac{\gamma_1}{k^2}\right) \gamma_1 l_2 + 2r_2 \sin \gamma_1 l_2 \cos(\gamma_1 l_2 - \delta) \right] \right\}$$

$|\sin 2\gamma_1 l_1|$  und  $|\sin \gamma_1 l_2 \cdot \cos(\gamma_1 l_2 - \delta)|$  sind maximal eins; man kann sie, wenn  $\gamma_1 l_1$  und  $\gamma_2 l_2$  viel grösser als eins sind, neben  $\left(1 + \frac{\gamma_1^2}{k^2}\right) \cdot \gamma_1 l_1$ , bzw.  $\left(1 + \frac{\gamma_1^2}{k^2}\right) \gamma_1 l_2$  vernachlässigen. In diesem Falle wird der Energieinhalt am grössten, wenn  $1 + r_2^2 + 2r_2 \cos(2\gamma_1 l - \delta)$  am kleinsten,  $1 + r_2^2 + 2r_2 \cos(2\gamma_1 l_2 - \delta)$  und  $1 - \cos 2\gamma_1 l_1$  am grössten sind.

Das Minimum von  $1 + r_2^2 + 2r_2 \cos(2\gamma_1 l - \delta)$  wird erreicht, wenn  $\cos(2\gamma_1 l - \delta) = -1$ . Daraus folgt:

$$2\gamma_1(l_1 + l_2) - \delta = (2p + 1)\pi \quad (69a)$$

Das Maximum von  $1 + r_2^2 + 2r_2 \cos(2\gamma_1 l_2 - \delta)$  wird erreicht, wenn  $\cos(2\gamma_1 l_2 - \delta) = +1$ , daraus folgt:

$$2\gamma_1(l_2 - \delta) = 2q\pi \quad (69b)$$

$1 - \cos 2\gamma_1 l_1$  wird maximal, wenn  $\cos 2\gamma_1 l_1 = -1$ ; folglich:

$$2\gamma_1 l_1 = (2s + 1)\pi \quad (69c)$$

$p, q, s$  beliebige positive ganze Zahlen.

(69b) + (69c) gibt (69a). Folglich können die drei Bedingungen gleichzeitig erfüllt werden.

Dieses Ergebnis ist auch anschaulich: Wenn die bei  $+l_2$  reflektierten Wellen in den Raum  $-l_1 < x < 0$  gleichphasig mit der direkten Antennenstrahlung eintreten, dann ist die Amplitude der Wellen in diesem Raum am grössten. Um die Gleichphasigkeit zu erreichen, muss der optische Weg von der Antenne zu  $l_2$  und zurück ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge im Hohlraumleiter sein: Bedingung (69b). Eine ähnliche Überlegung für den Raum  $0 < x < l_2$  führt zu (69c).

Wenn  $2\gamma_1 l_1 \pm (2s + 1)\pi$ , dann gibt es in Abhängigkeit von  $l_2$  Maxima des Energie-Inhaltes, für welche  $l_2$  nicht der Bedingung (69b) gehorcht; der Betrag dieser Maxima ist kleiner, als wenn die Bedingungen (69b, c) erfüllt werden. Analoges gilt für den Fall, dass  $(2\gamma_1 l_2 - \delta) \pm 2q\pi$ .

Wurde irgendwie eine Einstellung der Reflexionskolben festgestellt, für welche die Energieaufnahme am grössten ist, dann folgen von dieser Einstellung ausgehend, die andern nach den Gleichungen (69b), (c).

2. Die Abstimmung. — Ein in den Hohlraumleiter eingeführter Detektor zeigt in Abhängigkeit von der Einstellung der beiden Abschlusskolben verschieden grosse Ausschläge. Im folgenden sei eine solche „Resonanzkurve“ berechnet und ihre Symmetrieeigenschaften diskutiert. Die Resonanzlängen, das heisst die Distanzen  $l_1$  und  $l_2$ , für welche der Detektorausschlag maximal wird, werden errechnet und ihr Zusammenhang mit den im vorhergehenden Abschnitt gezeigten Bedingungen für maximalen Energieinhalt dargelegt.

Die folgenden Rechnungen beruhen auf der Annahme, dass der im Hohlraumleiter befindliche Detektor das Feld nicht merklich stört. Seine Anzeige wird deshalb dem quadratischen zeitlichen Mittelwert der Feldstärke verhältnismässig gesetzt, die in seiner Abwesenheit an seinem Orte herrschte.

Für den schon oben behandelten Fall, dass  $u = d$ ,  $r_1 = -1$ , sei  $E_y$  als Funktion von  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $r_2$  und dem Orte des Detektors untersucht. Die Rechnung sei auf den Raum  $0 < x < l_2$  beschränkt.

$$0 < x < l_2:$$

$$\overline{E_y^2} = E_{y\infty} E_{y\infty}^* (1 - \cos \gamma_1 l_1) \frac{1 + r_2^2 + 2r_2 \cos [2\gamma_1(l_2 - x) - \delta]}{1 + r_2^2 + 2r_2 \cos (2\gamma_1 l - \delta)}$$

$$l = |l_1| + |l_2|$$

E-Wellen:

$$E_{y\infty} E_{y\infty}^* = \frac{\gamma_1^2}{k^4} \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 B_E^2 \cos^2 \left( \frac{m\pi}{a} y \right) \sin^2 \left( \frac{n\pi}{b} z \right)$$

H-Wellen:

$$E_{y\infty} E_{y\infty}^* = \frac{(\omega\mu)^2}{k^4} \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 B_H^2 \cos^2 \left( \frac{m\pi}{a} y \right) \sin^2 \left( \frac{n\pi}{b} z \right)$$

Wenn  $\overline{E_y^2}$  in Abhängigkeit von  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $r_2$  und  $x$  untersucht wird, dann ist  $E_{y\infty} \cdot E_{y\infty}^*$  konstant, gleich  $A_1$ .  $1+r_2^2 = A_2$ ;  $2r_2 = A_3$ ;  $A_2$  und  $A_3$  sind positiv.

Die Nullstellen von  $\overline{E_y^2}$ , falls es solche gibt, fallen mit seinen Minima zusammen.

$$\overline{E_y^2} = A_1 (1 - \cos 2\gamma_1 l_1) \frac{A_2 + A_3 \cos [2\gamma_1(l_2 - x) - \delta]}{A_2 + A_3 \cos (2\gamma_1 l - \delta)} \quad (70)$$

Aus (70) folgt, dass bei festgehaltenem  $l_1$ ,  $l_2$  und  $r_2$   $\overline{E_y^2}$  eine Cosinusfunktion mit der räumlichen Periode  $\lambda/2$  des Ortes  $x$  ist.

$\overline{E_y^2}(x)$  wird

$$\text{wenn } 2\gamma_1(l_2 - x) - \delta = (2q + 1)\pi \text{ Minimum} \quad (71a)$$

$$\text{wenn } 2\gamma_1(l_2 - x) - \delta = 2q\pi \text{ Maximum} \quad (71b)$$

$$\overline{E_{y\min}^2}(x) = A_1 (1 - \cos 2\gamma_1 l_1) \frac{A_2 - A_3}{A_2 + A_3 \cos (2\gamma_1 l - \delta)} \quad (71c)$$

$A_2 - A_3 = (1 - r_2)^2$ , wäre  $|r_2| = 1$ , dann würde kein Energie-transport nach der dielektrischen Platte stattfinden, es bestünde keine fortlaufende Welle, das Minimum wäre eine Nullstelle.

$$\overline{E_{y\max}^2}(x) = A_1 (1 - \cos 2\gamma_1 l_1) \frac{A_2 + A_3}{A_2 + A_3 \cos (2\gamma_1 l - \delta)} \quad (71d)$$

$\overline{E_y^2}(l_1)$ :

$$\text{wenn } 2\gamma_1 l_1 = 2q\pi; \quad l_1 = q\lambda/2 \quad (72a)$$

$$\text{dann} \quad \overline{E_y^2}(l_1) = 0$$

Die Extrema als Funktion von  $l_1$  werden erhalten aus:

$$\frac{\partial \overline{E}_y^2}{\partial l_1} = 0; \quad 2 \sin \gamma_1 l_1 \{A_2 \cos \gamma_1 l_1 + A_3 \cos [\gamma_1 (l_1 + 2 l_2) - \delta]\} = 0$$

sin  $\gamma_1 l_1 = 0$  gibt (72a), den Ort des senderseitigen Abschlusskolbens, für welchen  $\overline{E}_y^2$  verschwindet; setzt man den Inhalt der geschweiften Klammer zu Null, dann erhält man:

$$\operatorname{tg} \gamma_1 l_1 = \frac{A_2 + A_3 \cos (2 \gamma_1 l_2 - \delta)}{A_3 \sin (2 \gamma_1 l_2 - \delta)} \quad (72b)$$

Die Orte des senderseitigen Kolbens, für welche  $\overline{E}_y^2$  maximal wird, hängen vom Betrage und Phase von  $\tau_2$ , und von  $l_2$  ab. Da die Orte, für welche  $\overline{E}_y^2$  verschwindet, unabhängig von den obigen Grössen sind, sind im allgemeinen die Resonanzkurven unsymmetrisch. Wenn

$$2 \gamma_1 l_2 - \delta = q\pi, \quad (72c)$$

wird die Resonanzkurve symmetrisch, ihre Maxima erhält man für:

$$l_1 = (2s + 1) \lambda_1/4 \quad (72d)$$

Wenn  $q$  in (72c) gerade ist, dann kann  $\overline{E}_y^2$  in Abhängigkeit von  $l_1$  zu einem absoluten Maximum werden. In diesem Falle gilt:

$$2 \gamma_1 l_1 - \delta = 2q\pi \quad (72e)$$

$E_y^2(l_2)$ :

Die Extrema erhält man aus:

$$\frac{\partial \overline{E}_y^2}{\partial l_2} = 0; \quad A_2 \cos [\gamma_1 (l_1 + 2 l_2 - x) - \delta] + A_3 \cos \gamma_1 (l_1 + x) = 0 \quad (73a)$$

Die Resonanzkurve wird nur dann symmetrisch, wenn

$$\begin{aligned} \gamma_1 (l_1 + x) &= (2s + 1) \pi/2 \\ l_1 + x &= (2s + 1) \lambda_1/4 \end{aligned} \quad (73b)$$

In diesem Falle geht (73a) über in:

$$\sin [2 \gamma_1 (l_2 - x) - \delta] = 0; \quad 2 \gamma_1 (l_2 - x) - \delta = m\pi \quad (73c)$$

Mit (73b) geht (70) über in die Form:

$$\overline{E}_y^2 = A_1 (1 + \cos 2 \gamma_1 x) \frac{A_2 - A_3 \cos (2 \gamma_1 l - \delta)}{A_2 + A_3 \cos (2 \gamma_1 l - \delta)} \quad (73d)$$

welche symmetrisch zu den Extrema ist; mit (73b) und (73c) in die Form:

$$\overline{E}_y^2 = A_1(1 + \cos 2\gamma_1 x) \frac{A_2 + A_3 \cos m\pi}{A_2 + A_3 \cos [m\pi + (2s+1)\pi]} \quad (74e)$$

Für gerade  $m$  wird (73e) ein Maximum, für ungerade  $m$  ein Minimum. Ist ausserdem  $2\gamma_1 x = 2n\pi$ , dann ist  $\overline{E}_y^2$  als Funktion von  $l_2$  und  $x$  absolutes Maximum. Wenn

$$x = n\lambda_1/2 \quad (73f)$$

dann

$$l_1 = (2s+1)\lambda_1/4 \quad (73g)$$

und

$$2\gamma_1 l_2 - \delta = 2t\pi \quad (73h)$$

Die Bedingungen (72d, e) (73g, h) fallen mit den Bedingungen (69b, c), welche für maximalen Energieinhalt gelten, zusammen. Stellt man die beiden Abschlusskolben so ein, dass der Energieinhalt und mit diesem die Energie-Aufnahme zu einem Maximum werden, und verschiebt man den Detektor bei festgehaltenem Abschlusskolben, bis das damit verbundene Galvanometer den grössten Ausschlag zeigt, dann erhält man sowohl in Abhängigkeit von  $l_1$  wie von  $l_2$  symmetrische Resonanzkurven.

Zum richtigen Verständnis des Inhaltes der Gleichungen (69b, c), (72d, e), (73g, f) ist zu beachten, dass: Da sowohl die Sendeantenne wie auch der Detektor auf die im Hohlraumleiter hin und her reflektierten Wellen wie Gebilde mit komplexem Reflexions- und Durchlasskoeffizienten wirken, ausserdem die Sendeantenne sicherlich ein Nahfeld, in welchem die Wellentype noch nicht ausgebildet ist, hat, zeigen die oben erwähnten Gleichungen bloss das an, dass es Orte der Abschlusskolben und des Detektors gibt, für welche die Resonanzkurven symmetrisch werden und die Resonanzlängen unabhängig vom Betrage des Reflexionskoeffizienten der Abschlusskolben sind.

### III. Die Messmethode.

Die elektrischen Konstanten ( $\epsilon'$ ,  $\sigma$ ) der zu untersuchenden Substanz kommen in allen Gleichungen, welche das Verhalten des abgeschlossenen Hohlraumleiters beschreiben, vor. Prinzipiell können sie alle zur Bestimmung von  $\epsilon'$ ,  $\sigma$  dienen.

Wenn es sich um die Untersuchung einer isotropen Platte handelt, dann ist es gleichgültig, welche Wellentype zur Messung benützt wird. Die  $H_{01}$ -Wellen haben aber den Vorzug, dass ihre

elektrischen Feldlinien je nach der Erregung zur  $y$ - oder  $z$ -Achse parallel polarisiert sind. Aus diesem Grunde eignet sich diese Wellentype auch zur Untersuchung von Kristallen.

Um dies einzusehen, sei daran erinnert, dass die  $H_{01}$ -Wellen in zwei ebene Wellen zerlegt werden können (siehe auch CHU und BARROW, loc. cit.). Ist nun der zu untersuchende Kristall so geschliffen, dass eine der Hauptachsen seiner Indikatrix zur Schwingungsrichtung der elektrischen Feldstärke der  $H_{01}$ -Wellen parallel liegt, dann tritt keine Doppelbrechung auf und der Kristall verhält sich wie ein isotroper Körper, wenn er nicht optisch aktiv ist.

Die weiteren Rechnungen beschränken sich deshalb auf die Untersuchung von  $H_{m,n}$ -Wellen.

Infolge ihrer Verwickeltheit können die Gleichungen (60), (62) nicht zur Berechnung der gesuchten Grössen benützt werden.

Die schon oben diskutierte Anordnung, bei welcher die zu untersuchende Substanz auf dem empfängerseitigen Abschlusskolben aufliegt ( $u = d$ ), ermöglicht es, mit der Gleichung (56) allein auszukommen. Man kann folgendermassen verfahren: 1. Man misst den absoluten Betrag des Reflexionskoeffizienten  $|r|$  und den Phasensprung  $\delta$ ; 2. man misst in Abhängigkeit von der Dicke der Substanz *entweder* den absoluten Betrag des Reflexionskoeffizienten *oder* den Phasensprung.

Bestimmt man den Betrag des Reflexionskoeffizienten, dann müssen zwei Detektorausschläge ihrer Grösse nach verglichen werden. Da aber sowohl die Detektorempfindlichkeit als auch die vom Sender ausgestrahlte Energie Schwankungen unterworfen sind, ist diese Methode nicht zuverlässlich. Ist noch hierzu die Absorption in der zu untersuchenden Substanz nicht viel grösser als in der metallischen Umhüllung, dann darf die Wand des Hohlraumleiters nicht als vollkommener Leiter betrachtet werden.

Im vorhergehenden Abschnitt wurde gezeigt, dass, wenn  $l_1$  ein ungerades Vielfaches der Viertel-Wellenlänge,  $x$  ein ganzes Vielfaches der halben Wellenlänge sind, dann die Resonanzlänge von  $l_2$  einzig von  $\delta$  abhängt. Vergleicht man die Resonanzlänge bei eingeführter Substanz mit der Resonanzlänge bei beidseitig metallischem Abschluss, dann kann der Phasensprung  $\delta$  gemessen werden. Aus der Messung von  $\delta$  für zwei verschiedene Dicken  $\delta$  der Substanz können  $\epsilon'$  und  $\sigma$  berechnet werden. Bei dieser Messmethode spielen die Schwankungen der Detektorempfindlichkeit keine Rolle, da man nur auf Maxima einstellt und die Grösse der Ausschläge nicht miteinander vergleicht. Die Veränderung der vom Sender ausgestrahlten Energie spielt nur sofern eine Rolle, als damit eine Frequenzänderung und eine Änderung der Resonanzlänge aufge-

treten wären. Die Unsicherheit in der Messung der Resonanzlänge ist gleich der Unsicherheit in der Bestimmung der Wellenlänge und beträgt etwa 1%.

Die Dämpfung in den Metallwänden tritt in der Resonanzlänge auf. Der Phasensprung bei der Reflexion an der Oberfläche eines idealen Leiters beträgt  $\pi$ . Die Änderung der Resonanzlänge, welche durch die Endlichkeit der Leitfähigkeit der Wände des Hohlraumleiters verursacht wird, kann in zwei Beträge aufgeteilt werden: 1. in den durch die Reflexion am Abschlusskolben verursachten; 2. in den durch die exponentielle Abnahme der Amplitude bedingte örtliche Verschiebung der Maxima der pseudostehenden Wellen. Der erste Anteil folgt aus (54a), wenn berücksichtigt wird, dass für hohe Leitfähigkeit  $\gamma \sim \beta$ :

$$r \sim - \left[ 1 - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} - i \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \right] \quad (74)$$

$$(\text{tg } \delta)_1 \sim \delta \sim \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{\gamma}{\sqrt{2 \pi \sigma_{\text{Al}} \omega \mu_0}}$$

$\sigma_{\text{Al}} = 27 \cdot 10^4 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ ;  $\lambda$  Wellenlänge im Vakuum, ca. 2,2 cm;  $\lambda_1$  ca. 3,1 cm;  $\gamma_1$  ca. 2/cm.

$$\delta_1 = 4 \pi \frac{(\Delta l_2)_1}{\lambda} \sim 6 \cdot 10^{-5} \quad (\Delta l_2)_1 \sim 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ cm} \quad (75)$$

Den zweiten Anteil kann man aus der nach Bemerkung 5, Seite 20 umgeformten Gleichung (56b) berechnen:

$$\overline{E_y^2} = E_{y\infty} E_{y\infty}^* \frac{\text{ch } 2 \alpha l_1 - \cos 2 \gamma_1 l_1}{\text{ch } 2 \alpha (l_1 + l_2) - \cos 2 \gamma_1 (l_1 + l_2)} [\text{ch } 2 \alpha (l_2 - x) - \cos 2 \gamma_1 (l_2 - x)] \quad (76)$$

mit

$$l_i = l_{i \text{ o Al}=\infty} + \Delta l_i; \quad (\Delta l_1)_2 = (\Delta l_2)_2 = \left( \frac{\Delta l}{2} \right)_2; \quad x \sim n \frac{\lambda_1}{2};$$

$$\alpha \sim 10^{-4} \text{ neper/cm} \quad (\Delta l)_2 \sim -2 \left( \frac{\alpha}{\gamma_1} \right)^2 (l_1 + l_2) \sim 10^{-6} \text{ cm} \quad (77)$$

$$|(\Delta l_2)_1| + |(\Delta l_2)_2| < 2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$$

Die durch die Dämpfung im Metall verursachte Änderung der Resonanzlänge liegt folglich innerhalb der Messgenauigkeit.

Die Gleichung (76) zeigt, dass grosse Gesamtlänge wie grosser Abstand zwischen Abschlusskolben und Detektor die Resonanzkurve abflachen.

Da  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ ;  $\mu_0 h_1 = \gamma_1' = \gamma_1$ ;  $\mu_0 h_2 = \gamma_2' = \gamma_2 - i\beta_2$ , erhält man aus (63a), wenn die folgenden Grössen eingeführt werden:

$$D = \gamma_1 d; \quad \xi = \gamma_2 d; \quad \eta = \beta_2 d \quad (78)$$

$$\operatorname{tg} \delta = -2D \frac{(\cos 2\xi + \operatorname{ch} 2\eta)(\eta \operatorname{sh} 2\eta + \xi \sin 2\xi)}{(\xi^2 + \eta^2)(\cos 2\xi + \operatorname{ch} 2\eta)^2 - D^2(\sin^2 2\xi + \operatorname{sh}^2 2\eta)} \quad (79)$$

Durch Änderung der Dicke der zu untersuchenden Substanz kann es erreicht werden, dass  $\operatorname{tg} \delta$  verschwindet. Wenn dieser Fall eintritt, dann ist  $\delta = q\pi$ . Wenn  $q$  ungerade ist, dann ist die Resonanzlänge  $l_2$  bei Messung mit der auf dem Metallkolben aufliegenden Substanz gleich der Resonanzlänge bei der Messung mit rein metallischem Abschlusskolben; wenn  $q$  gerade ist, dann erreicht die Abweichung zwischen den beiden obengenannten Resonanzlängen ihren grössten Wert:  $\lambda_1/2$ .

In beiden Fällen gilt:  $\operatorname{tg} \delta = 0$ , folglich wird

$$\underline{\underline{\eta \operatorname{sh} 2\eta = -\xi \sin 2\xi}} \quad (80a)$$

und

$$r = \frac{D^2(\sin^2 2\xi + \operatorname{sh}^2 2\eta) - (\xi^2 + \eta^2)(\cos 2\xi + \operatorname{ch} 2\eta)^2}{[\xi(\cos 2\xi + \operatorname{ch} 2\eta) + D \operatorname{sh} 2\eta]^2 + [\eta(\cos 2\xi + \operatorname{ch} 2\eta) - D \sin 2\xi]^2} \quad (80b)$$

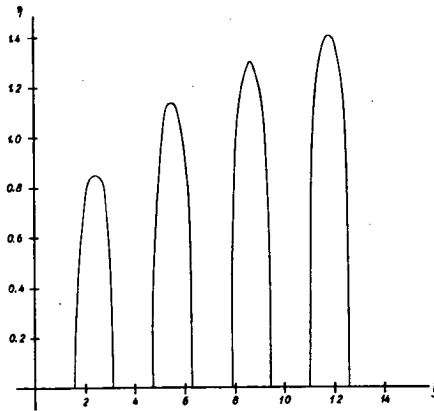


Fig. 8.

Die vier ersten Äste der Funktion  $\eta \operatorname{sh} 2\eta = -\xi \sin 2\xi$ .  $\eta = f(\xi)$  hat nur für solche Werte von  $\xi$ , welche zwischen  $(2n+1)\pi/2$  und  $2(n+1)\pi/2$  liegen eine reelle Lösung.

Durch den Versuch kann man zwei Werte  $d_1$  und  $d_2$  bestimmen, welche die Gleichung (80a) befriedigen. Aus der graphischen



Darstellung der Funktion  $\eta \operatorname{sh} 2 \eta = -\xi \sin 2 \xi$  sucht man zwei Wertepaare  $\xi_1, \eta_1$  und  $\xi_2, \eta_2$  auf, welche die Bedingung

$$\frac{\xi_1}{\xi_2} = \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{d_1}{d_2} \quad (81a)$$

erfüllen. Daraus ergibt sich wegen 78:

$$\gamma_2 = \frac{\xi_1}{d_1} = \frac{\xi_2}{d_2}; \quad \beta_2 = \frac{\eta_1}{d_1} = \frac{\eta_2}{d_2} \quad (81b)$$

Endlich erhält man vermöge (17a), (33a, b), (78) die elektrischen Konstanten  $\varepsilon_2'$  und  $\sigma$ :

$$\varepsilon_2' = \left( k^2 + \frac{\xi_1 \xi_2 - \eta_1 \eta_2}{d_1 d_2} \right) \frac{1}{\omega^2 \mu_0} \quad (82a)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sqrt{\xi_1 \xi_2 \eta_1 \eta_2}}{2 \pi \mu_0 \omega d_1 d_2} \quad (82b)$$

In (82a) und (82b) wurden gesetzt:

$$\gamma_2 = \sqrt{\frac{\xi_1}{d_1} \frac{\xi_2}{d_2}}; \quad \eta_2 = \sqrt{\frac{\eta_1}{d_1} \frac{\eta_2}{d_2}}$$

#### IV. Die Beschreibung der Apparatur und ihres Betriebes.

a) Die Beschreibung der Apparatur:

Die Fig. 9 zeigt die Übersicht der Versuchsanordnung: Magnetron mit Magnet und Hohlraumleiter.

Die Beschreibung des Magneten findet sich in der Elektrotechnischen Zeitschrift 1909, S. 446.

Das Magnetron und der Senderteil des Hohlraumleiters sind auf einen Schlitten montiert. Dieser kann auf einer Zeißschiene zwischen den Magnetpolen senkrecht zur Feldrichtung verschoben werden. Fig. 10 zeigt diesen Schlitten (Hauptschlitten).

Auf diesem Bilde befindet sich rechts vom Magnetron der Kontrollempfänger (Thermokreuz 4003P der Standard Comp.; Anzeigedepotinstrument Siemens-Halske Drehspulgalvanometer, Empfindlichkeit  $5.10^{-9}$  A/mm/m). Das die Ankopplung des Kontrollempfängers bewerkstelligende Doppeldrahtsystem dient unter Umständen zur Messung der Wellenlänge der Magnetronschwingungen. Die Grundplatte, auf welche das Thermokreuz mit seinem Doppeldrahtsystem montiert ist, ist in Schlitten geführt verschiebbar; dadurch kann die Ankopplung variiert werden.

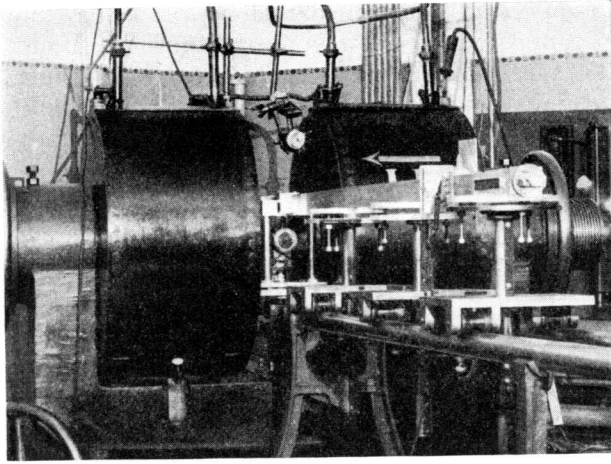


Fig. 9.  
Übersicht der Apparatur.

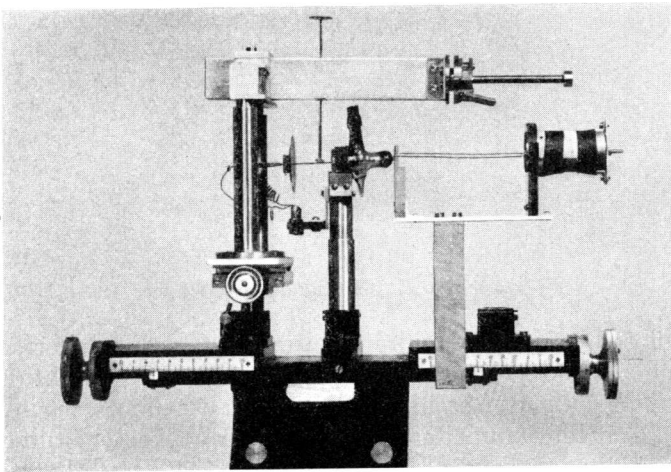


Fig. 10.  
Das Magnetron mit Kontrollempfänger und Senderteil des Hohlraumleiters.  
Der Hauptschlitten, Grössenverhältnisse an der Skala des Längsschlittens  
ersichtlich.

Das Magnetron ist unabhängig von den andern auf dem Hauptschlitten montierten Teilen in der Höhe verstellbar und um zwei aufeinander und auf die Bewegungsrichtung des Hauptschlittens senkrechte Achsen drehbar. Fig. 10, 11 und 12 zeigen, wie das Magnetron mit dem dazugehörigen Dreileitersystem und Abstimmbrücke relativ zu den andern Teilen liegt und wie es in seinem Halter befestigt ist.

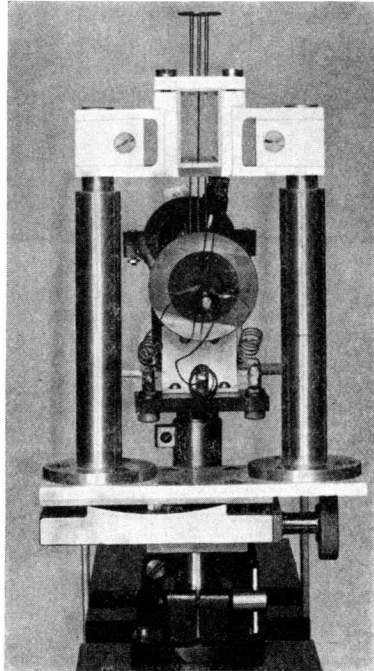


Fig. 11.  
Vorderansicht und Befestigung des Senderteiles.

Der Senderteil des Hohlraumleiters besteht aus der erregenden Antenne mit ihrer Energieleitung und Abstimmvorrichtung und dem senderseitigen Abschlusskolben. Dieses Ganze ist in einem Stutzen des Hohlraumleiters zusammengebaut. Dieser Stutzen sitzt in einem rahmenförmigen Halter (Fig. 10, 11, 12) fest. Letzterer ist in der Höhe verstellbar und um eine vertikale Achse drehbar, ausserdem parallel und quer zum Dreileitersystem des Magnetrons mit Hilfe von Schlittenführungen verschiebbar. Fig. 10 zeigt den Überblick, Fig. 11 den Querschlitten, welcher vom Längsschlitten getragen wird.

Als Hohlraumleiter wurde ein normales Antikorodalprofil mit den inneren Massen:  $16 \times 31$  mm benützt.

Aus den früher erwähnten Gründen wurde angestrebt, im Hohlraumleiter die  $H_{01}$ -Welle zu erregen. Dazu dient eine gerade Antenne, wie sie in der Fig. 11 gezeigt wird. Als Speiseleitung und Abstimmorgan dieser Antenne dient ein posaunenartig ausgebildetes Dreileitersystem, welches, wie aus den Fig. 10, 11, 12 hervorgeht, mit dem Magnetron gekoppelt ist. Die Bolzen der Posaunen sind in einem in die Wand des Stützens eingelassenen Trolitulblock mit Gewinde und Trolitullack befestigt; der mittlere

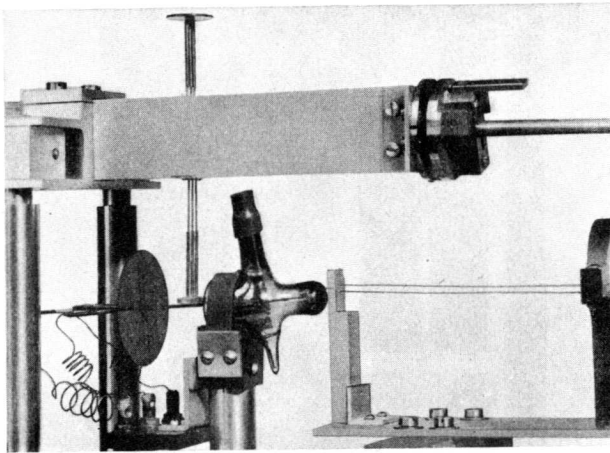


Fig. 12.

Ankopplung des Hohlraumleiters und Abstimmposaunen.

Bolzen ist durchgehend und dient als Antenne, mit welcher die Erregung der  $H_{01}$ -Welle angestrebt wurde, die zwei seitlichen endigen im Block bündig mit der Innenfläche des Hohlraumleiters. Die obere Hülse der Posaune wird durch eine kupferne Kurzschlussbrücke, die untere durch ein Distanzstück aus Trolitul abgeschlossen. Der Abstand der Leiter ist gleich wie beim Magnetron und beträgt 3,5 mm; der Durchmesser der Bolzen 0,8 mm.

Die Fig. 13 zeigt den in einem Stützen des Hohlraumleiters befindlichen Empfänger. Er ist parallel zur Sendeantenne angebracht und besteht in seinem unteren Teil aus dem 2 mm dicken Kristallhalter, im oberen aus der Spitze, die von einer 0,4—0,5 mm dicken stählernen Nähnadel gebildet wird. Als Kristall wurde Silizium benützt. Der Detektor zeigte sich auf Erschütterung, Kontaktdruck, Güte der Spitze sehr empfindlich. Die Anzeigeempfind-

lichkeit war gelegentlichen Schwankungen unterworfen. In der oberen Säule des Empfängerstutzens befindet sich eine Molybdaefeder, mit welcher der Kontaktdruck eingestellt werden kann. Die zwei Buchsen rechts dienen zum Anschluss der Galvanometerleitung (Leybold'sches Drehspul-Galvanometer, Empfindlichkeit ca.  $5 \cdot 10^{-9}$  Amp./mm/m). Der Empfängerstutzen ist eine Einheit für sich und kann, wo zwei Abschnitte des Hohlraumleiters zusammen-

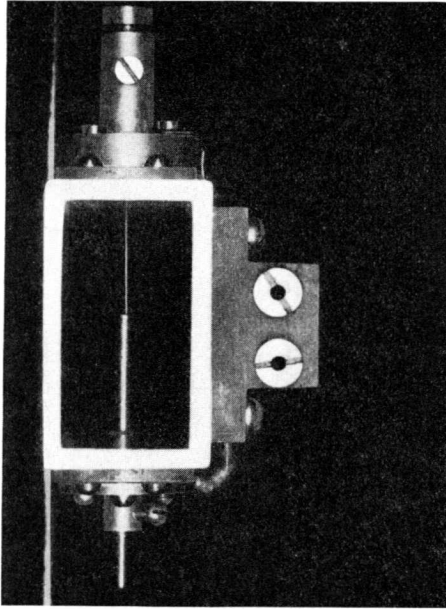


Fig. 13.

Ansicht des in dem Hohlraumleiter eingebauten Detektors.  
Vergrößerung ca. 1,5fach.

stossen, eingefügt werden. Der Abstand Sendeanenne/Detektor ist in Sprüngen von 0,5 mm durch Zwischenlagen, die bei Stossstellen der einzelnen Abschnitte angebracht werden, einstellbar.

Der empfängerseitige Abschlusskolben ist gleich gebaut wie der senderseitige. Beide können mit Hilfe einer feststehenden Mutter und beweglichem Bolzen bewegt werden. Das Bolzengewinde hat eine Steigung von 0,5 mm. Zwecks rascher Verschiebung kann die Mutter geöffnet werden.

Im Hohlraumleiter sind zwei gut verschliessbare Schlitze angebracht, der eine in der Nähe des Senderteiles, der andere, nach Belieben, hinter oder vor dem Empfänger.

Die Wellenlänge in der Luft wurde mittelst eines koaxialen Wellenmessers bestimmt. Der Wellenmesser (Fig. 9 oben, zwischen den Magnetpolen, in nicht angekoppeltem Zustand abgebildet) wurde mit der obern Posaune gekoppelt.

Als Stromquelle des Magneten diente eine Akkumulatoren-batterie von 162 Ampèrestunden Kapazität. Es durfte ausser dem Magneten keine andere Belastung an der Batterie liegen, da sonst die Energieausstrahlung des Magnetrons zu stark schwankte.

Die Heizbatterie des Magnetrons war eine 6-Volt-Akkumu-latorenbatterie von 64 Ampèrestunden Kapazität.

Eine Hochspannungsmaschine, deren Ausgangsspannung mit Hilfe eines Stabilisators konstant gehalten wurde, lieferte die Anodenspannung des Magnetrons. Der Stabilisator war im wesentlichen gleich gebaut wie derjenige, welchen NEHER und PICKERING als zweite Variante in der Februarnummer 1939 der Review of Scientific Instruments angaben. Die Schwankungen der Ausgangsspannung des Stabilisators waren kleiner als 1‰ des Nennwertes.

Erregerstrom des Magneten, Heizstrom, Anodenstrom und Anodenspannung des Magnetrons sollen in feineren Sprüngen als 1% des jeweiligen Nennwertes verstellt werden können. Es ist ganz besonders dafür zu sorgen, dass im Heizkreis des Magnetrons kein schlechter Kontakt vorkommt.

#### b) Der Betrieb der Apparatur:

Die Inbetriebsetzung erfolgt in zwei wohl getrennten Schritten: 1. Die Erregung von Schwingungen der gewünschten Wellenlänge im Magnetron, 2. die Einstellung des Hohlraumleiters.

An Hand früher aufgenommenener Protokolle ist die Anregung der Magnetrone nicht schwierig; der Kontrollempfänger zeigt an, ob es gelang, die richtige Abstimmung zu treffen.

Mehr Geduld erfordert die Einstellung des Hohlraumleiters. Die Grundsätze, nach welchen während dieser Arbeit im allgemeinen verfahren wurde, seien im folgenden beschrieben.

Der Hohlraumleiter ist auf die vorhandene Frequenz eingestellt, wenn: a) er am richtigen Ort längs des Dreileitersystems des Magnetrons an dieses angekoppelt ist; b) die Abstimmposaunen der Erregerantenne ihre richtige Länge haben; c) die beiden Abschlusskolben an ihrem richtigen Ort sind; d) der eingebaute Detektor anzeigt. Die Reihenfolge der Schritte, in welcher die Einstellung vonstatten geht, ist die der obigen Aufzählung. Wenn einer der drei ersten Schritte erreicht worden ist, dann nimmt jedesmal der Ausschlag des in der Beschreibung erwähnten Kontrollempfängers um ein weiteres ab. Wenn der Detektor richtig

eingestellt ist, so merkt man das an der Anzeige seines Galvanometers. Ist die Resonanzkurve, die man nach erfolgter Einstellung aufnimmt, symmetrisch, dann kann zur Messung der elektrischen Konstanten geschritten werden. Zeigt sie aber Unregelmässigkeiten, wie Unsymmetrie, zusätzliche, der zu erregenden Wellentype nicht entsprechende Extrema, dann müssen die Unregelmässigkeiten zuerst behoben, oder ihr Einfluss auf die Bestimmung der elektrischen Konstanten abgeschätzt werden.

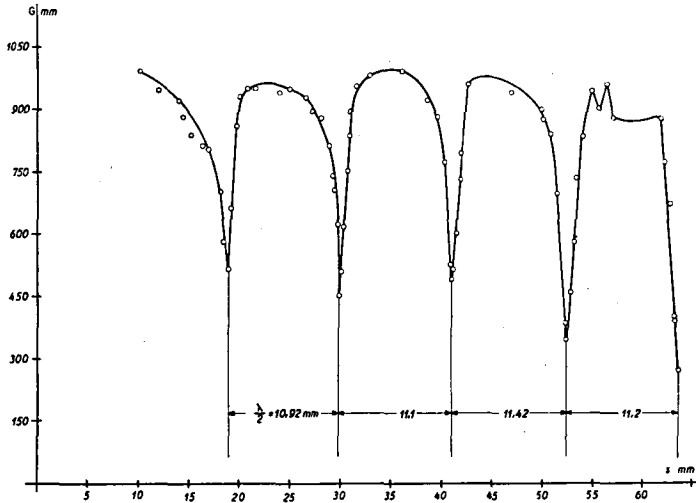


Fig. 14.

$G$  = dem Detektorstrom proportionaler Galvanometerausgang.  $s$  = Verschiebung des Kolbens im koaxialen Wellenmesser.

$$\lambda_{\text{mittel}} = 22,32 \text{ mm} \left( \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{mittel}}} \right) = 1,16\%$$

Der Abstand der Extrema der Resonanzkurven, welche der zu erregenden Wellentype entsprechen, sind bekannt, da sie aus der Vakuum-Wellenlänge mit Hilfe der Dispersionsformel berechnet werden können. Die Vakuum-Wellenlänge wird mit dem koaxialen Wellenmesser, nachdem der Hohlraumleiter soweit eingestellt ist, dass sein Detektor anzeigt, gemessen. Der Wellenmesser wird mit der obern Posaune gekoppelt und auf die Wellenlänge des Magnetrons abgestimmt; ist die Abstimmung erreicht, dann nimmt der Ausschlag des Detektors im Hohlraumleiter ab. Nun kann dieser Detektorausgang entweder in Abhängigkeit des Ortes des Wellenmessers längs der Posaune, oder in Abhängigkeit der Abstimmung des Wellenmessers aufgenommen werden. Eine nach der letztern Methode aufgenommene Kurve zeigt die Fig. 14.

Ist die Resonanzkurve, die man durch Verschieben des einen Abschlusskolbens aufnimmt, unsymmetrisch, aber ohne Nebenmaxima, dann kann diese Unregelmässigkeit zur Ursache haben, dass die Orte des feststehenden Kolbens und des eingebauten Detektors die Bedingungen, welche in den Gleichungen (73f, g, h) enthalten sind, nicht erfüllen. Einen weiteren Grund zur Unsymmetrie liefert die unsaubere Erregung durch die Antenne dann, wenn die Stromverteilung in ihr dem Feldverlauf der zu erregenden Wellentype nicht entspricht. Die Fig. 15 zeigt eine Resonanzkurve

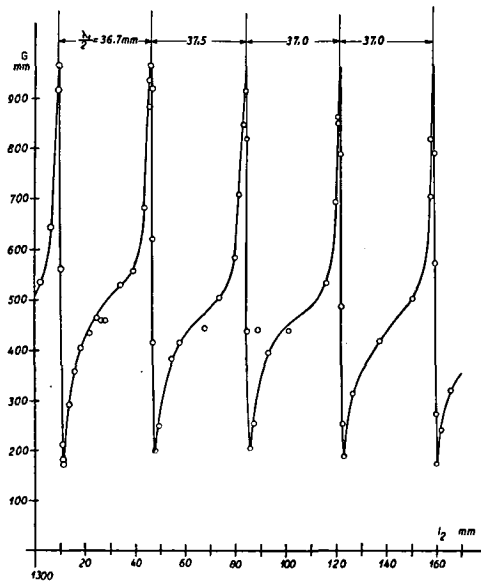


Fig. 15.

$G$  = dem Detektorstrom proportionaler Galvanometerausschlag.

$l_2$  = Abstand des empfängerseitigen Abschlusskolbens von der Antenne.

( $x = 1200$  mm,  $l_1 = 72,5$  mm)

Vakuumwellenlänge 29,4 mm

für den Fall, dass die erregende Frequenz so ausgesucht wurde, dass der Hohlraumleiter ausser der  $H_{01}$ -Welle keine andere mehr durchlässt, und die Sendeantenne länger als die Wellenlänge im Vakuum ist. In diesem Fall ist es möglich, mit Hilfe entsprechend angebrachter Drahtgitter die Resonanzkurve weitgehend zu korrigieren (Fig. 16). Die Stäbe der verwendeten Gitter waren senkrecht zur Erregerantenne angeordnet, der Ort der Gitter und ihr gegenseitiger Abstand durch Probieren gefunden. Der auf Seite 44 erwähnte Schlitz in der Nähe des Senderteiles diente zur Aufnahme



der Gitter. Die Gitter können die Resonanzfähigkeit des Hohlraumleiters erhöhen, da man durch entsprechende Wahl ihrer Orte erreichen kann, dass der Ausschlag des hinter ihnen liegenden Detektors grösser wird, als er vor dem Anbringen der Gitter war. Die Gitter ändern auch die Resonanzlänge.

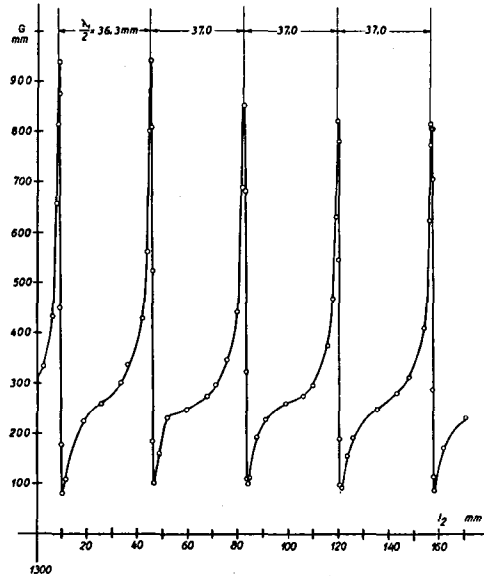


Fig. 16.

$G$  = dem Detektorstrom proportionaler Galvanometerausschlag.

$l_2$  = Abstand des empfangerseitigen Abschlusskolbens von der Antenne.

( $x = 1200$  mm,  $l_1 = 72,5$  mm)

Messung mit einem Gitterpaar zwischen Antenne und Detektor, Ort und gegenseitiger Abstand des Gitterpaares so aufgesucht, dass der Detektorausschlag am grössten ist.

Vakuumwellenlänge 29,4 mm.

In dem Masse, wie die Antenne länger als die Vakuumwellenlänge wird, kommt die zweite Störung: die der Wellenlänge der zu erregenden Wellentype nicht entsprechende Extrema der Resonanzkurve, zum Vorschein. Es gelang nicht, diese Kurven mit Hilfe der Gitter oder Änderung der Lage der Abstimmposunen zu korrigieren (Fig. 17, 18).

Die Verlängerung des Dreileitersystems der Erregerantenne in den Hohlraumleiter hinein, so, dass nur ein 8 mm langes Mittelstück der Antenne abstrahlen konnte, schuf auch keine Abhilfe.

Diese „Nebenmaxima“ entstehen nicht durch Rückwirkung des Hohlraumleiters auf das Magnetron: Änderte man die Ankopp-

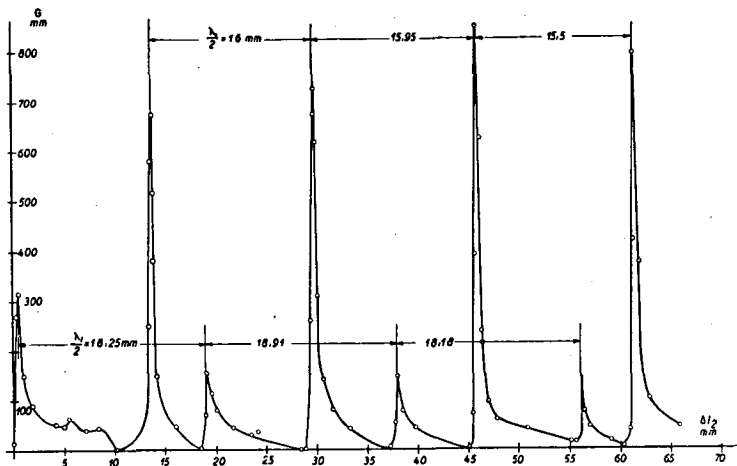


Fig. 17.

$G$  = dem Detektorstrom proportionaler Galvanometerausschlag.

$\Delta l_2$  = Verschiebung des empfängerseitigen Abschlusskolbens.

Auftreten von Nebenmaxima; ein Gitter zwischen Antenne und Detektor.  
Vakuumwellenlänge 22 mm.

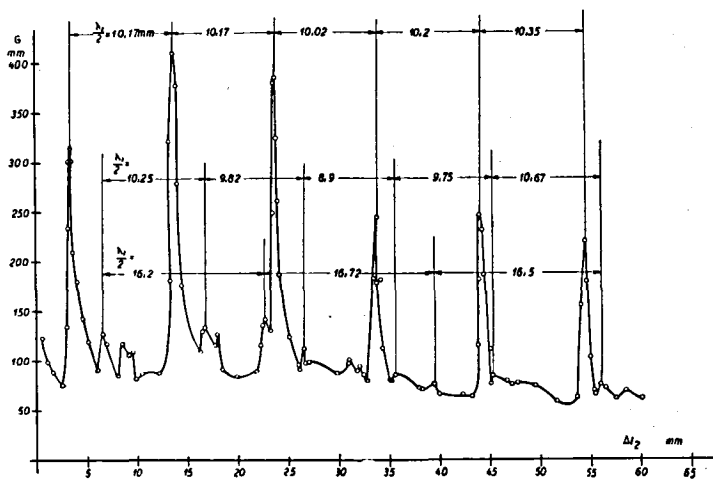


Fig. 18.

$G$  = dem Detektorstrom proportionaler Galvanometerausschlag.

$\Delta l_2$  = Verschiebung des empfängerseitigen Abschlusskolbens.

Auftreten von Nebenmaxima; ein Gitter und eine Blende  $a = 3,1$  cm,  $b = 0,8$  cm  
zwischen Antenne und Detektor.

Vakuumwellenlänge 14,9 mm.

lung des Hohlraumleiters in den weitesten Grenzen, die noch eine Messung erlaubten, so konnte kein Einfluss auf das Auftreten der Nebenmaxima nachgewiesen werden.

Die bei einer längeren Messdauer auftretende Abnahme der Maxima des Detektorausschlages kann darauf zurückgeführt werden, dass die Spannungsquellen sich, wenn auch langsam, verändern.

Die Unregelmässigkeiten der Resonanzkurve stören insofern in der Bestimmung der elektrischen Konstanten, als man im unklaren ist: erstens über das Feldbild im Hohlraumleiter; zweitens über die Anwendbarkeit der Gl. (80a).

Der Feldverlauf längs der Achse des Hohlraumleiters gibt über das Feldbild Aufschluss. Würde es sich etwa zeigen, dass das Feldbild bei festgehaltenen Abschlusskolben sogar in dem Fall der gewünschten Wellentype entspricht, wenn die Resonanzkurve Nebenmaxima aufweist, dann hat man sich um die Sauberkeit des Feldbildes nicht weiter zu kümmern.

Die im Abschnitt III entwickelte Messmethode beruht auf der Annahme, dass, wenn bei der Messung mit rein metallischem Abschlusskolben und bei der Messung mit der auf dem Metallkolben aufliegenden dielektrischen Platte, die Resonanzlänge die gleiche ist, dann in beiden Fällen der Phasensprung bei der Reflexion  $\pi$  beträgt. Bei Benützung symmetrischer Resonanzkurven besteht diese Annahme zu Recht. Wird die Unsymmetrie dadurch verursacht, dass die Bedingungen (72d, e), (73g, h) nicht erfüllt sind, die Erregung durch die Senderantenne aber sauber ist, dann kann die Abweichung des Phasensprunges von  $\pi$  wie folgt geschätzt werden:

Der Reflexionskoeffizient des aus der zu untersuchenden Substanz und dem Metallkolben bestehenden Gebildes ist nie stark von Eins verschieden; wenn die benützte Resonanzkurve eingermassen scharfe Maxima besitzt ( $2\gamma_1(l_1 + x) \neq 2q\pi$ ), kann die Dämpfung des Hohlraumleiters für die Bestimmung der Resonanzlängen vernachlässigt werden. Die Resonanzlänge von  $l_2$  berechnet sich bei Messung

mit rein metallischem Kolben:

$$\text{aus } \cos 2\gamma_1(l_1 + l_2) = +1; \quad 2\gamma_1(l_1 + l_2) = 2m\pi \quad \text{aus (76)}$$

mit dem zusammengesetzten Kolben:

$$\text{aus } A_2 \cos [\gamma_1(l_1 + 2l_2 - x) - \delta] + A_3 \cos \gamma_1(l_1 + x) = 0 \quad \text{aus (73a)}$$

$$A_2 = 1 + r_2^2; \quad A_3 = 2r_2; \quad A_2 \geq A_3; \quad A_2 = A_3(1 + \varphi); \quad \varphi \leq 1$$

$$\begin{aligned}
 & A_3 \{ \cos \gamma_1 (l_1 + x) + \cos [\gamma_1 (l_1 + 2 l_2 - x) - \delta] \\
 & \quad + \varphi \cdot \cos [\gamma_1 (l_1 + 2 l_2 - x) - \delta] \} = 0 \\
 & 2 \cos \left[ \gamma_1 (l_1 + l_2) - \frac{\delta}{2} \right] \cos \left[ \gamma_1 (l_2 - x) - \frac{\delta}{2} \right] \\
 & \quad + \varphi \cos [\gamma_1 (l_1 + 2 l_2 - x) - \delta] = 0
 \end{aligned}$$

Werden die Resonanzlängen einander gleich gesetzt, dann gilt:

$$\gamma_1 (l_1 + l_2) = m\pi; \quad \cos \gamma_1 (l_1 + l_2) = (-1)^m$$

Bei unsymmetrischer Resonanzkurve und von Eins verschiedenem Reflexionskoeffizienten ist  $\delta$  nicht gleich  $\pi$ .

Setzt man:

$$\delta = \pi + \zeta; \quad \psi = l_2 - x$$

so erhält man

$$(1 + \varphi) \operatorname{tg} 2 \gamma_1 \psi \cdot \sin \zeta - (1 - \varphi) \cos \zeta + 1 = 0$$

Entwickelt man nach Potenzen von  $\zeta$  und vernachlässigt alle nichtlinearen Glieder, dann erhält man für die Abweichung des Phasensprunges von  $\pi$ :

$$\zeta = - \frac{A_2 - A_3}{A_2} \operatorname{ctg} \gamma_1 (l_2 - x) = - \frac{(1 - r_2)^2}{1 + r_2^2} \operatorname{ctg} \gamma_1 (l_2 - x) \quad (83)$$

$\operatorname{ctg} \gamma_1 (l_2 - x)$  wird in der Nähe der Minima gross.

Um zu prüfen, welche Werte  $\operatorname{ctg} \gamma_1 \psi$  für das Maximum einer noch einigermaßen scharfen Resonanzkurve in Funktion der Unsymmetrie, das heisst  $2 \gamma_1 (l_1 + x)$ , annimmt ist es von Vorteil, Gleichung (76) in die folgende Form zu bringen:

$$\overline{E}_y^2 = A_1 (\operatorname{ch} 2 \alpha l_1 - \cos 2 \gamma_1 l_1) \frac{\operatorname{ch} 2 \alpha \psi - \cos 2 \gamma_1 \psi}{\operatorname{ch} 2 \alpha (l_1 + x + \psi) - \cos 2 \gamma_1 (l_1 + x + \psi)}$$

Da uns nur der Kurvenverlauf bei Änderung von  $\psi$  interessiert, kann geschrieben werden:

$$K \overline{E}^2 = \frac{\operatorname{ch} 2 \alpha \psi - \cos 2 \gamma_1 \psi}{\operatorname{ch} 2 \alpha (l_1 + x + \psi) - \cos 2 \gamma_1 (l_1 + x + \psi)}$$

Mit den Werten:  $a = 3,1$  cm;  $b = 1,6$  cm;  $\lambda = 2,94$  cm;  
 $\lambda_1 = 7,4$  cm; folglich, nach CHU und BARROW l. c.  
 $\alpha \sim 3,45 \cdot 10^{-4}$  neper/cm, kann die folgende Tabelle  
aufgestellt werden:

$2\gamma_1(l_1+x)$	$\psi$ für Maximum	$K\bar{E}^2$	$ \operatorname{ctg} \gamma_1(l_2-x) $
$(2n+1)\pi$ . . . . .	$(\frac{1}{4})\lambda_1$	500	0
$(2n+1)\pi - (\frac{3}{8})\pi$ .	$(\frac{11}{32})\lambda_1$	350	0,412
$(2n+1)\pi - (\frac{6}{8})\pi$ .	$(\frac{14}{32})\lambda_1$	98	2,4
$(2n+1)\pi - (\frac{15}{16})\pi$	$(\frac{31}{64})\lambda_1$	5	10

Diese Zusammenstellung zeigt, dass sogar in einem so ungünstigen Fall, wo die Resonanzkurve dermassen flach wird, dass sie nicht mehr aufgenommen werden kann,  $|\operatorname{ctg} \gamma_1(l_2-x)|$  erst ungefähr 10 ist. Mit diesem Wert und einem Reflexionskoeffizienten von 0,8, einem Wert, der immer überschritten werden kann, wird für die Abweichung des Phasensprunges  $\delta$  von  $\pi$  erhalten:

$$|\zeta| \approx \frac{(1-0,8)^2}{1+(0,8)^2} \cdot 10 = 0,244$$

Diese Abweichung beläuft sich auf ungefähr 7,8% von  $\pi$ . Die Unsicherheit in der Messung der Resonanzlänge beträgt ca. 1%:

$$\frac{\Delta \lambda_1}{\lambda_1} \sim 1\%; \quad \Delta \delta = 4\pi \frac{\Delta \lambda_1}{\lambda_1} \sim 12\%$$

Die durch die Unsymmetrie verursachte Abweichung  $\zeta$  des Phasensprunges von  $\pi$  ist auch in einem sehr ungünstigen Fall kleiner als die Unsicherheit in der Messung der Resonanzlänge. Dieser günstige Sachverhalt wird dadurch bedingt, dass der Reflexionskoeffizient nicht viel kleiner als Eins werden kann.

Zur Messung des Feldverlaufes längs der Achse des Hohlraumleiters wurde in einem der auf Seite 44 erwähnten Schlitze ein parallel zur Antenne gerichteter Draht eingeführt und in Abhängigkeit von seinem Ort der Ausschlag des eingebauten Detektors aufgezeichnet. Man kann zum unerwarteten Ergebnis, dass die Länge, mit welcher die Sonde in den Querschnitt ragt, auf den Verlauf der Kurve fast ohne Einfluss ist. Die Fig. 19 zeigt zwei solche Kurven und die dazugehörige Anordnung der Sonde. Die bei derselben Einstellung aufgenommene Resonanzkurve wies Nebenmaxima auf. Zur Messung mit der Sonde wurden die Abschlusskolben so ein-

gestellt, dass der eingebaute Detektor ein „Hauptmaximum“ anzeigte und die Sonde dann eingeführt. Sie hat, wie auch die Gitter, die Resonanzfähigkeit des Hohlraumleiters verändert: nachdem die Sonde eingeführt wurde, nahm der Detektorausschlag zu.

Das Ergebnis, das durch die Fig. 19 dargestellt ist, legt es nahe, dass im Hohlraumleiter bei festgehaltenen Abschlusskolben diese Feldverteilung vorherrschend ist, welche der mit der Sonde festgestellten Wellenlänge entspricht. Diese Folgerung stützt sich auf die Überlegung, dass erstens nur solche Wellentypen erregt werden können, welche eine zur Erregerantenne parallele Komponente des elektrischen Feldes besitzen, zweitens die eingeführte

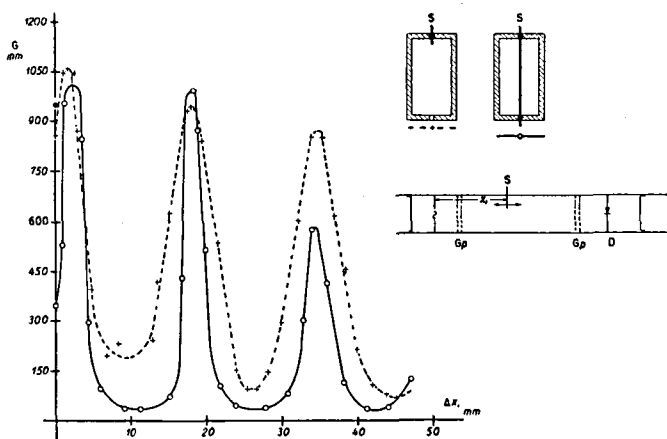


Fig. 19.

$G$  = dem Detektorstrom proportionaler Galvanometerausschlag.

$\Delta X_1$  = Verschiebung der Sonde.

Die zwei Gitterpaare so eingestellt, dass ein Nebenmaximum am kleinsten wurde.

\* = Detektorausschlag am Anfang der Messung, ohne Sonde.

$S$  = Sonde;  $Gp$  = Gitterpaare;  $D$  = Detektor.

Sonde zur Antenne parallel orientiert war und somit die Felder aller möglichen Wellentypen hätte stören können. Die Folgen der unsaubereren Erregung sind demnach kein prinzipielles Hindernis der Messung der elektrischen Konstanten, da das Feldbild als bekannt vorausgesetzt werden darf.

Eine noch so unregelmässige Resonanzkurve kann als eine Überlagerung regelmässiger Resonanzkurven mit verschiedenen Werten von  $\gamma_1$ ,  $l_1$ ,  $x$  aufgefasst werden. Auf Grund der Messung mit der Sonde kann behauptet werden, dass bei Einstellung auf ein scharfes Maximum nur eine dieser Resonanzkurven zur Gel-

tung kommt. Der Fehler, welcher dadurch in die Messung kommt, dass diese Resonanzkurve unter Umständen unsymmetrisch ist, ist nach Gleichung (83) zu schätzen.

Mit der Wellentype  $H_{01}$  wurden bei der Vakuumwellenlänge von 2,2 cm, unter Vernachlässigung der Absorption in der Substanz, die Dielektrizitätskonstanten von Trolitul und Kochsalz roh gemessen:

Trolitul: gemessen DK 2,5 (nach KEBBEL 2,1),

Kochsalz: gemessen DK 4,7.

Physikalisches Institut der E.T.H. Zürich.

---

## Lebenslauf

Ich, Georges Fejér, bin am 30. Mai 1908 in Debrecen, Ungarn, geboren. Nach Besuch der Primarschule und des humanistischen Gymnasiums in meiner Vaterstadt liess ich mich 1926 als Student der E.T.H. immatrikulieren, im Herbst 1931 erhielt ich das Diplom als Maschineningenieur. Während einer Unterbrechung des Studiums (1927/28) absolvierte ich ein Jahr Werkstattpraxis. Nach dem Diplomexamen führte ich kleinere Arbeiten im Institut für Dampfturbinen, im Institut für Aerodynamik und im Physikalischen Institut, immer an der E.T.H., aus. Vom Herbst 1936 bis Herbst 1940 war ich mit der vorliegenden Doktorarbeit beschäftigt.

---