



Doctoral Thesis

Zur plastischen Berechnung von Stahlbeton

Author(s):

Marti, Peter

Publication Date:

1980

Permanent Link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-000209130> →

Rights / License:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

22.10.80

Dissertation Nr. 6602

ZUR PLASTISCHEN BERECHNUNG VON STAHLBETON

Abhandlung
zur Erlangung
des Titels eines Doktors der technischen Wissenschaften
der
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
ZÜRICH

vorgelegt von
PETER MARTI
Dipl. Bauingenieur ETH
geboren am 22. Juli 1949
von Matt (Kt. Glarus)

Angenommen auf Antrag von
Prof. Dr. B. Thürlimann, Referent
Prof. Dr. M. Sayir, Korreferent



1980

R. Langer, Offset- und Buchdruck
Zürich

IV. ZUSAMMENFASSUNG

Gewiss herrscht vielfach die Ansicht, es solle die Berechnung eindeutig und endgültig die Abmessungen bestimmen. Indes kann angesichts der Unmöglichkeit der Berücksichtigung aller Nebenumstände jede Berechnung nur eine Grundlage für den Konstrukteur bilden, der sich darauf mit den Nebenumständen auseinanderzusetzen hat... . Eine ganz einfache Berechnungsweise ist also einzig möglich und genügend.

ROBERT MAILLART (1938)

Mit der vorliegenden Arbeit wird versucht, zu einer vermehrten Verwendung der Plastizitätstheorie für die Bemessung von Stahlbeton beizutragen. Zu diesem Zweck werden in Teil II die theoretischen Grundlagen verhältnismässig eingehend dargestellt, und in Teil III wird die Theorie starr-plastischer Körper auf Stahlbeton angewendet.

Beiläufig ergeben sich in Teil II einige Präzisierungen und Ergänzungen bekannter Ergebnisse der Plastizitätstheorie. Namentlich wird diskutiert, unter welchen Voraussetzungen sich eine beliebige Fließbedingung für isotropes Material im ebenen Fließzustand auf eine Bedingung vom Typ der Mohrschen Hüllkurve zurückführen lässt. Ferner wird eine einfache Form des Beweises dafür angegeben, dass die Theorie des plastischen Potentials auch für die Darstellung in verallgemeinerten Lasten und Verschiebungen anwendbar ist, wenn sie für alle Elemente des betrachteten Körpers als richtig vorausgesetzt wird. Schliesslich werden der Begriff der Verträglichkeit für räumlich un stetige Felder und kompressible isotrope Materialien verallgemeinert und die Beziehungen erörtert, welche zwischen dem Spannungsfeld und Unstetigkeiten des Verschiebungsfeldes und umgekehrt bestehen.

Im Unterschied zu den meisten bekannten plastizitätstheoretischen Arbeiten, die sich mit Stahlbeton befassen, geht die vorliegende Arbeit in Teil III konsequent von der Beschreibung des Verhaltens des Betons aus. Bekannte Ergebnisse werden in verschiedener Hinsicht ergänzt und verallgemeinert. Es zeigt sich, dass sich die Plastizitätstheorie nicht nur auf Bauteile anwenden lässt, deren Widerstand massgebend von demjenigen der Bewehrung abhängt. Erfolgreiche Anwendungsmöglichkeiten ergeben sich auch für die in der Praxis nicht selten auftretenden Fälle, bei denen der Widerstand des Betons von ausschlaggebender Bedeutung ist. Insgesamt ermöglicht die Anwendung der Plastizitätstheorie eine sichere, einfache und dennoch ausreichend genaue Bemessung von Stahlbeton nach einheitlichen Prinzipien.

Nach einer Diskussion von Fließbedingungen für Scheibenelemente werden in Kapitel 7 die unter der Voraussetzung eines ebenen Spannungszustandes möglichen Spannungs- und Verformungsfelder allgemein untersucht. Das Problem wird auf die Untersuchung des ebenen Fließzustandes in einem Material zurückgeführt, das einer Fließbedingung vom Typ der Mohrschen Hüllkurve und dem zugeordneten Fließgesetz folgt. Die im ebenen Spannungszustand für die angenommene Fließbedingung für Beton geltenden Beziehungen folgen als Sonderfall. Die Wirkung der Bewehrung wird mit Volumenkräften und statischen Randbedingungen berücksichtigt. Anschliessend werden die Ueberlegungen auf die Untersuchung achsialsymmetrischer Fließzustände übertragen.

In Kapitel 8 werden die in Kapitel 7 erarbeiteten Grundlagen auf scheibenförmige und aus Scheiben zusammengesetzte Bauteile angewendet. Das Schwergewicht liegt bei der Entwicklung vollständiger Lösungen und von Lösungen nach der statischen Methode. Für Träger und Scheiben mit Rechteckquerschnitt werden verschiedene mögliche Tragwirkungen wie Strebenwirkung, Bogenwirkung und Fächerwirkung einander gegenübergestellt. Ferner wird die Kombination von Strebenwirkung und Fächerwirkung untersucht. Für die praktische Bemessung

von aus einzelnen Scheiben zusammengesetzten Trägern unter kombinierter Beanspruchung wird eine einfache Methode angegeben. Schliesslich wird die Tragfähigkeit von Fugen unter der Voraussetzung eines isotropen, ideal plastischen Fugenmaterials untersucht, das dem Prinzip der maximalen Dissipationsarbeit folgt.

In Kapitel 9 werden zunächst die Grundlagen zur Ermittlung von Fliessbedingungen für Plattenelemente dargestellt, die durch kombiniert wirkende Biegemomente und Membrankräfte beansprucht werden. Darauf gestützt wird der Widerstand von durch Schub und Querbiegung beanspruchten Plattenelementen untersucht. Die erhaltene vollständige Lösung kann zur Bestimmung der Spannungsergebnisse entlang verallgemeinerten Fliessgelenklinien verwendet werden. Eine Lösung nach der statischen Methode wird entwickelt und auf den Fall eines Schubwandelementes mit massgebender Längsbewehrung ausgedehnt. Anschliessend wird das Problem der Beanspruchung von Stahlbetonplatten durch reine Drillung untersucht. Daraus ergeben sich einerseits neue Ergebnisse für Träger mit Rechteckquerschnitt unter Torsionsbeanspruchung. Andererseits ermöglichen diese Überlegungen die Klärung einiger Aspekte der Tragwirkung bei Plattenrändern und Plattenecken. Schliesslich wird das Problem des achsialsymmetrischen Durchstanzens von Platten ohne Zugfestigkeit nach der statischen und nach der kinematischen Methode untersucht.

S U M M A R Y

The aim of this thesis is to contribute to an increased application of the theory of plasticity in reinforced concrete design. In part II the theoretical basis is given in detail and in part III the theory of rigid-plastic bodies is applied to reinforced concrete.

In part II some amendments and supplements to well-known results of the theory of plasticity are presented. It is shown under which conditions the yield condition for isotropic material in plane strain may be replaced by a yield condition of the Mohr-envelope type. Furthermore it is proved in a simple form that the theory of the plastic potential is applicable in terms of generalized forces and displacements if it is assumed to be valid for all elements of the body under consideration. Finally, the definition of plastic compatibility is generalized for a compressible isotropic material and three-dimensional discontinuous stress and displacement fields. The relations between one field and the discontinuities of the other are discussed.

Deviating from most theoretical studies applying the theory of plasticity to reinforced concrete the considerations in part III of this thesis are based on a description of the behaviour of concrete. On this basis different well-known results are supplemented and generalized. It turns out that the theory of plasticity may not only be applied to under-reinforced members their strength being essentially determined by the reinforcement. It may also successfully be applied to the frequently occurring cases of over-reinforced members the strength of which is mainly influenced by the concrete. Altogether the application of the theory of plasticity allows a safe, simple and sufficiently accurate design of reinforced concrete on a unified theoretical basis.

Chapter 7 contains a discussion of yield conditions for reinforced concrete wall elements and a general investigation of the possible stress and strain fields under plane stress conditions. This investigation is based on a discussion of the plane strain state in a material which is governed by a yield condition of the Mohr-envelope type and the associated flow rule. For the assumed yield condition for concrete the relevant conditions in plane stress are obtained by specialization. The action of the reinforcement is taken into consideration with equivalent volume forces and statical boundary conditions. Finally, axially symmetric states of deformation are treated with the same method.

In chapter 8 the theoretical results of chapter 7 are applied to wall-like members and members made up by different walls. Emphasis is given to the development of complete solutions and of lower-bound solutions. For beams and walls with a rectangular cross-section different types of load transfer such as strut action, arch action and fan action are compared. The combination of strut action and fan action is investigated. A simple method is given for the practical design of girders which are subjected to combined actions. Finally, the strength of joints is considered assuming that the joint material is an isotropic, ideally plastic material which follows the theory of the plastic potential.

In chapter 9 the basis is outlined for the development of yield conditions for slab elements which are subjected to the combined action of bending moments and membrane forces. Special consideration is given to the case of shear and transverse bending in slab elements. The corresponding complete solution may be used for the determination of the stress resultants along generalized yield lines. A lower-bound solution is also given and extended to the case of a shear wall element with yielding longitudinal reinforcement. Subsequently the problem of pure torsion in a reinforced concrete slab is treated. From this investigation some new results are obtained for beams subjected to torsion and a better insight into some aspects of the load transfer action at slab edges and corners is given. Finally, the problem of the axisymmetric punching of slabs is treated with the lower-bound as well as with the upper-bound method.

R E S U M E

Cette thèse a pour but de contribuer à l'application de la théorie de la plasticité pour le dimensionnement du béton armé. Elle est divisée en trois parties: dans la première, on donne un aperçu général situant le problème, dans la deuxième on présente d'une manière détaillée les bases de la théorie de la plasticité et dans la troisième on applique au béton armé la théorie des corps rigides-parfaitement plastiques.

Dans la deuxième partie, on présente des résultats bien connus de la théorie de la plasticité en y apportant cependant quelques précisions et suppléments. On discute notamment dans quelles conditions un critère de plasticité quelconque pour un matériau isotrope en déformation plane peut être ramené à un critère du type courbe intrinsèque de Mohr. On donne aussi une preuve simple que la théorie du potentiel plastique est applicable en termes de forces et de déplacements généralisés si on suppose que tous les éléments du corps obéissent à cette théorie. Finalement la notion de compatibilité plastique est généralisée pour des champs discontinus de contraintes et de déformations dans l'espace. Les relations qui existent entre un champ de contraintes et les discontinuités d'un champ de déformations ou réciproquement sont discutées.

Contrairement à la plupart des travaux connus qui traitent de l'application de la théorie de la plasticité au béton armé, les applications traitées dans la troisième partie de cette thèse sont basées systématiquement sur la description du comportement du béton. Cette méthode a permis de compléter et de généraliser des résultats connus. Il apparaît ainsi que l'application de la théorie de la plasticité n'est pas uniquement limitée aux structures qui sont faiblement armées et dont la résistance est essentiellement déterminée par l'armature. La théorie de la plasticité peut donc aussi être appliquée avec succès aux cas pratiques où la résistance du béton est déterminante. En fait, la théorie de la plasticité permet de faire un dimensionnement des structures en béton armé qui est sûr, simple, suffisamment exact et qui a l'avantage d'être basé sur des principes unifiés.

Le chapitre 7 contient une discussion des critères de plasticité pour des éléments de paroi en béton armé. Les champs de contraintes et de déformations compatibles avec un état plan de contraintes sont étudiés en détail. Le problème est ramené à celui de l'écoulement libre en déformation plane d'un matériau isotrope qui obéit à un critère de plasticité du type courbe intrinsèque de Mohr et à la loi de comportement associée. Le cas particulier des relations régissant l'état plan de contraintes pour le béton est également traité. On a pris en considération l'armature en assimilant ses effets à ceux de forces volumétriques ayant des conditions limites équivalentes. Des considérations similaires sont faites pour des problèmes d'écoulement libre en symétrie axiale.

Dans le chapitre 8, les bases théoriques du chapitre 7 sont appliquées aux parois en béton armé et aux structures qui sont composées de plusieurs parois. L'accent principal a été porté sur la recherche de solutions exactes et de solutions statiques. Pour des poutres et des parois de section rectangulaire, on a analysé et comparé différents comportements possibles qui peuvent être engendré soit par une action de bielle comprimée, soit par une action d'arc ou soit par une action d'éventail. La combinaison des actions d'éventail et de bielles comprimées est également traitée. On présente une méthode simple pour le dimensionnement pratique de poutres en béton armé composées d'éléments de paroi et sollicitées par des actions combinées. Finalement on présente des considérations sur la résistance de joints en matériau isotrope parfaitement plastique et obéissant au principe du travail maximal.

Dans le chapitre 9 on traite d'abord de la dérivation des critères de plasticité pour

des éléments de dalle sollicités par des moments de flexion et des forces de membrane. Le cas d'une sollicitation de cisaillement dans le plan de la dalle combinée avec un moment de flexion transversal est étudié en détail. La solution exacte de ce problème peut être appliquée pour la détermination des résultantes des contraintes le long des lignes de rupture généralisées. Une solution statique est développée et appliquée au cas d'un élément de paroi dont l'armature longitudinale a atteint la limite d'écoulement. On a également étudié le cas d'une dalle soumise à un moment de torsion pure. Les résultats de cette étude ont apporté d'une part quelques connaissances nouvelles pour l'étude des poutres de section rectangulaire soumises à des sollicitations de torsion et d'autre part des renseignements sur le comportement des bords et des angles des dalles. Finalement, le problème du poinçonnement en symétrie axiale d'une dalle est traité avec la méthode statique et la méthode cinématique.