



Doctoral Thesis

## Nonleptonic weak interactions in chiral perturbation theory

**Author(s):**

Kambor, Joachim

**Publication Date:**

1990

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-000577980> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

31. Mai 1990

Diss. ETH

Diss. ETH No. 9068

# Nonleptonic Weak Interactions in Chiral Perturbation Theory

A dissertation submitted to the  
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY  
Zürich

for the degree of  
Doctor of Natural Sciences

presented by  
JOACHIM KAMBOR  
Dipl. Phys. ETH  
born June 1, 1959  
citizen of Niederurnen (GL)



accepted on the recommendation of  
Prof. Dr. C. Schmid, examiner  
Prof. Dr. D. Wyler, co-examiner

*C. Schmid*

1990

## Abstract

The standard model predictions for nonleptonic weak interactions are hindered by our limited understanding of QCD at low energies. The most prominent problems in this context are the explanation of the  $\Delta I = 1/2$  rule and a reliable evaluation of the B-parameter which enters the predictions of the CP-violating parameter  $\epsilon$  and the  $K^0 - \bar{K}^0$  mass difference.

Chiral perturbation theory (CHPT) is a model independent framework to study QCD effects in nonleptonic weak interactions. There are no further assumptions other than — a) the transformation properties of the interactions under  $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ , b) the identification of the pseudoscalar mesons as the Goldstone bosons associated with the spontaneous breaking of chiral symmetry to  $SU(3)_{L+R}$  and c) the prescription of explicit chiral symmetry breaking via the light quark masses — to be made. Thus, the predictions of chiral lagrangians directly test these fundamentals of the standard model.

In this thesis the work of Gasser and Leutwyler for the strong interaction is extended to the nonleptonic weak interactions. We give a complete treatment of the  $\Delta S = 1$  and  $\Delta S = 2$  (short distance) weak chiral lagrangian up to one-loop order. Interactions transforming as  $(8_L, 1_R)$  as well as  $(27_L, 1_R)$  under the chiral group are included. Our formalism applies to both, CP-conserving and CP-violating processes. However, CPS-symmetry is respected. The loop expansion is performed in the external field formalism. Using heat kernel techniques and dimensional regularization, a closed expression for the ultraviolet divergences is given. We construct an exhaustive list of weak counterterms of order  $p^4$  and show how the ultraviolet divergences may be absorbed. The finite piece of the one loop calculation is obtained by an expansion in external fields. The result is a closed expression for the renormalized effective action expanded to fourth order in external fields. This is sufficient for the processes in question.

A particular aspect of the weak chiral lagrangian is the physical significance of terms in the action linear in the meson fields, the tadpoles. We suggest a method for finding the true vacuum state of the theory and show explicitly that tadpoles do not produce physically observable effects in next to leading order CHPT and to first order in the weak interactions.

In the second part, the machinery developed so far is applied to CP-conserving kaon decays and to  $K^0 - \bar{K}^0$  mixing. Throughout the calculation we work in the isospin limit. We compute the decay amplitudes for all channels in CP-conserving

$K \rightarrow 2\pi, 3\pi$  decays. Our final results exhibit the symmetries to be expected from isospin conservation. Moreover, they are independent of the renormalization scale  $\mu$  which is necessarily introduced in the loop calculation.

Neglecting corrections of order  $M_\pi^2/M_K^2$ , we obtain three sum rules valid in next to leading order CHPT. We consider the discrepancies between the true  $K \rightarrow 3\pi$  amplitude and its approximation as a quadratic form in the Dalitz plot variables at two different soft pion points. These discrepancies are entirely due to the loop amplitude. Hence, they depend only on the coupling constants of the lowest order chiral lagrangian. Combining the discrepancies at the different soft pion points, the unknown coupling constants may be eliminated which yields the sum rules. Furthermore, if the experimental quadratic  $K \rightarrow 3\pi$  amplitude is extrapolated in order to test the soft pion theorems, additional terms have to be added, namely the discrepancies mentioned above. In addition, we obtain a counterterm free determination of the octet coupling constant  $c_2$ .

The coupling constants of the chiral lagrangian must be determined from experiments. A least  $\chi^2$  fit to the isospin amplitudes of  $K \rightarrow 2\pi, 3\pi$  is performed. The octet coupling constant  $c_2$  of the lowest order weak chiral lagrangian is reduced from  $c_2^{(2)} = 1.02 \cdot 10^{-7} F_\pi^2$  for the tree level fit to  $c_2^{(4)} = 0.64 \cdot 10^{-7} F_\pi^2$  in next to leading order. It implies that next to leading order corrections are large, in some instances as large as the lowest order contributions. This may have consequences on other calculational techniques which use chiral lagrangians in lowest order. More accurate experimental informations on the quadratic slope parameters for  $K \rightarrow 3\pi$  decays are very essential to confirm this result.

In leading order CHPT, the B-parameter is related to the  $\Delta I = 3/2$  amplitude in  $K \rightarrow 2\pi$  decays via SU(3) symmetry. Unfortunately, the next to leading order result depends on counterterm coupling constants which cannot be fixed in the kaon decays. Thus no prediction for the B-parameter emerges unless these coupling constants could be determined by some other means.

## Kurzfassung

Die Voraussagen des Standardmodells für nicht-leptonische schwache Zerfälle werden durch unser unzureichendes Verständnis von QCD bei tiefen Energien behindert. Die Erklärung der  $\Delta I = 1/2$  Regel und eine zuverlässige Berechnung des B-parameters sind die herausragenden Probleme in diesem Zusammenhang.

Chirale Störungstheorie (CHST) ist ein Modell-unabhängiger Ansatz zur Behandlung von QCD-Effekten in nicht-leptonischen schwachen Zerfällen. Die einzigen Annahmen, welche gemacht werden sind a) die Transformationseigenschaften der Wechselwirkungen unter  $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$ , b) die Identifizierung der pseudoskalaren Mesonen als Goldstone Bosonen welche mit der spontanen Symmetriebrechung der chiralen Gruppe auf  $SU(3)_{L+R}$  assoziiert werden und c) die Beschreibung der expliziten chiralen Symmetriebrechung durch die leichten Quarkmassen. Chirale Lagrangedichten testen daher direkt diese grundlegenden Annahmen des Standardmodells.

In dieser Doktorarbeit erweitern wir die Arbeiten von Gasser und Leutwyler über starke Wechselwirkungen auf die nichtleptonischen schwachen Wechselwirkungen. Die chirale Lagrangedichte für  $\Delta S = 1$  und  $\Delta S = 2$  (short distance) wird in der one-loop Approximation gegeben. Wir betrachten Wechselwirkungen, die sich unter der chiralen Gruppen als  $(8_{L,1R})$  oder als  $(27_{L,1R})$  transformieren. Der Formalismus behandelt sowohl CP-erhaltende als auch CP-verletzende Prozesse, CP-Symmetrie wird aber berücksichtigt. Die loop-Entwicklung wird im externen Feld Formalismus durchgeführt. Wir verwenden heat kernel Techniken und dimensionale Regularisierung um die ultraviolett Divergenzen zu bestimmen. Ferner konstruieren wir eine vollständige Liste von Gegentermen der Ordnung  $p^4$  und zeigen, dass die ultraviolett Divergenzen durch Renormierung der Kopplungskonstanten absorbiert werden können. Die endlichen Anteile der loop-Rechnung werden durch eine Entwicklung in externen Feldern bestimmt. Das Resultat ist ein geschlossener Ausdruck für die effektive Wirkung entwickelt bis zu Termen vierter Ordnung in den externen Feldern. Das ist ausreichend für die in Frage stehenden Prozesse.

Ein spezieller Aspekt der schwachen chiralen Lagrangedichte ist die Frage nach der physikalischen Bedeutung von Termen, die linear in den Meson Feldern sind, den tadpoles. Eine Methode zur Bestimmung des wahren Grundzustandes wird beschrieben, und wir zeigen explizit, dass tadpoles in erster Ordnung CHST und erster Ordnung in den schwachen Wechselwirkungen keine physikalisch beobachtbaren Effekte liefern.

Im zweiten Teil der Arbeit wird der Formalismus auf CP-erhaltende Kaon-Zerfälle und die  $K^0 - \bar{K}^0$  Mischung angewendet. Die Zerfallsamplituden für alle Kanäle der CP-erhaltenden  $K \rightarrow 2\pi, 3\pi$ -Prozesse werden in erster Ordnung CHST berechnet. Unsere Resultate genügen den Symmetrien welche auf Grund der Isospin-symmetrie erwartet werden. Ferner sind sie unabhängig von der Renormierungsskala  $\mu$ , die bei der loop-Rechnung notwendigerweise eingeführt werden muss.

Wenn wir Korrekturen von der Ordnung  $M_\pi^2/M_K^2$  vernachlässigen, erhalten wir drei Summenregeln, die in Ordnung  $p^4$  der CHST gültig sind. Wir betrachten die Diskrepanz-Funktion zwischen der wahren  $K \rightarrow 3\pi$  Amplitude und ihrer quadratischen Approximation in den Dalitz-plot Variablen, genommen an zwei verschiedenen soft-pion Punkten. Diese Diskrepanzen stammen ausschliesslich von der loop-Amplitude. Sie hängen daher nur von den Kopplungskonstanten der chiralen Lagrangedichte in niedrigster Ordnung ab. Durch Kombination der Diskrepanz-Funktionen an den verschiedenen soft-pion Punkten lassen sich die unbekanntenen Kopplungskonstanten eliminieren, was die Summenregeln ergibt. Ferner müssen zusätzliche Terme addiert werden wenn die rein experimentelle quadratische  $K \rightarrow 3\pi$  Amplitude zu den soft-pion Punkten extrapoliert wird. Diese zusätzlichen Terme sind die oben erwähnten Diskrepanz-Funktionen. Nebenbei lässt sich die Oktett-Kopplungskonstante  $c_2$  in einer Weise bestimmen, die unabhängig von den Gegentermen ist.

Die Kopplungskonstanten der chiralen Lagrangedichte müssen aus Experimenten bestimmt werden. Wir fitten die auftretenden Kopplungskonstanten an die Isospinamplituden für  $K \rightarrow 2\pi, 3\pi$ -Zerfälle. Die Oktettkopplungskonstante  $c_2$  wird dabei reduziert von  $c_2^{(2)} = 1.02 \cdot 10^{-7} F_\pi^2$  für den Fit in niedrigster Ordnung auf  $c_2^{(4)} = 0.64 \cdot 10^{-7} F_\pi^2$  in erster Ordnung CHST. Daraus folgt, dass die Korrekturen gross sind, zum Teil ebenso gross wie Beiträge in niedrigster Ordnung. Konsequenzen auf andere Rechentechniken, die chirale Lagrangedichten in niedrigster Ordnung verwenden, müssen untersucht werden. Genauere Messungen der quadratischen slope Parameter für  $K \rightarrow 3\pi$ -Zerfälle sind wichtig um dieses Resultat zu erhärten.

Der B-Parameter kann in führender Ordnung CHST via SU(3)-Symmetrie aus der  $\Delta I = 3/2$   $K \rightarrow 2\pi$ -Amplitude bestimmt werden. In nächster Ordnung hängt das Resultat von Gegentermkopplungskonstanten ab, die nicht durch die Kaon-Zerfälle fixiert sind. Das heisst, dass keine Vorraussage für den B-Parameter möglich ist, ausser die Kopplungskonstanten der Gegenterme könnten auf Grund anderer Techniken bestimmt werden.