



Doctoral Thesis

## On the stability and stabilization of 2-D linear systems

**Author(s):**

Agathoklis, Panajotis

**Publication Date:**

1980

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-000221055> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Diss. ETH No 6635

ON THE STABILITY AND STABILIZATION OF  
2-D LINEAR SYSTEMS

A dissertation submitted to the  
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY ZUERICH

for the degree of  
Doctor of Technical Sciences

presented by

Panajotis Agathoklis

born on the 13th February 1952

Greek citizen

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. M.Mansour,referee

Prof. Dr. E.I.Jury,co-referee

1980

## SUMMARY

The present thesis deals with stability and stabilisation of 2-D linear systems, especially of 2-D linear shift invariant (LSI) filters.

The problems considered are

- the development of stability conditions for 2-D polynomials which are simply to test
- methods to characterize the impulse response of a LSI-filter and their relation to the stability properties
- the generalization of the concept of asymptotic stability for a 2-D System and the development of algebraic stability tests
- development of a design algorithm for a 2-D system such that the resulting system is stable

First, considering the LSI-filter in its input-output description, necessary ranges for the coefficients of a stable 2-D polynomial are developed. Sufficient conditions for instability are developed for the 2-D case and extended to the n-dimensional case.

In order to characterize the impulse response, the stability margin for 2-D systems is defined and its significance for the impulse response is stated. In this context the quantization error is also considered and a method for its calculation is presented.

In the second part, the LSI-filter is considered in its state space description. The state space description of a general recursive filter is discussed and a method of obtaining such a description is given. The concept of asymptotic stability is generalized to the 2-D case and conditions for asymptotic stability are given. The generalization proposed in this thesis allows a more complete characterization of

the stability properties of a 2-D system than previous attempts. An algebraic test for asymptotic stability is derived, based on the 2-D Lyapunov equation. An estimation of the stability margin, also based on the 2-D Lyapunov equation, is presented. Finally a method of stabilizing a 2-D system using state feedback is presented.

## ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Stabilität und der Stabilisierung von zwei-dimensionalen, linearen Systemen, insbesondere von linearen verschiebungsinvarianten (LSI) Filtern.

Folgende Probleme werden untersucht:

- Die Herleitung von Stabilitätsbedingungen für 2-D Polynome, die einfach zu testen sind.
- Methoden zur Charakterisierung der Stossantwort von einem LSI-Filter und ihre Beziehung zu den Stabilitätseigenschaften.
- Die Verallgemeinerung des Konzepts der asymptotischen Stabilität für ein 2-D System und die Entwicklung von algebraischen Stabilitätstests.
- Entwicklung von Stabilisierungsverfahren für 2-D Systeme.

Im ersten Teil wird der LSI-Filter in seiner Input-Output Beschreibung betrachtet, und es werden notwendige Bereiche für die Koeffizienten eines stabilen 2-D Polynoms hergeleitet. Hinreichende Bedingungen für die Instabilität von 2-D Polynomen werden hergeleitet und erweitert auf n-dimensionale Polynome.

Um die Stossantwort zu charakterisieren, wird der Abstand von der Stabilitätsgrenze (stability margin) für 2-D Systeme definiert, und sein Einfluss auf die Systemantwort untersucht. In diesem Kontext wird der Quantisierungsfehler betrachtet, und eine Methode für seine Bestimmung dargestellt.

Im zweiten Teil wird der LSI-Filter in seiner Zustandsraumdarstellung betrachtet. Die Zustandsraumdarstellung eines allgemeinen rekursiven Filters wird untersucht und es wird

eine Methode, um eine solche Darstellung zu bekommen, hergeleitet. Das Konzept der asymptotischen Stabilität wird für den 2-D Fall verallgemeinert und die Stabilitätsbedingungen werden hergeleitet. Ein algebraischer Test für asymptotische Stabilität, der auf der 2-D Lyapunov-Gleichung basiert, wird vorgestellt. Eine Schätzung des Abstands von der Stabilitätsgrenze, die auch auf der 2-D Lyapunov-Gleichung basiert, wird präsentiert.

Zuletzt wird eine Methode vorgestellt, um ein 2-D System mit Zustandsrückführung zu stabilisieren.