



Doctoral Thesis

Ein echt mehrdimensionales Verfahren zur Lösung der Eulergleichungen

Author(s):

Fey, Michael

Publication Date:

1993

Permanent Link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-000896054> →

Rights / License:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

DISS. ETH Nr. 10034

Ein echt mehrdimensionales Verfahren zur Lösung der Eulergleichungen

ABHANDLUNG
zur Erlangung des Titels
Doktor der Mathematik

der
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
ZÜRICH

vorgelegt von
MICHAEL FEY
Diplom-Mathematiker
geboren am 13. Oktober 1960
von Deutschland

Angenommen auf Antrag von:
Prof. Rolf Jeltsch, Referent
Prof. Jürg Marti, Korreferent

1993

Kurzfassung

In vielen technischen Anwendungen ist es notwendig, numerische Lösungen von komplexen Strömungen in mehreren Raumdimensionen zu berechnen. Die meisten der verfügbaren Programme zerlegen das mehrdimensionale Problem in eine Vielzahl von eindimensionalen Problemen entlang gewisser Zellgrenzen, die sich aus der Wahl des Gitters ergeben. In einigen Anwendungen führt dieser Zugang zu unbefriedigenden Ergebnissen, da die physikalischen Eigenschaften der Modellgleichungen nicht richtig wiedergegeben werden.

In dieser Arbeit wird eine neue Idee vorgestellt, um die mehrdimensionalen Eulergleichungen, das ist ein Modell, das Strömungen beschreibt, numerisch zu lösen. Das Ziel dieser Arbeit ist es, ein robustes Shock-Capturing Verfahren zu erstellen und ein besseres Verständnis der mehrdimensionalen Phänomene zu erhalten.

Der Ausgangspunkt zu dieser Idee ist das eindimensionale Flux-Vector-Splitting und die Homogenität der Eulergleichungen. Benutzt man dieses Konzept, dann zeigt sich, daß eine andere Interpretation der eindimensionalen Wellen und die Benutzung von einigen physikalischen Eigenschaften zu einer Zerlegung des Zustandsvektors in drei mehrdimensionale Wellen führt. Diese Idee berücksichtigt fast alle physikalischen Eigenschaften der Eulergleichungen und erlaubt unendlich viele Ausbreitungsrichtungen.

Im ersten Teil der Arbeit wird eine eher heuristische Herleitung der Wellen gegeben. Die Idee wird dann in eine mathematische Form gebracht, die sehr allgemein gehalten ist. Um das numerische Verfahren, Transportmethode genannt, zu erhalten, beschränken wir uns auf ein kartesisches Gitter und eine Approximation der Lösung von nullter Ordnung. Am Ende dieser Arbeit werden wir die Konsistenz des Flusses für eine ganze Klasse von Verfahren zeigen, die die Transportmethode einschließt. Die Aussage dieses Beweises erlaubt es uns, die Transportmethode so zu modifizieren, daß wir ein sehr einfaches und robustes numerisches Verfahren erhalten, ohne auf Dimensionssplitting zurückgreifen zu müssen.

Abstract

In many technical applications it is necessary to compute a numerical solution of complex flow problems in several space dimensions. Most available codes split the multi-dimensional problem into several one-dimensional problems aligned with the cell interfaces resulting from the underlying grid. In some of the applications this approach does not work very well since the physical properties of the model equations are not represented correctly.

In this thesis a new idea is presented to solve numerically the multi-dimensional Euler equations which are a model to describe flows. It is the aim of this thesis to obtain a robust shock capturing method without the use of dimensional splitting and to get a better understanding of multidimensional phenomena.

The starting point of this idea is the one-dimensional flux vector splitting and the homogeneity of the Euler equations. Using this concept it is shown that a different interpretation of the one-dimensional waves and the use of some physical properties lead to a decomposition of the state vector into three multidimensional waves. This idea includes most of the physical properties of the Euler equations and allows infinitely many propagation directions.

In the first part of the thesis we give a more heuristically motivated derivation of the waves. Then the idea is then formulated mathematically. This representation has a very general form. Hence, to get a numerical method called method of transport, we restrict ourselves to a Cartesian grid and a zero-order approximation of the solution. At the end of this thesis a proof of consistency of the fluxes is given for a whole class of numerical schemes including the method of transport. This theorem allows us to modify the method of transport to obtain a very easy and robust numerical scheme without the use of dimensional slitting.