Ein Beitrag zur Untersuchung ebener Kurven und einer damit zusammenhängender Klasse von Verkettungen

Author(s):
Bernardinis, Renato Claudio

Publication Date:
1995

Permanent Link:
https://doi.org/10.3929/ethz-a-001486624

Diss. ETH Nr. 11097

Ein Beitrag zur Untersuchung ebener Kurven und einer damit zusammenhängenden Klasse von Verkettungen

ABHANDLUNG
zur Erlangung des Titels

DOKTOR DER MATHEMATIK
der
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZÜRICH

vorgelegt von
Renato Claudio Bernardinis
dipl. Math. ETH
geboren am 22. Mai 1962
von Kirchleerau (AG)

Angenommen auf Antrag von
Prof. Dr. G. Mislin, Referent
Prof. Dr. N. A'Campo, Korreferent

1995

Zusammenfassung

Für geschlossene ebene Kurven $K \subset \mathbf{R}^2$, die Bilder differenzierbarer Immersionen $S^1 \to \mathbf{R}^2$ sind, wird eine Äquivalenzrelation definiert. Einer Äquivalenzklasse von Kurven wird eine Folge von Isomorphieklassen von Gruppen zugeordnet und aus dieser Folge eine Folge numerischer Invarianten für diese Äquivalenzklasse abgeleitet. Im einzelnen ist der Inhalt der folgende. Für Kurven K werden deren Einheitstangentenbündel $T_1K \subset T_1\mathbf{R}^2$ untersucht. Es wird eine Methode beschrieben, welche ermöglicht, die Fundamentalgruppe $\pi_1(T_1\mathbf{R}^2 - T_1K)$ von $K \subset \mathbf{R}^2$ abzulesen; dazu wird gezeigt, wie man Wege in $T_1\mathbf{R}^2 - T_1K$ durch ihre Projektionen auf $\mathbf{R}^2$ und auf die Faser S^1 in $\mathbf{R}^2$ selbst beschreiben kann. Auf diese Weise werden auch die 2-Komponenten-Verkettungen $T_1K \subset S^3$ topologisch untersucht. Die Verkettungen T_1K sind lokal unverknotet, und es existiert bis auf obige Äquivalenz nur eine Kurve K, die eine Isotopieklasse $[T_1K]$ in diesem Sinn repräsentieren kann. Die Zuordnung $[K] \to [T_1K]$ ist daher injektiv. Die Faktorgruppen G/G_k $(k > 0)$, wo $G := \pi_1(S^3 - T_1K)$ und G_k die k-te untere zentrale Kommutator-Untergruppe von G bezeichnet, sind invariant unter Isotopien der Verkettung T_1K. Damit lassen sich aus speziellen Präsentierungen der G/G_k numerische Invarianten für die Äquivalenzklasse $[K]$ ableiten (u.a. die Verschlingungszahl der Verkettung T_1K). Zum Schluss wird die kombinatorische Bestimmung dieser Invarianten anhand der Kurve K beschrieben.

Abstract

For closed plane curves $K \subset \mathbf{R}^2$ (immersed circles) there is defined an equivalence relation. To an equivalence class of curves is assigned a sequence of isomorphy classes of groups and from this sequence can be derived a sequence of numerical invariants for this equivalence class. More in detail the content is the following. For curves K their spherical tangent bundle $T_1K \subset T_1\mathbf{R}^2 \subset S^3$ is studied. There is described a method that enables to read from the curve $K \subset \mathbf{R}^2$ a presentation of the fundamental group $\pi_1(T_1\mathbf{R}^2 - T_1K)$. For that purpose is shown how to describe paths in $T_1\mathbf{R}^2 - T_1K$ by means of projections on $\mathbf{R}^2$ and the fibre S^1. In the same way the 2-component links $T_1K \subset S^3$ are investigated topologically. These links are locally unknotted, and up to the above equivalence there is just one curve K that may represent the isotopy class $[T_1K]$ in this sense. Therefore the map $[K] \to [T_1K]$ is injective. The factor groups $G/G_k (k > 0)$ where $G := \pi_1(S^3 - T_1K)$ and G_k is the k$^{\text{th}}$ lower descending central commutator subgroup of G are invariant under isotopies of the link T_1K. Thereby can be derived numerical invariants for the equivalence class $[K]$ from particular presentations of G/G_k (amongst them the linking number of T_1K). Finally there is given a combinatorial procedure to compute these invariants from the curve.