

DISSERTATION ETH No. 6353

A SOLUTION METHOD FOR ASSIGNMENT PROBLEMS WITH STAGGERED, OVER-
LAPPING SHIFTS AND ARBITRARY INDIVIDUAL CONSTRAINTS, APPLIED TO
AIRCREW SCHEDULING

A dissertation submitted to the
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY ZURICH
for the degree of Doctor of Technical Sciences

Presented by

GEORGE ALEXANDER TINGLEY

M. Sc. Eng., University of California, Los Angeles

born on June 20, 1928

Citizen of the United States of America

Accepted on the recommendation of

Prof. Dr. F. Weinberg, referee

Prof. Dr. C.A. Zehnder, co-referee



1979

An abridged version will appear in the Proceedings of the Eleventh
Southeastern Conference on Combinatorics, Graph Theory, and Compu-
ting, Boca Raton, Florida, Utilitas Mathematica Publishing, Inc.,
Winnipeg, 1980

ZUSAMMENFASSUNG

Dieser Bericht beschreibt eine verbesserte Lösungsmethode für eine Art von Zuordnungsproblemen, die durch überlappende und gestaffelte Arbeits-Schichten charakterisiert sind, wobei beliebige individuelle Zuordnungsrestriktionen auftreten können. Diese Restriktionen können das Auffinden irgendeiner zulässigen (vollständigen) Lösung bereits ebenso schwierig machen wie das anschliessende Optimieren. Die Methode wird durch eine vorgeschlagene Anwendung auf die Besatzungseinsatzplanung im kommerziellen Luftverkehr illustriert.

Diese Studie wurde zur Erstellung der monatlichen Einsatzplanung für die Swissair-Piloten auf den Europastrecken in Angriff genommen; die hier beschriebene Methode ist geeignet für Probleme dieser Komplexität und Grösse. Eine auf Prioritäts-Regeln basierende heuristische Methode wurde vorgeschlagen und ausprobiert. Die Schwächen dieser heuristischen Methode sowie der Methoden, welche anderswo angewendet wurden, führten zur Entwicklung einer verbesserten Methode. Diese Methode ist das Thema dieses Berichtes.

Es handelt sich um die monatliche Zuordnung von Rotationen (Arbeitspakete von 1 bis 5 Tagen) an Piloten, so dass am Ende des Monats die Verteilung der Arbeit so ausgeglichen wie möglich ist; das Ziel ist die Minimierung der Varianz der Verteilung der Arbeit unter den Piloten. Bei den meisten bekannten Lösungsmethoden wird das Problem des ganzen Monats, wegen seiner Grösse und Nicht-Linearitäten, in tägliche Subprobleme aufgeteilt, die nacheinander gelöst werden. Die täglichen Subprobleme können entweder durch heuristische Methoden oder durch mathematische Optimierung gelöst werden, wie bei der hier beschriebenen verbesserten Methode und auch bei anderen Autoren.

Die Merkmale der verbesserten Methode dieser Studie sind:

- a) eine Definition des täglichen Zuordnungsproblems, welche die globale Struktur des monatlichen Problems besser ausnützt;
- b) eine Behandlung mit "rollender Planung" der daraus resultierenden, sich überlappenden täglichen Subprobleme, für welche der "out-of-kilter" Algorithmus von Ford und Fulkerson gut geeignet ist;

- c) eine Anwendung eines Aspektes des Satzes von P. Hall über distinkte Repräsentanten von Teilmengen im Zulässigkeits-Filter der Lösungsmethode.

Die numerische Anwendung der verbesserten Methode auf typische monatliche Besetzungseinsatzprobleme gibt in bezug auf Vollständigkeit wesentlich bessere Resultate als die auf Prioritätsregeln basierende Methode, d.h. bei der verbesserten Methode bleiben wesentlich weniger Rotationen nicht zugeordnet.

Obwohl die verbesserte Methode für die Besetzungseinsatzplanung im Flugverkehr entwickelt wurde, sind die angewendeten Prinzipien so allgemein, dass auch Anwendungen in anderen Bereichen denkbar sind.

ABSTRACT

This report describes an improved solution method for the type of work assignment problem which is characterised by overlapping shifts, whose beginning and ending times are arranged in an echelon, i.e. "staggered", and where there are arbitrary individual constraints on the assignment of persons to tasks. These individual constraints can cause the problem of finding any feasible complete solution at all to be as difficult as the succeeding optimization calculation. The method is illustrated by a proposed application to commercial aircrew scheduling.

The monthly assignment of Swissair pilots to their tasks in the European sector motivated this study and it illustrates the complexity and magnitude of the problems for which the method is suitable. A heuristic method which is based on priority rules was first proposed and tested. Weaknesses of this heuristic method, and also of other methods used elsewhere, motivated an attempt to develop an improved method, which is the subject of this report.

The problem is that of assigning tasks, on a monthly basis, to pilots so that at the end of the month the distribution of the work is as even as possible; the objective function to be minimized is the variance of the distribution of work among the pilots. In most known solution methods, the problem for the whole month, because of its magnitude and non-linearities, is decomposed into daily subproblems which are solved sequentially. The daily subproblems are solved either by some heuristic method, as in the first attempt reported here, or by some optimization scheme, as in the improved method and as reported elsewhere.

The unique features of the improved method of this study are:

- a) a definition of the assignment problem to be solved each day, which exploits more of the structure of the global monthly problem;
- b) a "rolling scheduling" treatment of the resulting overlapping daily subproblems, for which the "out-of-kilter" algorithm of Ford and Fulkerson was found to be convenient; and

c) the application of an aspect of P. Hall's theorem on distinct representatives of subsets in the preclusion part of the solution method.

Computations of typical monthly aircrew assignment problems using the improved method show a significant improvement over those using the previously developed priority heuristic method, particularly with respect to the completeness of the solution, i.e. there are significantly less unassigned tasks when the improved method is used.

Although the improved method was developed for the aircrew scheduling problem, the principles utilized are general and application of the method could be advantageous in other contexts.