Analyse de la stabilité de systèmes dynamiques à structure variable

Author(s):
Felley, Gabriel

Publication Date:
1988

Permanent Link:
https://doi.org/10.3929/ethz-a-000501530 →

Diss. ETH Nr 8554

Analyse de la stabilité de systèmes dynamiques à structure variable.

DISSERTATION

soumise à

L'ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE ZURICH

pour l'obtention du titre de

Docteur en Sciences Techniques

présentée par

FELLEY GABRIEL

Dipl. Phys. ETHZ

né le 26 novembre 1953

Saxon - Valais.

acceptée sur la recommandation de

Prof. Dr. W. Schaufelberger, référent

Prof. Dr. M. Mansour, co-référent

Zürich, 1988

Résumé

La présente thèse a pour sujet l'étude de la stabilité de certaines classes de systèmes dynamiques non-linéaires. Il s'agit de développer des nouvelles techniques d'analyse , basées sur la deuxième méthode de Lyapunov et conçues spécialement pour ces différents systèmes.

Les propriétés non-linéaires de ces systèmes sont générées par

- La présence d'une ou de plusieurs variables d'état sujettes à des contraintes.
- L'existence d'amplifications variables dans la structure du système considéré.
- L' inexactitude dans la définition de certains paramètres

D'abord nous définissons une structure de régulation adaptée à des systèmes dont certaines variables sont bornées. Ce genre de régulation induit une dynamique linéaire par morceaux.
Le système est décrit par une matrice de plus qu'il y a de variables bornées et chaque fois qu'une de ces variables atteint ses limites une matrice est responsable de l'en éloigner.
Selon la deuxième méthode de Lyapunov, il est nécessaire pour garantir la stabilité du système entier , d'expliciter une seule fonction de Lyapunov représentée par une forme quadratique, telle que la dérivée de celle-ci soit définie négative le long des trajectoires du système .
La présence de k variables bornées provoquent la définition de $k+1$ formes quadratiques devant être définies négatives. La négativité de k formes dépend uniquement du choix adéquat de la $(k+1)^{ième}$ *forme* .
Pour chacune de celles-ci, nous nécessitons , pour un système d'ordre n l'évaluation de n déterminants, donc au total $k \times n$ déterminants. La définition d'une transformation de base dans laquelle la dynamique du système est décrite, permet de simplifier les critères de stabilité et de réduire le nombre de tests au nombre de variables bornées.
Cette transformation et la définition explicite d'un opérateur qui attribue à chaque couple de matrices (une décrit la dynamique du système et l'autre est choisie définie positive et symétrique) une troisième , telle que celle-ci définisse une fonction de Lyapunov, livrent une expression analytique simple des critères de stabilité.
Avec cette expression simplifiée , nous élaborons trois différents algorithmes capables d'expliciter la dépendance des k formes quadratiques en fonction de la $(k+1)^{ième}$ choisie ce qui nous permet d'effectuer un choix convenable. Ces algorithmes sont basés sur

- La structure algébrique des critères utilisés.
- La forme analytique de ceux-ci

Nous montrons ensuite , que la technique développée s'applique de manière naturelle à des systèmes comprenant soit des amplifications variables , soit des paramètres dont la valeur numérique n'est pas connue exactement. Elle nous permet de définir des intervalles à l'intérieur desquels ces amplifications ou ces paramètres peuvent varier sans que la stabilité du système ne soit perturbée.

Summary

This thesis has as its subject the study of the stability-problem of certain classes of non-linear dynamic systems. The aim is to develop new techniques of analysis , based on the second method of Lyapunov, which have especially been designed for these systems.

The non-linearities of these systems are generated by

- the presence of one or several state variables which are constrained between two limits.

- the existence of varying amplifications in the system structure.

- unexactly defined parameters.

First of all we define a control structure designed for dynamical systems which have constrained state variables. This kind of control induces a step by step linear dynamics .
The dynamics of the system is described by one more matrix as there are constrained variables and each time one of these variables attaines one of its limits, a matrix is responsible to keep that variable away from it.

According to the second method of Lyapunow to guarantee the stability of the entire system , it is necessary to provide a function as a quadratic form whose time derivative is negative definite along the trajectories of the system.
The presence of k limited variables generates k + 1 quadratic forms which are to be negative definite. The negativity of the k forms depends only on the appropriate choice of the (k + 1)-th form. For each of them we need, for a system of n-th order, the evaluation of n determinants,
i.e. of the total k x n determinants. The definition of a basis transformation enables us to simplify the expression of the stability criteria and at the same time to reduce the number of tests to the number of constrained variables. This transformation and the definition of a linear operator, which attributes to every pair of matrices a third one (one describing the dynamic of the system, the other being chosen symetric and positive definite) generates a Lyapunow function, thus giving a simple analytical expression of stability criteria. With this simplified expression, we are elaborating three different algorithms able to explain the dependence of the k quadratic forms in function of the chosen (k+1)-st which allow us to make an appropriate choice.

These algorithms are based on

- the algebraic structure of the applied critera
- their analytical form.

We then demonstrate that the developed techniques are also applicable in a natural way to systems containing either varying amplifications or not exactly known parameters . It enables us to define intervals inside which these amplifications or parameters can vary without disturbing the stability of the whole system .