An application of H{unendlich}□theory to decentralized robust control

Author(s):
Wu, Qinghe

Publication Date:
1990

Permanent Link:
https://doi.org/10.3929/ethz-a-000586127

Diss. ETH No. 9116

An Application of $\mathcal{H}^\infty$-Theory to Decentralized Robust Control

A dissertation submitted to the
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY
ZURICH

for the degree of
Doctor of Technical Sciences

presented by
QINGHE WU
Dipl. El. Eng. HUST, CHINA
born November 16, 1955
citizen of P.R. CHINA

accepted on the recommendation of
Prof. Dr. M. Mansour, examiner
Prof. Dr. W.Schaufelberger, co-examiner

1990

Summary

Robustness of control systems is defined in terms of a system property which is invariant under a specified class of uncertainties. The robust control problem is then to design control systems in such a way that some desirable system properties are maintained in despite of the perturbations.

Among all the robust control problems, the most important issue is the robust stabilization problem which has been solved by Kimura [68], Vidyasagar *et al.* [119] and Glover [56]. Based on their approach, a controller can be designed in such a way that the stability margin against the perturbations is optimized in the sense of an $\mathcal{H}^\infty$-norm.

Unfortunately, since only the stability problem is considered in the design, the resulting controller cannot meet any other requirements imposed on the system. For example, it cannot be expected that the output of the system tracks some given external reference signals (the robust regulator problem [48,118]).

Further, such a controller is hardly realizable for large scale systems because of its centralized structure. So, if the plant to be controlled consists of q interconnected subsystems, it is then interesting to know whether it is possible to apply this approach separately to each local station to achieve a controller which robustly stabilizes the overall system. We call this the decentralized robust stabilization problem (DRSP).

The robust regulator problem has been considered by Davison [24,26] in the time-domain, and by Francis *et al.* [48] and Vidyasagar [118] in the frequency-domain. The set of all robust controllers has been characterized. However, a measure for the achievable stability margin is lacking.

In this thesis, after reviewing the main results achieved in the $\mathcal{H}^\infty$-approach, the robust regulator problem will first be considered in chapter 4. For the controller which solves the regulator problem for the nominal plant $P_0(s)$ and with respect to additive perturbations in the mathematical model of the plant, the stability robustness of the overall system is studied –resulting in an upper bound of the stability margin of the system. With the aid of Nevanlinna-Pick interpolation theory and a linear transform, it will be then shown that this bound is a supremum which can be approximated by a sequence of controllers. Thus, the achievable stability robustness can be characterized independently of the controller, and a necessary and sufficient condition for robust regulation is found for a class of linear MIMO systems. Furthermore, a procedure, based on the $\mathcal{H}^\infty$-optimization approach and the linear transform, for finding this sequence of controllers will be developed. A degree bound for these controllers will also be established. Hence, the robust regulator problem will be fully solved.

Further, the decentralized robust control problem will be studied in chapter 5. A method of designing a decentralized controller to robustly stabilize q interconnected unstable subsystems is presented. The solution can be subdivided into three steps. First, the parameterization of stabilizers is used separately for each subsystem without considering the interconnections. Then, the concept of quasi-block diagonal dominance (QBDD) is used to investigate the stability of the interconnected system. Based on $\mathcal{H}^\infty$-optimization a sufficient stability condition which is independent of the controller will be found, and a class of interconnected systems which can be stabilized by decentralized controllers is characterized. Finally, it will be shown that the stability of the overall system can be maintained, if the perturbations are bounded above by some functions of the controller.

The decentralized robust regulator problem will be considered in chapter 6. This is a combination of the results achieved in chapter 4 and 5.

Zusammenfassung

Die Robustheit eines Systems wird definiert aufgrund einer Systemeigenschaft, die unveränderlich gegen Unsicherheiten ist. Das Problem der robusten Regelung betrifft den Entwurf eines Reglers, so dass das geregelte System die gewünschten Eigenschaften trotz der Störungen aufrechterhalten kann.

Unter allen Problemen der robusten Regelung ist das wichtigste Thema das Problem der Robustheit der Stabilität, welches bereits von Kimura [68], Vidyasagar und Kimura [119] und Glover [56] gelöst wurde. Nach ihren Methoden, die auf der $\mathcal{H}^\infty$-Optimierung basieren, kann ein Regler entworfen werden, so dass die Stabilitätsreserve gegenüber Unsicherheit maximal ist – im Sinne einer $\mathcal{H}^\infty$-Norm.

Weil beim Reglerentwurf nur die Stabilität berücksichtigt wird, wird der Regler anderen Anforderungen nicht gerecht. Zum Beispiel ist nicht zu erwarten, dass der Ausgang des Systems einem gegebenen Eingangssignal folgt (robustes Regulator Problem [48,118]).

Weiter ist ein solcher Regler wegen seiner zentralen Struktur für grosse Systeme schwierig zu implementieren. Wenn das gesamte System aus q untereinander verbundenen Subsystemen besteht, ist es von Interesse zu wissen, ob es möglich ist, das gesamte System mit dezentralen Reglern robust zu stabilisieren, indem man diese Methode auf jedes Subsystem anwendet. Dies nennt man das dezentrale robuste Stabilisierungsproblem.

Das robuste Regulator Problem wurde von Davison [24,26] im Zeitbereich und von Francis und Vidyasagar [48,118] im Frequenzbereich studiert. Die Menge aller robusten Regler wurde charakterisiert. Aber

es fehlt ein Mass für die Stabilitätsreserve.

In dieser Arbeit, nach einem Überblick über die Methoden der $\mathcal{H}^\infty$-Optimierung, wird das robuste Regulator Problem studiert. Für additive Unsicherheiten des Prozessmodells, und einen anhand des nominalen Modells entworfenen Regler wird die Robustheit der Stabilität analysiert. Dadurch wird eine obere Grenze für die optimale Stabilitätsreserve gefunden, die unabhängig vom Regler ist. Mittels der Nevanlinna-Pick Interpolationstheorie und einer linearen Transformation wird dann gezeigt, dass diese Grenze ein Supremum ist, und durch eine Reihe von Reglern angenähert werden kann. Dies stellt eine notwendige und hinreichende Bedingung für die robuste Regelung einer Klasse linearer MIMO Systeme dar. Weiter wird ein Verfahren zur Konstruktion der Reihe von Reglern vorgestellt, basierend auf der $\mathcal{H}^\infty$-Optimierung und einer linearen Transformation. Die Ordnung des Reglers wird bestimmt. Damit ist das robuste Regulator Problem vollständig gelöst.

Das dezentrale robuste Stabilisierungsproblem wird im Kapitel 5 behandelt. Die Lösung lässt sich in 3 Schritte unterteilen. Zuerst wird ein intern stabilisierender Regler, parameterisiert von Youla *et al* [133], separat für jedes lokale Subsystem implementiert, ohne die Kopplungen der Subsysteme zu berücksichtigen. Dann wird mittels des Begriffs der quasi-block diagonal dominanten Matrix die Stabilität des gesamten Systems untersucht. Basierend auf der $\mathcal{H}^\infty$-Optimierung wird eine hinreichende Stabilitätsbedingung, die vom Regler unabhängig ist, gefunden. Eine Klasse von grossen Systemen wird damit charakterisiert. Für diese Klasse kann der robuste Regler für jedes Subsystem separat implementiert werden, als ob das System entkoppelt wäre. Zum Schluss wird gezeigt, dass das gesamte System stabil bleibt, wenn die Unsicherheiten eine bestimmte Grenze nicht überschreiten.

Das dezentrale robuste Regulator Problem wird im Kapitel 6 behandelt. Es ist eine Kombination der Resultaten von Kapitel 4 und 5.