



Doctoral Thesis

## Numerische Erfassung rheologischer Probleme in der Felsmechanik

**Author(s):**

Fritz, Pit

**Publication Date:**

1981

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-000227599> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

NUMERISCHE ERFASSUNG  
RHEOLOGISCHER PROBLEME  
IN DER FELSMECHANIK

Abhandlung  
zur Erlangung  
des Titels eines Doktors der technischen Wissenschaften  
der  
EIDGENOESSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE  
ZUERICH

vorgelegt von  
Peter FRITZ  
Dipl.Bauingenieur ETH  
geboren am 18.August 1947  
von Zürich

Angenommen auf Antrag von  
Prof.Dr.K.Kovári, Referent  
Prof.H.Grob, Korreferent

## ZUSAMMENFASSUNG

---

Bei Berechnungen in der Felsbaupraxis kommt der Wahl eines geeigneten Stoffgesetzes grosse Bedeutung zu. Als besonders geeignetes Hilfsmittel zur phänomenologischen und numerischen Beschreibung eines Materialverhaltens bieten sich die mechanischen Modelle an. Im Mittelpunkt dieser Arbeit steht aber nicht so sehr die eigentliche Modellbildung, sondern die analytische Behandlung bzw. Anwendung mechanischer Modelle. Dazu werden zuerst die theoretischen Grundlagen der einzelnen Grundelemente mechanischer Modelle dargestellt. Darauf wird eine Formel zur Berechnung eines rotationssymmetrischen Tunnels in einem elastisch-viskoplastischen Material abgeleitet sowie ein Finite Element Programm vorgestellt, in welchem der Benutzer weitgehend beliebige Kombinationen von mechanischen Grundelementen selbst wählen kann.

Nach einleitenden Worten (Kap.1) wird anhand von Beispielen gezeigt, welche typischen Deformationsverhalten Gestein in Abhängigkeit der Belastung und der Zeit aufweisen kann (Kap.2). Zur Erfassung dieser Verhalten dienen die mechanischen Grundelemente von Hooke und Newton sowie ein sog. modifiziertes St.Venant-Element, dessen Deformierbarkeit durch zwei Festigkeitsgrenzen (Höchst- und Restfestigkeit) bestimmt wird (Kap.3). In Anlehnung an die klassische Plastizitätstheorie wird das Stoffgesetz des modifizierten St.Venant-Elementes auf den dreidimensionalen Fall erweitert, wobei sein Deformationsverhalten auf der Theorie des plastischen Potentials und einem nicht zugeordneten Fliessgesetz beruht (Kap.4). Im Gegensatz zu viskoelastischen sind plastische bzw. viskoplastische Deformationen damit i.A. von Volumenänderungen begleitet. In Analogie zum viskoelastischen Fall soll für die rechnerische Behandlung eines plastischen Materialmodells eine allgemeine Belastung in ihren hydrostatischen und deviatorischen Anteil zerlegt werden. Diesen Anteilen werden verschiedene Modellstrukturen zugeordnet. Zur Erfassung des vom allgemeinen Spannungszustand abhängigen modifizierten St.Venant-Elementes wird eine Koppelung dieser Modelle eingeführt. Eine direkte Konsequenz dieser Koppelung besteht in der Möglichkeit, Änderungen in der Dilatanz in Abhängigkeit von der Belastung zu berücksichtigen.

Die Erfassung eines aus mehreren Elementen gebildeten Modells erfolgt streng elementenbezogen; das Verhalten eines einzelnen Elementes wird nur durch die in ihm wirkende Kraft bestimmt. Damit und dank konstanten Materialparametern lassen sich die Kriterien für Belastung bzw. Entlastung auch für kompliziertere Modelle einfach und eindeutig angeben. Desweiteren können beispielsweise Dehnungsverfestigungen oder zyklische Belastungen erfasst werden ohne die bisher übliche Expansion oder Verschiebung von Fliessflächen im Spannungsraum. Anhand von einfachen Modellstrukturen wird diskutiert, wie verschiedene grundlegende Verhalten von Fels - z.B. komplette Spannungs-Dehnungskurven, Hysteresen, zeitabhängige Deformationen - auf einfache Weise dargestellt werden können (Kap.5).

Der rechnerischen Behandlung rheologischer Probleme im Felsbau ist der zweite Teil dieser Arbeit gewidmet. Zunächst wird eine analytische Lösung erarbeitet, welche die Bestimmung des Spannungs- und Deformationszustandes in Abhängigkeit der Zeit für einen rotationssymmetrischen Tunnel erlaubt (Kap.6). Das Felsmaterial wird als elastisch-viskoplastisch idealisiert, wobei die Fließbedingung von Mohr-Coulomb für die Höchst- bzw. Restfestigkeit und ein nicht zugeordnetes Fließgesetz angenommen werden kann. Die abgeleiteten Beziehungen ermöglichen dem Tunnelbaupraktiker die Durchführung ausgedehnter Parameteranalysen mit minimalem Aufwand selbst unter Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit.

Zur Berechnung von Bauwerken allgemeiner Form unter beliebiger Belastung wird dann das Finite Element Programm RHEO-STAUß vorgestellt. Der Benutzer kann damit die typischen Verhalten von Gesteinen durch geeignete Kombinationen der drei Grundelemente zu weitgehend beliebigen mechanischen Modellen erfassen. Änderungen des statischen Systems im Laufe der Zeit (z.B. die Anordnung von Stützmassnahmen) lassen sich ohne weiteres berücksichtigen. Zwecks möglichst niedrigen Computerkosten kommt der Wahl eines optimalen Zeitintervalls bei numerischen Lösungen im Zeitbereich besondere Bedeutung zu. Deshalb werden verschiedene theoretische und empirische Kriterien hierzu diskutiert und ihre Effizienz anhand praktischer Beispiele verglichen.

Zum Abschluss illustrieren einige spezielle Beispiele die Anwendung mechanischer Modelle im Felsbau (Kap.7). Ausgehend von der Rückrechnung der Modellparameter auf Grund von im Felde gemessenen Deformationen wird am Beispiel der plastischen Volumendilatanz gezeigt, welche praktische Bedeutung den in den theoretischen Grundlagen implizit enthaltenen Fakten zukommt. Betrachtungen über die Beanspruchung einer Tunnelverkleidung in Abhängigkeit ihres Einbaupunktes runden die Arbeit ab.

## S U M M A R Y

The choice of a suitable constitutive model is of considerable importance in rock mechanics problems. Mechanical models, in particular, are appropriate for describing the material behaviour of rock both phenomenologically and numerically. In this work attention is focused less on the actual modelling but more on the analytical handling and the practical applicability of such models. For this purpose first of all the theoretical fundamentals of the individual basic elements of mechanical models are presented. Then a formula is derived for calculating the state of stress and strain for an axisymmetric tunnel in an elasto-viscoplastic material and a finite element program is presented, in which the user can select more or less arbitrary combinations of basic mechanical elements.

After the introduction (chapter 1) it is shown by means of examples, the various types of deformational behaviour that rock can exhibit as a function of loading and time (chapter 2). To describe this behaviour the basic Hookean and Newtonian elements as well as a modified St.Venant element, whose deformability is determined by two strength limits (peak and residual), are employed (chapter 3). In correspondence with the classical plasticity theory the constitutive law for the modified St.Venant element is extended to the three-dimensional case, whereby its deformational behaviour is governed by the assumptions of a plastic potential and a non-associated flow rule (chapter 4). In contrast to viscoelastic deformations, plastic or viscoplastic ones are generally accompanied by a dilatant volume change. Analogous to the viscoelastic case, for the numerical investigation of a plastic material a general loading shall be split up into its spherical and deviatoric stress components. Different material models are assigned to these components. To treat the modified St.Venant elements, which are dependent upon the general state of stress, a coupling of the material models is introduced. A direct consequence of this coupling is the possibility of considering changes in dilatancy as a function of the loading. Models composed of several elements are handled in a way strictly related to the individual elements, i.e. the behaviour of these elements is governed solely by the force acting in the element. Thereby and due to the constant material parameters the criteria for loading and unloading are simply and uniquely given, even for complicated models. Further, strain hardening and softening or cyclic loading can be handled, without, as in standard plasticity analysis, having to expand or shift the yield surfaces in stress space. With the help of simple model structures it is discussed, how various fundamental rock behaviours - e.g. complete stress-strain curves, hysteresis, time-dependent deformations - can be represented in a simple manner (chapter 5).

The numerical solution of rheological problems in rock engineering is treated in the second part of the work. Firstly, an analytical solution is derived for determining the time-dependent state of stress and strain

for an axisymmetric tunnel (chapter 6). The rock is idealized as an elasto-viscoplastic material, for which the Mohr-Coulomb yield condition for the peak and residual strength is assumed together with a non-associated flow rule. The derived expressions enable the tunneling engineer to carry out extensive parametric studies with a minimum expenditure even when considering time effects.

To compute deformations and stresses in structures of general form and under arbitrary loading conditions the finite element program RHEO-STAU B is presented. To describe various types of rock behaviour the user has at his disposal the possibility of building models of any degree of complexity using the three basic elements. Changes in the statical system at any time (e.g. the introduction of support measures) may be incorporated without problems. In order to achieve low computer costs it is necessary to give attention to the choice of an optimum time interval for numerical computations in the time domain. Therefore, various theoretical and empirical criteria are discussed and their efficiency is compared by means of practical examples.

In the final chapter (chapter 7) some specific examples illustrate the application of mechanical models in rock mechanics practice. By means of a back calculation of the model parameters based on measured deformations in situ it is shown for the dilatancy effects during plastic flow, how great is the practical significance of certain features contained implicitly in the theoretical formulation. The work is concluded by a consideration of the stresses developed in a tunnel lining as a function of its time of installation.

## R E S U M E

Lors de calculs de dimensionnement dans la pratique de la construction en rocher, le choix d'une loi de comportement du matériau appropriée est d'une grande importance. En tant que moyen d'aide particulièrement approprié à la description phénoménologique et numérique d'un comportement matériel s'offrent les modèles mécaniques. Au centre de ce travail ne se trouve pas à proprement parler la conception du modèle, mais plutôt les traitements analytiques, respectivement l'application des modèles mécaniques. A cet effet, les bases théoriques de chaque élément de base seront décrites. Ensuite on en dérivera une formule pour le calcul d'un tunnel à symétrie de rotation dans un matériau élastique-viscoplastique, ainsi qu'on présentera un programme à éléments finis dans lequel l'utilisateur peut lui-même choisir une vaste combinaison d'éléments mécaniques de base.

Après quelques mots d'introduction (chap.1), il sera montré au moyen d'exemples quels comportements typiques de déformation peut présenter le rocher en fonction de la charge et du temps (chap.2). Les éléments mécaniques de base de Hooke et Newton servent à la conception de ce comportement, ainsi qu'un élément de St.Venant modifié dont la déformabilité est définie par deux limites de résistance (résistance maximale et résiduelle, chap.3). Suivant la théorie de la plasticité classique, on élargira la loi de comportement de l'élément de St.Venant modifié au cas tridimensionnel, ce qui implique un comportement de déformation reposant sur la théorie du potentiel plastique et sur une loi d'écoulement non associée (chap.4). Au contraire des déformations viscoélastiques, les déformations plastiques respectivement viscoplastiques sont accompagnées généralement de changements de volume. Par analogie au cas viscoélastique, on peut décomposer une charge quelconque en sa partie hydrostatique et déviatorique pour le traitement numérique d'un modèle matériel plastique. Ces parties seront adjointes à différents modèles de structure. On introduira un accouplement de ces modèles afin de saisir la dépendance de l'élément de St.Venant modifié par rapport aux états de contrainte globaux. Une conséquence directe de cette hypothèse consiste dans la possibilité de prendre en considération des changements de dilatance en fonction de la charge. Des modèles composés de plusieurs éléments sont traités avec des relations s'appliquants à chacun des éléments pris individuellement: Le comportement d'un élément isolé ne sera défini que par la force agissant sur lui. Ainsi et grâce à des paramètres du matériau constants, les critères de charge et de décharge sont formulable simplement et uniquement même pour des modèles compliqués. Par suite, des écrouissages de distortion ou des charges cycliques par exemple, peuvent être conçus sans les usuels expansions ou déplacements de surface d'écoulement dans la domaine des contraintes. On discutera au moyen de structures de modèles simples, comment différents comportements fondamentaux du rocher - par exemple courbe complète contraintes-déformations, hystérèses, déformations dans le temps - peuvent être décrits d'une manière simple (chap.5).

La deuxième partie de ce travail est consacrée au calcul de problèmes rhéologiques dans la construction en rocher. Il sera développé en premier lieu une solution analytique qui permet la détermination des états de contraintes et de déformations en relation avec le temps pour un tunnel à symétrie de rotation (chap.6). Le matériau rocheux est idéalisé comme étant élastique-viscoplastique, ce qui permet d'admettre la condition d'écoulement de Mohr-Coulomb pour la résistance maximale et résiduelle, ainsi qu'une loi d'écoulement non associée. Les relations qui en découlent donnent la possibilité au constructeur de tunnel de réaliser une vaste analyse paramétrique à moindre frais et en tenant même compte du facteur temps.

On présentera ensuite le programme à éléments finis RHEO-STAUH qui sert au dimensionnement d'ouvrages de forme générale soumis à une charge quelconque. L'utilisateur peut ainsi comprendre les comportements typiques de la roche au travers de combinaisons appropriées des trois éléments de base dans de nombreux et quelconques modèles mécaniques. On peut sans autre prendre en considération un changement du système statique au cours du temps (par exemple la disposition des conditions d'appui). Dans le but d'avoir des coûts d'ordinateur le plus bas possible, le choix d'un intervalle de temps optimal pour les solutions numériques dans la domaine du temps prend une signification particulière. C'est pourquoi on discutera de différents critères théoriques et empiriques et leur efficacité sera comparée à l'aide d'exemple pratiques.

En conclusion, quelques exemples spéciaux illustrent l'utilisation des modèles mécaniques dans la construction en rocher (chap.7). Par un calcul en arrière des paramètres du modèle basé sur des déformations mesurées en place, on montrera dans le cas de la dilatance volumétrique plastique quel signification pratique prennent les faits implicitement contenus dans les bases théoriques. Quelques réflexions sur l'état de contrainte dans un revêtement de tunnel en relation avec son point de construction dans le temps terminent ce travail.