



Doctoral Thesis

## Numerical investigations of two-dimensional Euler flows cylinder at transonic speed

**Author(s):**

Botta, Nicola

**Publication Date:**

1995

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-001401802> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Diss. ETH No. 10852

# Numerical investigations of two-dimensional Euler flows: cylinder at transonic speed

A dissertation submitted to the  
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY  
ZURICH

for the degree of  
Doctor of technical sciences

presented by  
NICOLA BOTTA  
Aeronautical Engineer  
born November 15, 1961  
citizen of Italy

accepted on the recommendation of  
Prof. Dr. Rolf Jeltsch, examiner  
Prof. Dr. Bernhard Müller, co-examiner

1995

# Abstract

This work is concerned with the numerical investigation of two dimensional compressible inviscid flows. It is divided into three parts.

In the first part the computational approach is discussed. The mathematical model, consisting of the Euler equations coupled with a simple thermodynamical model, is analyzed. Scope of the analysis is to provide the reader with some mathematical "facts". These facts play an important role both in the development of the numerical method and in the interpretation of the results.

First differential forms of the Euler equations are presented and the stability of a class of discontinuous solutions and the relationships between vorticity and entropy gradients are discussed.

Then particular solutions of the governing equations are derived and used to construct the numerical method. This is a finite volume method based on the solution of Riemann problems between the cells of a mesh.

At the end of the first part the problem of the treatment of "natural" and "computational" boundaries, unavoidable in the simulation of flows of practical relevance, is addressed.

The second part of this work is concerned with the validation of the numerical method mentioned above. Validation criteria are discussed and applied to typical one and two dimensional test problems. A special attention is devoted to check the consistency between the numerical results and the governing equations. A one dimensional problem is envisaged to check the boundary conditions and the capability of the method to correctly describe the behaviour of the flow at large times.

In the third part the two dimensional inviscid transonic flow about a circular cylinder is investigated. The aim is to extend the original work of Pandolfi and Larocca, who studied the flow around the cylinder at Mach number 0.5 and 0.6.

The attention is focused on the behaviour of the numerical solution at large times, after the breakdown of symmetry and the onset of an asymmetric oscillating solution have occurred. In particular the dependence of the flow on the Mach number is investigated. The results are quite surprising.

As the Mach number is increased from 0.6 to 0.98 the numerical solution undergoes two transitions. Through a first one the periodical, regular flow enters a chaotic, turbulent regime. Through the second transition the chaotic flow comes then back to an almost stationary state.

The behaviour of the numerical solution in the chaotic and in the almost stationary regime is investigated. A numerical conjecture upon the behaviour of the solution at large times is advanced.

# Riassunto

Questo lavoro, dedicato allo studio di flussi bidimensionali, compressibili e non viscosi, consiste di tre parti.

Nella prima parte si discute il problema numerico. Il modello matematico, costituito dalle equazioni di Eulero e da un semplice modello termodinamico, viene analizzato. Lo scopo di questa analisi è di fornire al lettore alcuni risultati che svolgono un ruolo essenziale e nella derivazione del metodo numerico e nell'analisi dei risultati.

Dapprima vengono presentate alcune forme differenziali delle equazioni di Eulero e vengono discussi il problema della stabilità di una classe di soluzioni deboli e quello delle relazioni tra vorticità ed gradienti di entropia.

Poi si derivano alcune soluzioni particolari delle equazioni di Eulero; tali soluzioni vengono utilizzate nella costruzione del metodo numerico. Questo è un metodo ai volumi finiti, basato sulla soluzione di problemi di Riemann alle interfacce tra i volumi della griglia di calcolo.

Al termine di questa prima parte si discute il problema delle condizioni al contorno, sia per quanto concerne contorni "naturali" che per quanto riguarda contorni "artificiali".

Nella seconda parte viene verificato il metodo numerico. Diversi criteri di verifica sono discussi ed applicati a tipici problemi mono e bidimensionali. In particolare si verifica la consistenza tra i risultati numerici e le equazioni stesse. Al fine di verificare il funzionamento delle condizioni al contorno e la bontà del metodo numerico nella descrizione del flusso per tempi lunghi, viene suggerito un particolare problema unidimensionale.

Nella terza parte si studia numericamente il flusso transonico, bidimensionale, compressibile e non viscoso attorno ad un cilindro circolare. Lo scopo è quello di estendere il lavoro di Pandolfi e Larocca che per pri-

mi studiarono sistematicamente il flusso attorno al cilindro a numeri di Mach di 0.5 e 0.6.

L'attenzione è concentrata sul comportamento della soluzione numerica per tempi lunghi, dopo la rottura della simmetria e la transizione ad una soluzione asimmetrica oscillante. In particolare si studia la dipendenza del flusso dal numero di Mach. I risultati sono piuttosto sorprendenti.

Con il crescere del numero di Mach da 0.6 a 0.98 la soluzione numerica va incontro ad altre due transizioni. Attraverso una prima il flusso, dapprima periodico e regolare, entra in un regime caotico e turbolento. Questo flusso ritorna poi, attraverso una seconda transizione, ad un regime quasi stazionario.

Il comportamento della soluzione numerica nei due regimi, quello caotico e quello quasi stazionario, viene studiato e viene proposta una congettura sul comportamento della soluzione per tempi lunghi.