Stability test and stability conditions for retarded delay differential systems

Author(s):
Liu, Xiyuan

Publication Date:
1985

Permanent Link:
https://doi.org/10.3929/ethz-a-000342496

Diss. ETH No. 7778

STABILITY TEST AND STABILITY CONDITIONS FOR RETARDED DELAY DIFFERENTIAL SYSTEMS

A dissertation submitted to the

SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY ZURICH

for the degree of

Doctor of Technical Sciences

presented by

LIU XIYUAN

engineer

born on December 1, 1937 in Nanchang, China

accepted on the recommendation of

Prof. M. Mansour, referee

Prof. H.P. Geering, co-referee

1985

ABSTRACT

In this investigation, a stability test method for the delay differential systems of the retarded type with some commensurate time-delays is presented. The method can be used to test the stability properties of delay systems in any positive delay interval or independent of delay.

The method based on the following theorems:

(a) According to Bellman-Cooke's conclusion a delay system is global asymptotically stable,if and only if all roots of the characteristic equation, which is a transcendental equation, have negative real parts.

(b) The continuity properties of root loci of the characteristic equation with respect to the delay.

The method is supported by nine lemmata which describe the following separately:

(a) The distribution of the roots of the characteristic equation for the delay being sufficiently small.

(b) The conception about the intersection point of root loci and the imaginary axis.

(c) The conditions for the asymptotic stability in delay intervals.

(d) The conditions for the absence of the asymptotic stability.

A class of retarded delay differential systems (up to third-order) are investigated in detail by means of the method. From this the following results are obtained:

(a) Under suitable conditions quite a number of delay systems

have asymptotic stability in a delay interval or in several delay intervals.

(b) Some of the stability conditions mentioned above are obtained, and expressed by the coefficients of systems.

(c) There are five types of stability properties for delay systems, if the delay changes:

(1) There is a "critical delay time h_c". When the actual delay h is smaller than the critical delay, the delay system is asymptotically stable. When $h>h_c$, it becomes unstable.

(2) Asymptotically stable independent of delay.

(3) Unstable independent of delay.

(4) When the delay $h=0$, the system has a stationary oscillation, but when delay $h\neq 0$, the system is asymptotically stable or unstable or alternately stable.

(5) Alternately stable, i.e. stable, unstable, stable etc. and finally unstable as the delay increases.

Besides, the applications of the direct method of Lyapunov functionals to the stability test of delay systems in the investigation are discussed.

ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Dissertation wird eine neue Methode zur Stabilitaetsuntersuchung von Totzeitsystemen des nacheilenden Typs mit kommensurablen Totzeiten beschrieben. Die Methode kann zur Untersuchung der Stabilitaetseigenschaften sowohl in einem beliebigen definierten Totzeitintervall als auch fuer den Fall, dass die Stabilitaet nicht von der Totzeit abhaengt, angewendet werden. Die Methode beruht auf den folgenden Theorien:

(a) Nach der Folgerung von Bellman-Cooke ist ein Totzeitsystem global asymptotisch stabil, wenn alle Wurzeln der charakteristischen Gleichung des Totzeitsystems nur negative Realteile besitzen.

(b) Die kontinuierliche Abhaengigkeit der Wurzelortskurven der charakteristischen Gleichung von der Totzeit.

Die Methode stuetzt sich auf neue Lemmata, welche folgendes beschreiben:

(a) Die Verteilung der Wurzeln der charakteristischen Gleichung, wenn die Totzeit hinreichend klein ist.

(b) Die Begriffe des Durchtrittspunkts der Wurzelortskurven und der imaginaeren Achse.

(c) Die Bedingungen der asymptotischen Stabilitaet in Totzeitintervallen.

(d) Die Bedingungen der Nicht-Existenz der asymptotischen Stabilitaet.

Eine Art von nacheilenden Totzeitsystemen (bis zur dritten Ordrung) ist hier mit dieser Methode ausfuehrlich untersucht worden. Daraus

haben sich die folgenden Resultate ergeben:

(a) Unter geeigneten Bedingungen koennen ziemlich viele Totzeitsysteme in einem Totzeitintervall oder in mehreren Totzeitintervallen asymptotisch stabil sein.

(b) Einige der oben erwaehnten Stabilitaetsbedingungen wurden erhalten und durch die Koeffizienten von Systemen dargestellt.

(c) Es gibt fuenf verschiedenartige Stabilitaetseigenschaften von Totzeitsystemen,wenn sich die Totzeit veraendert:

(1) Es existiert eine "kritische Totzeit h_c".Wenn die aktuelle Totzeit h kleiner ist als die kritische Totzeit h_c, ist das System asymptotisch stabil; wenn $h>h_c$,ist das System instabil.

(2) Asymptotisch stabil, unabhaengig von der Totzeit.

(3) Instabil, unabhaengig von der Totzeit.

(4) Wenn $h=0$, besitzt das System eine stationaere Schwingung, aber wenn $h\neq0$, kann das System asymptotisch stabil oder instabil oder wechselnd stabil sein.

(5) Wechselnd stabil,naemlich stabil, instabil,wieder stabil, noch einmal instabil, usw., zuletzt instabil, wenn sich die Totzeit verlaengert.

Ausserdem werden auch die Anwendungen der direkten Methode des Lyapunov'schen Funktionals zur Stabilitaetsuntersuchung von Totzeitsystemen in der Dissertation diskutiert.