

Dissertation Nr.6601

Sufficiency, least favorable experiments and robust tests

Dissertation  
submitted in partial fulfilment of the requirements for  
the degree of a  
Doctor of Mathematics

at the  
Swiss Federal Institute of Technology Zürich

Presented by  
A n d r e a s B u j a  
dipl.math. ETH  
born on May 10, 1951  
Citizen of Ramsen SH, Switzerland

Accepted on the recommendation of  
Prof.Dr.F.Hampel, referee  
Prof.Dr.P.J.Huber, co-referee  
Prof.Dr.H.Föllmer, co-referee

1980

Abstract.

A concept of worst-case-sufficiency is defined, generalizing Le Cam's approximate sufficiency. Instead of using total variation norm, as did Le Cam(1964), neighbourhoods are described by upper expectations. A corresponding version of the theorem of Le Cam-Blackwell-Sherman-Stein is proved in the case of finite parameter space. As a main tool serve standard experiments and their upper limits, here to be called upper standard functionals. A characterization of least favorable experiments dominated by a family of upper expectations is proved. It says that least favorable experiments exist if and only if the upper standard functional acts additively on a cone of concave functions. The specialization to binary experiments yields Huber-Strassen's result on the existence of least favorable pairs if the upper expectations are generated by Choquet-integrals of 2-alternating capacities. Further, setfunctions of the form  $f(P)$  ( $P$  a probability measure,  $f$  a concave function) are considered, and the relation between standard measures and information measures is mentioned.

## Zusammenfassung

Als Verallgemeinerung von Le Cam's Konzept genäherter Suffizienz wird eine "worst case"-Suffizienz definiert. Anstatt wie bei Le Cam totale Variations Norm zu verwenden, werden Umgebungen mit oberen Erwartungen beschrieben. Ein entsprechender Satz von Le Cam-Blackwell-Sherman-Stein wird dann für endlichen Parameterbereich bewiesen. Als wichtiges Hilfsmittel dienen Standardmasse und ihre Suprema, die hier obere Standardfunktionale genannt werden. Man kann damit eine Charakterisierung ungünstigster Experimente, welche von einer Familie oberer Erwartungen dominiert werden, herleiten. Sie besagt, dass ungünstigste Experimente genau dann existieren, wenn das obere Standardfunktional additiv auf einem Kegel konkaver Funktionen ist. Die Spezialisierung auf binäre Experimente erlaubt die Herleitung von Huber-Strassens Resultat über die Existenz ungünstigster Paare falls die oberen Erwartungen durch Choquet-Integrale 2-alternierender Kapazitäten erzeugt werden. Weiter wird eine spezielle Klasse 2-alternierender Mengenfunktionen betrachtet und die Beziehung zwischen Standardmassen und Informationsmassen erwähnt.