Diss. ETH Nr. 7690

Zur Stabilität nichtlinearer gekoppelter Systeme mit der Matrix-Ljapunov-Methode

ABHANDLUNG

zur Erlangung des Titels eines
Doktors der Technischen Wissenschaften
der
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
ZÜRICH

vorgelegt von

MILORAD Z. DJORDJEVIC

dipl.El.-Ing. der Belgrader Universität
geboren am 9. Februar 1940
von Jugoslawien

Angenommen auf Antrag von
Prof. Dr. M. Mansour, Referent
Prof. Dr. W. Schaufelberger, Korreferent

Zürich 1984

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit dem Problem der Stabilitätsanalyse nichtlinearer dynamischer Systeme, die in Teilsysteme und deren Kopplungen zerlegt werden. Die Matrix-Ljapunov-Funktion für dynamische gekoppelte Systeme wird eingeführt und es wird die Matrix-Ljapunov-Methode dargelegt. Der Ljapunov-Funktions-Kandidat für das ganze System ist bei dieser Methode gegeben als eine gewichtete Summe der Ljapunov-Funktions-Kandidaten für die freien Teilsysteme und der skalaren Funktionen, die separat auf die Kopplungen bezogen sind.

Folgende Probleme werden behandelt:

- Die Einführung der Matrix-Ljapunov-Funktion für nichtlineare gekoppelte dynamische Systeme.

- Die Anwendung der Matrix-Ljapunov-Funktion für die Konstruktion einer skalaren Ljapunov-Funktion für nichtlineare gekoppelte Systeme.

- Herleitung von Sätzen mit der Matrix-Ljapunov-Methode, die allgemein verwendbar sind, und welche im Sinne von Ljapunov die Stabilität, die asymptotische Stabilität und die Instabilität der Gleichgewichtslage $\underline{x} = \underline{0}$ des Systems garantieren können.

- Anwendung der präsentierten Theorie auf gewisse Klassen nichtlinearer Systeme.

Der Zusammenhang zwischen der Matrix-Ljapunov-Methode einerseits und der Vektor-Ljapunov-Methode und der klassischen Ljapunov-Methode (zentralisierte Lösung) anderseits wird dargestellt. Es wird gezeigt, dass die Matrix-Ljapunov-Methode allgemeiner ist als die Vektor-Ljapunov-Methode.

Hinreichende Bedingungen, die als Definitheits-Test von zwei konstanten $\ell \times \ell$ Matrizen (ℓ Teilsysteme) gegeben sind, können die Stabilität auch dann garantieren, wenn die freien Teilsysteme instabil sind und durch die Kopplungen stabilisiert werden. Ein Algorithmus zur Konstruktion der Matrix-Ljapunov-Funktion wird gegeben und einige Klassen nichtlinearer Systeme werden mit der Matrix-Ljapunov-Methode behandelt. Die angeführten numerischen Beispiele illustrieren die praktische Anwendung dieser Methode.

Schliesslich werden neue Aufgaben für die weitere Forschung dieser Theorie festgehalten.

S U M M A R Y

The subject of this thesis is the analysis of stability of nonlinear dynamic systems which can be decomposed into subsystems and interconnections. The concept of the matrix Lyapunov function for interconnected dynamic systems is introduced and the matrix Lyapunov method is proposed. The candidate for a Lyapunov function of the overall system is given by this method as a weighted sum of individual candidates for a Lyapunov function for each free subsystem and of individual scalar functions related separately to each interconnection.

The following problems are treated:

- the introduction of the concept of a matrix Lyapunov function for nonlinear interconnected dynamic systems,
- the application of the matrix Lyapunov function for the construction of a scalar Lyapunov function for nonlinear interconnected dynamic systems,
- the derivation of sufficient conditions by the matrix Lyapunov method, which are generally applicable and can assure stability, asymptotic stability or instability of the equilibrium state $\underline{x} = \underline{0}$ of nonlinear dynamic systems,
- the application of the presented theory to certain classes of nonlinear systems.

The relation of the matrix Lyapunov method to the vector Lyapunov method and to the classical Lyapunov method (centralized solution) is established. It is proved that the approach by the matrix Lyapunov method is more general than by the vector Lyapunov method.

Sufficient conditions for stability of the equilibrium state are obtained by testing the definity of two constant $\ell\times\ell$ matrices (ℓ subsystems). The method can assume stability of systems whose subsystems may be unstable, provided that there exists a stabilizing effect of their interconnections. The algorithm for the construction of a matrix Lyapunov function is presented and some classes of nonlinear systems are considered by this method. Some numerical examples illustrate the practical application of this method.

Finally, some new scopes for further research of this theory are formulated.