Studien über endliche elastisch-plastische Deformationen

Diss. ETH Nr. 10400

Studien über endliche elastisch-plastische Deformationen

ABHANDLUNG
zur Erlangung des Titels
DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN
der
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZÜRICH

vorgelegt von
Alexander Steffen Winker
Dipl. Masch.-Ing. ETH
geboren am 20. September 1962
in Tuttlingen
Bundesrepublik Deutschland

Angenommen auf Antrag von:
Prof. Dr. M. Sayir, Referent
Prof. Dr. J. Casey, Korreferent

Zürich 1994

Zusammenfassung

Das Gebiet der Plastizität ist für viele Probleme der Umformtechnik von Bedeutung. Während für kleine Deformationen einige wenige, allgemein anerkannte Theorien bestehen, sind für den Fall großer Verformungen noch viele Unklarheiten vorhanden. Dementsprechend gibt es eine Vielzahl unterschiedlicher Modelle und eine breite Diskussion der jeweiligen Vor- und Nachteile.

In der vorliegenden Arbeit wird eine Theorie für große plastische Deformationen vorgestellt, bei denen die elastische Verformung aber die Größenordnung des Verhältnisses von Schubfließspannung zu Schubmodul hat und damit klein bleibt. Ein solches Verhalten ist typisch für Metalle.

Die Beschreibung des Materialverhaltens basiert auf den grundlegenden Arbeiten von Naghdi und wird im Dehnungsraum für eine Darstellung nach Lagrange, also mit Hilfe einer festen Bezugskonfiguration, entwickelt. Die Übertragung auf Spannungsraumgrößen und eine Betrachtung nach Euler in der deformierten Lage des Körpers ist ohne weiteres möglich und wird im Verlauf der Arbeit angegeben.

Während die Naghdi'sche Theorie allgemeine Aussagen über Materialfunktionen macht, werden hier diese Funktionen spezifiziert. Das Material wird beschrieben durch die Angabe eines Spannungspotentials, einer Fließfunktion, einer Evolutionsgleichung für die plastische Deformation und zweier Parameter, die das Verfestigungsverhalten charakterisieren. Es wird gezeigt, daß unter der Voraussetzung kleiner elastischer Deformationen alle Bedingungen an eine Plastizitätstheorie erfüllt sind, insbesondere eine Arbeitsungleichung nach Naghdi. Außerdem geht die Theorie für idealplastisches Material bei kleinen Deformationen über in die bekannten Gleichungen nach Prandtl-Reuss. Für große elastische Konstanten erhält man als Grenzfall das starrplastische Materialmodell.

Mit dem vorgestellten Modell läßt sich sowohl eine isotrope als auch eine anisotrope Verfestigung beschreiben, was an mehreren Beispielen demonstriert wird. Dabei erhält man für anisotropes Material eine Erweiterung der Prager-Ziegler'schen Theorie auf große Deformationen. Außerdem werden die Unterschiede verschiedener Plastizitätsmodelle aufgezeigt. Anhand einer Analyse der elastischen und plastischen Leistung lassen sich ferner verschiedene Vorschläge zur Aufteilung des Verzerrungsgeschwindigkeitstensors in elastische und plastische Anteile beurteilen.

Neben Überlegungen zu möglichen Experimenten, die Aussagen zur Bestätigung der vorliegenden Theorie ermöglichen sollen, werden auch Hinweise für die numerische Anwendung des Plastizitätsmodells angegeben. Dazu wird eine Integrationsformel für die plastische Deformation entwickelt, eine Materialroutine für den Einsatz in einem bestehenden Finite-Element-Programm aufgestellt, und damit das Beispiel einer verdrehten Scheibe berechnet.

Abstract

The field of plasticity is important for many problems associated with the technology of metal forming. While some widely accepted theories exist which deal with aspects concerning small deformations there still exist uncertainties on certain aspects of finite deformation. Accordingly, there is a multiplicity of differing models being discussed concerning their pros and cons.

In this dissertation a theory for finite plastic deformation is presented, in which the elastic deformation represents the magnitude of the ratio of the shear yielding stress in respect to the shear modulus and thus remains small. Such a condition is typical for metals.

The description of the material characteristic is based on fundamental work carried out by Naghdi and coworkers and is being developed in a strain space setting for presentation in Lagrangian form. Transformation to stress space variables and consideration of the Eulerian theory will also be given in the course of the study. While the Naghdi theory makes general statements on material functions, these functions are given specific forms in this study. The material is described by specifying a stress-potential, a yield function, an evolution equation for the plastic deformation and two parameters which characterise the hardening behaviour. It will be shown that all conditions regarding the theory on plasticity are fulfilled based upon small elastic deformation, particularly concerning an work assumption proposed by Naghdi and Trapp.

In addition, this theory reduces for ideal plastic material and infinitesimal deformation to the common equations according to Prandtl-Reuss. In the case of elastic constants of a high magnitude one obtains the rigid plastic material model as a limiting case.

With the model presented, both isotropic and anisotropic hardening can be described, which is demonstrated in several examples. As a result, one obtains an extension of the Prager-Ziegler theory of kinematic hardening to finite deformation. Furthermore, differences in various plasticity models are highlighted.

With the aid of an analysis of elastic and plastic power, various proposals for breaking the rate of deformation tensor down into elastic and plastic components can be assessed. Some remarks on possible experiments are made, which should enable a confirmation of the statements of this theory. Also references are given to numerical application of the plasticity model. An integration formula for plastic deformation is developed to be used in an existing finite element programme. As an example, the deformation of a twisted disc is calculated.