



Doctoral Thesis

## **Globale Symmetrie von stochastischen Teilchenbewegungen mit lokal symmetrischer Interaktion**

**Author(s):**

Barner, Andreas

**Publication Date:**

1983

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-000294972> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Diss. ETH 7420

**Globale Symmetrie  
von stochastischen Teilchenbewegungen  
mit lokal symmetrischer Interaktion**

**Abhandlung**

zur Erlangung des Titels eines  
Doktors der Mathematik  
der

**EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZÜRICH**

vorgelegt von

**ANDREAS BARNER**

Dipl. Math. ETH

geboren am 10. Februar 1953

in Freiburg (BRD)

Angenommen auf Antrag von

Prof. Dr. H. Föllmer, Referent

Prof. Dr. H. Bühlmann, Korreferent

Zürich 1983

Zentralstelle der Studentenschaft

## Kurzfassung

Wir betrachten Fragen aus dem Gebiet unendlich dimensionaler interaktiver Teilchensysteme. Für eine allgemeine Klasse zeitlich diskreter Prozesse mit lokal monotoner Dynamik definieren wir einen gekoppelten Prozess, dessen Randverteilungen die des ursprünglichen Prozesses sind. Die Eigenschaften des gekoppelten Prozess erlauben es, extremale invariante Masse des ursprünglichen Prozesses bezüglich der Halbordnung der stochastischen Dominanz zu vergleichen.

Wir setzen voraus, dass eine Familie  $\{\mu_\lambda\}$  von translationsinvarianten, ergodischen und unter der Dynamik invarianten Wahrscheinlichkeitsmassen existiert, die im Parameter  $\lambda$  schwach stetig und stochastisch monoton ist. Für diese Familie zeigen wir, dass diese der Menge der extremalen invarianten und translationsinvarianten Masse entspricht. Unter der zusätzlichen Voraussetzung, dass die Familie  $\{\mu_\lambda\}$  nur aus Produktmassen besteht und, dass die lokale Dynamik symmetrisch ist, beweisen wir, dass diese Familie sogar der Menge aller extremalen invarianten Wahrscheinlichkeitsmasse entspricht.

Als Verallgemeinerung des Exclusionprozess definieren wir einen zeitlich stetigen Austauschprozess auf einem abzählbaren Produkt eines Borelraumes. Falls der die Dynamik steuernde Uebergangskern nur konstante beschränkte harmonische Funktionen besitzt, zeigen wir, dass ein Mass genau dann bezüg-

lich dem Austauschprozess invariant ist, falls es sich als Mischung über der Menge der Produktmasse mit identischer eindimensionaler Randverteilung schreiben lässt.

Falls der Borelraum eine Teilmenge der reellen Zahlen ist, geben wir Bedingungen an, unter denen ein Mass unter der Austauschdynamik schwach gegen ein vorgegebenes Produktmass konvergiert. Auch für den Austauschprozess konstruieren wir zeitlich diskrete Versionen. Diese erlauben es, symmetrische Masse durch sukzessives Austauschen der Zustände eines translationsinvarianten Startmasses zu erzeugen.

## Abstract

We consider problems in the theory of infinite dimensional particle systems. For some general class of time discrete processes with locally monotone dynamic we define a coupled process, whose marginal distributions are those of the original process. The properties of the coupled process make it possible, to compare the extremal invariant measures of the original process with respect to the ordering of stochastic dominance. Under the condition, that there exists a family  $\{\mu_\lambda\}$  of translationinvariant, ergodic and w. r. t. the dynamic invariant measures, which are weakly continuous and stochastically monotone w. r. t.  $\lambda$ , we show, that this family is equal to the set of the extremal invariant and translationinvariant measures. If the family  $\{\mu_\lambda\}$  consists only of product measures and if the local dynamic is symmetric we are even able to show, that this family is equal to the set of the extremal invariant measures.

As a generalization of the exclusion process we define a time continuous exchanging process on a countable product of Borel spaces. If the random walk, which describes the dynamic has only constant bounded harmonic functions, we prove, that a measure is invariant with respect to the exchanging process if and only if it is a mixture of product measures with identical one dimensional marginal distribution.

If the Borel space is a set of real numbers we are able to state conditions, under which some starting measure converges weakly to a given product measure. As before we construct discrete time versions for the exchanging process. With these we are able to produce symmetric measures by exchanging successively the states of some translation invariant starting measure.