Diss. ETH Nr. 9753

Verfahren zur Identifikation der Dämpfungsmatrix mechanischer Systeme

ABHANDLUNG
zur Erlangung des Titels
DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

der
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
ZÜRICH

vorgelegt von
STANISŁAW J6ZEF PIETRZKO

Dipl. El-Ing. AGH Krakau
geboren am 29. Juli 1954
Polnischer Staatsangehöriger

Angenommen auf Antrag von:

Prof. Dr. G. Schweitzer, Referent
Prof. Dr. Ch. Wehrli, Korreferent

Zürich 1992

Kurzfassung

Bei theoretischen Untersuchungen dynamischer Eigenschaften linearer und zeitinvarianter mechanischer Systeme mit den symmetrischen Systemparametermatrizen **M**, **D**, **K** der Ordnung n und mit der Bewegungsgleichung $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{z}(t) = \mathbf{0}$ der freien Schwingungen, ist eine simultane Diagonalisierung der modalen Dämpfungsmatrix $\mathbf{\Psi}^T\mathbf{D}\ \mathbf{\Psi}$ mit der modalen Massenmatrix $\mathbf{\Psi}^T\mathbf{M}\ \mathbf{\Psi}$ und der modalen Steifigkeitsmatrix $\mathbf{\Psi}^T\mathbf{K}\ \mathbf{\Psi}$ durch eine Modaltransfomation mit Hilfe der Modalmatrix $\mathbf{\Psi}$ (bestehend aus den reellen Eigenschwingungsvektoren des ungedämpften Systems) nur dann möglich, wenn die dafür notwendige und auch hinreichende Vertauschbarkeitsrelation der Form $\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} = \mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}$ erfüllt ist. Hinreichend für die Diagonalisierung der modalen Dämpfungsmatrix $\mathbf{\Psi}^T\mathbf{D}\ \mathbf{\Psi}$ ist in diesem Zusammenhang eine massen- oder steifigkeitsproportionale Dämpfungsverteilung im mechanischen System. Dies entspricht einer Darstellung der Dämpfungsmatrix als Linearkombination $\mathbf{D} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}$.

Das Ergebnis einer experimentellen Modalanalyse in der Form identifizierter Eigenschwingungsgrössen (komplexe Eigenwerte und komplexe Eigenschwingungsvektoren) macht aber deutlich, dass die Annahme einer proportionalen Dämpfungsverteilung in realen mechanischen Systemen nur ausnahmsweise erfüllt ist. Es gibt also keinen Grund zur Annahme, dass die Dämpfungsmatrix **D** realer mechanischer Systeme a priori die verlangte Proportionalität erfüllt. Die Beschreibung der Dämpfung bei nichtproportionaler Dämpfungsverteilung in realen mechanischen Systemen verlangt eine Dämpfungsmatrix der Form $\mathbf{D} \neq \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}$. Die identifizierten Eigenschwingungsgrössen ermöglichen zwar die Ermittlung von Massen- und Steifigkeitsmatrizen eines realen Systems, im Falle nicht proportionaler Dämpfungsverteilung hingegen lässt sich die Dämpfungsmatrix mit Hilfe der ermittelten Eigenschwingungsgrössen nicht bestimmen.

In der vorliegenden Arbeit wird ein neuer Ansatz zur Identifikation einer viskosen Dämpfungsmatrix **D** für lineare und zeitinvariante mechanische Systeme bei beliebiger Dämpfungsverteilung vorgestellt und das Identifikationsverfahren entwickelt. Dieses Identifikationsverfahren basiert auf der Gleichung eines Versuchsmodells der Form $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{z}(t) = \mathbf{f}(t)$ mit symmetrischen Systemparametermatrizen (**M**,**D**,**K**). Die Massenmatrix **M** und die Steifigkeitsmatrix K werden dabei mit Hilfe der experimentellen Modalanalyse ermittelt. Das wesentliche Merkmal dieses Verfahrens ist die Abstützung der Dämpfungsidentifikation auf eine Frequenzgangfunktion ohne Antiresonanzstellen (Transmissibilityfrequenzgangfunktion), gemessen an einem zu identifizierenden mechanischen System. Existiert nämlich eine Transmissibilityfrequenzgangfunktion, so ergibt sich die Möglichkeit der Modellierung der dynamischen Eigenschaften des Systems mit einem Ersatzmodell in der Form des Kettenschwingers. Das vorgestellte Verfahren basiert auf einer Reihe von Zusammenhängen zwischen dem Imaginärteil des invertierten Amplitudenverlaufs der Transmissibilityfrequenzgangfunktion und der Dämpfung des Kettenschwingers (den Elementen der Dämpfungsmatrix des Kettenschwingers). Aus diesen Zusammenhängen resultiert eine matrizielle Empfindlichkeitsgleichung, beinhaltend das Mass für die Empfindlichkeit der Inversen der Transmissibilityfrequenzgangfunktion auf eine Veränderung der Dämpfungskoeffizienten des Kettenschwingers. Die Lösung dieser Empfindlichkeitsgleichung liefert in expliziter Form die Koeffizienten der Dämpfungsmatrix des Kettenschwingers. Das Verfahren zur Identifikation der Dämpfungsmatrix eines Kettenschwingers wird auf das Verfahren zur Identifikation der Dämpfungsmatrix eines realen mechanischen Systems erweitert. In diesem Zusammenhang wird auch eine Transformation zur Umsortierung beliebig gewählter Indizes von Versuchsfreiheitsgraden am realen mechanischen System in eine sequentielle Anordnung der Versuchsfreiheitsgrade für die Überführung in ein Kettenschwingerhilfssystem vorgestellt. Das Verfahren zur Identifikation der Dämpfungsmatrix eines Kettenschwingers kann damit zur Identifikation der Dämpfungsmatrix eines realen mechanischen Systems angewendet werden, d.h. auch im Falle nicht proportionaler Dämpfungsverteilung ($\mathbf{D} \neq \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}$).

Abstract

It is known that in an analytical study of the dynamic behaviour of a linear time -invariant mechanical system with symmetrical system matrices **M**, **D**, **K** of order n and with equation of motion $\mathbf{M}\ddot{z}(t) + \mathbf{D}\dot{z}(t) + \mathbf{K}z(t) = \mathbf{0}$ the fulfillment of the conditon $\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} = \mathbf{K}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}$ is necessary and sufficient to diagonalise the modal damping matrix $\Psi^T\mathbf{D}\,\Psi$ simultaneously with modal mass matrix $\Psi^T\mathbf{M}\,\Psi$ and modal stiffness matrix $\Psi^T\mathbf{K}\,\Psi$. This is accomplished by means of the modal matrix Ψ (consisting of real normal modal vectors of undamped systems). The sufficient though not necessary condition for diagonalisation of the damping matrix **D** is a damping matrix of form $\mathbf{D} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}$. This implies that the damping matrix is assumed to be proportional to the mass and stiffness matrices and respectively that the damping distribution is proportional to mass and/or stiffness distribution.

The results of an experimental modal analysis in form of complex eigenvectors show clearly that the assumption of proportional damping occurs in only very few real mechanical structures. Therefore in the real mechanical systems there is no reason why the assumption of proportionality of damping distribution to mass and/or stiffness distribution should be satisfied. Generally for modelling of damping in real systems it is required to use the damping matrix of a form $\mathbf{D} \neq \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}$. The difficulty is that the identified modal parameters allow the calculation of mass and stiffness matrices of the system but not the damping matrix corresponding the non-proportional case.

In the present work, a new method to identify a viscous damping matrix **D** for linear time-invariant mechanical systems is presented and developed as an identificaton procedure. This procedure is based on the equation of the test model in the form $\mathbf{M}\ddot{z}(t) + \mathbf{D}\dot{z}(t) + \mathbf{K}z(t) = f(t)$ with symmetrical system parameter matrices (**M**,**D**,**K**). It is assumed that the mass matrix **M** and the stiffness matrix **K** are determined with the aid of experimental modal analysis. Characteristic for this procedure is the use of a frequency response function without anti-resonance frequency (transmissibility frequency response function) for damping identification. This is measured on the mechanical system which is to be identified. If the transmissibility frequency response function exists, then it is possible to model the dynamic properties of the system with a substitution model in the form of a chain-like lumped-mass, damped, multi-degree of freedom vibration system. The proposed procedure is based on a series of relationships between the imaginary part of the inverse of the transmissibility frequency response function and the damper of the substitution model (the elements of the damping matrix of the model). Based on these relationships, a matrix equation is developed as a measure of the sensitivity of the inverse transmissibility frequency response function to a change of the damping coefficient of the substitution model at different frequencies. The solution of this sensitivity equation explicity yields the coefficients of the damping matrix of a substitution model. The procedure to identify the damping matrix of a chain-like substitution model is adapted to identify a damping matrix of a real mechanical system. In this respect a transformation is also conceived for the re-sorting of any arbitrary chosen indexing of experimental degree of freedom of a real mechanical system in a sequential order corresponding to the degree of freedom of the chain-like substitution model. The procedure of identifying the damping matrix of the substitution model can thus be applied toward the identification of the damping matrix of a real mechanical system.