Thèse EPFZ No 10865

La plaque trouée dans le domaine élastique-plastique

Thèse présentée à

L'ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE ZURICH

pour l'obtention du titre de
Docteur ès sciences techniques

par

MYRIAM MEYER MATIEVIC

Dipl. Masch.-Ing. ETH
née le 27 avril 1962
originaire de Tourtemagne (VS)

sur proposition
du Prof. Dr. M. Sayir, rapporteur
et du Prof. Dr. W. Schumann, corapporteur

1994

Résumé

Cette thèse illustre l'application de la méthode des perturbations singulières à un problème de plasticité. Le raccordement des solutions élastique et plastique est appliqué au cas d'une plaque percée d'une ouverture circulaire ou elliptique. Le choix de ce thème particulier est motivé par la possibilité de son extension à des problèmes de la mécanique de rupture ayant une zone plastique au bout de la fissure.

Le *chapitre 1* donne un aperçu historique de la plaque trouée dans le domaine élastique-plastique.

Les idées principales sont expliquées dans le *chapitre 2* pour le cas du trou circulaire. Les grands développements en rapport avec les perturbations singulières et à la méthode de raccordement sont exposés de manière détaillée dans ce chapitre et repris dans les suivants.
La plaque subit l'effet d'une force de traction agissant dans le plan équidistant des deux faces de la plaque. En augmentant la charge au-delà de la limite élastique, une zone plastique commence à se former autour de deux points du bord du trou. Les nouvelles conditions au bord, valables le long de la courbe limite séparant la zone plastique du domaine élastique influencent également la distribution des tensions dans la partie élastique. La solution classique de l'élasticité linéaire constitue le point de départ de la résolution du problème. Des charges situées quelque peu au-dessus de la limite élastique sont prises en considération. Le petit paramètre ε de l'approximation asymptotique, qui est défini, caractérise l'extension de la zone plastique. Toutes les grandeurs sont alors développées en séries de ε. Sont présentées les solutions du domaine régulier et de la couche limite, comprenant la couche limite aussi bien plastique qu'élastique.

Le *chapitre 3* illustre et vérifie les résultats analytiques du trou circulaire au moyen d'une expérience. Le choix est porté sur l'interférométrie holographique. Deux positions de l'objet (avant et après la déformation) sont enregistrées successivement et reproduites simultanément. Ces deux images reconstruites interfèrent entre elles et produisent des franges qui contiennent l'information complète sur la déformation. Dans le cadre de l'expérience, le moiré holographique est utilisé pour mesurer les déplacements réversibles et irréversibles autour d'un petit trou de 10 mm de diamètre dans une mince plaque d'aluminium. Les résultats théoriques et expérimentaux concordent bien.

La méthode de résolution utilisée dans le chapitre 2 pour le trou circulaire peut être généralisée dans le *chapitre 4* pour le trou elliptique. La question est élucidée dans

le plan complexe. L'on utilise une application conforme et des fonctions complexes de contrainte. Les solutions sont valables pour des ellipses "grosses". Pour des ellipses "aplaties", les expansions asymptotiques trouvées dans la première partie du chapitre 4 ne sont plus valables. Au petit paramètre de l'asymptotique est alors attribuée une nouvelles définition. Dorénavant, il est défini à l'aide du demi-grand axe a et du demi-petit axe b. A l'aide d'un changement de variables, toutes les relations du chapitre 4.1 peuvent être données en fonction des nouvelles variables pour le cas de l'ellipse aplatie.

Le *chapitre 5* étend les considérations pour cette ellipse plate. La solution plastique est trouvée au moyen de la méthode des caractéristiques. Le raccordement entre la solution valable dans le domaine élastique et celle dans le domaine plastique permet d'obtenir une zone plastique plus grande par rapport à celle obtenue dans le chapitre précédent.

Abstract

This dissertation illustrates the application of singular perturbations in plasticity to match solutions in plastic and elastic zones for the cases of circular and elliptical holes in a large plate loaded in its plane. The choice of this particular problem is motivated by the possibilities of extension to problems in fracture mechanics involving plastification at the crack tip.

Chapter 1 provides a historical review of the plate with a hole in the elastic-plastic domain.

The case of a circular hole is considered in *chapter 2*. The main ideas and developments concerning the method of matched singular perturbations are explained in detail and will be employed in subsequent chapters.
The load on the plate is a tensional force perpendicular to the large axis of the hole. Increasing the load beyond the limit of elasticity will lead to plastification in the region around the tip of the hole. The new boundary conditions along the limit curve separating the plastic zone from the remaining elastic domain of the plate also influences the stress distribution in the elastic domain itself. The classical solution for linear elasticity is a good start to solve the problem. Loads not too far above the limit of elasticity are then considered. A small dimensionless parameter ε characterizing the plastic zone is introduced. All quantities are then developed asymptotically in terms of this small parameter. Solutions in the plastic and elastic boundary layers as well as in the regular domain are presented.

By means of holographic interferometry an experiment has been investigated in *chapter 3* in order to illustrate and verify the analytical solutions of chapter 2. Two positions of the object (before and after the deformation) are recorded successively and reconstructed simultaneously. The two reconstructed images are brought to interfere and the resulting fringe pattern contains all the information of the deformation. The experiment is performed on a thin aluminium plate with a small hole in its center (10 mm diameter). Reversible and plastic displacements around the small hole are measured. Both theoretical and experimental results are in good agreement.

In *chapter 4*, the general procedure given in chapter 2 for the particular case of a circular hole can be generalized to the case of an elliptic hole by introducing conformal mapping, complex stress functions and complex coordinates. The corresponding solutions are valid for "thick" ellipses. For "flat" ellipses, the asymptotic developments found in the first part of chapter 4 are no longer valid. A new definition of the small parameter of the asymptotic developments is required. The dimensionless parameter is now defined by means of the two semiaxes a and b of the

ellipse. With the help of an appropriate variable transformation, the solutions obtained in chapter 4.1 can then be given for a flat ellipse.

In *chapter 5*, the considerations about the flat ellipse are extended. With the method of characteristics the solution in the plastic domain is found. The matching between the elastic part and the plastic zone allows to determine a plastic zone which is larger than the one obtained in the previous chapter.