

Il comportamento al taglio di una struttura a sezione mista in calcestruzzo a getti successivi

Report

Author(s):

Brenni, Pietro

Publication date:

1995

Permanent link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-001527835>

Rights / license:

In Copyright - Non-Commercial Use Permitted

Originally published in:

IBK Bericht 211

Il comportamento al taglio di una struttura a sezione mista in calcestruzzo a getti successivi

Pietro Brenni

Istituto d'Ingegneria Strutturale
Politecnico Federale Zurigo

Zurigo
Giugno 1995

Vorwort

Die Frage nach dem Schubtragverhalten von sukzessive erstellten Betonquerschnitten stellt sich beim etappenweisen Betonieren grosser Bauteile, bei der Ergänzung von vorgefertigten Elementen mit Ortsbeton und neuerdings namentlich bei der Ergänzung von teilweise abgetragenen Altbeton mit Neubeton. Hauptparameter sind die Eigenschaften des Betons beiderseits der Kontaktfläche, die Rauigkeit und die Vorbehandlung der Kontaktfläche selbst, sowie der Gehalt, die Anordnung und die Verankerung einer der Kontaktfläche durchdringenden Bewehrung.

Mit dem vorliegenden, als Promotionsarbeit verfassten Bericht diskutiert Herr Brenni einerseits die Entwicklung der Fachwerkmodelle von den Anfängen über die lineare Druckfeldtheorie bis zu den modernen Aussätzen der Plastizitätstheorie und der modifizierten Druckfeldtheorie. Andererseits fasst er die theoretischen und experimentellen Arbeiten zur Verzahnung von Rissen oder Fugen zusammen und liefert dazu selbst einen neuen theoretischen Ansatz.

Im Hinblick auf die praktische Anwendung und gestützt auf Beobachtungen bei eigenen Versuchen an 16 aus zwei Betonschichten zusammengesetzten Trägern benützt Herr Brenni diese lokalen Ansätze aber nicht weiter. Vielmehr zeigt er, dass durch konsequente Anwendung der Plastizitätstheorie die globale Tragwirkung korrekt erfasst und eine befriedigende Interpretation sowohl der eigenen als auch fremder Versuche erreicht wird. Daraus resultiert ein Dimensionierungsverfahren, dessen Anwendung er an drei praktischen Beispielen illustriert.

Herr Brenniss Arbeit begann unter der Leitung von Prof. Dr. Christian Menn und wurde unter meiner Leitung abgeschlossen. Aus der ursprünglichen Zielsetzung der Untersuchung der Verbindung von Alt- und Neubeton ist so ein Beitrag zum Schubtragverhalten in einem an unserem Institut bisher eher stiefmütterlich behandelten Anwendungsbereich entstanden.

Zürich, im Juni 1995

Prof. Dr. Peter Marti

Indice

Indice

1 Introduzione

1.1	Natura del problema	2
1.2	Retrospectiva storica	2
1.2.1	Lo sforzo di taglio descritto con il modello del traliccio resistente	3
1.2.2	La shear friction theory	5
1.2.3	La teoria della plasticità	11
1.2.4	La modified compression field theory	14
1.2.5	Analogie, divergenze, osservazioni	17
1.2.6	La teoria dell'ingranamento degli inerti	18
1.3	Obiettivi	27

2 Analisi teorica

2.1	Basi di calcolo	29
2.1.1	Teoria della plasticità	29
2.1.2	Considerazioni sui materiali	30
2.2	La trave a sezione monolitica	35
2.2.1	Resistenza a flessione	38
2.2.2	Resistenza di una trave senza armatura trasversale	39
2.2.3	Resistenza di una trave provvista di armatura trasversale	44
2.2.4	Conclusioni	54
2.3	La trave a sezione mista	54
2.3.1	Definizione e proprietà della fuga	55
2.3.2	Influenza degli scorrimenti	62
2.3.3	Stato di resistenza ultimo di una trave a sezione mista sottoposta a carico concentrato	71
2.3.4	Considerazioni sull'efficienza funzionale	79

3 Analisi sperimentale

3.1	Programma sperimentale	92
3.1.1	Corpo di prova	92
3.1.2	Parametri	94
3.1.3	Esecuzione	97
3.1.4	Strumentazione	97

3.2	Comportamento osservato	98
3.2.1	Capacità portante	99
3.2.2	Carico e freccia in mezzaria, rigidezza	102
3.2.3	Scorrimento e apertura della fuga	103
3.2.4	Curvatura	108
3.2.5	Forza nell'armatura flettente, taglio, sforzi interni	108
3.2.6	Resistenza di fatica, sollecitazione dinamica	111
3.2.7	Riepilogo del comportamento osservato	112
3.3	Confronto fra il comportamento ipotizzato e quello osservato	113
3.3.1	Capacità portante	114
3.3.2	Carico e freccia in mezzaria, rigidezza, curvatura	116
3.3.3	Scorrimento e apertura della fuga	116
3.3.4	Forza nell'armatura flettente, taglio, sforzi interni	117
3.3.5	Riepilogo	120
4	Applicazioni	
4.1	Trave a T sollecitata da un carico concentrato	121
4.2	Rinforzo della piattabanda di un ponte	123
4.3	Lesena per l'ancoraggio della precompressione esterna	125
	Riepilogo e conclusioni	129
	Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	132
	Summary and Conclusions	135
	Letteratura	138
	Notazioni	145
	Appendice: risultati sperimentali	148

1 Introduzione

Nell'ambito del recupero, della riparazione o del rinforzo di elementi portanti in calcestruzzo armato (CA) o precompresso (CAP), spesso ci si trova di fronte alla necessità di dover applicare un nuovo strato a quello esistente. Esempi tipici nel campo dei manufatti stradali sono la sostituzione della parte superiore della piattabanda di un ponte affetta da un contenuto elevato di cloridi, l'allargamento della stessa che richiede un adattamento della resistenza a flessione con l'aggiunta di armatura supplementare, il rinforzo dell'anima per aumentare la resistenza a flessione e di taglio della trave, oppure l'aggiunta di lesene per l'ancoraggio delle teste dei cavi per la precompressione esterna. In tutti questi casi ci troviamo di fronte al problema di garantire una connessione tra il nuovo elemento in CA e quello preesistente [4, 7, 34, 51, 60].

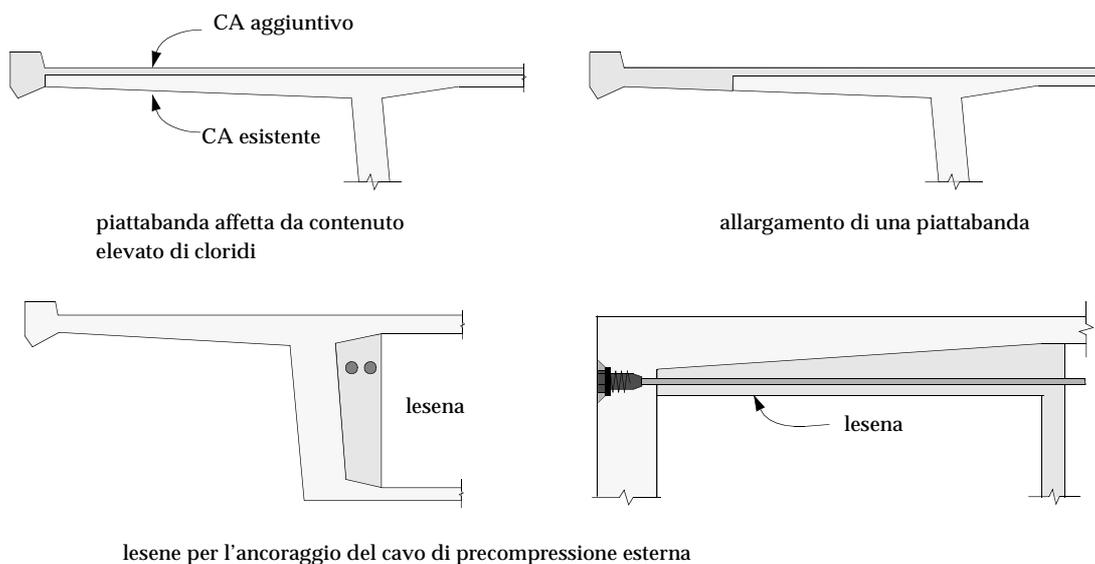


Fig. 1.1 Esempi di applicazione di calcestruzzo su elementi preesistenti

Più in generale si può affermare che la problematica del comportamento di una sezione mista a getti successivi è un tema che da sempre s'associa alla costruzione in calcestruzzo, soprattutto nell'ambito delle strutture prefabbricate e completate con elementi gettati in opera [1, 6, 10, 20, 21, 68, 76, 77, 83], oppure nel caso di grandi sezioni in calcestruzzo gettate a fasi successive [57, 58].

Il dimensionamento di un elemento in CA consiste nella scelta delle dimensioni dell'elemento stesso e della relativa armatura, per sviluppare così un ido-

neo sistema portante, in modo da poter soddisfare le esigenze richieste dalle condizioni di capacità portante, di efficienza funzionale e di durabilità. La capacità portante sufficiente si ottiene quando un sistema portante o una sua parte non cede, tenendo in considerazione le insicurezze dovute ai carichi, le resistenze e i metodi di dimensionamento. Le esigenze dovute all'efficienza funzionale sono rispettate, quando le fessure, le deformazioni e le vibrazioni non influiscono in modo eccessivamente negativo sull'utilizzazione della struttura. I problemi legati alla corrosione e all'affaticamento degli elementi portanti possono infine ridurre la durabilità dell'opera.

1.1 Natura del problema

In tutti i casi in cui lo strato aggiuntivo è chiamato a collaborare monoliticamente con la struttura preesistente, diventa di primaria importanza la conoscenza della resistenza di taglio, delle modalità di trasmissione della tensione tagliante attraverso la superficie di collegamento e quindi come sia possibile influenzarla. Il criterio di rottura assunto per il calcestruzzo è costituito dai contributi alla resistenza originati dalla coesione da un lato e dall'attrito dall'altro. Se sia lecita la loro addizione e, a quali condizioni, è la domanda che ci si pone. L'analogia con la trasmissione di taglio tra le fessure è intuibile. Questo genere di approccio tuttavia presuppone una formulazione della resistenza di taglio della fuga di tipo incrementale, per la cui descrizione si deve poter disporre di informazioni attendibili a proposito dell'azione normale agente σ , ma anche dei movimenti relativi paralleli e perpendicolari che s'impongono (u , w). Sostanzialmente un problema legato ad una zona di discontinuità. In generale possiamo affermare che questa trasmissione di forze tra uno strato nuovo di CA ed uno preesistente è influenzata dai parametri seguenti:

1. la ruvidità della superficie del CA esistente
2. la presenza di spezzoni di collegamento attraverso la superficie di contatto e il loro ancoraggio nelle due componenti
3. il trattamento della superficie di contatto
4. la qualità del vecchio e del nuovo calcestruzzo

1.2 Retrospettiva storica

Considerata la quantità di letteratura pubblicata negli ultimi 100 anni sul tema della trasmissione di taglio, ritengo interessante fare il punto della situazione, elencandone i principi fondamentali. Dalle conoscenze sviluppate fino ad oggi sulle strutture ed i materiali di cui sono composte, non si è ancora in grado di

formulare dei criteri di rottura basati su leggi naturali conosciute. Infatti la maggior parte di essi sono presentati sotto forma di ipotesi di rottura, la cui applicazione ai vari materiali viene estrapolata sulla base di ricerche sperimentali.

1.2.1 Lo sforzo di taglio descritto con il modello del traliccio resistente

Il modello classico del traliccio resistente con diagonali inclinate a 45°

L'idea di descrivere il flusso di forze interne di un elemento in CA con il modello del traliccio resistente prese forma già all'inizio di questo secolo. Essa è basata su osservazioni attente del comportamento delle costruzioni dell'epoca e di elementi sperimentali, come pure sulla comprensione dei principi fondamentali, da cui derivano chiarezza e generalità d'applicazione del concetto. Il modello del traliccio resistente permette lo sviluppo di un metodo di dimensionamento molto efficace. Il classico modello di Ritter e Morsch, con le bielle a compressione inclinate a 45°, venne adottato dalla maggior parte delle norme e dei codici per descrivere i fenomeni del taglio e della torsione.

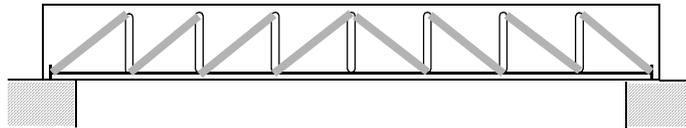


Fig. 1.2 Modello di traliccio resistente di Ritter (Hennebique) [74]

Il modello non considera la resistenza a trazione del calcestruzzo fessurato e l'angolo d'inclinazione delle bielle compresse rimane costante a 45°. Se si assume lo sforzo di taglio uniformemente ripartito sull'area di larghezza b_a e di altezza z , otteniamo con l'equilibrio longitudinale il valore di σ_2 . La forza totale presente nella diagonale a compressione $(\sigma_2 b_a z) / \sqrt{2}$ deve equivalere a $\sqrt{2}V$ e quindi:

$$\sigma_2 = \frac{2V}{b_a z} \quad 1.1$$

La componente longitudinale della forza diagonale di valore V , deve essere compensata da un'uguale forza a trazione nell'armatura longitudinale T .

$$T = V \quad 1.2$$

Inoltre la componente verticale della diagonale a compressione $\sigma_2 b_a m / 2$ deve essere equilibrata dalla forza a trazione della staffa $A_s f_{sy}$. Sostituendo σ_2 dall'equazione 1.1 otteniamo:

$$\frac{A_s f_{sy}}{m} = \frac{V}{z} \quad 1.3$$

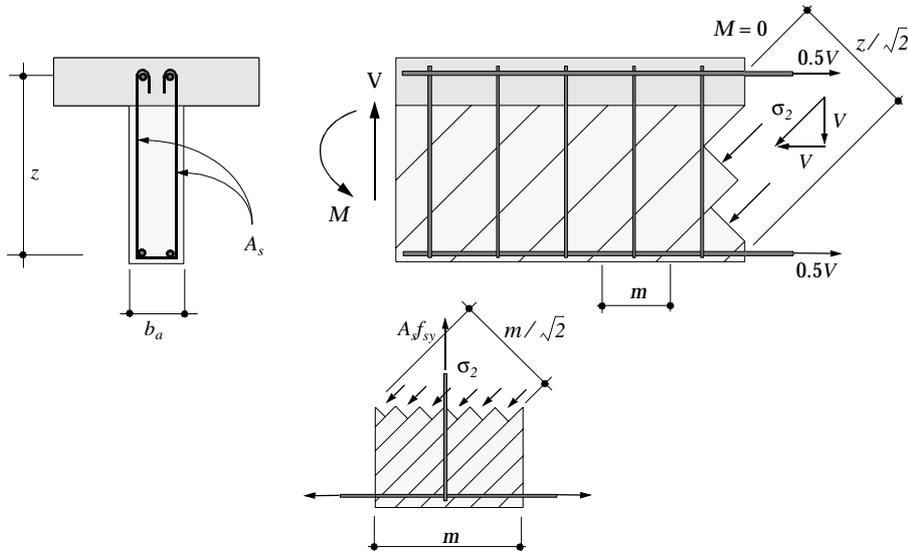


Fig. 1.3 Geometria e equilibrio all'elemento considerato

Già Mörsch [62] si accorse, dopo un'interpretazione accurata di esperimenti pratici, che l'inclinazione delle diagonali a compressione forma con l'asse della trave un angolo θ minore ai presunti 45° . Si limitò tuttavia a descrivere qualitativamente i concetti di trasmissione diretta o biella a compressione, con una combinazione del campo di tensione a ventaglio e le bielle a compressione e, infine, di una combinazione di campi di tensione a ventaglio mediante piccole inclinazioni delle diagonali e campi di tensione a ventaglio nei pressi della zona d'introduzione dei carichi. Studi successivi hanno poi confermato le intuizioni di Mörsch. Prendendo in considerazione però l'ulteriore incognita legata all'angolo, non si dispongono di sufficienti equazioni d'equilibrio per risolvere matematicamente il problema.

Sfortunatamente l'approccio semplice e trasparente del modello originale di Ritter e Mörsch venne più tardi oscurato dall'introduzione di modifiche empiriche. Il risultato fu che invece di disporre di procedure semplici e generali come per il dimensionamento di elementi sottoposti a flessione o a carico assiale, si disponeva per il taglio e la torsione di metodi complessi, empirici e spesso ristretti a casi specifici. Nonostante lo sviluppo sfavorevole dei codici, molti ingegneri hanno continuato ad utilizzare il modello del traliccio resistente. Un'inversione di tendenza è da rilevare però durante questi ultimi anni. Il rinnovamento di interesse nei confronti del modello del traliccio resistente sta prendendo piede universalmente, anche se le recenti revisioni delle norme dovrebbero evitare d'introdurre troppe restrizioni.

La teoria lineare dei campi compressi

Fu nel 1964 che Kupfer [44] sviluppò una procedura per determinare l'angolo θ sulla base del principio del minimo di energia.

La teoria della plasticità

Con l'avvento della teoria della plasticità si adottò per il dimensionamento il concetto di struttura portante come traliccio resistente ad inclinazione ottimale, associato ai concetti di biella a compressione, effetto arco o campo di tensione a ventaglio. Lampert [47] calcolò la resistenza a rottura delle travi sottoposte a torsione, flessione e forza normale, descrivendo il flusso interno delle forze con un traliccio tridimensionale ad angolo variabile ottimale. In seguito a svariati esperimenti propose poi una limitazione dell'angolo d'inclinazione tra le diagonali a compressione e l'asse della trave tra i valori di $\arctan(0.5)$ e $\arctan(2.0)$. Nei lavori di Lüchinger e Thürlimann [50] si cercò di descrivere, sempre con l'ausilio di un traliccio resistente con diagonali ad inclinazione ottimale, la resistenza alla rottura di elementi a sezione aperta e chiusa sottoposte a torsione, flessione e taglio. In seguito Müller [63] dimostrò che l'ipotesi del traliccio resistente come modello di calcolo basato sulle condizioni di plasticizzazione è compatibile con un meccanismo di rottura, discutendo la relazione tra il teorema del limite inferiore (statico) e quello del limite superiore (cinematico). Un ulteriore apporto determinante alla teoria della plasticità è da considerarsi la formulazione del criterio di rottura delle diagonali compresse, formulato da Braestrup [14].

1.2.2 La shear friction theory

La teoria della shear friction si basa su presupposti di partenza completamente differenti. Lo scopo in questo caso non è quello di evidenziare il flusso delle forze interne a trazione e compressione, ma quello di determinare la resistenza al taglio di una sezione, considerando i contributi dovuti alla coesione e all'attrito originato da forze normali alla sezione. Contributi che evidentemente sono da mettere in relazione ai movimenti relativi tra le superfici che sono chiamate a trasmettere il taglio.

Già nel 1776 Coulomb [18] avanzò le ipotesi dell'attrito, basate sull'osservazione secondo la quale spesso la rottura si sviluppa attraverso particolari piani di slittamento. La resistenza è determinata dalla *coesione* e dall'*attrito interno*, attivato quest'ultimo da una compressione normale al piano di slittamento. L'ipotesi d'attrito era formulata con le tensioni come parametri. Ovviamente era possibile descrivere il problema considerando gli allungamenti specifici. Questo modo di procedere fu suggerito da Mariotte già nel 1682 [81], per poi essere ripreso da Saint-Venant e Poncelet nel 1840 [81]. L'ipotesi postula che la rottura avviene quando il massimo o il minimo della *deformazione specifica* principale assume determinati valori per un certo materiale. Contemporaneamente Rankine e Lamé avanzarono l'ipotesi che la rottura interveniva quando il massimo o il minimo delle *tensioni* principali assume determinati valori per un certo materiale. Nel 1868, Tresca suggeriva che la condizione di rottura richiedeva solo la conoscenza del valore massimo della tensione di taglio.

Una teoria più generale venne proposta nel 1882 da Mohr [61], che prevedeva la rottura quando le tensioni in una sezione soddisfano la seguente condizione:

$$f(\sigma, \tau) = 0 \quad 1.4$$

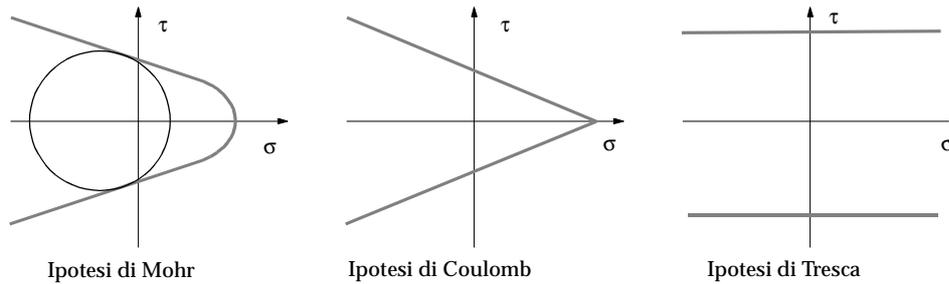


Fig. 1.4 Ipotesi di rottura

Per molti materiali sembra ragionevole descrivere i criteri di rottura associando le ipotesi di Coulomb con un valore massimo della resistenza a trazione. Ne risultano quindi due tipi di rottura possibile: la rottura per scorrimento e la rottura per separazione. La condizione di rottura per scorrimento risulta essere:

$$|\tau| = c - \mu\sigma \quad 1.5$$

dove con c è definita la coesione e con μ il coefficiente d'attrito legato alla compressione normale alla superficie. La rottura per separazione invece avviene quando la tensione σ nella sezione supera la resistenza di separazione f_t :

$$\sigma = f_t \quad 1.6$$

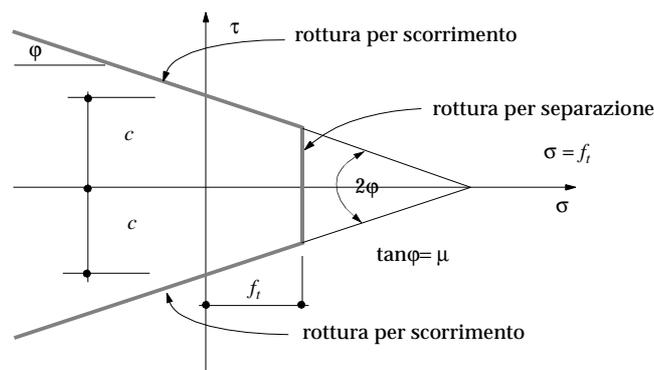


Fig. 1.5 Ipotesi di rottura di Coulomb

L'angolo φ dato da $\tan \varphi = \mu$ è chiamato angolo d'attrito.

Birkeland [10]

I primi articoli sulla *Shear Friction Analogie* applicata ai problemi delle connessioni in CA sono stati pubblicati da Birkeland verso la fine degli anni sessanta. Il

meccanismo shear friction è dovuto alla ruvidezza delle superfici. Un movimento causa degli spostamenti paralleli u e perpendicolari w alla superficie di scorrimento. Quest' ultimi si traducono in allungamento dell'armatura che attraversa la fessura generando una tensione normale.

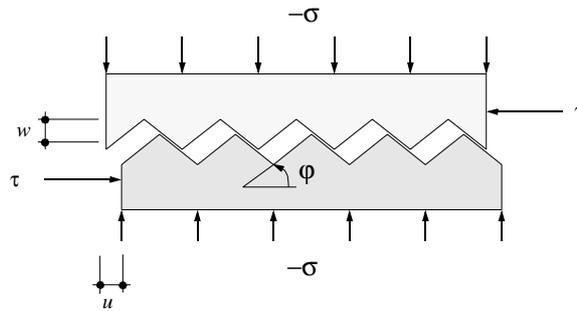


Fig. 1.6 Modello della shear friction theory

La formulazione logica della resistenza di taglio è quindi così espressa:

$$V_u = (A_s f_{sy}) \tan \varphi \quad 1.7$$

$$\tau_u = (\rho f_{sy}) \tan \varphi \quad 1.8$$

dove il valore di $\tan \varphi$ è dipendente dalle proprietà della superficie di trasmissione dello sforzo tagliante. L'ACI Standard Code 318 [3] propone la seguente classificazione per un normale calcestruzzo: $\tan \varphi =$

- 1.4 per un calcestruzzo gettato monoliticamente
- 1.0 per un calcestruzzo applicato ad una superficie in calcestruzzo irruvidita intenzionalmente
- 0.6 per un calcestruzzo applicato ad una superficie in calcestruzzo non irruvidita intenzionalmente.

Viene inoltre definito un limite massimo per la resistenza al taglio:

$$\tau_u = 0.3 f_c \quad 1.9$$

Naturalmente l'equazione può essere ampliata per tenere conto di un'eventuale forza esterna che agisce perpendicolarmente alla fuga:

$$\tau_u = (\rho f_{sy} - \sigma) \tan \varphi \quad 1.10$$

Mattock [59]

Più tardi Mattock riuscì a dimostrare con una numerosa serie di esperimenti che la formula proposta da Birkeland era troppo conservatrice per dei valori bassi di ρf_{sy} . Propose quindi la *Modified Shear Friction Theory*, che prevede l'introduzione di un contributo dovuto alla coesione:

$$\tau_u = 2.8 + 0.8(\rho f_{sy} - \sigma) \quad [\text{in MPa}] \quad 1.11$$

Daschner [21]

Negli anni '80 presso la Technische Universität di München fu eseguita da Daschner una vasta serie di esperimenti con travi a T. L'obiettivo era quello di determinare la resistenza di taglio del solo calcestruzzo in funzione di una forza normale applicata alla superficie. Siccome in questo caso specifico veniva applicato uno strato di calcestruzzo nuovo in aggiunta ad un elemento preesistente, si è cercato di realizzare una svariata tipologia delle superfici di contatto, così classificate:

1. superficie liscia adiacente alla tavola di un cassero:

$$\tau_a = 1.06 + 0.089(\rho f_{sy} - \sigma) \quad \tau_u = 1.05 + 0.206(\rho f_{sy} - \sigma) \quad [\text{in MPa}] \quad 1.12$$

2. superficie trattata con un pettine a chiodi 2-3 ore dopo il getto:

$$\tau_a = 1.99 + 0.044(\rho f_{sy} - \sigma) \quad \tau_u = 1.76 + 0.266(\rho f_{sy} - \sigma) \quad [\text{in MPa}] \quad 1.13$$

Le formule sono valide per un calcestruzzo dalla resistenza cubica media a compressione di circa 30 N/mm^2 . Tuttavia i risultati scaturiti dagli esperimenti con elementi sprovvisti di armatura trasversale, sono caratterizzati da una grande dispersione.

Walraven [88]

Un'analisi ulteriore del comportamento delle fessure sottoposte ad un carico monotono, hanno mostrato più tardi che i fattori che influenzano in modo determinante il meccanismo Shear Friction sono altri. In particolare Walraven mostrò l'importanza delle caratteristiche della matrice cementizia che ingloba gli inerti. Sotto l'influsso della combinazione di uno sforzo di taglio e uno normale, questa matrice cementizia si deforma. Solo sulle superfici di contatto degli inerti vengono trasmesse le tensioni σ e τ . Integrando tutte le superfici di contatto lungo la fessura, si può ottenere una relazione tra lo spostamento relativo delle superfici e le forze attivate.

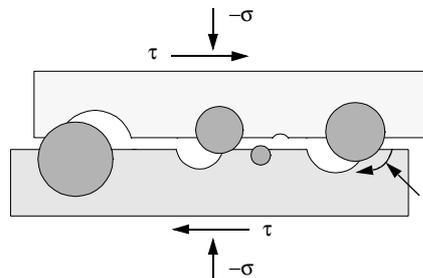


Fig. 1.7 Trasmissione delle forze attraverso la fuga secondo Walraven

Secondo questo modello, le caratteristiche della matrice cementizia sono di primaria importanza per la capacità di trasmissione del taglio. Siccome la qualità

del calcestruzzo è interdipendente da quella della matrice cementizia, si può integrare nella formula la resistenza cilindrica di compressione del calcestruzzo:

$$\tau_u = C_1 + 0.8(\rho f_{sy})^{C_2} \quad [\text{in MPa}] \quad 1.14$$

Dove $C_1 = 0.822f_{cc}^{0.406}$, $C_2 = 0.159f_{cc}^{0.303}$, $f_{cc} = f_c/0.85$ espressi in [MPa], rappresentano nella formula i parametri rilevati sperimentalmente.

Mattock [87]

Anche Mattock in una fase successiva dovette ammettere la dipendenza del suo valore di coesione dalle caratteristiche del calcestruzzo e modificò la sua formula come segue:

$$\tau_u = f_c^{0.545} + 0.8(\rho f_{sy} - \sigma) \quad [\text{in MPa}] \quad 1.15$$

In questa formula appaiono ben distinti i contributi alla resistenza al taglio. La prima parte descrive la resistenza dovuta alla coesione evidentemente in funzione delle caratteristiche del calcestruzzo, la seconda quella dovuta all'attrito attivato dalla tensione normale presente sulla superficie.

Hsu e altri [39]

Questi autori si sono occupati intensamente di questo problema. Basandosi su di una vasta attività sperimentale ci propongono la seguente formula:

$$\frac{\tau_u}{f_c} = 0.66 \sqrt{\frac{\rho f_{sy}}{f_c}} < 0.3 \quad [\text{in MPa}] \quad 1.16$$

Ackermann e altri [1, 2]

Secondo questi autori la trasmissione di taglio attraverso una superficie di contatto tra due elementi gettati in tempi differenti è influenzata dai seguenti fattori:

- dall'*adesione*, come componente del materiale (τ_a)
- dall'*attrito* generato dalla compressione normale alla superficie di contatto originata dal carico esterno e/o dalla resistenza a trazione dell'armatura (τ_n)
- dall'*effetto spinotto* originato dall'armatura perpendicolare alla fuga (τ_b).

La grandezza di questa influenza è in stretto rapporto con gli spostamenti paralleli u e quelli perpendicolari alla fuga w . Per $0 < u < u_a$ e con $u_a < 0.05$ mm abbiamo una connessione rigida o semi-rigida, mentre per $u > u_a$ una connessione mobile. La resistenza totale al taglio può essere indicata come segue:

$$\tau(u) = \tau_a(u) + \tau_n(u) + \tau_b(u) \quad 1.17$$

1. Adesione

È una componente del materiale dipendente dallo scorrimento u , caratterizzata dai limiti seguenti osservati sperimentalmente:

- connessione rigida: $0.00 < u < 0.02$ [mm]
- connessione semi-rigida: $0.02 < u < 0.05$ [mm]
- connessione mobile: $0.05 < u$ [mm]

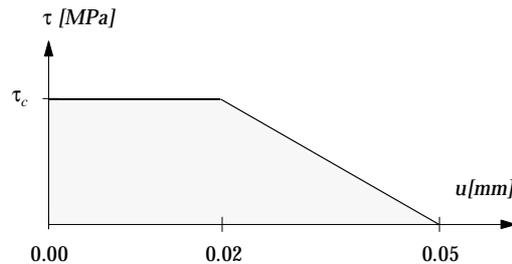


Fig. 1.8 Contributo dell'adesione in funzione dello scorrimento

2. Attrito

Il contributo alla resistenza di taglio definito come attrito può essere attivato solo in presenza di una forza di compressione normale alla superficie. Per questioni pratiche non viene fatta differenza tra l'attrito dinamico e l'attrito statico. μ rappresenta il coefficiente d'attrito. Nella formula la compressione normale viene definita σ e rappresenta l'influsso di una forza esterna, come quello dovuto all'armatura perpendicolare alla superficie di scorrimento, attivato da un movimento perpendicolare w della fuga, che si traduce in forza di trazione nello spezzone di collegamento.

3. L'effetto spinotto

Il contributo alla resistenza al taglio offerto dall'armatura è dato dalla resistenza della stessa rispetto ad un movimento parallelo u . Il comportamento del tassello può venire descritto come un'asta immersa e poggiata elasticamente con una zona plastificata.

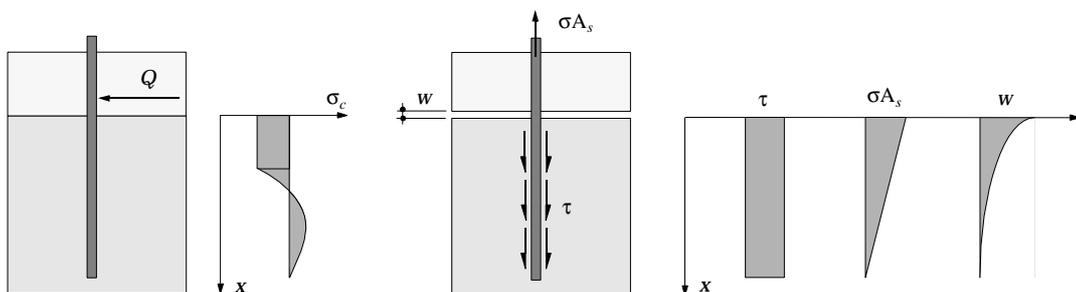


Fig. 1.9 Distribuzione qualitativa delle tensioni per l'effetto spinotto e l'effetto di molla verticale

Riassumendo e sulla base di una moltitudine di esperimenti eseguiti a superfici dalle differenti proprietà, Ackermann e altri propongono tramite una tabella riassuntiva i valori empirici corrispondenti ai contributi alla resistenza. Quello relativo all'effetto spinotto può esser ragionevolmente trascurato:

	adesione	attrito
superficie	$\tau_c(u)$	$\tau_n(u)$
preparata, controllata	$0.28 f_{ct}$	-0.8σ
preparata, non controllata	$0.14 f_{ct}$	-0.4σ
liscia	$0.07 f_{ct}$	-0.2σ

Tassios, Vintzeleou [82]

Il taglio viene trasmesso tramite l'attrito, attivato da una compressione normale alla superficie di contatto. Compressione che può essere causata, oltre che da una forza esterna, anche dall'armatura.

$$\tau_u < 0.3 f_{ct} \sqrt{10 + 9 \left(\frac{\rho f_y - \sigma}{f_{ct}} \right) - \left(\frac{\rho f_y - \sigma}{f_{ct}} \right)^2} \quad 1.18$$

1.2.3 La teoria della plasticità

Il problema visto con l'ipotesi di modello della lastra piana ci porta a considerare otto componenti delle tensioni, tre delle quali sono forze della membrana, n_x , n_y e $n_{xy}=n_{yx}$; due le componenti delle forze di taglio v_x e v_y ; due i momenti flettenti m_x e m_y e infine il momento composto m_{xy} .

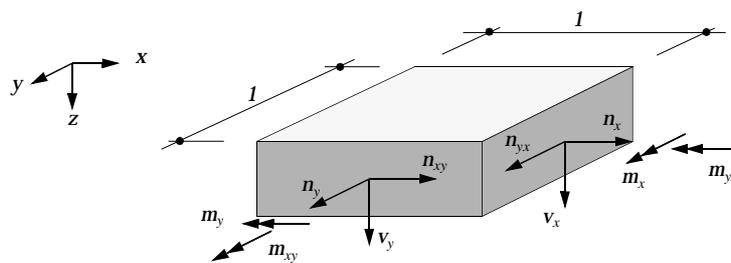


Fig. 1.10 Componenti della tensione in una piastra

Per poter formulare le condizioni di equilibrio nel modello a bielle ad angolo variabile, dobbiamo conoscere l'inclinazione θ delle bielle a compressione. Inoltre va detto che il problema è riconducibile alla sola considerazione delle forze della membrana $(m, n, v) \rightarrow (n)$. Abbiamo già accennato che anche Mörsch, nei suoi esperimenti, constatò che riducendo il contenuto di armatura al taglio le fessure diagonali diminuiscono l'inclinazione e il valore spesso è inferiore ai 45° .

Assumendo che dopo la fessurazione il CA non è più in grado di sopportare delle tensioni e che quindi la sola compressione è la responsabile della trasmissione del taglio, Kupfer [44] risolse il problema di Morsch trovando le equazioni che descrivevano l'inclinazione delle diagonali a compressione. Anche Baumann [8] da parte sua derivò delle equazioni simili per determinare l'inclinazione delle fessure in un elemento armato di lastra piana.

In generale l'approccio secondo la teoria della plasticità classica idealizza il CA come un materiale in cui le direzioni delle tensioni principali e degli allungamenti specifici coincidono [54]. Sotto un carico determinato le direzioni principali ruotano, in modo che la direzione del campo di compressione uniassiale nel calcestruzzo si adatti al carico stesso.

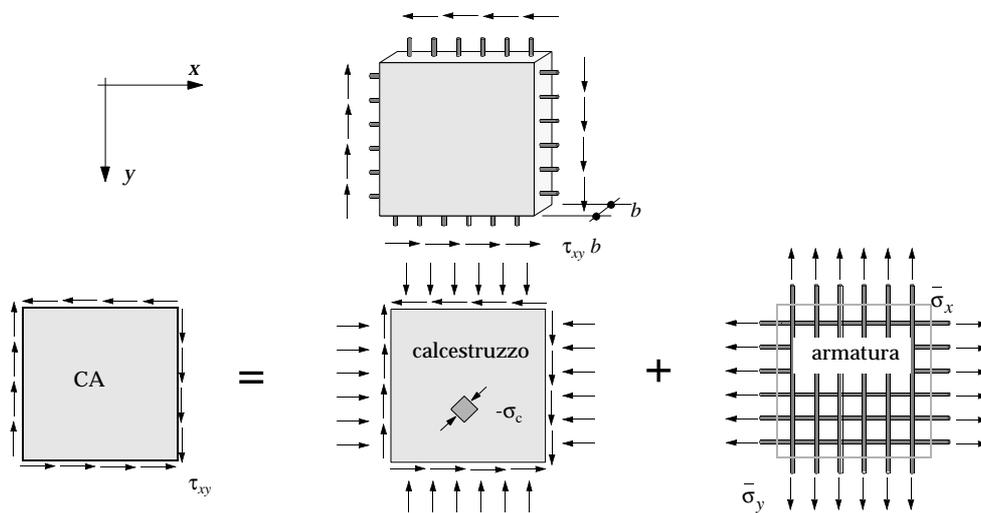


Fig. 1.11 Sforzo di taglio scomposto nelle tensioni agenti sul calcestruzzo e sull'armatura

Per capire l'approccio della *teoria della plasticità* sottoponiamo al lettore l'esempio dell'elemento di lastra piana sottoposto a puro taglio. Valgono le seguenti ipotesi:

- il calcestruzzo è fessurato e le fessure si aprono perpendicolarmente alla loro direzione, dunque non vi è un movimento relativo tra le superfici e ci troviamo in uno stato di compressione uniassiale;
- la riduzione della resistenza del calcestruzzo alla compressione dovuta alla tensione trasversale viene considerata introducendo, come sostengono Breastrop [14] e Nielsen [66] una resistenza effettiva f_{ce} ;
- la direzione principale del tensore di tensione corrisponde con quella del tensore di deformazione;
- l'armatura sopporta solo forze di trazione. La distanza tra le barre è da considerarsi piccola rispetto a quelle dell'elemento, così da assumere l'armatura uniformemente ripartita;

- il calcestruzzo non sopporta forze di trazione tra le fessure, di modo che per l'armatura vale la relazione tra allungamento specifico e tensione.

Lo sforzo di taglio τ_{xy} agente sull'elemento è equivalente alla somma delle tensioni nel calcestruzzo e le tensioni nell'armatura in direzioni x e y sono quindi $\sigma_x = \sigma_{sx}\rho_x$ e $\sigma_y = \sigma_{sy}\rho_y$. Con l'ausilio del cerchio di Mohr per le tensioni e per le deformazioni si determinano le relazioni tra le relative componenti [54].

Per un armatura anisotropa sono rilevabili dal diagramma deformazione/carico tre regimi di comportamento. Sotto l'influsso di piccoli carichi l'armatura si comporta elasticamente nelle due direzioni (regime E elastico). Quando l'armatura verticale (la più debole) si snerva, avviene una ripartizione interna delle forze. Aumentando di nuovo il carico, diminuisce l'inclinazione delle diagonali a compressione così che la tensione nell'armatura orizzontale aumenta in modo sovraproportionale, mentre quella verticale è sempre in fase di snervamento (regime EP elastico-plastico). Il carico di rottura viene raggiunto quando le due armature si snervano (regime P plastico). Se durante uno di questi regimi si raggiunge la resistenza effettiva a compressione del calcestruzzo, il carico non può più essere aumentato.

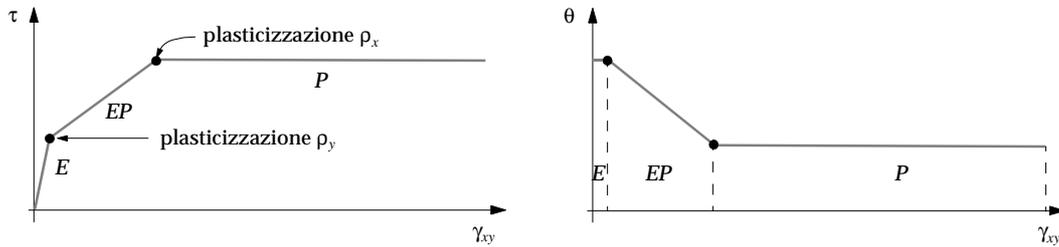


Fig. 1.12 Regimi di comportamento nei diagrammi di deformazione /carico e deformazione / angolo

Regime P (con snervamento dell'armatura nelle due direzioni)

$$\tau_u = \sqrt{\sigma_x \sigma_y} = f_{sy} \sqrt{\rho_x \rho_y} = f_c \sqrt{\phi \Psi} \quad 1.19$$

Regime EP (con rottura del calcestruzzo durante lo snervamento dell'armatura)

$$\tau_u = \sqrt{\sigma_x \sigma_y} = \sqrt{f_{sy} \rho_y (f_{ce} - f_{sy} \rho_y)} = f_c \sqrt{\Psi \left(\frac{f_{ce}}{f_c} - \Psi \right)} \quad 1.20$$

analogamente se si snerva l'armatura orizzontale.

Regime E (con rottura del calcestruzzo prima dello snervamento dell'armatura)

$$\tau_u = f_{ce} \sin \theta \cos \theta = f_{ce} / 2 \quad 1.21$$

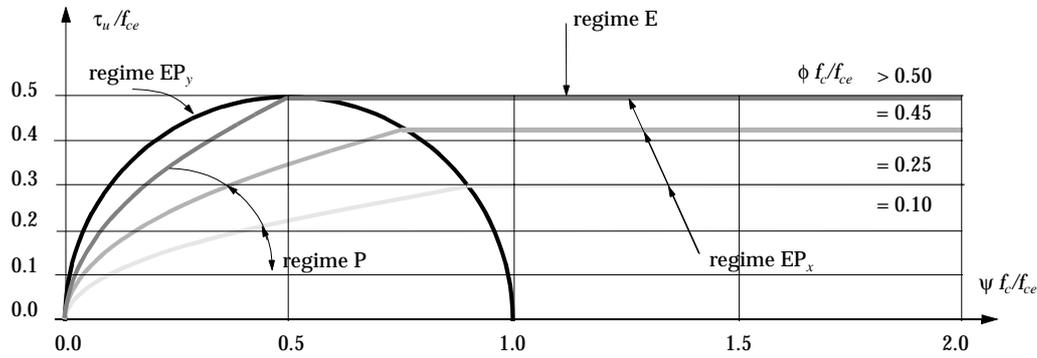


Fig. 1.13 Resistenza di taglio in funzione del contenuto meccanico d'armatura

Solo nel regime E un comportamento non ideale-plastico influisce sul calcolo del carico di rottura. Se l'inclinazione effettiva delle diagonali a compressione al raggiungimento della resistenza del calcestruzzo non corrisponde a 45° , l'elemento di piastra si rompe per una tensione di taglio minore a quella calcolata sulla base della teoria della plasticità. Nel regime EP, dopo lo snervamento dell'armatura più debole, il problema diventa internamente staticamente determinato, così che l'inclinazione delle diagonali a compressione, e quindi il carico di rottura, risultano indipendenti dai rapporti di rigidezza e dalle costrizioni. Se la resistenza a compressione del calcestruzzo è conosciuta, possiamo calcolare quindi secondo la teoria della plasticità il carico di rottura. Nel regime P, siccome il calcestruzzo non cede, la teoria della plasticità fornisce risultati corretti.

1.2.4 La modified compression field theory

Nel 1929 Wagner trattava il problema della determinazione dell'inclinazione dei campi di tensione diagonali studiando i problemi d'instabilità legati al taglio. A questo scopo egli considerava le deformazioni del sistema, assumendo che quest'angolo coincideva con la direzione delle tensioni principali. Sulla base di queste riflessioni nonché di un elevato numero di esperimenti Vecchio e Collins [84, 17] presentarono la teoria denominata *modified compression field* che, in contrasto con quella tradizionale, prende in considerazione le tensioni nel calcestruzzo tra le fessure.

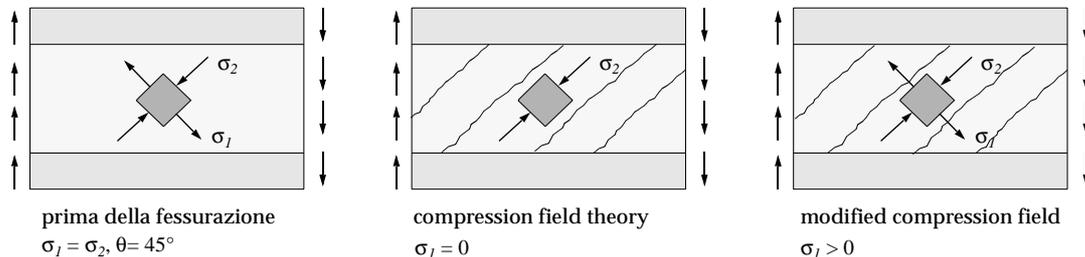


Fig. 1.14 Tensioni principali nell'elemento di calcestruzzo

La figura descrive lo stato di tensione nell'anima di una trave dopo la fessurazione. Prima della fessurazione lo sforzo di taglio è trasmesso equamente dalle diagonali di compressione e di tensione inclinate a 45° . Dopo la fessurazione le tensioni nel calcestruzzo si riducono sostanzialmente. Se quindi nella *compression field theory*, si assume che la tensione principale σ_1 nel calcestruzzo dopo la fessurazione è uguale a zero, questa ipotesi non vale per la *modified compression field theory*. Infatti si continuano a tenere in considerazione per l'equilibrio le tensioni presenti nel calcestruzzo tra le fessure.

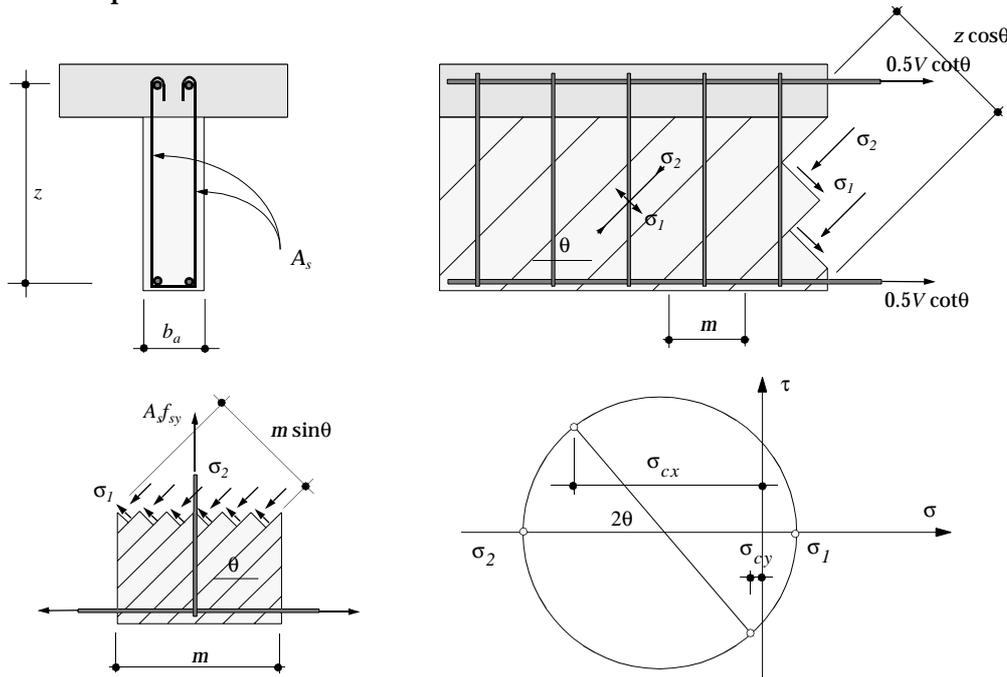


Fig. 1.15 Geometria e equilibrio all'elemento considerato

Dal cerchio di Mohr delle tensioni possiamo dedurre che:

$$\sigma_2 = -(\tan\theta + \cot\theta)\tau + \sigma_1 \quad 1.22$$

dove $\tau = V/(b_a z)$. La diagonale a compressione agisce una forza di trazione nell'armatura longitudinale, mentre la diagonale a tensione attiva una componente a compressione. La componente verticale deve essere equilibrata dalle staffe verticali:

$$A_s \sigma_s = (\sigma_1 (\cos\theta)^2 - \sigma_2 (\sin\theta)^2) b_a m \quad 1.23$$

Sostituendo infine in 1.23 il valore di σ_2 in 1.22 otteniamo:

$$V = \sigma_1 b_a z \cot\theta + \frac{A_s f_y}{m} z \cot\theta \quad 1.24$$

L'equazione esprime la resistenza al taglio di un elemento, dove sono sommati i contributi del calcestruzzo, con la sua resistenza a trazione, e delle staffe, tramite la resistenza a trazione dell'acciaio. La complicazione nasce dal fatto di dover determinare σ_1 , che è strettamente dipendente dall'allungamento specifico ϵ_1 .

Intanto bisogna distinguere la relazione tra σ/ε a seconda se ci troviamo nello stadio antecedente alla fessurazione oppure nello stadio posteriore.

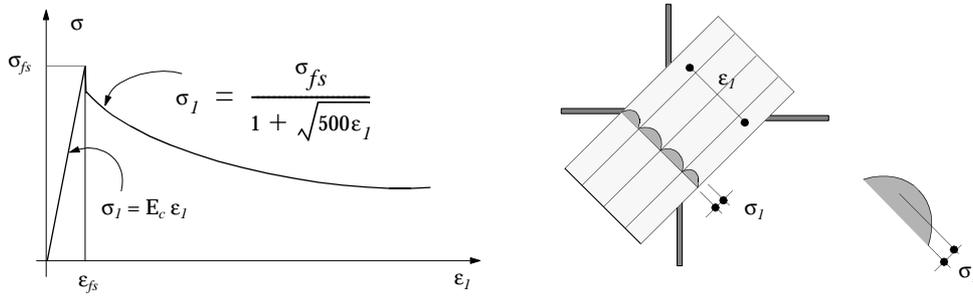


Fig. 1.16 Relazione tra tensioni e allungamenti specifici del calcestruzzo

Siccome consideriamo sempre delle tensioni e degli allungamenti specifici medi, non si può ignorare che nella fessura la tensione sarà differente dal valore medio calcolato. Precisamente la tensione nel calcestruzzo diventa zero, mentre aumenta quella nella barra. La capacità di trasmettere le forze di taglio viene così limitata dalla capacità della superficie stessa di trasmettere forze. Per valori bassi dello sforzo di taglio, la tensione viene trasmessa attraverso la fessura tramite l'aumento della tensione nella barra. Ad un certo punto la tensione nella barra raggiunge lo snervamento. Al di sopra di questo valore dello sforzo di taglio a trasmettere tensioni attraverso la fessura contribuisce lo sforzo di taglio locale τ_i

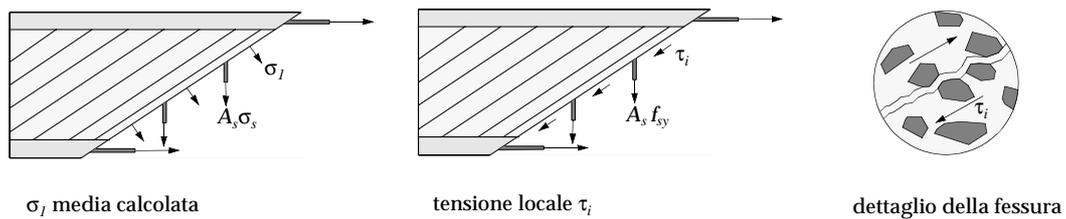


Fig. 1.17 Forze responsabili dell'equilibrio nella fessura e nel calcestruzzo tra due fessure

La capacità della fessura di trasmettere tensioni di taglio locali dipende dalla sua ampiezza w . Sulla base dei risultati sperimentali conseguiti da Walraven, Collins [17] propone la seguente formula che tiene conto delle dimensioni dell'inerte più grande d_i e dell'ampiezza della fessura w :

$$\tau_i = \frac{0.18 \sqrt{f_c}}{0.3 + 24w/(d_i + 16)} \quad [\text{in MPa}] \quad 1.25$$

Naturalmente le tensioni in una sezione attraverso la fessura e quelle in una sezione attraverso la diagonale a compressione devono essere staticamente equivalenti, cioè devono generare per esempio la stessa componente verticale:

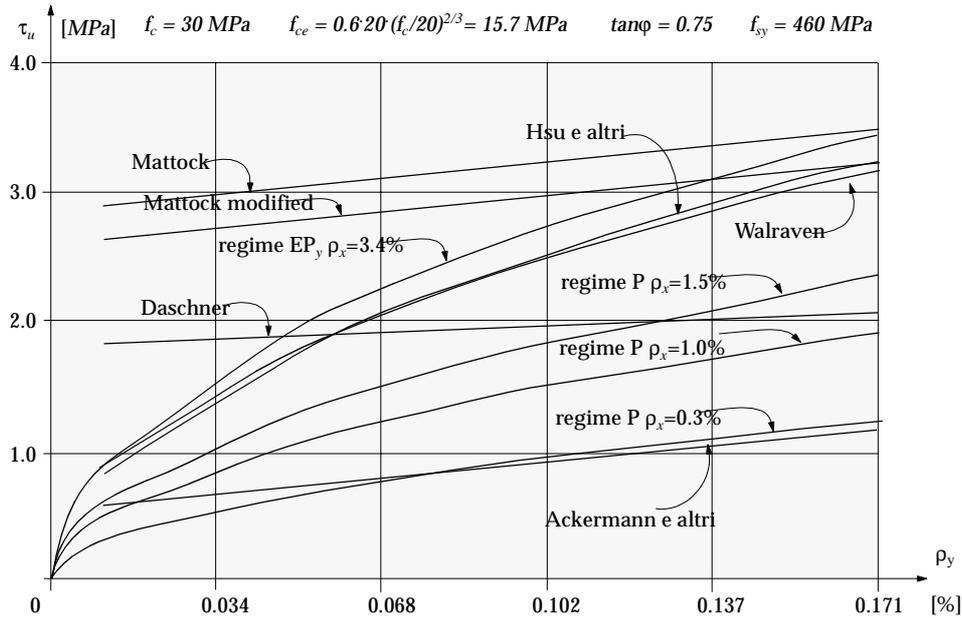
$$A_s \sigma_s \left(\frac{z}{m \tan \theta} \right) + \sigma_1 \frac{b_a z}{\sin \theta} \cos \theta = A_s f_{sy} \left(\frac{z}{m \tan \theta} \right) + \tau_i b_a z \quad 1.26$$

da cui si deduce che σ_1 non deve superare il valore:

$$\sigma_1 = \tau_i \tan \theta + \frac{A_s}{mb_a} (f_{sy} - \sigma_s) \quad 1.27$$

1.2.5 Analogie, divergenze, osservazioni

Il grafico proposto mostra la resistenza al taglio τ in funzione del contenuto dell'armatura perpendicolare alla superficie di scorrimento secondo le varie teorie precedentemente descritte.



E' interessante notare come per dei valori minimi del contenuto d'armatura trasversale i valori siano caratterizzati da una grande dispersione:

Tabella resistenza al taglio in funzione di ρ_y .

Autore	τ_u [MPa]	
	$\rho_y=0.10\%$	$\rho_y=0.05\%$
Mattock	3.10	3.00
Mattock modified	2.80	2.70
regime EP _y $\rho_x > 3.4\%$	2.65	1.90
Hsu e altri	2.59	1.80
Walraven	2.50	2.80
Daschner	1.90	1.80
regime P $\rho_x = 1.5\%$	1.50	1.15
regime P $\rho_x = 1.0\%$	1.00	0.95
regime P $\rho_x = 0.3\%$	1.00	0.60
Ackermann e altri	1.00	0.60

In effetti proprio questo è il problema con il quale siamo confrontati. Soprattutto applicando i risultati a superfici di notevoli dimensioni (piattabanda) non è pensabile prevedere dei contenuti d'armatura elevati ca. ($\rho_y > 0.1\%$, $A_s > 10 \text{ cm}^2/\text{m}^2$)

per risolvere problemi di adesione tra due elementi in CA gettati in tempi differenti. Questo per motivi economici da un lato e tecnici dall'altro: in effetti l'inserimento di spezzoni di collegamento nell'elemento preesistente causa un indebolimento della struttura stessa.

Le teorie trattate finora considerano la trasmissione del taglio indipendentemente dagli spostamenti che intercorrono tra le due superfici di contatto. Il problema con il quale siamo confrontati invece ci induce a presupporre che le leggi sforzi/spostamenti all'interfaccia delle fessure devono essere valutate adeguatamente. I risultati degli esperimenti eseguiti presso l'Istituto d'Ingegneria Strutturale del Politecnico di Zurigo hanno chiaramente mostrato una carenza della shear friction theory proposta da Mattock [58] e Daschner [21], la quale prevede la superposizione del contributo dovuto alla coesione con quello offerto dall'attrito. Come ci suggeriscono nel loro studio Ackermann e Brurkhardt [1], la coesione e l'attrito sono strettamente dipendenti dallo scorrimento relativo u tra le due superfici di contatto. La coesione offre il suo contributo per degli scorrimenti minimi ($0 < u < 0.05$) ed in seguito si annulla molto velocemente. Per beneficiare invece del contributo dovuto all'attrito per contro necessitiamo di spostamenti relativi più grandi. Qui inoltre è necessario tenere in considerazione il valore della ruvidità della superficie di contatto. Solo a partire da un determinato grado di ruvidità riusciamo ad attivare delle forze di trazione nel tassello mentre al di sotto di esso, il tassello non può che opporre unicamente la sua resistenza al taglio.

1.2.6 La teoria dell'ingranamento degli inerti (aggregate interlock)

Fra i vari ricercatori che si sono occupati di analizzare sperimentalmente il comportamento di una fuga sollecitata da tensioni taglienti si possono citare:

- *Fenwick* [30], *Paulay e Loeber* [69], *Houde e Mirza* [37] per prove sperimentali su provini di calcestruzzo non armati, prefessurati, con fessura ad apertura variabile linearmente con lo scorrimento;
- *White, Gergely* e altri [90] per prove su provini prefessurati armati con barre esterne o interne, soggetti a carichi ciclici o alternati;
- *Mattock* e altri [59] per prove su provini prefessurati, armati con barre aderenti, soggetti a carichi monotonici o ciclici alternati, con particolare riferimento alla resistenza ultima delle fessure nelle condizioni di armatura plasticizzata;
- *Nissen* [67] per prove su provini prefessurati soggetti a carichi monotonici, la cui pressione normale è esercitata da una forza esterna. In particolare viene studiato l'influsso del confinamento sulla capacità di trasmissione di taglio.
- *Daschner* [22] per prove su provini prefessurati soggetti a carichi monotonici, la cui pressione normale è esercitata da una forza esterna;

- *Walraven* [89] che ha eseguito prove su un'ampia casistica di provini prefessurati, soggetti a taglio nel piano della fessura con diversi valori dei parametri tali la resistenza del conglomerato, l'orientamento, la percentuale e il diametro delle barre di armatura, la granulometria e il tipo degli inerti (leggeri o pesanti), l'aderenza fra armatura e conglomerato (armatura esterna, armatura interna ad aderenza totale o parziale) e il numero dei cicli di carico.

Procedure e risultati sperimentali

Esiste dunque una grande casistica di esperimenti eseguito a corpi di taglio volti a dare una risposta alla questione della legge taglio/spostamento. Pur essendo tuttavia affidabili in questo genere d'esperimenti le relazioni citate, i risultati sperimentali ottenuti sono caratterizzati da una considerevole dispersione. Il fatto è da ricondurre alle dimensioni ridotte dell'elemento sottoposto alla sperimentazione. Al suo interno infatti viene a crearsi una concentrazione elevata di tensioni. Non da ultimo una moltitudine di esperimenti è stata eseguita in condizioni di confinamento costante a corpi prefessurati, oppure sotto l'azione di una pressione normale sulla fuga esercitata esternamente. Condizioni queste che se da un lato possono fornire utili indicazioni al problema della trasmissione degli sforzi all'interno di fessure, dall'altro si discostano da quelle che caratterizzano quanto avviene nella fuga di un'elemento composto di maggiori dimensioni. Purtroppo il paragone quantitativo dei numerosi esperimenti eseguiti non è sempre possibile in quanto spesso le condizioni sperimentali specifiche sono responsabili di influssi secondari il cui contributo non è valutabile. Tuttavia non di poco interesse sembra essere perlomeno il paragone qualitativo delle relazioni taglio/scorrimento. A questo proposito vengono proposti gli esperimenti eseguiti da *Walraven*, *Nissen* e *Daschner*. Le rappresentazioni serviranno come base per la descrizione sommaria della teoria dell'ingranamento degli inerti avanzata da *Bazant* e *Gambarova* [9], nonché da *Walraven*[85].

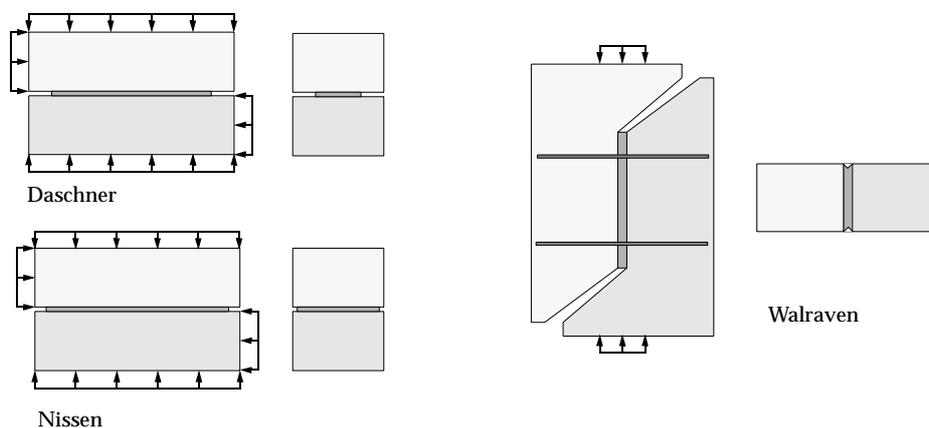


Fig. 1.18 Tipologia dei provini impiegati per esperimenti a corpi di taglio considerati

Essenzialmente Nissen e Daschner introducono una forza orizzontale nel provino che deve essere equilibrata da una compressione normale alla fuga. Nissen in particolare osserva le differenze che il confinamento costante oppure l'azione di contenimento costante esercitano sull'andamento della resistenza di taglio. Walraven d'altro canto sostituisce il contributo della pressione esterna introducendo staffe attraversanti la superficie di trasmissione di taglio.

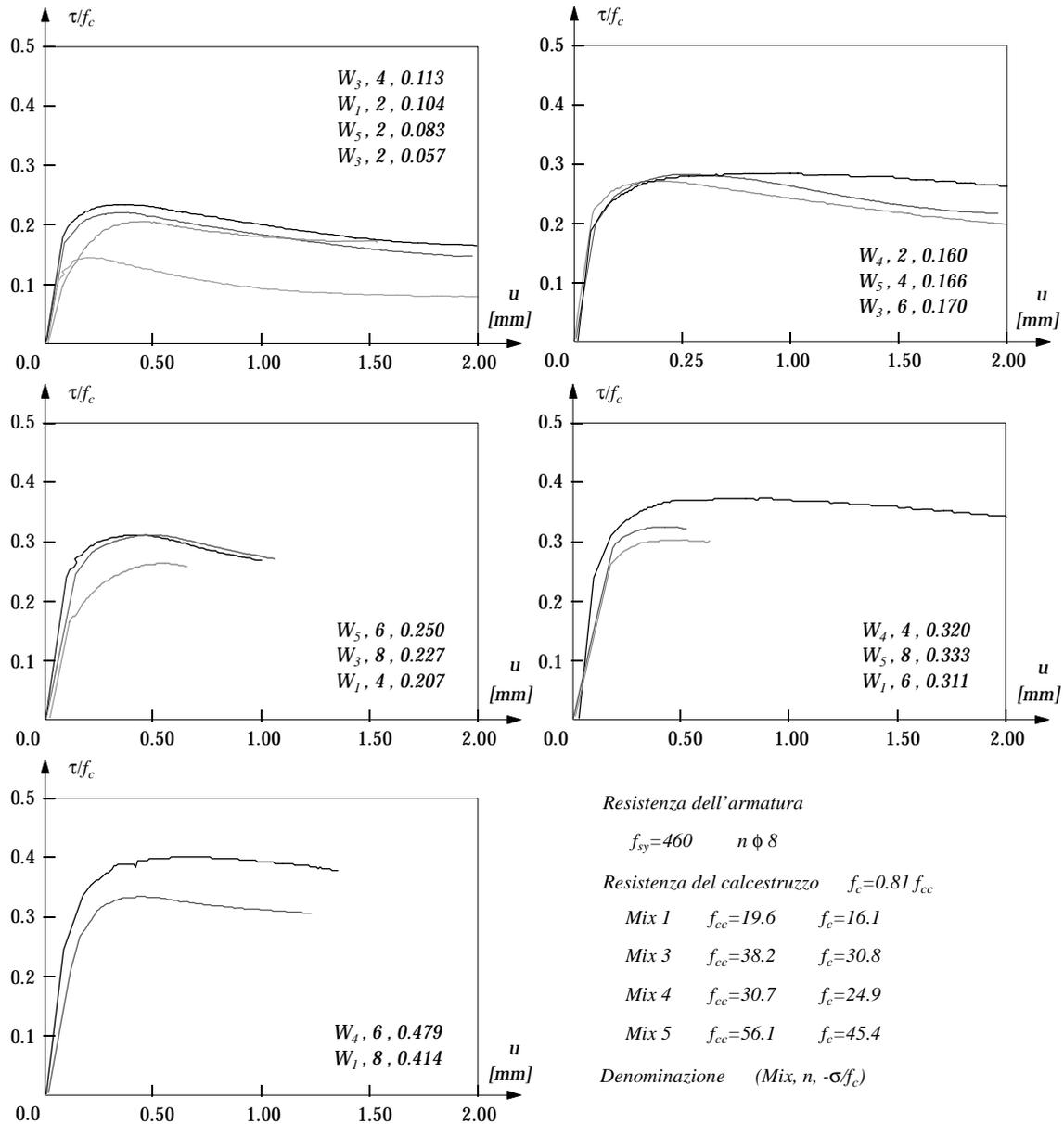


Fig. 1.19 Relazione sperimentale taglio/scorrimento secondo Walraven

Le curve ottenute da Walraven denotano un comportamento sostanzialmente duttile. Ad un aumento lineare della resistenza corrispondente alla fase elastica delle tensioni presenti nella staffe, segue un comportamento della fessura dalle affinità sostanzialmente plastiche. Per valori esigui della forza normale agente

l'aumento degli scorrimenti corrisponde ad una riduzione della resistenza di taglio.

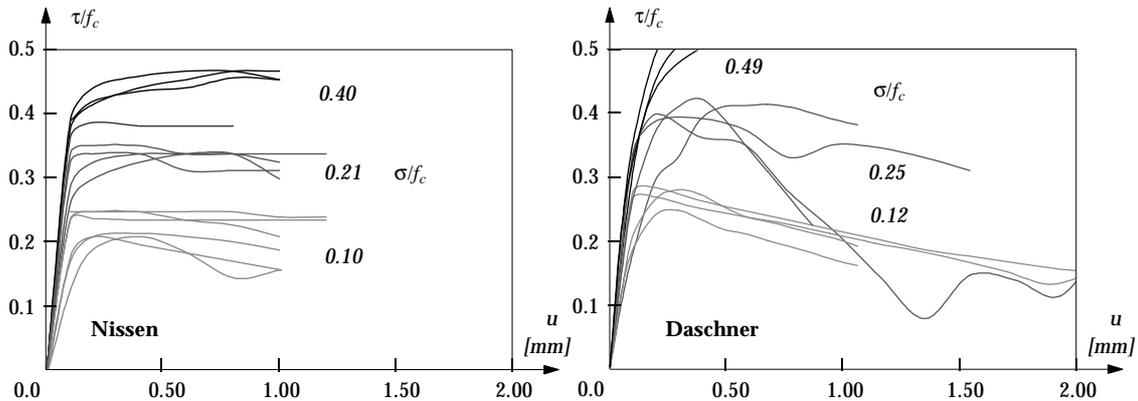


Fig. 1.20 Relazione sperimentale taglio/scorrimento secondo Nissen e Daschner

In sintonia con le rilevazioni effettuate da Walraven sembrano essere i risultati ottenuti da Nissen. Tuttavia egli fornisce indicazioni utili solamente per scorrimenti minori al millimetro, tralasciando di descrivere l'importante fase di cedimento. Negli esperimenti eseguiti da Daschner, una volta raggiunta la resistenza massima per uno scorrimento pari a 0.2 - 0.5 mm, vi si costata un'inequivocabile riduzione della resistenza di taglio.

Parametri d'influenza nella teoria dell'ingranamento degli inerti

Le caratteristiche di rigidezza al taglio del calcestruzzo fessurato possono essere adeguatamente valutate solo allorchè siano note le leggi sforzi/spostamenti all'interfaccia delle fessure [32, 33]. Queste leggi possono essere considerate come vere e proprie equazioni di stato o leggi costitutive del materiale, purché si trascurino le deformazioni del calcestruzzo "solido" compreso tra le fessure. Il taglio viene quindi trasmesso essenzialmente grazie all'ingranamento tra le facce delle fessure. Tale meccanismo è di grande efficacia, a condizione che l'armatura passante attraverso le fessure oppure i vincoli al contorno siano in grado di esercitare un'adeguata azione di contenimento. Pertanto l'azione di confinamento e la corrispondente tensione normale di interfaccia accompagnano necessariamente la trasmissione del taglio per ingranamento delle particelle dell'aggregato.

Nella formulazione dei modelli analitici è necessario tener conto di tutti i parametri in gioco:

parametri legati alla *dilatanza della fessura* (primari)

- apertura della fessura w
- scorrimento della fessura u
- tensione tagliante τ
- tensione normale σ

parametri che influenzano la *risposta dell'inerte* (secondari)

- dimensione media delle particelle d'aggregato
- resistenza della matrice cementizia
- ruvidità della fessura.

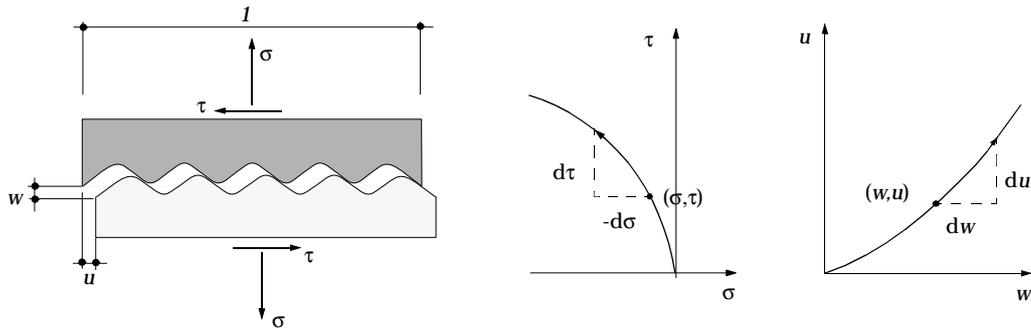


Fig. 1.21 Parametri primari responsabili della trasmissione del taglio

Analizzando le caratteristiche d'esecuzione dei vari esperimenti sono riconoscibili tre categorie identificabili con il valore della rigidità trasversale $d\sigma/dw$:

1. *rigidezza trasversale infinita* ($d\sigma/dw = \infty$) dove ai modelli prefessurati viene mantenuta un'apertura della fessura prefissata e costante;
2. *rigidezza trasversale finita* ($d\sigma/dw = f(\tau, u)$) in questo caso i modelli di calcestruzzo prefessurati sono provvisti di un'armatura esterna (non aderente) o interna (aderente);
3. *rigidezza trasversale nulla* ($d\sigma/dw = 0$) che prevede l'applicazione di un'azione di contenimento prefissata e costante.

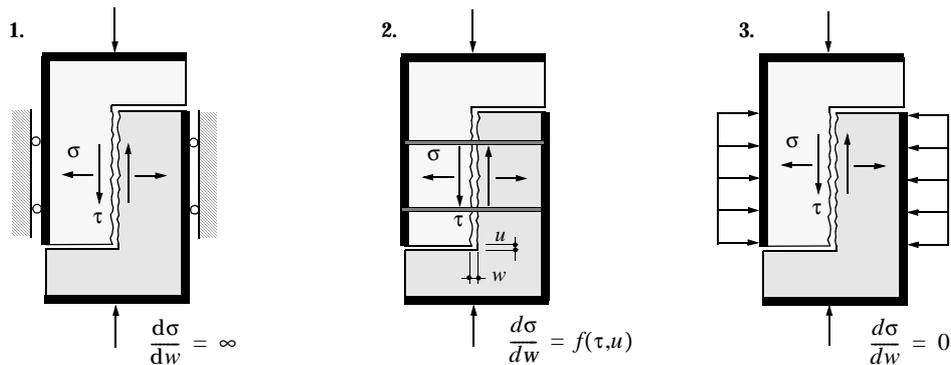


Fig. 1.22 Tipologia degli esperimenti effettuati

Comportamento delle fessure ad apertura costante categoria 1. e ad azione di contenimento costante categoria 3.

1. le curve presentano un tratto plastico, che segue un ramo ascendente caratterizzato da pendenza variabile con il valore d'apertura della fessura;

3. le curve presentano un ramo iniziale molto ripido *indipendente* dall'azione di confinamento e un secondo ramo che, per piccoli valori di confinamento ($\sigma = 0.1 - 0.2 f_c$) è nettamente discendente, per valori medi ($\sigma = 0.4 f_c$) è alquanto appiattito (comportamento plastico) e per valori elevati ($\sigma = 0.8 f_c$) è moderatamente ascendente.

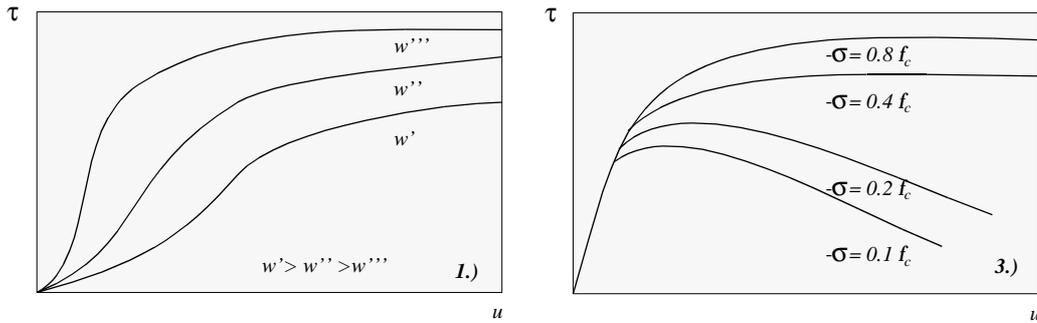


Fig. 1.23 Curve caratteristiche di esperimenti ad apertura e contenimento costante

Spiegazione ragionevole e semplificata dei due comportamenti:

1. 1. il *valore* $\neq 0$ dell'apertura impedisce il contatto delle asperità più piccole (più numerose e di maggiore rigidità relativa), in più si aggiunge lo scorrimento libero (free slip) fintanto che le asperità intermedie non giungono in contatto;
 2. il contatto fra le asperità intermedie è responsabile della rigidità della fessura nel ramo ascendente;
 3. l'insorgere di microfessurazione all'interfaccia delle asperità e nella malta di cemento, l'apertura delle microfessure e la plasticizzazione della malta al contatto con le asperità riducono la rigidità e ne determinano un comportamento quasi plastico.
3. 1. il *valore* $\neq 0$ del confinamento rende possibile il contatto lungo l'intera interfaccia per valori molto piccoli dello scorrimento. L'ingranamento delle asperità più piccole (molte) è responsabile della grande rigidità al taglio per valori piccoli dello scorrimento;
 2. la tendenza della fessura ad aprirsi (incuneamento delle asperità), unita all'insorgere di microfessurazione all'interfaccia delle asperità e nella malta di cemento, produce un rapido deterioramento delle caratteristiche di rigidità;
 3. l'estensione della microfessurazione, nonché l'aumento dell'apertura della fessura, sono la causa del ramo discendente. Solo per valori medi del confinamento (per cui l'apertura della fessura si mantiene su valori bassi) il comportamento della fessura tende a diventare plastico.

Leggi tensioni/spostamenti

Intanto sulla base delle considerazioni relative alla cinematica di una fessura, si riconoscono alcune proprietà generali che debbono essere rispettate da un qualsiasi modello analitico, indipendentemente dalla sua formulazione. Ad un aumento dell'apertura della fessura deve corrispondere una diminuzione dell'ingranamento e quindi dei moduli delle tensioni di interfaccia; ad un aumento -in modulo- dello scorrimento deve corrispondere un aumento dell'ingranamento e quindi dei valori delle tensioni di interfaccia.

Le suddette proprietà, applicate ai risultati sperimentali, permettono di definire leggi semiempiriche fra le tensioni di interfaccia e gli spostamenti; sono leggi abbastanza semplici, tali da poter essere facilmente derivate in modo da ottenere la cosiddetta matrice di rigidezza della fessura:

$$\begin{pmatrix} d\sigma \\ d\tau \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} B_{kk} & B_{kj} \\ B_{jk} & B_{jj} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} dw \\ du \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} dw \\ du \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} F_{kk} & F_{kj} \\ F_{jk} & F_{jj} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d\sigma \\ d\tau \end{pmatrix} \quad 1.28$$

dove \mathbf{B} è la matrice di rigidezza e \mathbf{F} corrisponde alla matrice di flessibilità.

Bazant e Gambarova [9] considerando le matrici di rigidezza del conglomerato e dell'armatura, quindi quella del conglomerato fessurato ed armato, con l'ausilio delle relazioni che descrivono uno stato tensionale piano riescono a valutare gli incrementi delle tensioni $d\sigma$ e $d\tau$ per un incremento assegnato di ε . Poi attraverso la matrice di flessibilità e noti gli incrementi tensionali per ingranamento, determinano gli incrementi degli spostamenti u e w all'interfaccia della fessura.

Walraven [89] risolve il problema con l'ausilio di un complicato modello numerico, che vede l'idealizzazione degli inerti come sfere circondate dalla matrice cementizia. Viene definita la superficie della sfera che, data l'apertura della fuga, è responsabile della trasmissione delle forze. Considerando una matrice cementizia di comportamento ideale plastico, calcola le forze che possono venire trasmesse in funzione delle possibili superfici di contatto. Queste forze vengono integrate sulla superficie di contatto ottenendo così le funzioni tensionali σ e τ , sulla base dei parametri u e w , il diametro massimo del conglomerato e la resistenza cubica di compressione. A seguito di una grande moltitudine di risultati sperimentali, effettuati in maggior parte a corpi di taglio di piccole dimensioni sottoposti ad un'azione tagliante in condizioni di confina-

mento costante, Walraven è in grado di calibrare i coefficienti che costellano le sue equazioni per proporre le curve seguenti:

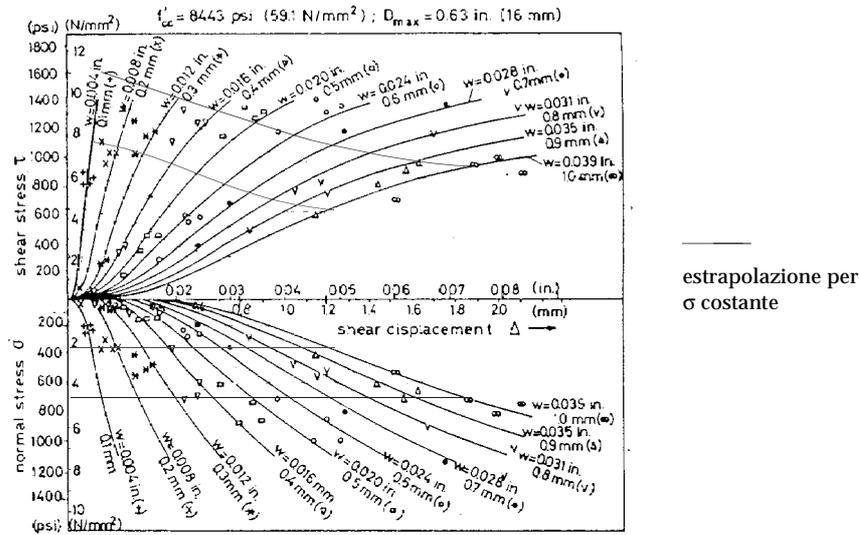


Fig. 1.24 Relazioni sperimentali tra σ , τ , u e w secondo Walraven [85]

Presso l'Istituto d'Ingegneria Strutturale sono state avanzate delle proposte sulla base dei risultati sperimentali di Walraven con lo scopo introdurre l'influenza degli spostamenti relativi lungo la fuga nelle relazioni che legano tensione normale e tagliante secondo la teoria della plasticità. Le equazioni proposte non hanno nessun significato fisico. La relazione di partenza risulta dunque essere il criterio di cedimento delle diagonali a compressione. I parametri vengono messi in relazione ad un loro valore caratteristico di riferimento: $\bar{\sigma} = -\sigma/f_c$, $\bar{\tau} = \tau/f_c$, $\bar{u} = u/t$ e $\bar{w} = w/t$

$$\bar{\tau} = \sqrt{\bar{\sigma}(1 - \bar{\sigma})}$$

Da questa si propongono le equazioni che mettono in relazione le tensioni con gli spostamenti relativi lungo la fuga:

$$\bar{\tau} = \frac{\sqrt{\bar{\sigma}(1 - \bar{\sigma})}}{(1 + a\bar{w})} \quad \bar{u} = \bar{w}(b + c\bar{\sigma}) \tag{1.29}$$

Eliminando il parametro dell'apertura w si ottiene l'equazione:

$$\bar{\tau} = \frac{\sqrt{\bar{\sigma}(1 - \bar{\sigma})(b + c\bar{\sigma})^2}}{\sqrt{(a\bar{u} + b + c\bar{\sigma})^2}} \tag{1.30}$$

È possibile riscrivere l'equazione così da ottenere

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{c} \left(b - \frac{\bar{u}}{\bar{w}} \right) \tag{1.31}$$

Dalle equazioni segue un'illustrazione grafica delle relazioni. Si tratta di una rappresentazione combinata da tre quadranti dove in ognuno un parametro viene escluso ed un altro posto costante, in modo da poter beneficiare di una visione bidimensionale.

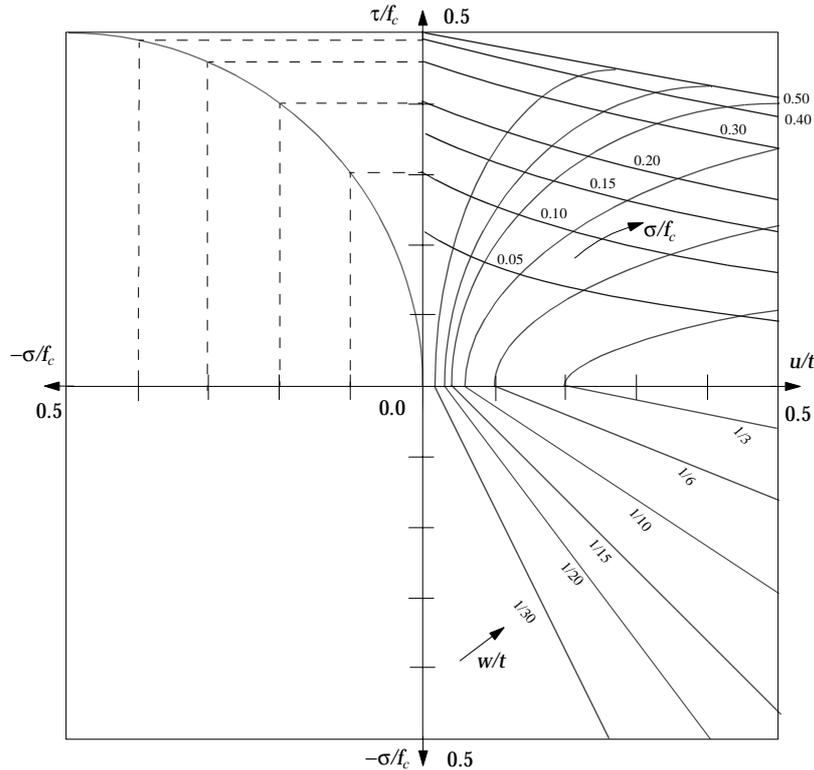


Fig. 1.25 Relazioni tra σ , τ , u e w avanzate all'Istituto d'Ingegneria Strutturale di Zurigo

Una buona approssimazione dei risultati sperimentali ottenuti da Walraven si ottiene inserendo le seguenti costanti:

$$a = \frac{15}{4} \quad b = \frac{3}{5} \quad c = 15$$

Come valore per di riferimento per gli spostamenti si è ritenuto valida la profondità media della ruvidità, che nel caso nostro corrisponde a $t = 3$ mm.

Simile è l'approccio di Nissen[67], che tuttavia modella la superficie di trasmissione con l'ausilio di "denti" dalla forma triangolare, dei quali calcola singolarmente la resistenza ultima, ammettendo il cedimento da un lato dovuto allo slittamento di una parte del dente lungo una retta, dall'altro per il superamento della resistenza a compressione lungo la superficie di contatto tra due denti. Con l'ausilio di funzioni che descrivono la ruvidità e in particolare la probabilità dell'esistenza di denti di determinate dimensioni, Nissen propone un'equazione che mette in relazione le tensioni di una fuga per un determinato stato di confinamento.

Conclusioni

I modelli di calcolo assunti necessitano un processo di calibrazione per garantire una buona corrispondenza con i risultati sperimentali. Le formule proposte sono caratterizzate dalla presenza di fattori empirici la cui validità è circoscritta alle condizioni di esecuzione dell'esperimento. La correlazione quantitativa tra i vari modelli risulta dunque improponibile.

Riassumendo è possibile avanzare alcune riflessioni qualitative, che sembrano caratterizzare un comune denominatore tra le valutazioni sperimentali addotte da vari autori:

- per scorrimenti dell'ordine di grandezza pari a 1 mm non si assiste ad un sostanziale cedimento improvviso della resistenza di taglio, sempre che la ruvidità che caratterizza la superficie della fuga sia accentuata
- le condizioni di contenimento sono un fattore d'influenza determinante per la capacità di una fuga di trasmettere sforzi
- la compressione normale esercitata sulla fuga influisce sulla capacità ultima di trasmissione di taglio nella fuga stessa.

I modelli di calcolo assunti si basano sulla determinazione di fattori empirici calibrati con i risultati ottenuti sperimentalmente. La correlazione quantitativa tra i vari modelli risulta quindi improponibile.

1.3 Obiettivi

Si è voluto finora evidenziare come generalmente il problema in oggetto viene affrontato da molti autori sulla base di osservazioni empiriche, le quali poi vengono tradotte in formule algebriche costellate da fattori numerici, sulla cui attendibilità molto spesso l'ingegnere nutre seri e giustificati dubbi, proprio perché l'estrapolazione delle formule dagli esperimenti mette in discussione la loro validità generale. Inoltre l'introduzione dei parametri legati ai movimenti, se possono interessare teoricamente per valutare l'influenza che essi hanno sulla resistenza di taglio, in fase di dimensionamento di un elemento composto non possono rendersi utili causa l'impossibilità di attribuir loro un valore appropriato.

Per questo motivo, non si è voluto ulteriormente approfondire e analizzare più in dettaglio i parametri che spesso sono influenzati dalla resistenza a trazione del calcestruzzo. Un valore questo particolarmente variabile e che quindi richiede nel modello che lo considera una sicurezza elevata. Piuttosto, ci è sembrato necessario cercare di descrivere il fenomeno di trasmissione del taglio tra due elementi con un modello molto semplice, generalizzato, basato sulla teoria della plasticità e adattato alle esigenze particolari del caso. Questo modello non fornisce una risposta esaustiva alla problematica del taglio, considerata quale

legge tensione /scorrimenti. Ma non è neanche il caso che lo sia. Sostanzialmente ci siamo resi conto che con le dovute misure costruttive, riuscivamo a influenzare il flusso delle forze interne in modo da avere prima del collasso un sistema statico ben definito, in cui le resistenze si localizzano in zone favorevoli, di facile comprensione dunque, e quindi particolarmente adatto al dimensionamento.

La tesi è suddivisa in tre parti principali. Nella prima, al capitolo 2, si sviluppano le basi di calcolo secondo la teoria della plasticità, seguite poi da una descrizione del flusso delle forze interne usando il modello del traliccio resistente. Contemporaneamente verranno descritte le esigenze costruttive in modo che nel caso di un'applicazione del calcestruzzo nuovo su di un elemento preesistente, si possano ottenere le condizioni ideali per cui la procedura di calcolo possa essere giustificata.

Nella seconda parte, al capitolo 3, con la valutazione di una vasta serie di esperimenti eseguiti nei laboratori dell'Istituto d'Ingegneria Strutturale, cercheremo di dimostrare la validità della teoria confrontando la procedura di calcolo con i risultati ottenuti. Infine il capitolo 4 sarà caratterizzato dalla descrizione di un metodo possibile di dimensionamento per un elemento composto, nonché dalle proposte di valutazione di condizioni esistenti.

2 Analisi teorica

L'analisi che segue si fissa come obiettivo di presentare i meccanismi che conducono al cedimento di una trave sollecitata a taglio, considerando tutti i parametri coinvolti. Il principio statico dell'analisi allo stato limite applicato alla trave a sezione monolitica viene presentato in modo esaustivo, perché servirà da base di confronto per capire in seguito le analogie e le differenze che caratterizzano invece il comportamento della trave a sezione mista.

2.1 Basi di calcolo

2.1.1 Teoria della plasticità

Per determinare la resistenza di una struttura il progettista applica consciamente o inconsciamente due principi fondamentali presenti in natura [11, 12]:

1. se esiste un modo di possibile collasso, per una struttura sottoposta ad una data sollecitazione, allora ciò avverrà naturalmente
2. se esiste un modo attraverso il quale una struttura può resistere ad una data sollecitazione, allora la natura lo assumerà

Il primo principio implica che, identificando un possibile meccanismo di collasso il quale tenga conto delle resistenze dei materiali coinvolti, sia possibile ritenere la struttura *insicura* sotto quell'azione di carico. Il secondo principio implica che identificando un sistema con il quale il carico viene trasferito alla struttura, senza sovrasollecitarne i materiali delle componenti, sia possibile ritenere questa struttura *sicura* sotto quell'azione di carico.

Questi principi sono riassunti da tre teoremi fondamentali che descrivono il comportamento strutturale nell'analisi degli stati limite.

1. *Il teorema del limite superiore (cinematico)*: qualsiasi azione di carico alla quale corrisponde un meccanismo di collasso cinematicamente ammissibile, è superiore al carico di rottura della struttura

2. *Il teorema del limite inferiore (statico)*: qualsiasi azione di carico, alla quale può opporsi una distribuzione di tensioni staticamente ammissibile, è inferiore al carico di rottura della struttura
3. *Il teorema di unicità*: il minor limite superiore e il maggior limite inferiore coincidono ed il valore costituisce l'esatto carico di rottura della struttura.

La prima completa formulazione dell'analisi agli stati limite di deve a Gvozdev [35], la cui opera tuttavia rimase sconosciuta nei paesi occidentali fino al 1960. I teoremi 1. - 3. vennero formulati da Drucker, Prager e Greenberg [28], basandosi sui lavori di analisi di Hodge e Prager [70] e Hill [38].

Nel seguito del lavoro verrà privilegiata l'analisi statica che scaturisce dal teorema del limite inferiore. La descrizione di un campo di tensioni staticamente ammissibile, rappresentabile in modo semplificato dal modello del traliccio resistente, oltre che fornire al progettista un'idea del flusso di forze interne, riducendo le possibilità di collasso ad elementi compressi o tesi, fornisce un possibile carico di rottura minore o uguale a quello effettivo.

2.1.2 Considerazioni sui materiali

I teoremi legati all'analisi allo stato limite sono applicabili fintanto che il comportamento dei materiali coinvolti può essere idealizzato. Allora un simile comportamento viene definito rigido-plastico. Generalmente vengono proposte le seguente classificazione delle leggi costitutive σ/ε dei materiali.

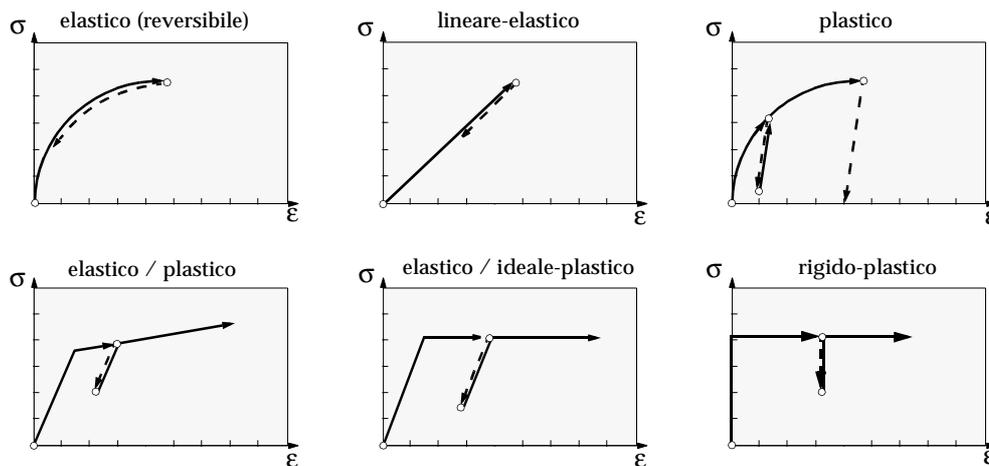


Fig. 2.1 Leggi costitutive σ/ε

Il comportamento di un elemento perfettamente rigido-plastico viene descritto da una serie di quantità statiche σ , chiamate tensioni generalizzate, e una serie di quantità cinematiche ε , chiamate deformazioni specifiche generalizzate; così che il loro prodotto $D = \delta\sigma \cdot \delta\varepsilon$ (o meglio il prodotto del loro incremento) costituisce il lavoro interno per unità d'elemento. D rappresenta la dissipazione. Per determinare i teoremi dell'analisi agli stati limite, le condizioni di plasticizzazione si basano su due assiomi:

1. la figura di plasticizzazione che rappresenta uno stato senza tensioni deve essere convessa e i punti devono essere al suo interno;
2. l'assioma che definisce la legge della plasticità e mette in relazione lo stato di tensioni con le deformazioni. Un cambiamento dello stato di tensione $\delta\sigma_p$ in fase di plasticizzazione combinato ad un incremento della deformazione plastica $\delta\varepsilon_p$, non causa alcun lavoro.

Durante la plasticizzazione il cambiamento della tensione può avvenire solo lungo la figura stessa, quindi $\delta\sigma_p$ non può che esserle tangenziale. Un vettore orientato verso l'esterno non può che essere in contraddizione con la condizione di plasticizzazione, mentre se l'orientamento di $\delta\sigma_p$ è verso l'interno otteniamo un riduzione della tensione priva di deformazioni plastiche. Perché il lavoro originato dal prodotto scalare dei due vettori possa essere nullo, essi devono essere ortogonali tra di loro. Il vettore delle deformazioni plastiche è quindi perpendicolare alla figura di plasticizzazione.

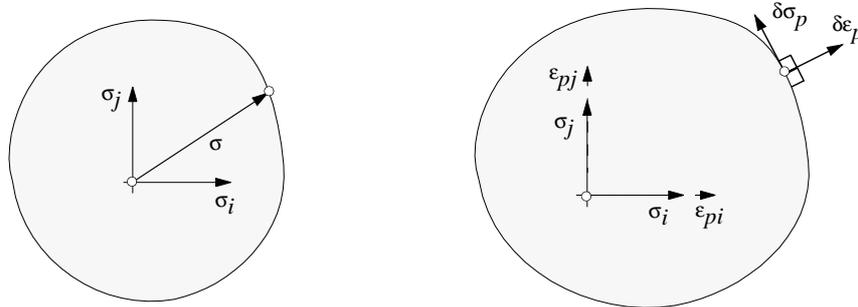


Fig. 2.2 Condizioni e legge di plasticizzazione

Con la verifica a rottura, la capacità portante di un sistema statico può essere determinata con l'ausilio dei teoremi del limite superiore ed inferiore. La soluzione esatta si collocherà tra il carico di rottura che rispetta le condizioni imposte dal teorema statico e il carico di rottura rappresentante un meccanismo, il quale rispetta le condizioni del teorema cinematico.

Il calcestruzzo

Il criterio di rottura assunto per il calcestruzzo scaturisce dalla combinazione dell'*ipotesi d'attrito* formulata da Coulomb con il limite di resistenza a tensione. Ne risultano due tipi di rottura possibili: di *slittamento* e di *separazione*. La prima interviene quando una determinata resistenza allo slittamento viene superata. Questa resistenza è dovuta da un lato alla *coesione* e dall'altro dall'*attrito interno* attivato da una compressione agente sulla superficie. La rottura per separazione interviene invece quando la tensione nella sezione considerata supera il valore di resistenza a trazione f_t . Le equazioni che ne derivano sono quindi:

$$|\tau| = c - \mu\sigma \quad (1.5)$$

$$\sigma = f_t \tag{1.6}$$

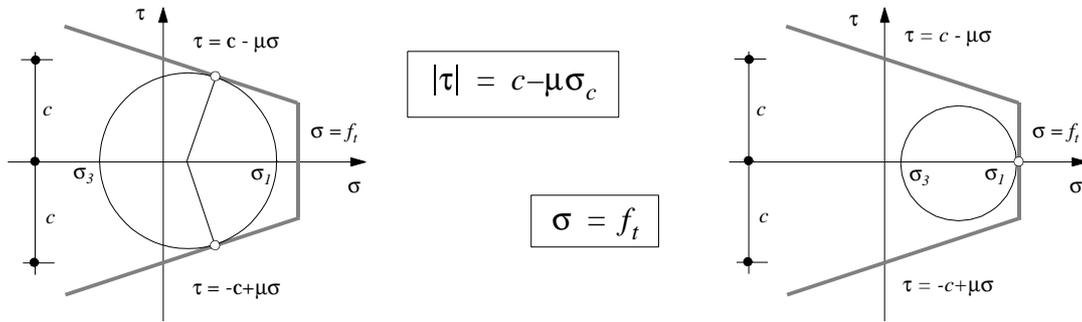


Fig. 2.3 Cerchio di Mohr per rottura di scorrimento e di separazione

Si consideri uno stato di tensioni in un determinato punto, espresso nelle sue tre direzioni principali $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, con l'ausilio del cerchio di Mohr, dove $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. Geometricamente deduciamo che $0.5(\sigma_1 - \sigma_3) = c \cos \varphi - 0.5(\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi$. Introducendo $\mu = \tan \varphi$, allora è possibile riscrivere la condizione geometrica:

$$(\mu + \sqrt{1 + \mu^2})^2 \sigma_1 - \sigma_3 = 2c(\mu + \sqrt{1 + \mu^2})$$

Condizione di rottura per scorrimento considerato che $k = (\mu + \sqrt{1 + \mu^2})^2$:

$$k\sigma_1 - \sigma_3 = 2c\sqrt{k} \tag{2.1}$$

Condizione di rottura per separazione:

$$\sigma_1 = f_t \tag{2.2}$$

Descrizione del limite di rottura per vari stati di tensione

Compressione pura	Trazione pura	Taglio puro
$\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -f_c$	$\sigma_1 = f_{ct}, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$	$\sigma_1 = -\sigma_3 = f_{cv}, \sigma_2 = 0$
Scorrimento		
$-\sigma_3 = f_c = 2c\sqrt{k}$	$f_{ct} = (1/k)f_c$	$f_{cv} = (1/(k+1))f_c$
sempre	per $(1/k)f_c < f_t$	per $(1/(k+1))f_c < f_t$
Separazione		
	$f_{ct} = f_t$	$f_{cv} = f_t$
	per $(1/k)f_c > f_t$	per $(1/(k+1))f_c > f_t$

Naturalmente nel caso di un campo di tensioni piano, dove quindi le tensioni nelle sezioni parallele al piano sono nulle ($\sigma_2 \equiv 0$), essendo questo piano la sezione principale, le tensioni in direzione della normale risultano anch'esse nulle. È possibile allora esprimere le condizioni di rottura considerando le tensioni principali

Descrizione del limite di rottura per un campo di tensione piano espresso in σ_1 e σ_3

$\sigma_1 > 0 > \sigma_3$	$\sigma_1 > \sigma_3 > 0$	$0 > \sigma_1 > \sigma_3$
σ_1, σ_3	$\sigma_1, \sigma_3 = 0$	$\sigma_1 = 0, \sigma_3$
Scorrimento		
$k\sigma_1 - \sigma_3 = f_c$	$\sigma_1 = (1/k)f_c$	$-\sigma_3 = f_c$
Separazione		
$\sigma_1 = f_t$	$\sigma_1 = f_t$	

La rappresentazione grafica dei criteri di rottura può dunque essere proposta nel sistema di coordinate (σ_1, σ_3) per due casi specifici.

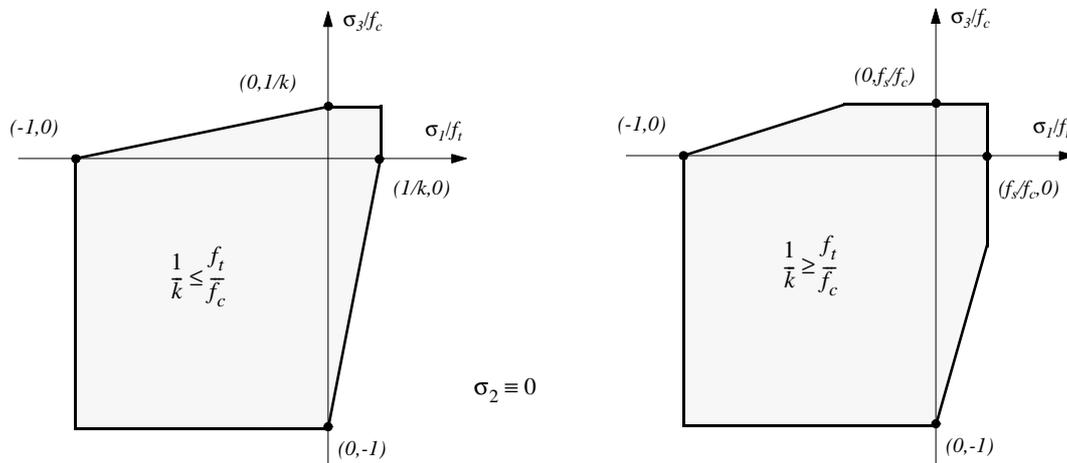


Fig. 2.4 Criteri di rottura per un materiale in uno stato di tensioni piano

A conferma che il calcestruzzo rispetta le ipotesi di rottura di Coulomb vi è una svariata serie di esperimenti. Una loro valutazione permette di calibrare il fattore k definito. Buona approssimazione si ottiene per

$$k = 4, \varphi = 37^\circ, \text{ e quindi } c = \frac{f_c}{2\sqrt{k}} = \frac{1}{4}f_c$$

Per l'analisi che segue il calcestruzzo viene considerato un materiale dalle proprietà rigido-plastiche, nel rispetto dunque del criterio di rottura di Coulomb ma trascurandone la resistenza a trazione. La ragione di porre uguale a zero la resistenza a trazione è di per sè ovvia utilizzando un modello di calcolo plastico, in quanto la rottura per separazione risulta essere tutt'altro che duttile. Tuttavia soluzioni plastiche che tengono conto della resistenza a trazione del calcestruzzo

non sono di poco interesse. A questo proposito Marti e Thürlimann propongono in [56] dei criteri di plasticizzazione.

La resistenza cilindrica ridotta o effettiva

In un elemento sottoposto a compressione uniassiale si originano tensioni e rispettivamente deformazioni laterali. In presenza di un'armatura, questa tensione le viene trasmessa.

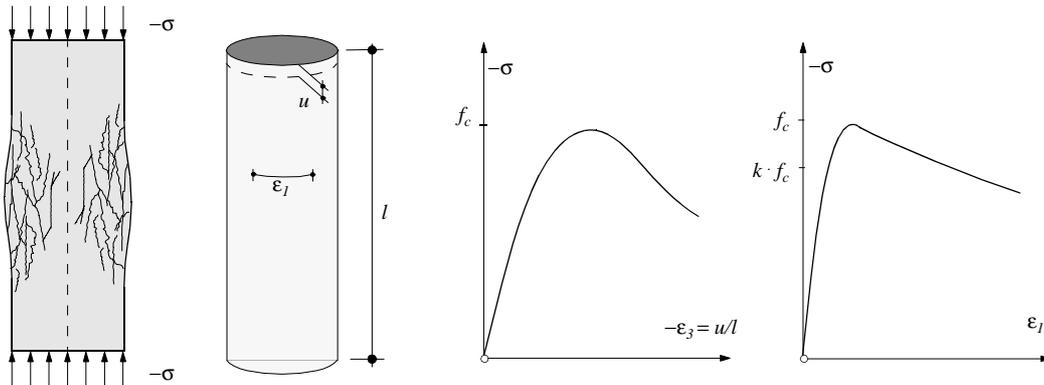


Fig. 2.5 Compressione in funzione della deformazione media longitudinale e d laterale

Il campo di tensione che viene a crearsi nell'anima di una trave è costituito dalla sovrapposizione di un campo inclinato a compressione e un campo verticale di tensione costituito dalle staffe assunte idealmente ripartite. Con l'intervento della fessurazione diagonale nell'anima la resistenza a compressione della biella si riduce rispetto al valore di riferimento costituito dalla resistenza cilindrica a compressione f_c . Sperimentalmente è possibile determinare la riduzione che sostanzialmente dipende dallo stato delle deformazioni relative a cui è sottoposto l'elemento considerato. Inoltre come dimostrano gli esperimenti a compressione uniassiale, il fenomeno di perdita di resistenza è più incisiva per i calcestruzzi ad alta resistenza. Muttoni in [64] formula le seguenti proposte di calcolo del fattore di riduzione dovuto alla deformazione laterale:

$$f_{ce} = 0.6f_c \quad f_c \leq 20 \text{ [MPa]}$$

$$f_{ce} = 0.6 \cdot 20 \left(\frac{f_c}{20} \right)^{2/3} \quad f_c > 20 \text{ [MPa]}$$

Considerando l'effetto della tensione trasversale dell'armatura e la capacità di trasmissione degli sforzi attraverso le fessure il Codice CEB-FIP [16] suggerisce la seguente assunzione:

$$f_{ce} = 0.6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd}$$

Un'espressione simile viene proposta dall'Eurocode 2 [29] che prevede:

$$f_{ce} = 0.7 \left(1 - \frac{f_{ck}}{140} \right) f_{cd} \text{ e come minimo } 0.5f_c \geq f_{cd}$$

dove in ambedue le proposte dei codici f_{ck} e f_{cd} stanno ad indicare la resistenza cilindrica caratteristica rispettivamente il valore di dimensionamento. Per il proseguo dell'analisi verrà preso in considerazione, come valore di riferimento per la resistenza cilindrica effettiva, l'ipotesi proposta da Muttoni.

L'acciaio d'armatura

Per il dimensionamento si assume che l'acciaio d'armatura può assumere esclusivamente tensioni longitudinali, quindi le barre risultano essere sollecitate in modo uniassiale. L'effetto spinotto dell'armatura, oggetto di studio dettagliato presso il Politecnico di Milano [15, 23, 24], può venire ragionevolmente trascurato nell'analisi allo stato limite ultimo, come ci dimostra Nielsen in [66]. Per convenienza anche la resistenza a compressione delle barre può venire trascurata, poiché il suo contributo è insignificante se paragonato a quello fornito dal calcestruzzo circostante. Le barre sono considerate come un'azione concentrata oppure distribuita lungo la sezione longitudinale, se la spaziatura è piccola rispetto alla dimensione dell'elemento considerato. Riassumendo, le condizioni di plasticizzazione ideali per il materiale considerato sono rappresentate dai diagrammi seguenti:

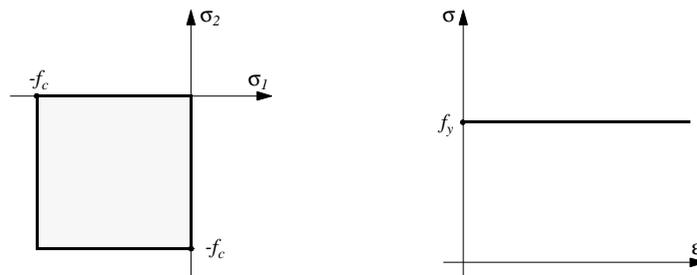


Fig. 2.6 Condizione di plasticizzazione per il calcestruzzo e relazione σ/ε uniassiale per l'armatura

Come enunciato sopra nel caso della trasmissione di taglio attraverso l'elemento di CA il valore di riferimento della resistenza cilindrica a compressione f_c viene ridotto a quella effettiva f_{ce} .

2.2 La trave a sezione monolitica

Prima di approfondire l'analisi è dovere precisare cosa si intenda per trave a sezione monolitica e rispettivamente a sezione mista. Normalmente l'elemento in CA tradizionale viene considerato come monolitico, perché il getto della sezione avviene in una fase unica o comunque in due fasi ravvicinate nel tempo.

Considerando lo sforzo di taglio, in seguito alla fessurazione interviene il contributo dell'armatura trasversale, che se da un lato agisce sospendendo le diagonali a compressione, dall'altro favorisce la trasmissione delle tensioni di taglio tra le diagonali stesse. Infatti la propagazione delle fessure dovute allo sforzo di taglio, in linea di principio, segue sempre la direzione dei campi di compressione. In una struttura composta invece la sezione viene realizzata in due parti in seguito ai due getti ben distinti temporalmente. Viene così a crearsi una fuga che attraversa le diagonali a compressione. Conseguentemente alla sollecitazione, con il cedimento della coesione tra le due componenti, intervengono degli scorrimenti relativi.

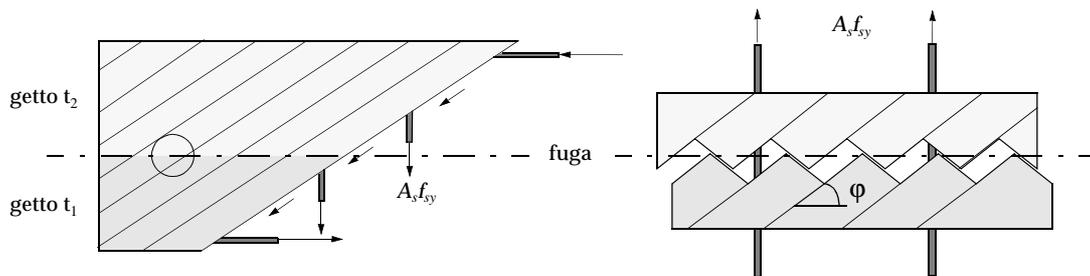


Fig. 2.7 Fessurazione parallela alle diagonali compresse e fuga attraversante le diagonali

Questi scorrimenti hanno un'influenza sulla distribuzione delle resistenze e possono causare, se non sono previsti gli opportuni accorgimenti, da un lato una notevole riduzione della capacità portante della trave e dall'altro il collasso interviene nella fuga. Collasso che è di tipo fragile e assolutamente imprevedibile. L'analisi che segue si fissa come obiettivo di presentare i meccanismi che conducono al cedimento di una trave sollecitata a taglio, considerando tutti i parametri coinvolti. Il principio statico dell'analisi allo stato limite applicato alla trave a sezione monolitica viene presentato in modo esaustivo, perché servirà da base di confronto per capire in seguito le analogie e le differenze che caratterizzano invece il comportamento della trave a sezione mista.

Resistenza a flessione o di taglio?

Osservando le caratteristiche di collasso delle travi armate in modo difforme, si rilevano tipologie di rottura differenti. A certe condizioni interviene la rottura a flessione, mentre per altre si rileva una tipica rottura di taglio. Si consideri dun-

que una trave semplice orizzontale sottoposta ad un carico monotono concentrato Q . La sezione dispone di un'altezza costante h .

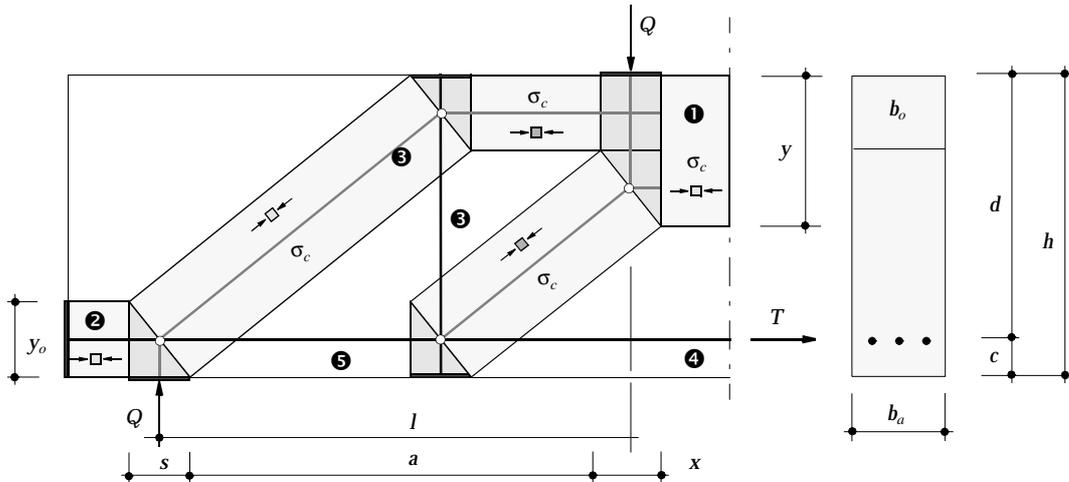


Fig. 2.8 Possibile stato di tensioni per una trave sottoposta ad un carico concentrato

Nella figura è rappresentato uno stato di tensioni staticamente ammissibile costituito da due bielle a compressione d'inclinazione θ tra il carico Q e l'appoggio. La compressione presente nelle bielle è pari a σ_c , mentre le aree triangolari si trovano in uno stato di compressione idrostatica biassiale, in equilibrio quando i cateti possono assumere le dimensioni $x = Q/(b\sigma)$ e $y = T/(b\sigma)$. L'armatura longitudinale è supposta ancorata dietro l'appoggio. Vengono elencate le possibili cause che conducono al collasso del sistema portante:

- ❶❷ Il raggiungimento di f_c nella biella orizzontale combinato alla tensione di snervamento f_{sy} nell'armatura longitudinale definiscono la *resistenza flessione*.
- ❷ L'ancoraggio delle forze orizzontali dietro l'appoggio è supposta al fine di raggiungere la piena *resistenza a flessione*. Nel caso del trasferimento diretto del carico all'appoggio questa condizione deve essere garantita, altrimenti vi è una riduzione della capacità portante.
- ❸ Lo snervamento dell'armatura trasversale combinato al raggiungimento di f_{ce} nella diagonale a compressione definisce la *resistenza di taglio*.
- ❸❹ Il cedimento dell'armatura trasversale e/o della biella inclinata a compressione contemporaneamente all'armatura longitudinale nella zona di momento massimo riconduce alla *resistenza a flessione*.
- ❸❺ Il cedimento della staffa verticale in fase di snervamento o dell'armatura longitudinale nella zona di trasmissione di taglio, combinato al raggiungimento di f_{ce} della diagonale a compressione, come il cedimento della stessa diagonale a compressione, definiscono pure la *resistenza di taglio*.

2.2.1 Resistenza a flessione (●●)

In questo caso viene assunto il raggiungimento della resistenza cilindrica di compressione f_c nella biella orizzontale contemporaneamente alla tensione di snervamento f_{sy} nell'armatura longitudinale. L'equilibrio delle forze si ottiene:

$$C = b_o y_o f_c = A_s f_{sy} \quad 2.3$$

dal quale si può dedurre l'altezza della zona a compressione, con $\phi = \frac{A_s f_{sy}}{d b_o f_c}$:

$$y_o = \frac{A_s f_{sy}}{b_o f_c} = \phi d \quad 2.4$$

La resistenza ultima a flessione risulta dunque essere:

$$M_{fl} = A_s f_y d (1 - \phi/2) = b_o d^2 f_c \phi (1 - \phi/2) \quad 2.5$$

Dal momento M_{fl} è deducibile un corrispondente sforzo di taglio, quale valore massimo a condizione che la resistenza ultima a flessione venga raggiunta:

$$V_{fl} = \frac{C}{\cot \theta} = \frac{b_o d^2}{2l} f_c \phi (2 - \phi) \quad 2.6$$

Lo sforzo di taglio massimo ci dà un'indicazione sul valore limite delle tensioni taglianti agenti sulla sezione dell'anima di larghezza b_a e altezza $d(1-\phi/2)$.

$$\frac{\tau}{f_c} = \frac{V_{fl}}{b_a d (1 - \phi/2) f_c} = \left(\frac{b_o}{b_a}\right) \frac{d}{l} \phi \quad 2.7$$

L'aumento della snellezza l/d , a parità di contenuto meccanico dell'armatura longitudinale ϕ , causa una riduzione della capacità portante. Analogamente diminuiscono le tensioni taglianti ammissibili.

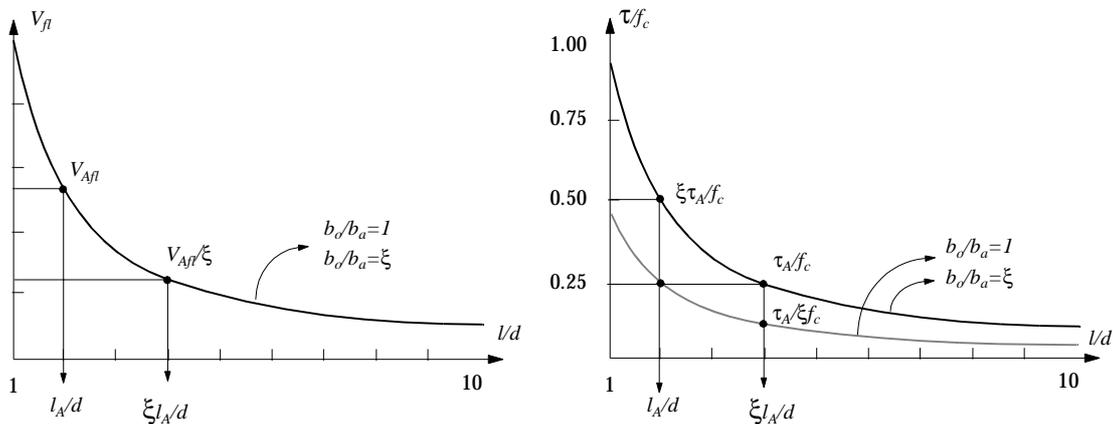


Fig. 2.9 Influenza della snellezza sulla resistenza a flessione

È interessante rilevare come ad una riduzione della superficie di trasmissione di taglio $b_o = \xi b_a$ ($\xi > 1$) corrisponda un aumento proporzionale delle tensioni agenti,

le quali tuttavia riconducono al medesimo carico di rottura. Inoltre una determinata tensione, ottenuta a determinate condizioni di snellezza (l/d), risulta uguale per un elemento la cui superficie di trasmissione di taglio viene ridotta di un determinato fattore, ma contemporaneamente la snellezza è più piccola del medesimo fattore.

2.2.2 Resistenza di una trave senza armatura trasversale (14,2)

Nella figura è rappresentato uno stato di tensioni staticamente ammissibile costituito da una biella a compressione con l'inclinazione θ , che trasferisce *direttamente* l'azione di carico Q al supporto d'appoggio. La compressione presente nella biella è pari a σ_c .

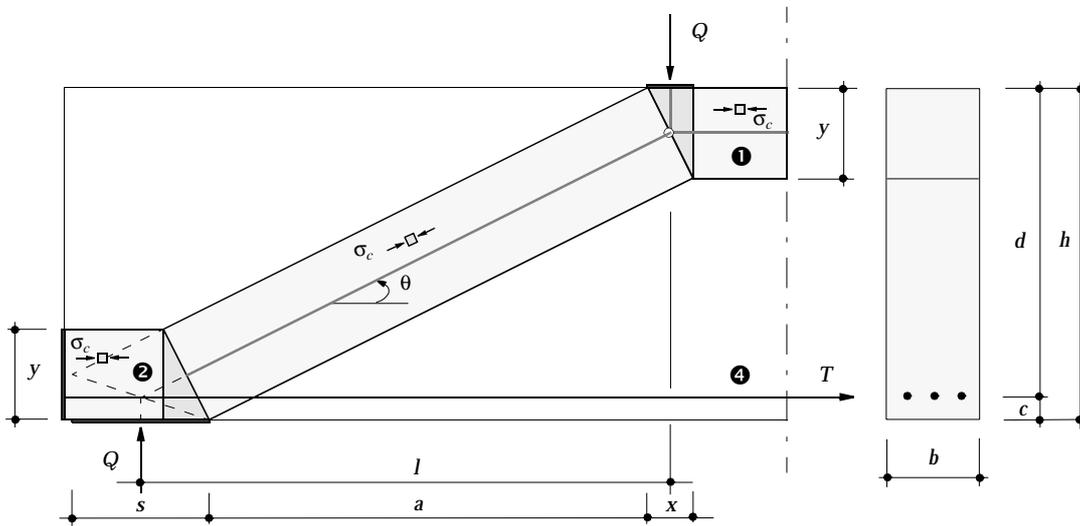


Fig. 2.10 Possibile stato di tensioni per una trave sottoposta ad un carico concentrato

Con le equazioni di equilibrio verticale ed orizzontale possiamo determinare le dimensioni delle aree triangolari che si trovano in uno stato di compressione idrostatica biassiale:

$$V = bx\sigma_c$$

$$T = by\sigma_c \quad 2.8$$

Geometricamente è opportuno trattare i due casi separatamente. L'armatura longitudinale è assunta ancorata dietro l'appoggio formando un campo di compressione di forza T distribuito sull'altezza y . In un primo caso lo strato del copriferro è sufficientemente grande in modo da consentire lo sviluppo completo dell'altezza y , ($c > y/2$). Nel secondo caso invece ($c \leq y/2$), l'armatura è ubicata eccentricamente rispetto al campo di compressione, causando un momento che

deve essere equilibrato da un'equivalente eccentricità della reazione d'appoggio ottenibile con un'aumento delle dimensioni del supporto.

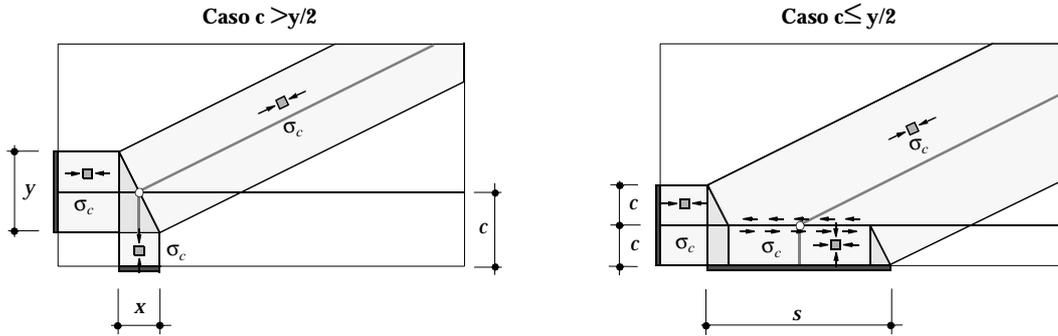


Fig. 2.11 Distribuzioni possibili dei campi di tensione

1. Caso $c > y/2$ (1 4)

Analizzando la geometria del campo di tensione si può dedurre che:

$$\cot \theta = \frac{y}{x} = \frac{(a+x)}{(d-y/2)} = \frac{l}{(d-y/2)} \quad 2.9$$

Con l'ausilio delle equazioni di equilibrio otteniamo la soluzione per il teorema del limite inferiore:

$$V = \frac{1}{2} [\sqrt{(ab\sigma_c) + 4T(hb\sigma_c - T/2)} - (ab\sigma_c)]$$

$$V = \frac{Td}{l} - \frac{1}{2} \frac{T^2}{lb\sigma_c} \quad 2.10$$

Il valore massimo si ottiene considerando la resistenza cilindrica $\sigma_c = f_c$. Ponendo $T = T_y$ e $y_o = \phi d$ ne deriva la rottura a flessione (cfr. 2.2.1):

$$V_{fl} = \frac{1}{2} b f_c [\sqrt{a^2 + 2\phi d^2(2-\phi)} - a] = \frac{1}{2} b f_c [\sqrt{a^2 + 2y_o(2d-y_o)} - a] \quad 2.11$$

$$V_{fl} = \frac{1}{2} b f_c \frac{d^2}{l} \phi(2-\phi) = \frac{1}{2} b f_c \frac{y_o}{l} (2d-y_o) \quad 2.12$$

Osserviamo che le equazioni designano il loro valore massimo per $\phi = 1$, rispettivamente per $y_o = d$. Questo valore è puramente teorico in quanto la condizione di validità delle equazioni è sempre $c > y/2$, una condizione irraggiungibile.

2. Caso $c \leq y/2$ (2 oppure 1 4)

Analizzando la geometria del campo di tensione si può dedurre che:

$$\cot\theta = \frac{y}{x} = \frac{(a+x)}{(h-y)} = \frac{(s-x)}{(y-2c)} = \frac{2l}{(2(h-c)-y)} \quad 2.13$$

Con l'ausilio delle equazioni di equilibrio otteniamo la soluzione per il teorema del limite inferiore:

$$V = \frac{1}{2}[\sqrt{(ab\sigma_c) + 4T(hb\sigma_c - T)} - (ab\sigma_c)]$$

$$V = \frac{Td}{l} - \frac{1}{2} \frac{T^2}{lb\sigma_c} \quad 2.14$$

Considerando la resistenza cilindrica $\sigma_c = f_c$ e ponendo $T = T_y$ e $y_o = \phi d$ si può calcolare la rottura a flessione:

Con la seguente restrizione: $\phi \leq 0.5h/d$ o $y_o \leq 0.5h$ vale:

$$V_{fl} = \frac{1}{2}bf_c[\sqrt{a^2 + 4\phi d(h-d\phi)} - a] = \frac{1}{2}bf_c[\sqrt{a^2 + 4y_o(h-y_o)} - a] \quad 2.15$$

Nel caso particolare dove $c = y/2$ vale $h = d(1 + \phi/2)$ per cui il valore massimo di V_{fl} si raggiunge per $y_o \leq (2/3)d = 0.5h$. Nel caso in cui $\phi > 0.5h/d$ rispettivamente $y_o > 0.5h$, la capacità portante della trave non accresce più in funzione del contenuto d'armatura ma si ottiene:

$$V_{fl} = \frac{1}{2}bf_c[\sqrt{a^2 + h^2} - a] \quad 2.16$$

La validità delle equazioni 2.13 è garantita se le dimensioni della piastra d'appoggio eccedono il valore minimo s_o . La posizione eccentrica dell'armatura, rispetto al campo di compressione, causa un momento che deve essere equilibrato da un'equivalente eccentricità della reazione d'appoggio (Fig. 2.10). L'aumento della dimensione della piastra fa sì che la componente orizzontale della diagonale non messa in equilibrio dal campo compresso generato dall'ancoraggio, venga trasmessa all'armatura longitudinale tramite adesione.

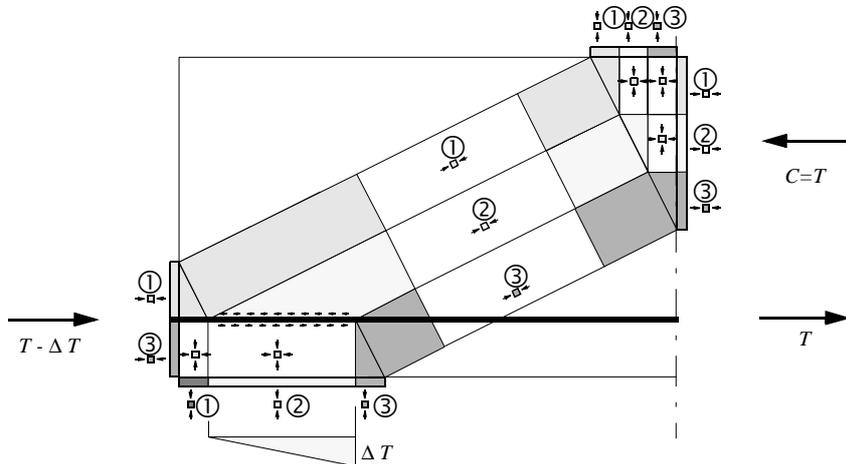


Fig. 2.12 Possibile costruzione dell'equilibrio dei campi di tensione

La descrizione dettagliata della trasmissione delle forze tra gli elementi che costituiscono un nodo la ritroviamo in Muttoni e al. [65]. Geometricamente è quindi possibile determinare le dimensioni della piastra d'appoggio come segue:

$$s_o = \frac{h-2c}{2(h-y_o)} (\sqrt{a^2 + 4y_o(h-y_o)} + a) - a \quad 2.17$$

Nei casi normali di dimensionamento è conosciuta la distanza l tra l'azione di carico e la reazione d'appoggio. Sempre basandoci sulle relazioni geometriche 2.11 e quelle d'equilibrio 2.6 otteniamo ovviamente per $y_o \leq 0.5h$:

$$V_{fl} = \frac{1}{2} b f_c \frac{y_o}{l} (2d - y_o) = b x f_c \quad 2.18$$

Ne conseguono le condizioni geometriche minime della piastra d'appoggio:

$$s_o = \frac{(2d - y_o)^2 y_o + 4l^2 (y_o - 2c)}{2l(2d - y_o)} \quad 2.19$$

Per valori elevati del contenuto meccanico d'armatura longitudinale si può osservare che le dimensioni minime della piastra aumentano più o meno proporzionalmente al valore l/d , perché la completa resistenza a flessione possa essere raggiunta. Questo fenomeno inoltre, come appare evidente dalla rappresentazione proposta, si accentua diminuendo lo spessore di copriferro.

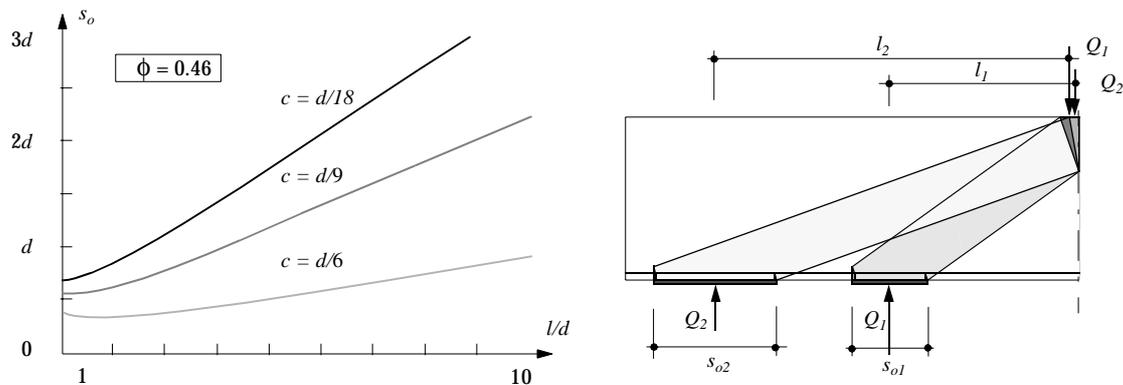


Fig. 2.13 Dimensioni minime della piastra in funzione della snellezza per diversi c

Nel caso cui la resistenza è caratterizzata dalla lunghezza del supporto $s < s_o$, l'eccentricità non può essere compensata completamente, per cui assistiamo ad una riduzione della capacità portante. Sempre basando le riflessioni sulla base delle condizioni geometriche nonché d'equilibrio, possiamo eliminare il parametro y ottenendo un'equazione di terzo grado per x , da cui esprimiamo $V = b x f_c$:

$$x^3 - 2x^2(2l + s) + x[(2l + s)^2 + 4d(h - 2c)] - 4(h - 2c)(2lc + sd) = 0 \quad 2.20$$

La soluzione analitica dell'equazione non ne facilita l'impiego pratico. Più agevole ci sembra la ricerca della soluzione con un metodo iterativo.

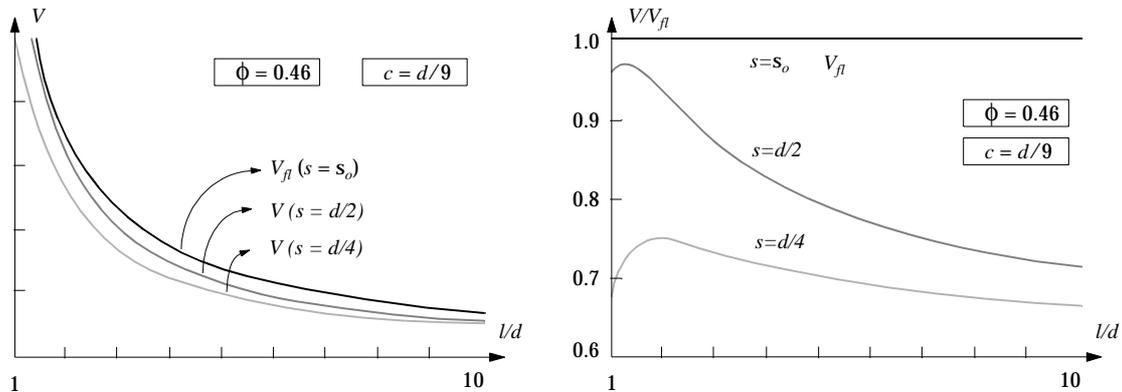


Fig. 2.14 Influenza della dimensione della piastra d'appoggio s sulla resistenza della trave

Come appare evidente dalle rappresentazioni grafiche proposte, la sottovalutazione della dimensione della piastra contribuisce a ridurre la capacità portante di una trave, nel caso in cui il posizionamento dell'armatura longitudinale non permette il completo equilibrio delle forze. Questo fenomeno non è sicuramente trascurabile per gli elementi ad elevato contenuto meccanico d'armatura longitudinale, per i quali viene assunto un appoggio diretto della forza.

La soluzione proposta è basata sul teorema del limite inferiore coincide con la soluzione esatta secondo la teoria della plasticità. Marti [55] e Jensen [40], hanno dimostrato infatti che applicando il metodo cinematico si ottiene la medesima soluzione. Tuttavia si rileva che il campo di tensioni considerato a determinate condizioni non corrisponde necessariamente con quello che viene ad instaurarsi. La presenza di fessure induce i campi inclinati a compressione ad aggirare le discontinuità. Questa ridistribuzione del traliccio resistente è lecita solo se viene presa in considerazione la resistenza a trazione del calcestruzzo, se viene inoltre ammessa la capacità di trasmissione delle forze attraverso le fessure a causa della loro ruvidità intrinseca, oppure se si ammette l'effetto spinotto dell'armatura longitudinale. Il campo di tensione effettivo risulta dalla combinazione di questi contributi alla resistenza, come hanno dimostrato Hamadi, Regan [36] e Reineck [72,73].

Un'interessante interpretazione del possibile meccanismo di trasmissione degli sforzi interni è proposto da Kani [42] sulla base delle osservazioni scaturite da un esteso programma sperimentale:

“A seguito della fessurazione la zona tesa della trave è costituita da una serie di singoli elementi separati (denti), che agiscono come mensole incastrate nella zona compressa, permettendo la trasmissione delle forze.”

In questo modo l'autore riesce a descrivere con una buona approssimazione il comportamento di travi prive di armatura trasversale. Comportamento che viene illustrato dai grafici seguenti:

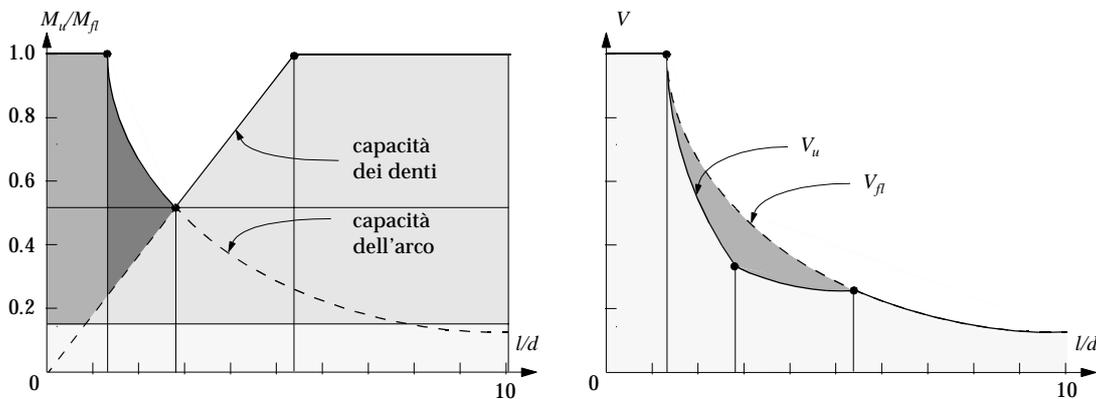


Fig. 2.15 Influenza della snellezza sulla capacità portante di una trave secondo Kani

Riassumendo, il campo di tensione che prevede l'appoggio diretto è applicabile per valori della snellezza alquanto ridotti. Questo campo assume ben presto la fattezza di un arco compresso in modo da evitare le discontinuità dovute alla fessurazione. La deviazione del campo compresso è possibile grazie alla presenza della resistenza a trazione del calcestruzzo. Tuttavia la capacità portante effettiva si riduce rispetto a quella teorica secondo la soluzione plastica. Il contributo della resistenza dovuta all'arco compresso si affievolisce con l'aumento della snellezza senza mai però esaurirsi completamente. Il carico di rottura dunque è strettamente dipendente dalla propagazione delle fessure. Leonhardt e Walther [48] mostrano sperimentalmente che quando l'armatura a flessione presenta una cattiva adesione nella zona di trasmissione di taglio, le fessure dovute alla flessione tendono a concentrarsi nella mezzaria della trave, permettendo il completo sviluppo dell'appoggio diretto. Questa osservazione verrà valorizzata più tardi, quando verrà trattata la trave composta, proprio perché in quel caso si riscontrano le condizioni che comportano una perdita d'adesione nella zona di trasmissione di taglio prossima al quarto di campata.

2.2.3 Resistenza di una trave provvista di armatura trasversale (③, ③④, ③⑤)

Come accennato nell'introduzione del paragrafo 2.2, la resistenza di una trave provvista di armatura trasversale è raggiunta, quando si riscontra il cedimento:

- ③_a della biella inclinata a compressione;
- ③_a③_b dell'armatura trasversale combinata al raggiungimento di f_{ce} nella diagonale a compressione;
- ③④ dell'armatura trasversale e/o della diagonale a compressione, contemporaneamente all'armatura longitudinale nella zona del momento massimo;

- ⑤⑤ della staffa verticale in fase di snervamento e/o della stessa diagonale a compressione, contemporaneamente all'armatura longitudinale nella zona di trasmissione di taglio che si occupa di equilibrare, oltre che il momento flettente anche la componente orizzontale della diagonale a compressione.

Nell'elenco dei tipi di cedimento possibile appare come limite per la resistenza del calcestruzzo il valore della resistenza cilindrica ridotta pari a f_{ce} . In questo modo viene considerata l'influenza della tensione trasversale descritta nel paragrafo 2.1.2 dedicato alle caratteristiche dei materiali. Per motivi di comodità i valori caratteristici saranno espressi in funzione del nuovo termine di riferimento f_{ce} . Ammettiamo che la trave nella tratta di taglio costante $V = Q$ presenti un'armatura di taglio composta da staffe verticali chiuse nell'anima. In questo caso non vi è un trasferimento diretto dell'azione di carico dal punto d'applicazione della stessa fino all'appoggio, ma le diagonali assumono un'inclinazione dipendente dal contenuto d'armatura trasversale che ne equilibra la componente verticale.

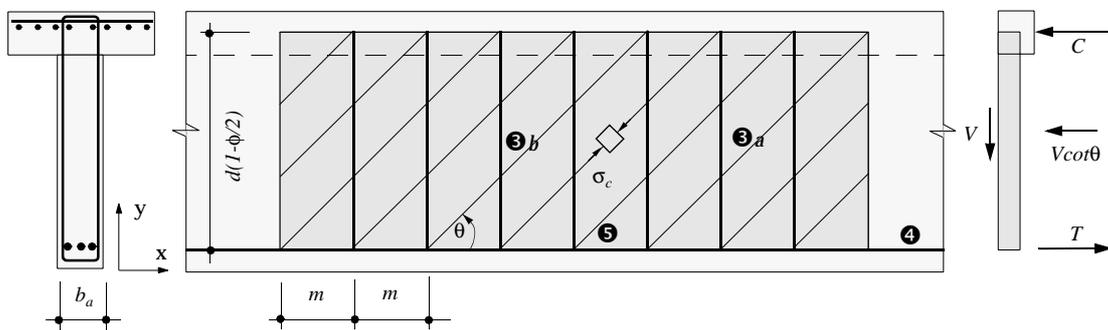


Fig. 2.16 Esempio di campo di tensione nell'anima provvista di armatura trasversale

La soluzione per il teorema del limite inferiore richiede la costruzione di un campo di tensione staticamente ammissibile. Si consideri dunque un campo di tensione omogeneo nell'anima costituito da una compressione uniassiale σ_c nel calcestruzzo. La seconda direzione principale della tensione forma un angolo θ con l'asse orizzontale x . Si ottiene un campo di compressione diagonale che può essere considerato come un modello idealizzato di anima fessurata, nella quale le fessure si propagano parallelamente alla seconda direzione principale. Il campo compresso risulta essere sollecitato nel modo seguente:

$$\sigma_x = -\sigma_c \cos^2 \theta ; \sigma_y = -\sigma_c \sin^2 \theta ; \tau_{xy} = \sigma_c \cos \theta \sin \theta \quad 2.21$$

La relazione tra taglio τ e forza di taglio V viene definita come segue:

$$\tau = \frac{V}{b_a d (1 - \phi/2)} \quad 2.22$$

Si assume che le staffe siano ripartite regolarmente, così che le forze nelle staffe possono essere rappresentate da una tensione equivalente che corrisponde alla forza distribuita sulla superficie del calcestruzzo.

$$\sigma_{sy} = \frac{A_s \sigma_s}{m b_a} = \rho \sigma_s \quad 2.23$$

dove A_{sv} rappresenta la superficie delle staffe che attraversa la superficie del calcestruzzo $m b_a$, essendo m la distanza fra le staffe e ρ il contenuto geometrico d'armatura. Considerando staffe verticali, le tensioni equivalenti nella staffe σ_{sx} e τ_{xy} sono nulle. Le tensioni totali del calcestruzzo sono:

$$\sigma_x = -\sigma_c \cos^2 \theta ; \sigma_y = -\sigma_c \sin^2 \theta + \rho \sigma_s ; \tau_{xy} = \sigma_c \cos \theta \sin \theta \quad 2.24$$

Fatte queste considerazioni è possibile esprimere le condizioni di equilibrio per una sezione qualsiasi della trave semplice considerata:

$$\begin{aligned} 0 &= T - C - b_a d (1 - \phi/2) \sigma_c \cos^2 \theta \\ V &= b_a d (1 - \phi/2) \sigma_c \cos \theta \sin \theta \end{aligned} \quad 2.25$$

$$M = T d (1 - \phi/2) - (1/2) b_a d^2 (1 - \phi/2)^2 \sigma_c \cos^2 \theta$$

Il campo di tensione è staticamente ammissibile se vengono soddisfatte le condizioni che richiedono una tensione totale lungo la biella $\sigma_y = 0$, da cui deduciamo che $\rho \sigma_s = \sigma_c \sin^2 \theta$.

Caso $\Theta_a \Theta_b$

Si assume che la distribuzione delle tensioni lungo l'asse longitudinale dell'armatura a flessione non subisce una variazione nella zona sottostante il carico.

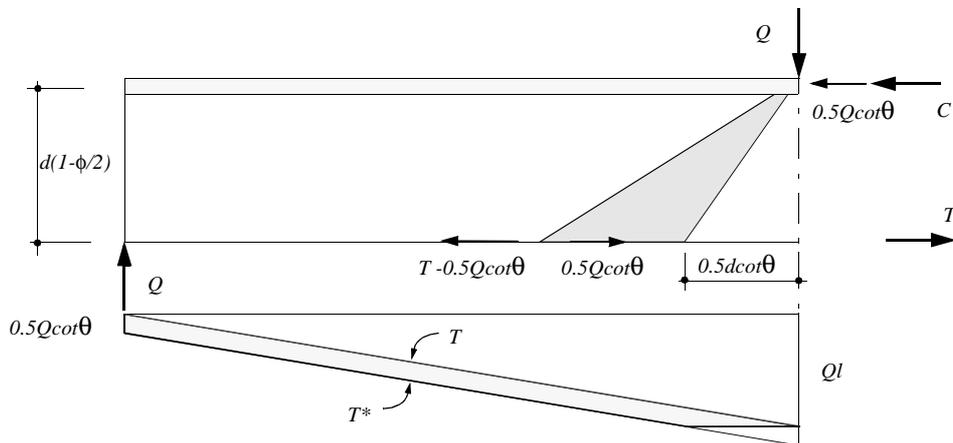


Fig. 2.17 Distribuzione delle tensioni modificata nella zona sottostante il carico

L'espressione che indica l'andamento della forza $T(x)$ nella biella inferiore è:

$$T^*(x) = \frac{Qx}{d} + \frac{1}{2}Q \cot \theta \quad \text{per } 0 < x < l - 0.5d \cot \theta$$

$$T(x) = \frac{Ql}{d} \quad \text{per } l - 0.5d \cot \theta < x < l$$

Quando l'armatura longitudinale si snerva, la trave cede per rottura a flessione. Se dovessimo assistere ad un cedimento prematuro, significa che la resistenza massima è stata raggiunta dalle staffe che costituiscono l'armatura trasversale. Dall'equazione $\rho \sigma_s = \sigma_c \sin^2 \theta$ deduciamo che $\cot \theta = \sqrt{(\sigma_c / \rho \sigma_s) - 1}$ e siccome

$$V = b_a d (1 - \phi/2) \tau_{xy} = b_a d (1 - \phi/2) \rho \sigma_s \cot \theta$$

ne consegue:

$$V = b_a d (1 - \phi/2) \sqrt{\rho \sigma_s (\sigma_c - \rho \sigma_s)} \quad 2.26$$

Il valore massimo del limite inferiore risulta per $\sigma_s = f_{sy}$, da cui:

$$V = b_a d (1 - \phi/2) f_c \sqrt{\psi (f_{ce}/f_c - \psi)} \quad \text{con } \psi = \frac{A_s f_{sy}}{b_a m f_c}$$

$$\frac{\tau}{f_c} = \sqrt{\psi \left(\frac{f_{ce}}{f_c} - \psi \right)} \quad \tan \theta = \sqrt{\frac{\psi}{(f_{ce}/f_c - \psi)}} \quad 2.27$$

Introducendo i contenuti di armatura longitudinale ϕ_e e trasversale ψ_e riferiti alla resistenza cilindrica ridotta f_{ce} le equazioni si possono scrivere nel modo seguente:

$$\frac{\tau}{f_{ce}} = \sqrt{\psi_e (1 - \psi_e)} \quad \tan \theta = \sqrt{\frac{\psi_e}{(1 - \psi_e)}} \quad 2.28$$

Caso Θ_a

Le soluzioni sono valide per $\psi_e < 1/2$, mentre che per $\psi_e \geq 1/2$ la tensione equivalente nelle staffe è $\rho \sigma_s = \sigma_c/2$ per cui, la tensione tagliante risulta essere:

$$\frac{\tau}{f_{ce}} = \frac{1}{2} \quad 2.29$$

In questo caso le staffe non si snervano, mentre per l'angolo d'inclinazione delle diagonali a compressione si può considerare $\theta = 45^\circ$. L'influenza di una riduzione della resistenza cilindrica a compressione riduce considerevolmente, come

dimostra la rappresentazione grafica seguente, la capacità di trasmissione di taglio di un elemento.

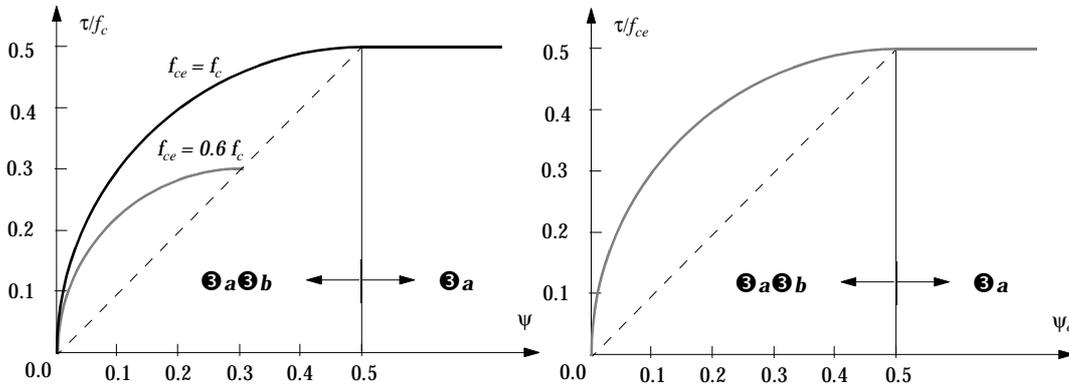


Fig. 2.18 Resistenza di taglio in funzione del contenuto meccanico d'armatura trasversale

Caso $\textcircled{3} \textcircled{4}$

Conoscendo la relazione che lega la tensione nelle staffe per un determinato angolo d'inclinazione θ è possibile determinarne il contenuto perché possa essere raggiunta la completa resistenza a flessione. Considerando le equazioni di equilibrio 2.24, vale $\tau = \rho \sigma_s \cot \theta$, dalla quale deduciamo la resistenza di taglio quando le staffe si snervano lungo tutto la campata $\sigma_s = f_{sy}$:

$$\tau = \psi f_c \cot \theta :$$

Con l'ausilio dell'equazione 2.6 otteniamo l'armatura trasversale necessaria:

$$\psi = \phi \frac{b_o d}{b_a l} \tan \theta \quad \text{oppure} \quad \psi_e = \phi_e \frac{b_o d}{b_a l} \tan \theta \tag{2.30}$$

che corrisponde alla seguente rappresentazione grafica:

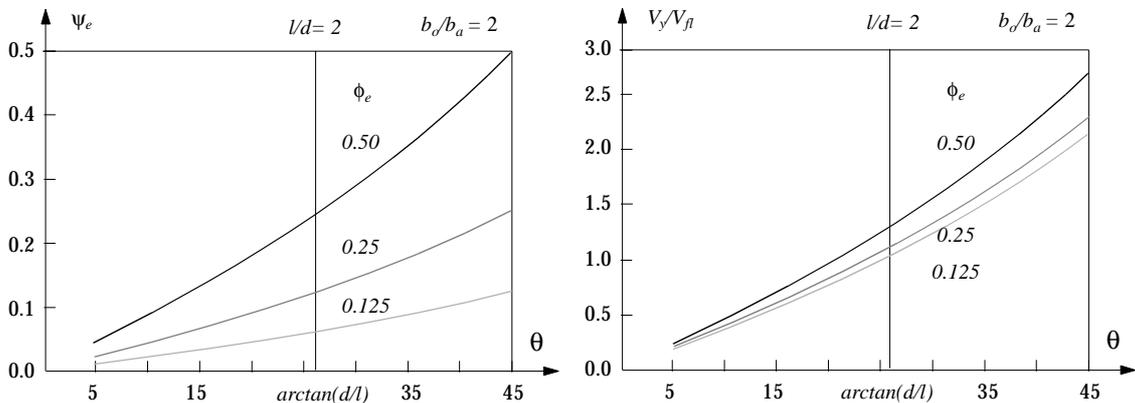


Fig. 2.19 Variazione di ψ e del rapporto tra V_{fl} e carico sospeso dalle staffe V_y in funzione di θ

L'equazione 2.30 presume dunque il cedimento contemporaneo dell'armatura longitudinale nella zona del momento massimo, contemporaneamente allo snervamento delle staffe.

vamento delle staffe verticali. L'angolo d'inclinazione delle diagonali a compressione può essere scelto tra $\arctan(d/l) \leq \theta \leq 45^\circ$.

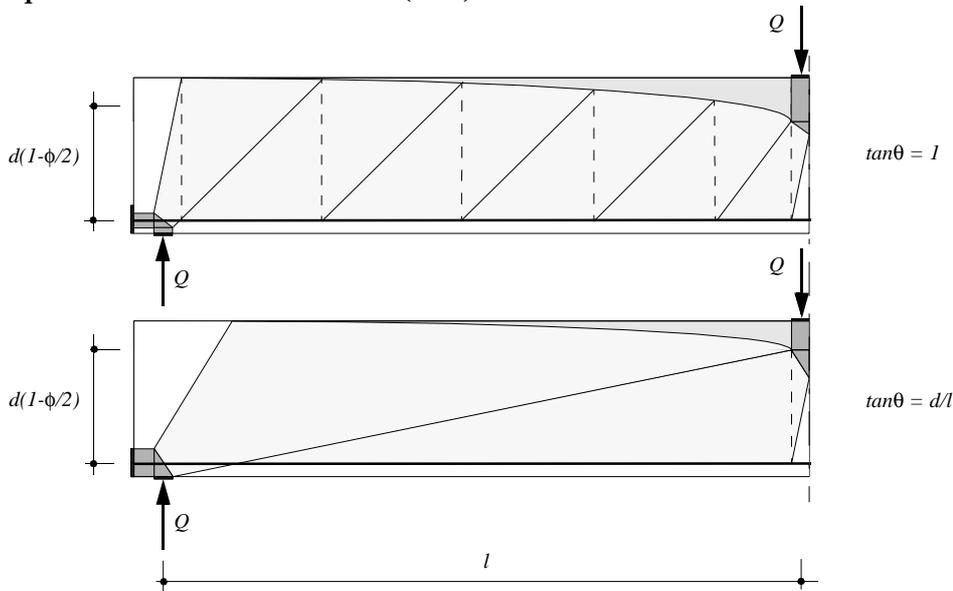


Fig. 2.20 Campi di tensione ammissibili per un contenuto massimo e minimo d'armatura

I valori minimi e massimi dell'equazione 2.30 sono rappresentati dalle rette $\psi_e(\phi)$ che corrispondono all'angolo minimo e all'angolo massimo.

$$\psi_e^{min} = \phi_e \frac{b_o}{b_a} \left(\frac{d}{l}\right)^2 \qquad \psi_e^{max} = \phi_e \frac{b_o}{b_a} \left(\frac{d}{l}\right)$$

La condizione di validità dell'equazione 2.29 è data dal valore assunto dalle diagonali a compressione di σ_c , che risulta essere in funzione dell'angolo. Il cedimento considerato e quindi le relazioni proposte sopra valgono fintanto che $\sigma_c < f_{ce}$. Per visualizzare il problema vengono proposte le seguenti relazioni:

$$\tau_{xy} = \frac{2V}{b_a d (2 - \phi)} = f_c \phi \frac{b_o d}{b_a l} \qquad \sigma_c = \frac{\tau_{xy}}{\cos \theta \sin \theta}.$$

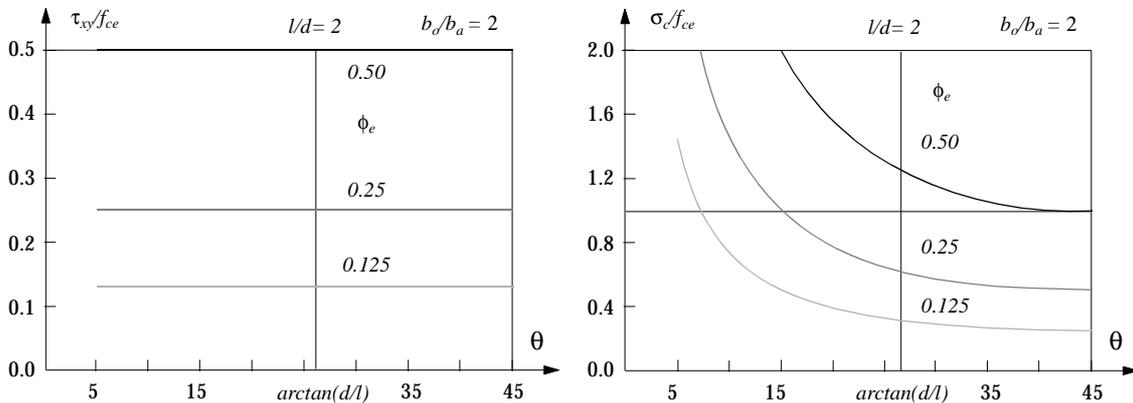


Fig. 2.21 Variazione di τ_{xy} e σ_c in funzione dell'angolo per travi con differenti ϕ

Con il raggiungimento della resistenza cilindrica ridotta nelle diagonali a compressione $\sigma_c = f_{ce}$, viene introdotta un'ulteriore limitazione dell'angolo d'inclinazione, quindi della capacità portante della trave. Combinando le equazioni 2.28 e 2.30 otteniamo la seguente espressione:

$$\tan \theta = \sqrt{\psi_e / (1 - \psi_e)} = \frac{\psi_e l b_a}{\phi_e d b_o}$$

Da cui deduciamo la quantità di armatura trasversale necessaria:

$$\psi_e = \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2\phi_e b_o d}{b_a l} \right)^2} \right] \quad 2.31$$

L'angolo massimo raggiungibile a determinate condizioni, per cui le diagonali cedano per raggiungimento di f_{ce} , viene determinato dall'intersezione della curva 2.31 con la retta di $\psi_e(\phi)$ corrispondente a $\tan \theta = 1$:

$$\phi_e^{max} = \frac{1 b_a l}{2 b_o d} \leq 0.5 \frac{f_c}{f_{ce}} \quad 2.32$$

Il limite $\phi_e^{max} \leq 0.5(f_c/f_{ce})$, imposto da riflessioni trattate nel caso di rottura a flessione, indica che a determinate condizioni l'angolo massimo θ_e^{max} , quindi il corrispettivo ψ_e^{max} , possono essere al di sotto dei valori (45° , 0.5).

L'angolo minimo raggiungibile, per cui le diagonali cedano per raggiungimento di f_{ce} , viene determinato dall'intersezione della curva 2.31 con la retta di $\psi_e(\phi)$ corrispondente a $\tan \theta = d/l$:

$$\phi_e^{min} = \frac{b_a}{b_o} \frac{l^2}{(d^2 + l^2)} \quad 2.33$$

Con l'ausilio di 2.31 è possibile determinare θ_e^{min} e ψ_e^{min} . La rappresentazione grafica mostra a quali condizioni di rapporto tra snellezza e b_o/b_a è possibile attendersi un cedimento contemporaneo delle armature e delle bielle inclinate a compressione.

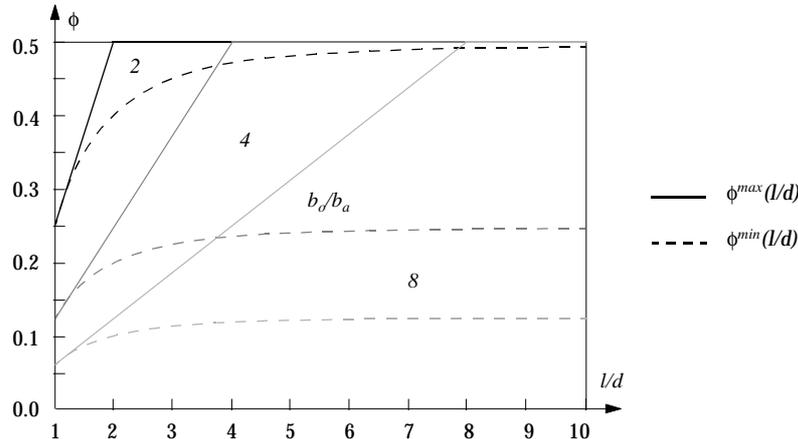


Fig. 2.22 ϕ_{min} e ϕ_{max} possibili in funzione della snellezza per vari b_o/b_a

Con le rappresentazioni grafiche seguenti s'intende analizzare l'influenza che i parametri di snellezza, della sezione di trasmissione di taglio o del contenuto d'armatura longitudinale esercitano sulla quantità di armatura trasversale necessaria. Inoltre cercheremo di mettere in luce per quale combinazione è d'attendarsi un determinato tipo di rottura.

L'analisi dei contenuti massimi e minimi ci suggerisce di raggruppare le considerazioni per tre casi, caratterizzati da un rapporto tra snellezza (l/d) e b_o/b_a uguale, minore e maggiore a uno.

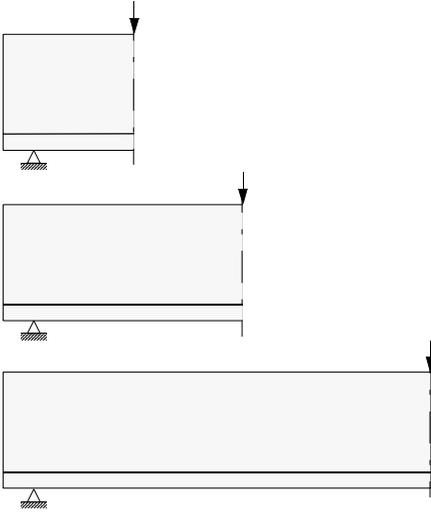
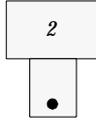
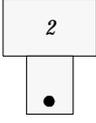
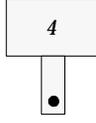
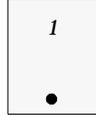
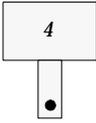
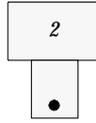
	A	B	C
l/d	b_o/b_a		
			
			
			
$(lb_o)/(db_o)$	1	1/2	2

Fig. 2.23 Casi considerati nell'analisi seguente

La prima rappresentazione grafica proposta, riassume le relazioni tra i parametri con un contenuto d'armatura longitudinale e trasversale per il caso A. Le rette descrivono le funzioni $\psi_e(\phi)$ secondo l'equazione 2.30 e sono caratterizzate dall'angolo d'inclinazione delle diagonali a compressione, il cui valore minimo consentito dipende dalla snellezza della trave. L'armatura longitudinale si snerva nella zona di momento massimo, mentre le staffe hanno raggiunto la resistenza plastica lungo tutta la campata di taglio. A partire da un determinato contenuto d'armatura longitudinale (ϕ_e^{min}), $\psi_e(\phi)$ viene influenzato dal raggiungimento della resistenza cilindrica ridotta nelle diagonali a compressione. Un aumento della capacità portante necessita, oltre che il normale aumento di ψ_e , di un'adattamento dell'inclinazione delle bielle. Assumendo il valore della compressione nelle diagonali uguale a f_{ce} , si ottiene automaticamente, con l'ausilio di 2.31, il valore minimo necessario di armatura trasversale, per poter raggiungere la completa resistenza a flessione desiderata. La compres-

sione presente nelle diagonali, dipendente dall'inclinazioni che esse assumono, viene descritta nel secondo diagramma.

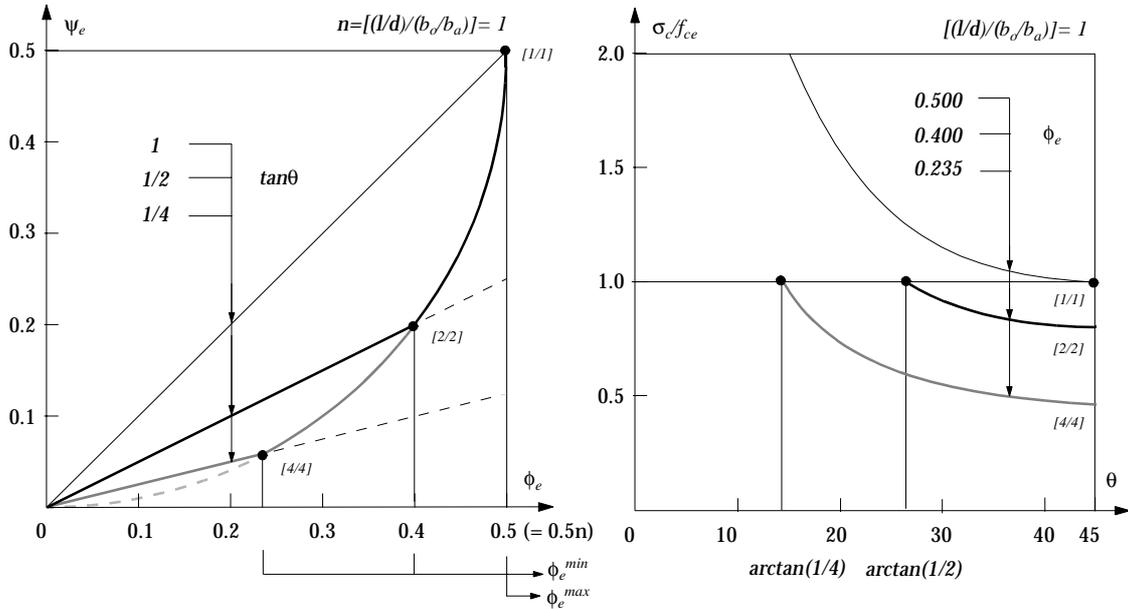


Fig. 2.24 Variazione del contenuto meccanico d'armatura ψ_e in funzione di ϕ_e , caso A

Per il *caso B* la resistenza cilindrica ridotta nelle diagonali a compressione viene raggiunta per dei contenuti d'armatura longitudinale più ridotti, a differenza del *caso C*, dove invece il collasso della trave è riconducibile quasi esclusivamente al raggiungimento della resistenza plastica nell'armatura. Il volume di calcestruzzo per la trasmissione delle forze di taglio è quasi sempre sufficiente, per cui la compressione rimane ben al di sotto del valore limite per tutti gli angoli possibili. Allora vale sempre 2.30 il cui minimo è $\psi_e = (b_o/b_a)(d/l)^2 \phi_e$, il cui massimo vale quando $\phi_e^{max} \leq 0.5(f_c/f_{ce})$.

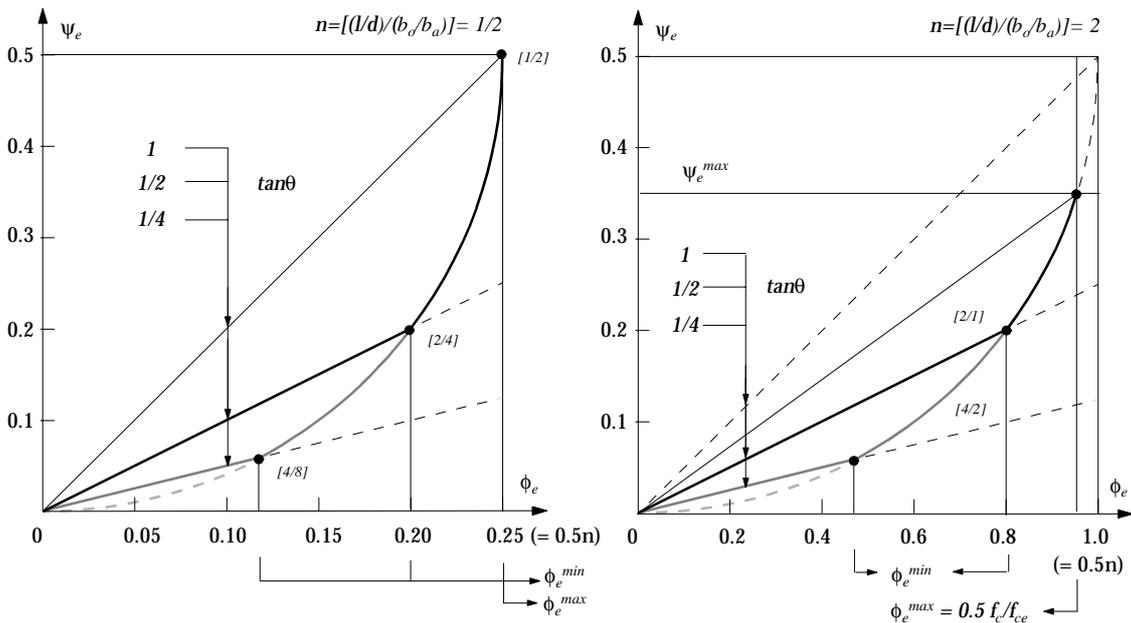


Fig. 2.25 Variazione del contenuto meccanico d'armatura ψ_e in funzione di ϕ_e , casi B e C

Analogamente è proponibile la rappresentazione che vede l'andamento della resistenza di taglio di una trave in funzione del contenuto geometrico d'armatura trasversale.

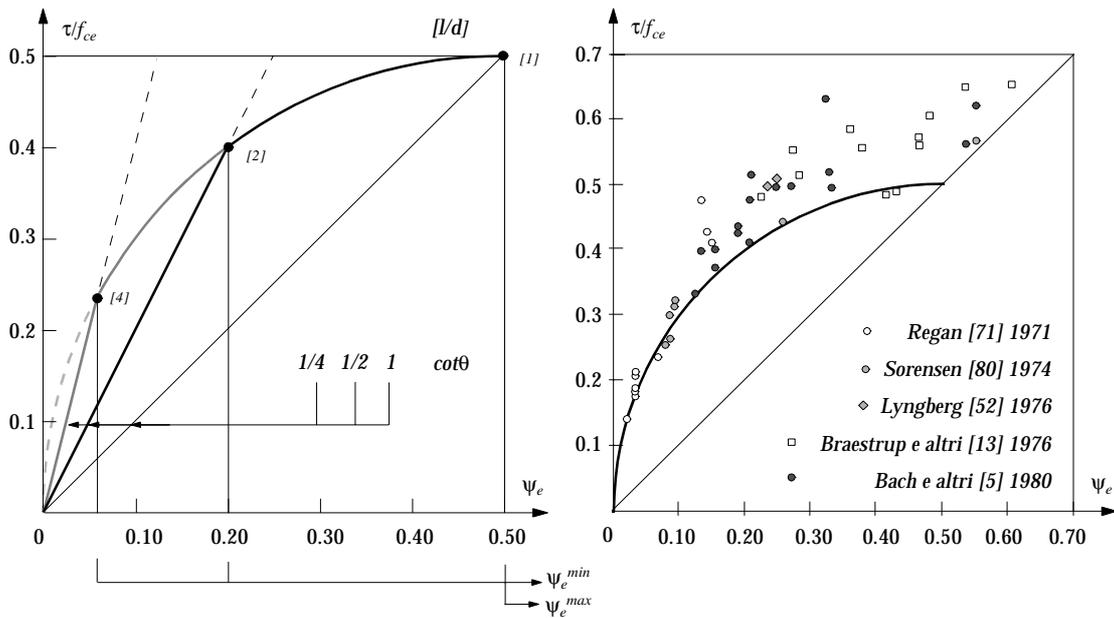


Fig. 2.26 τ/f_{ce} in funzione di ψ_e e risultati di esperimenti eseguiti a travi sollecitate a taglio

La figura rappresenta un cerchio nelle coordinate $(\psi_e, \tau/f_{ce})$ e corrisponde assai bene con il comportamento rilevato da una moltitudine di esperimenti eseguiti in modo indipendente.

Caso ③③

La rottura per il raggiungimento della tensione di snervamento dell'armatura a flessione nella zona di trasmissione di taglio, combinata al cedimento delle staffe e/o della biella inclinata a compressione, è riscontrabile quando la trave presenta una riduzione del contenuto d'armatura stesso lungo la campata. Essa non viene trattata in questo ambito perché, sebbene rappresenti un caso ricorrente per quanto riguarda il dimensionamento delle travi gettate monoliticamente, dove quindi le sollecitazioni dell'armatura a flessione subiscono una rapida diminuzione lungo la campata grazie proprio alla capacità dell'elemento di trasmettere taglio, non rappresenta il caso di una trave in presenza una fuga. In questo caso infatti, per permettere una redistribuzione adeguata delle forze a causa della perdita di resistenza di taglio in alcune zone della campata come vedremo più specificamente in seguito, si presuppone sempre un'armatura longitudinale costante lungo tutta la campata.

2.2.4 Conclusioni

In questa prima parte del capitolo si sono voluti elencare i meccanismi che portano al collasso una trave sottoposta ad un carico concentrato. La messa in evidenza dei parametri che contribuiscono alla resistenza, è voluta essere di proposito esaustiva. La comprensione del fenomeno di trasmissione dello sforzo di taglio servirà come base per affrontare le analogie, ma soprattutto le differenze, che si impongono nell'analisi della trave composta.

2.3 La trave a sezione mista

Nella struttura composta la sezione viene realizzata in componenti a seguito di due getti ben distinti nel tempo. Il secondo getto in particolare viene eseguito quando la prima componente si trova già in uno stato d'indurimento avanzato, e quindi non più in grado di interagire chimicamente e fisicamente con quello della seconda componente. Tra i due getti viene a crearsi una fuga che attraversa la diagonale a compressione, responsabile di trasmettere le forze tra i due elementi. Con il cedimento dell'adesione tra le due componenti, intervengono quegli scorrimenti relativi che influiscono sulla capacità di trasmissione di taglio della fuga. Oggetto di questa seconda parte del capitolo sarà quindi quello di dare un'indicazione dei parametri che influiscono sulla capacità di trasmissione di taglio della fuga. In seguito verrà esposta una possibile procedura di calcolo del carico di rottura, che pur basandosi sui principi esposti per la trave monolitica, tiene conto della redistribuzione della resistenza causata dalla presenza di una fuga. La procedura richiederà delle condizioni di trattamento superficiali della fuga stessa, come pure degli spezzoni di collegamento. Condizioni che verranno elencate in modo specifico.

2.3.1 Definizione e proprietà della fuga

Per il dimensionamento delle superfici di contatto (fughe) tra due elementi gettati susseguentemente le caratteristiche della superficie e di conseguenza il trattamento della stessa giocano un ruolo di primaria importanza. Fondamentalmente persiste un'evidente analogia con la problematica legata alla trasmissione delle forze attraverso le fessure. Tuttavia nel nostro caso specifico sarebbe errato considerare solo la ruvidità come fattore determinante per la capacità di trasmissione di taglio. Perlomeno di medesima importanza possiamo ritenere il *trattamento* della superficie dell'elemento preesistente nella fase antecedente il getto dello strato aggiuntivo. Per trattamento si intendono principalmente due azioni: la pulizia e l'idratazione della superficie.

- *Pulizia*: la presenza di impurità quali olio, polvere o sabbia, tende ad accumularsi nella parte inferiore delle concavità riducendone la loro profondità. In questo modo la capacità di trasmissione delle forze viene sostanzialmente ridotta.
- *Idratazione*: se la superficie dell'elemento preesistente risulta essere molto secca essa tende ad assorbire per forza capillare una notevole quantità di acqua dalla massa del nuovo calcestruzzo applicata. Particolarmente soggetta a questo fenomeno è lo strato di calcestruzzo aggiunto che viene a trovarsi in prossimità della fuga e che vedendosi alterare il contenuto acqua/cemento accusa una riduzione sostanziale della sua qualità proprio nella zona più importante. Nel caso di un'idratazione eccessiva dell'elemento preesistente, l'acqua non viene assorbita dai pori ma stagna nelle concavità, influenzando pure negativamente sul rapporto acqua/cemento del nuovo strato di calcestruzzo applicato in prossimità della fuga.

Riassumendo possiamo dire che le caratteristiche della ruvidità della superficie influiscono sulla componente della resistenza dovuta all'attrito. Il trattamento invece influenza la componente della resistenza dovuta all'adesione. Una superficie dalla ruvidità ottimale ma "sporca", e che non ha subito un'idratazione adeguata, tenderà ad avere una resistenza alla rottura, se provvista di armatura trasversale, simile a quella del medesimo grado di ruvidità ma "pulita". La separazione tra le due componenti, per cedimento dell'adesione, nel primo caso avverrà in seguito ad un carico ben più ridotto.

Procedura d'ottenimento della ruvidità

I metodi per ottenere una determinata ruvidità dipendono innanzitutto dallo stato d'indurimento del calcestruzzo. Se è previsto il trattamento di una superficie già dal momento del getto dell'elemento, allora è possibile intervenire applicando un' appropriata profilatura alla superficie del cassero oppure, come descritto da Daschner in [21], agendo sulla superficie tramite un elemento profilato (pettine) due o tre ore dopo il getto.

Di nostro interesse tuttavia sono soprattutto le procedure di trattamento per le superfici indurite. A questo proposito entrano in considerazione due metodi. La *sabbiatura* e l'*idrogetto ad elevata pressione*. Con la tecnica della sabbiatura vengono scagliate particelle di sabbia contro la superficie dell'elemento di calcestruzzo. La tecnica dell'idrodemolizione [27] prevede l'impiego di un getto d'acqua ad elevata pressione (~ 2'000 bar) mediante apparecchiature con uno o più ugelli.

Tipo di ruvidità, classificazione

Il meccanismo di trasmissione degli sforzi di taglio viene influenzato in modo determinante dalla *ruvidità*. Malgrado ciò solo pochi autori si sono occupati di effettuare esperimenti finalizzati ad una sua possibile classificazione. Laible [46], avanzando una descrizione qualitativa, differenzia tra una ruvidità locale (*micro-ruvidità*) ed una globale (*macro-ruvidità*).

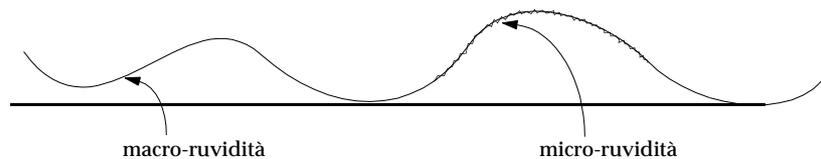


Fig. 2.27 Tipologia di ruvidità secondo Laible

Quale macro-ruvidità vengono definite le variazioni globali del profilo, caratterizzate da una più grande ampiezza della lunghezza d'onda, sulle quali si sovrappongono seguendone l'andamento le asperità locali (micro-ruvidità), più spigolose e di lunghezza d'onda molto più ridotta. Un'analisi quantitativa viene descritta dalle prescrizioni FIP [31], che prevede la misurazione della ruvidità come la deviazione standard delle differenze di profondità rilevate tra due punti di misurazione rispetto alla distanza intermedia prescritta. Nella norma tedesca DIN 4762 [25] vengono trasformati i punti di misurazione secondo una regressione lineare, che collegati tra di loro rappresentano il profilo di riferimento. L'integrale di superficie, che sorge tra il profilo effettivo e quello di riferimento, definisce la ruvidità media. Kupfer e altri [45] classificano invece la ruvidità dividendo la lunghezza effettiva del profilo con la lunghezza della retta di riferimento. Il valore privo di dimensioni che ne scaturisce viene definito come fattore di ruvidità. È possibile pure classificare il profilo ruvido di una superficie analizzando con una funzione d'analisi spettrale. Si tratta di un metodo applicato per l'analisi delle funzioni oscillatorie. La funzione non è che un'analisi di Fourier della funzione di autocorrelazione, la quale considera la variazione tra il profilo esistente e una retta di riferimento. Essa fornisce le informazioni sulla distribuzione, l'ampiezza o la frequenza oscillatoria (numero di punte per lunghezza unitaria) lungo la linea di misurazione. A questo scopo sono disponibili apparecchi ottici che, applicati ad una rotaia fissata alla superficie, sono in grado di trasmettere una grande quantità di dati relativi alle misurazioni del profilo, poi trasmessi ad un elaboratore. Nissen [67] cerca di attribuire al profilo ruvido un modello costituito dal susseguirsi di triangoli di base e di altezza qualsiasi. In seguito esprime le funzioni di densità dell'altezza e della base tra loro dipendenti, che possono essere riassunte da una funzione di densità unica. Con l'ausilio della funzione si possono calcolare in seguito i valori caratteristici della lunghezza di riferimento, dell'integrale di superficie tra la lunghezza di riferi-

mento e il profilo, ed infine il rapporto tra questi due ultimi valori, secondo le proposte di classificazione citate sopra.

Osservando i risultati del procedimento di irruvidimento adottato per la nostra serie d'esperimenti, ci siamo resi conto che una classificazione generale del grado di ruvidità in due classi risulta essere adeguata alle esigenze di valutazione. Inoltre la classificazione stessa è visualmente e quantitativamente determinabile in modo semplice. Il valore caratteristico che rappresenta la classe è affidato alla profondità media del profilo. Questa quantità è facilmente ottenibile ripartendo con un disco un volume conosciuto di sabbia di quarzo sulla superficie ruvida, fino a livellarla ed ad ottenere una superficie di sabbia quantificabile.

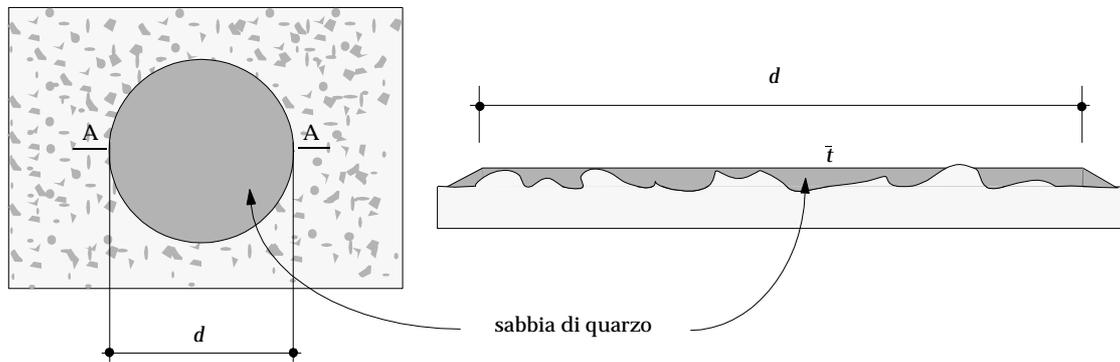


Fig. 2.28 Metodo di misurazione della profondità media

Dividendo la superficie di sabbia ripartita per il volume conosciuto si ottiene la profondità media della ruvidità. Gli esperimenti eseguiti ci forniscono i seguenti risultati:

Categoria	Definizione	Descrizione	\bar{t} [mm]
I	ruvidità lieve	allontanamento della pellicola cementizia nonché dei grani di sabbia superficiali	0.6 - 0.9
II	ruvidità accentuata	svincolamento degli inerti più grossi dalla matrice cementizia	3.0 - 4.0

I risultati ottenuti dagli esperimenti confermano che a queste due categorie di ruvidità corrispondono meccanismi di trasmissione di taglio sostanzialmente differenti. L'inconveniente principale di questo metodo di determinazione della profondità media è il limite d'applicazione alle superfici orizzontali. Abbiamo detto che le categorie di ruvidità proposte sono riconoscibili visualmente. A que-

sto proposito proponiamo le fotografie dei corpi trattati in occasione della serie di esperimenti eseguiti.

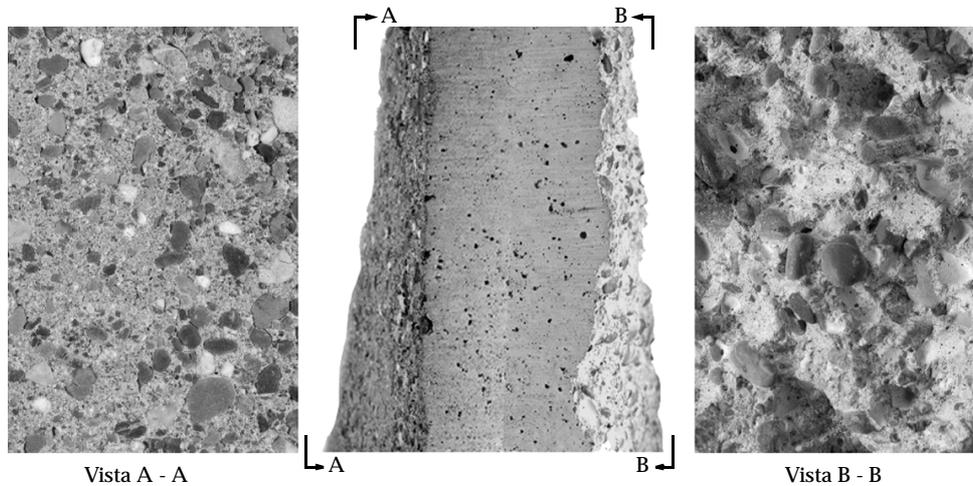


Fig. 2.29 Ruvidità lieve e ruvidità accentuata

Spezzoni di collegamento

In generale s'intende per spezzoni di collegamento un'armatura perpendicolare attraversante la fuga, sufficientemente ancorata nei rispettivi elementi in modo da garantirne il raggiungimento della tensione di snervamento. Proprio questa esigenza di ancorare completamente la forza dello spezzone di collegamento nel calcestruzzo richiede alcuni accorgimenti costruttivi adeguati. Da un lato infatti lo spezzone deve essere ancorato nella massa di calcestruzzo indurito, dall'altro invece l'ancoraggio può venir realizzato, se le condizioni di spazio lo permettono, con gli accorgimenti classici adottati nella massa di calcestruzzo fresco. Spesso parlando di spezzoni di collegamento si ha la tendenza ad intendere il contributo locale attraverso la fuga. Tuttavia proprio perché il loro compito si esaurisce localmente, non si deve dimenticare il problema della trasmissione di taglio globale per l'elemento portante. L'idealizzazione di un traliccio resistente che si oppone ai carichi agenti, esige la ricerca di un determinato equilibrio tra gli elementi a trazione e a compressione coinvolti. Ciò significa che se le condizioni lo esigono, la sospensione della forza di taglio lungo la campata deve essere garantita per tutta l'altezza statica. Si pensi ad esempio a quegli elementi provvisti di staffe verticali, la cui applicazione di uno strato aggiuntivo di calcestruzzo è finalizzata per raggiungere un aumento della resistenza a flessione, oppure ad elementi già provvisti di staffe verticali ai quali viene applicato uno

strato aggiuntivo di calcestruzzo, dove quindi la trasmissione delle forze tra le staffe e gli spezzoni deve essere garantita.

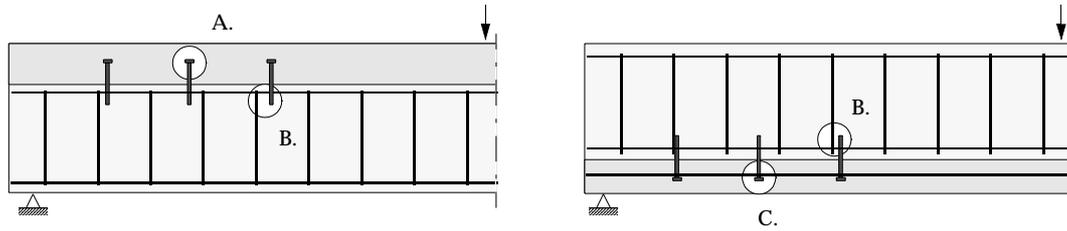


Fig. 2.30 Punti deboli dell'ancoraggio di uno spezzone locale

1. *Ancoraggio nel calcestruzzo indurito*: in questo caso l'elemento di calcestruzzo esistente deve venir perforato. La trasmissione delle forze allo spezzone di collegamento avviene sostanzialmente per adesione al calcestruzzo circostante (tramite leganti chimici o saldatura) oppure, dove le condizioni lo permettono, è possibile ancorare la forza tramite una piastra. Quest'ultima soluzione necessita di un foro che attraversa tutto l'elemento, che se da un lato potrebbe farla sembrare più esposta agli influssi negativi degli agenti esterni, dall'altro l'accessibilità ne garantisce la possibilità di controllo.

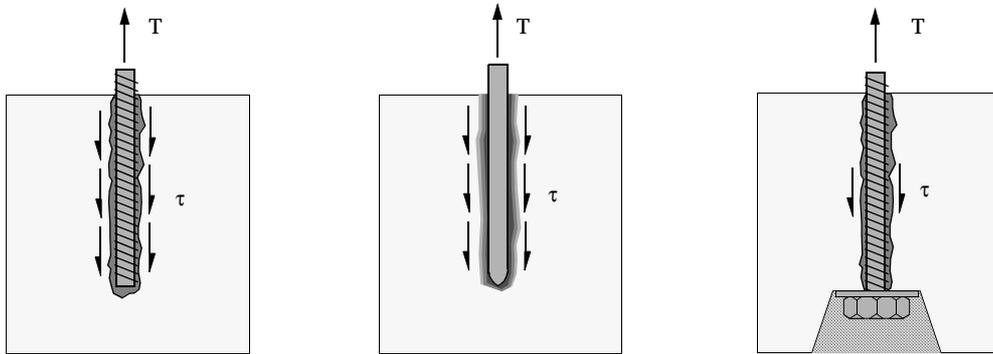
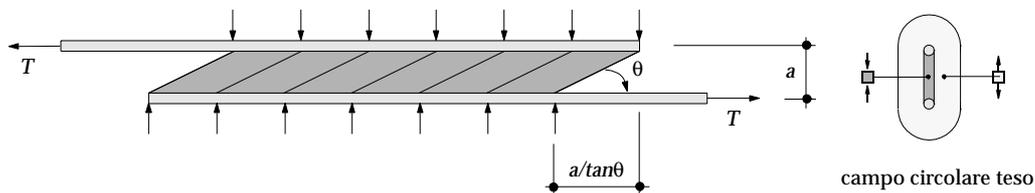


Fig. 2.31 Tipi d'ancoraggio dello spezzone nell'elemento indurito

Quando lo spezzone non copre completamente l'altezza statica sorge un problema di trasmissione (B.) della tensione verticale tra le staffe e il tassello. La trasmissione è possibile sostanzialmente se si realizza un campo a compressione diagonale la cui componente laterale è equilibrata da un campo circolare teso, garantito dalla resistenza a trazione del calcestruzzo. La resistenza



di una tale sovrapposizione dipende oltre che dalla lunghezza di sovrapposizione, dalla resistenza del campo circolare teso, quindi dalla superficie di calcestruzzo disponibile (copertura dell'acciaio) e dalla caratteristica del

calcestruzzo. Inoltre, per questo genere di ancoraggio, è da rilevare come la fessurazione sia un elemento di disturbo non trascurabile. Particolarmente soggetti sono gli ancoraggi che si situano nella zona caratterizzata da fessure diagonali di taglio. Per ovviare a questo inconveniente è possibile concentrare, come si vedrà in seguito, il posizionamento dei tasselli nelle zone prossime agli appoggi.

2. *Ancoraggio nel calcestruzzo fresco*: la parte di spezzone che si ritrova immersa nello strato di calcestruzzo fresco beneficia di una naturale adesione sicuramente influenzata positivamente dalla profilatura. Per esso valgono le norme che regolano la lunghezza d'adesione o gli altri accorgimenti previsti dalle norme stesse. Con l'impiego di tasselli come spezzoni di collegamento, la presenza di un dado contribuisce sì ad aumentare la forza di estrazione del tassello, tuttavia spesso una lunghezza d'adesione insufficiente causa una rottura di punzonamento, caratterizzata dalla formazione di un tronco cono. Per garantire un'adeguata trasmissione delle forze dalla biella inclinata alle armature, l'estremità del tassello (C.) deve essere posata in modo da permettere la formazione di un cono di pressione con un angolo di $30^\circ - 45^\circ$ come indicato nella figura seguente.

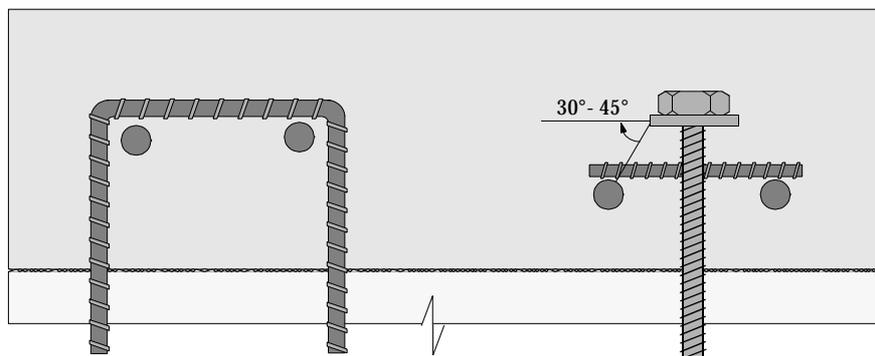


Fig. 2.32 Possibile ancoraggio dello spezzone nell'elemento aggiunto

L'azione concentrata del tassello genera tensioni laterali nel piano orizzontale che evidentemente devono essere in ogni caso equilibrate da un'apposita armatura trasversale.

Formulazione delle condizioni ideali

Il trattamento singolo delle caratteristiche dei parametri che influiscono sulla capacità di trasmissione di taglio di una fuga, non rappresenta che un'aspetto dell'analisi. Più importante risulta sapere, ai fini della comprensione del mecca-

nismo stesso di trasmissione, quale sia la combinazione ritenuta ideale. In generale si può presentare la seguente casistica:

ruvidità	senza spezzoni	con spezzoni
lieve	A	B
accentuata	A	C

In assenza di un'armatura attraversante la fuga (A), la resistenza di taglio è affidata esclusivamente all'adesione che viene ad instaurarsi tra le due componenti di calcestruzzo. Si tratta in generale di una forza d'attrazione intermolecolare. Gli atomi o le molecole del corpo dispongono infatti di un'energia potenziale in funzione della distanza tra di loro. Chimicamente viene fatta differenza tra coesione e adesione. Si parla di *coesione* quando sono considerate forze d'attrazione intermolecolari dello stesso corpo, di *adesione* invece quando sono implicati atomi o molecole di materiali differenti. Nel nostro caso specifico, malgrado il materiale delle due componenti sia il medesimo, proprio perché il processo d'indurimento delle molecole adiacenti alla fuga avviene in tempi differenti, si parlerà di adesione, così da distinguerla dalla coesione che caratterizza per contro le molecole dell'elemento gettato monoliticamente. Come la coesione, l'adesione che viene ad instaurarsi tra le due componenti di calcestruzzo presenta una grande dispersione per quanto concerne i suoi valori caratteristici, dovuta tra l'altro, come già accennato, alla qualità del trattamento effettuato alla superficie preesistente. Gli esperimenti eseguiti mostrano chiaramente che in condizioni ottimali di trattamento la forza di adesione non è sostanzialmente inferiore a quella di coesione di un elemento di calcestruzzo di riferimento. Inoltre la resistenza dovuta all'adesione è indipendente dalla ruvidità. Questo fatto è probabilmente da ricondurre al maggior danno subito dalla superficie di ruvidità accentuata, che compensa la componente favorevole dovuta alla maggior superficie di adesione disponibile. Il cedimento dell'adesione presenta inoltre caratteristiche di rottura fragile. Per questi motivi, viene escluso il suo approfondimento nella nostra analisi, che ricordiamo volge a definire per quali combinazioni di parametri possiamo prevedere con una certa affidabilità il cedimento di un elemento composto.

La presenza di spezzoni di collegamento che garantiscono la mobilitazione di una pressione normale alla fuga garantisce l'attivazione della resistenza dovuta all'attrito. Nel caso di una superficie caratterizzata da una lieve ruvidità (B), questo contributo è trascurabile. Al cedimento dell'adesione interviene uno scorrimento relativo al quale non corrisponde un'apertura della fuga sufficiente da mobilitare la necessaria tensione negli spezzoni di collegamento, in modo che sulla fuga possa agire una pressione tale da generare una resistenza per attrito, la quale possa essere in grado di coprire la componente ormai annullatasi dell'adesione. Si rileva dunque un cedimento improvviso alquanto fragile. In questo caso l'unica componente in grado di offrire un contributo è la resistenza

di taglio stessa dello spezzone (effetto spinotto). L'analogia con il problema degli elementi composti acciaio-calcestruzzo è lecita. Tuttavia la quantità di spezzoni necessaria per ottenere una resistenza di taglio diventa improponibile per due motivi. Dal profilo economico e dalla presenza di un elevato quantitativo di spezzoni nella componente preesistente, la quale comporta un'indebolimento della struttura con tutte le conseguenze del caso.

Quando alla presenza di spezzoni di collegamento si associa la ruvidità accentuata della superficie (C) si realizzano le *condizioni ideali* per una trasmissione di taglio adeguata. In questo caso ad uno scorrimento relativo delle due componenti corrisponde un'apertura della fuga tale da consentire la mobilitazione delle tensioni negli spezzoni. Per questo motivo si è ritenuto di continuare l'analisi esclusivamente analizzando gli esperimenti a queste condizioni. Condizioni che sono date per scontate per le riflessioni che seguiranno.

2.3.2 Influenza degli scorrimenti

È opinione riconosciuta che gli scorrimenti relativi tra i due elementi riducono la capacità di trasmissione di taglio di una superficie di collegamento. Ad essi corrisponde una separazione degli elementi che d'altro canto attiva la forza degli spezzoni di collegamento.

Considerazioni generali

In questo paragrafo cercheremo di trattare gli argomenti legati alla *duttilità* del comportamento della resistenza durante la fase di snervamento dell'armatura trasversale, alla *capacità di trasmissione di taglio* della fuga rispetto all'elemento monolitico che cede per raggiungimento della resistenza cilindrica ridotta nella diagonale a compressione (τ_{teo}/f_{ce}), ed infine all'*influenza dello scorrimento* entro un suo limite indicativo sulla capacità stessa. Gli esperimenti sui quali baseremo le nostre riflessioni possono essere suddivisi in due categorie. Quelli eseguiti a corpi di taglio e quelli costituiti da travi provviste di una fuga lungo tutta la campata. Le indicazioni che si possono trarre sono tuttavia a nostro modo di vedere esclusivamente di carattere qualitativo. Da un lato infatti nei corpi di taglio, pur essendo attendibili le relazioni tra la tensione e lo scorrimento, l'elevata concentrazione di tensioni che viene ad instaurarsi in elementi dalle dimensioni piuttosto ridotte, mette in discussione l'estrapolazione delle leggi di comportamento per i casi più generali. Non da ultimo una moltitudine di esperimenti è stata eseguita in condizioni di confinamento costante (corpi prefessurati), oppure sotto l'azione di una pressione normale costante controllata esternamente, ciò che rende l'esperimento ancor più discosto dalle condizioni riscontrabili in realtà. D'altro canto gli esperimenti eseguiti sulle travi composte, la dimensione della superficie di trasmissione di taglio fa sì che i risultati siano

meno influenzati dalle concentrazioni di tensioni. Tuttavia le indicazioni dello scorrimento sono spesso locali, mentre il valore posto in relazione della tensione tagliante risulta essere una media distribuita su tutta la campata.

Quello che s'intende per duttilità è la capacità della fuga, una volta raggiunta la tensione di snervamento dell'armatura trasversale, di mantenere la resistenza costante in funzione dello scorrimento crescente. In altre parole, raggiunta la fase di plasticizzazione dell'armatura, la forza agente non può più essere incrementata, mentre le deformazioni di riferimento, in questo caso lo scorrimento relativo, assume valori ragguardevoli rispetto allo scorrimento a cui fa capo un aumento lineare elastico della forza.

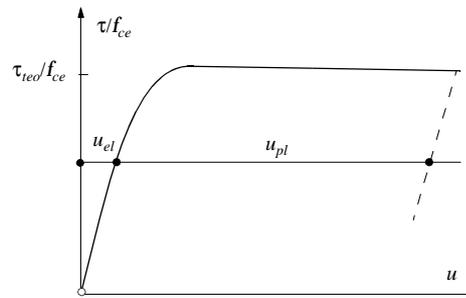


Fig. 2.33 Capacità di trasmissione di taglio in funzione dello scorrimento idealizzata

Fondamentale per esprimere un giudizio sulla duttilità risulta definire quale sia il rapporto minimo tra scorrimenti plastici e scorrimenti reversibili (u_{pl}/u_{el}). Come vedremo in seguito questo problema pone alcuni difficoltà, in quanto la duttilità sembra influenzata in modo determinante dal tipo di esperimento eseguito.

Il cedimento rilevato interessa la resistenza di taglio, per cui ci sembra adeguato utilizzare come termine di riferimento la resistenza cilindrica ridotta proposta in fronte al capitolo, la quale definisce la capacità di un equivalente elemento gettato monoliticamente. Viene presa in considerazione la proposta di Muttoni in [64], che equivale a:

$$f_{ce} = 0.6f_c \quad f_c \leq 20 \text{ [MPa]}$$

$$f_{ce} = 0.6 \cdot 20 \left(\frac{f_c}{20} \right)^{2/3} \quad f_c > 20 \text{ [MPa]}$$

L'influenza degli scorrimenti sulla capacità resistente è strettamente legata alla duttilità.

Esperimenti eseguiti a corpi di taglio

Come ampiamente descritto nel capitolo 1 è possibile individuare, sulla base di una moltitudine di esperimenti eseguiti indipendentemente dai vari autori, una relazione tra le tensioni normali, quelle di taglio, gli scorrimenti e l'apertura

della fuga. Rappresentativi in materia sembrano essere gli esperimenti eseguiti da Walraven, Daschner e Nissen, descritti in modo dettagliato nel capitolo 1. La pressione normale alla fuga è esercitata da un'armatura posta perpendicolarmente al piano (Walraven), oppure da una forza esercitata esternamente (Daschner e Nissen). Per l'analisi proposta sono stati presi in considerazione esclusivamente esperimenti dove la pressione normale esercitata (ψ_e) è inferiore a 0.5, in modo da poter paragonare i risultati della resistenza misurati dagli sperimentatori (τ_m) con quella teorica (τ_{teo}) di un'equivalente elemento gettato monoliticamente, descritta dall'equazione 2.28, che assume il cedimento per raggiungimento della resistenza cilindrica ridotta nelle diagonali a compressione, contemporaneamente allo snervamento dell'armatura trasversale.

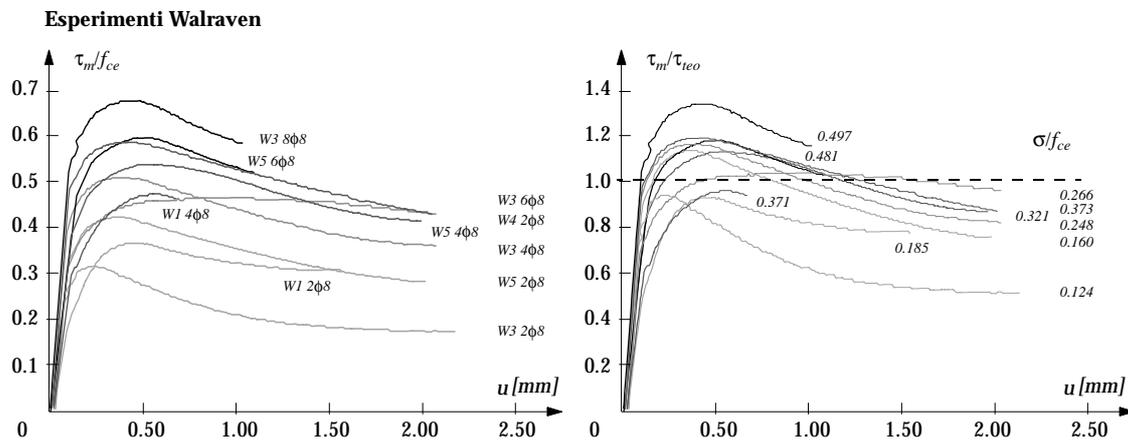


Fig. 2.34 Resistenza di taglio in funzione degli scorrimenti rilevata sperimentalmente

I grafici relativi agli esperimenti eseguiti da Walraven dimostrano che l'armatura trasversale necessita di uno scorrimento (al quale corrisponde un'apertura della fuga), perché le forze di compressione possano essere mobilizzate. La resistenza massima si manifesta per scorrimenti pari a circa 0.4 - 0.6 mm. Aumentando gli scorrimenti si assiste ad una riduzione della resistenza di taglio che sembra incidere in modo equo, indipendentemente dalla pressione normale esercitata sulla fuga. Tuttavia per pressioni normali medio basse, nella fase di mobilitazione delle tensioni, il valore della resistenza di riferimento viene a malapena raggiunto ed in seguito con l'aumento degli scorrimenti si accusano riduzioni del 30% - 40%. Per valori medio alti della pressione normale, a scorrimenti di 0.3 - 0.6 mm viene attivata una resistenza superiore a quella di riferimento del 10% - 30%, per cui la riduzione che ne segue determina una resistenza finale prossima a quella di riferimento. È da sottolineare che in questo caso il cedimento avviene per scorrimenti più ridotti.

I risultati ottenuti dagli esperimenti eseguiti in modo indipendente da Daschner e Nissen, come detto in presenza di una pressione normale esercitata esternamente, mostrano un andamento qualitativo simile, nel caso di Daschner però con una dispersione dei risultati più elevata. Nissen purtroppo pubblica i risul-

tati relativi a degli scorrimenti limitati ad 1 mm, tralasciando di fornire indicazioni sull'importante fase di cedimento.

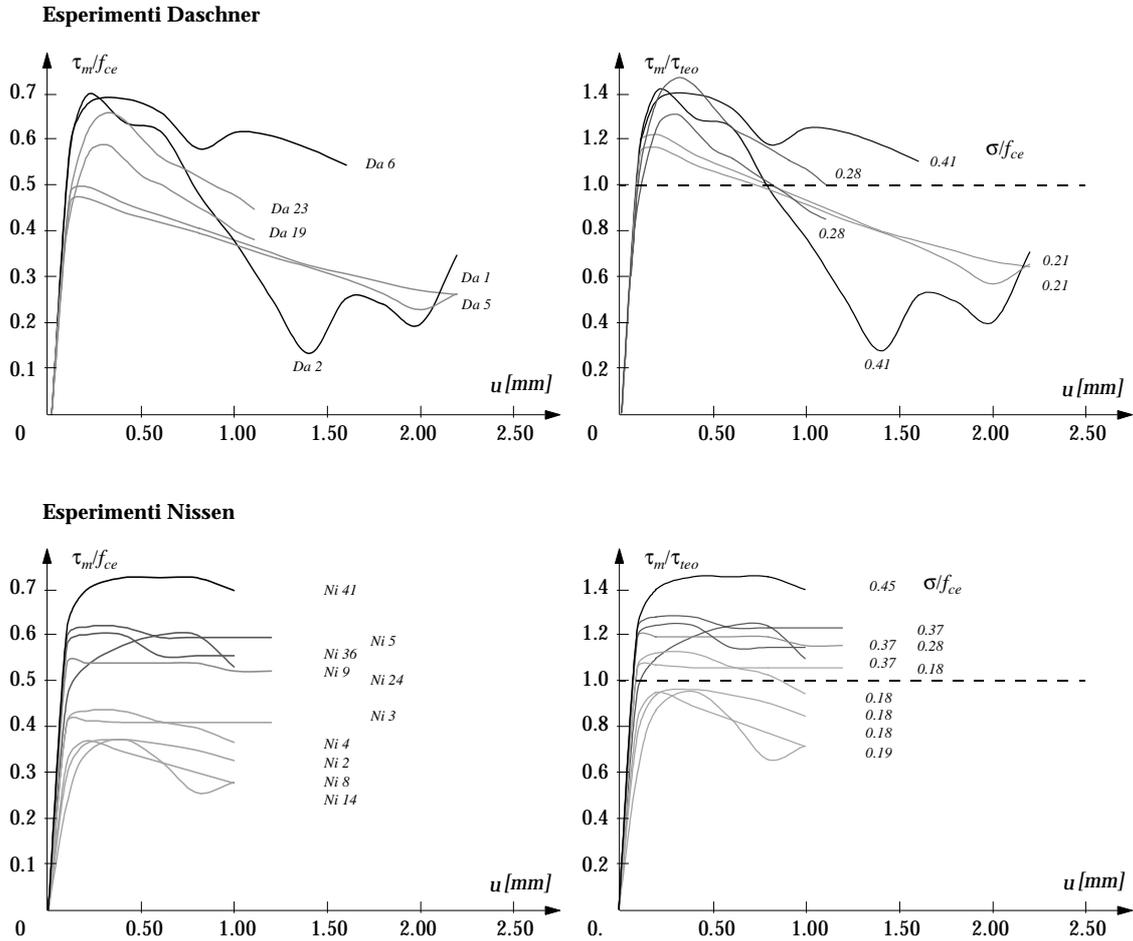


Fig. 2.35 Resistenza di taglio in funzione degli scorrimenti rilevata sperimentalmente

Riassumendo possiamo osservare che i risultati degli esperimenti eseguiti a corpi di taglio dalle dimensioni relativamente ridotte, denotano una certa dispersione. Per valori medio bassi della pressione normale bisogna rilevare una riduzione piuttosto accentuata della capacità resistente in funzione dell'aumento dello scorrimento rispetto alla resistenza di riferimento di un elemento gettato monoliticamente. Per valori medio alti invece della pressione, la resistenza pur soggetta ad una riduzione si attiene al di sopra del valore di riferimento dell'elemento monolitico, tuttavia il cedimento avviene per scorrimenti più ridotti. Da notare che gli esperimenti considerati sono eseguiti in presenza di superfici di contatto prefessurate. Sull'asta ascendente della curva in effetti non si rileva il contributo dell'adesione.

Le osservazioni qui addotte vogliono essere intenzionalmente qualitative, in quanto riteniamo la concentrazione di tensioni che viene a crearsi in questi corpi sperimentali sia responsabile di un comportamento assai eterogeneo, inoltre la capacità di redistribuzione delle resistenze lungo la fuga viene praticamente esclusa, o comunque estremamente limitata, soprattutto per pressioni normali elevate. D'altro canto va fatto rilevare che proprio a causa delle dimensioni

ridotte lo scorrimento è in diretta relazione con una determinata tensione tagliante. Nel caso di travi composte invece la tensione tagliante è sempre calcolata globalmente sulla base del carico agente e della geometria della sezione, mentre le misurazioni degli scorrimenti sono locali. La resistenza di taglio calcolata non rappresenta quindi per forza il valore effettivo presente nel punto di misurazione dello scorrimento, ma è un valore medio distribuito su tutta la lunghezza della trave.

Esperimenti eseguiti a travi composte

A conferma delle nostre supposizioni vengono addotte rappresentazioni grafiche di misurazioni effettuate su travi composte le cui dimensioni della superficie di trasmissione di taglio sono sostanzialmente maggiori.

Gli esperimenti sono documentati da Loov e Patnaik [49] e riassunti nell'appendice. Le travi sono provviste di un'armatura trasversale costituita da staffe saldamente ancorate nel calcestruzzo adiacente, che grazie alla ruvidità presente sulla relativa superficie di trasmissione, raggiunge la completa tensione di snervamento. Nei grafici seguenti vengono distinte le travi il cui cedimento è da attribuire al raggiungimento della resistenza di taglio e quelle travi invece il cui carico di rottura è prossimo alla capacità a flessione.

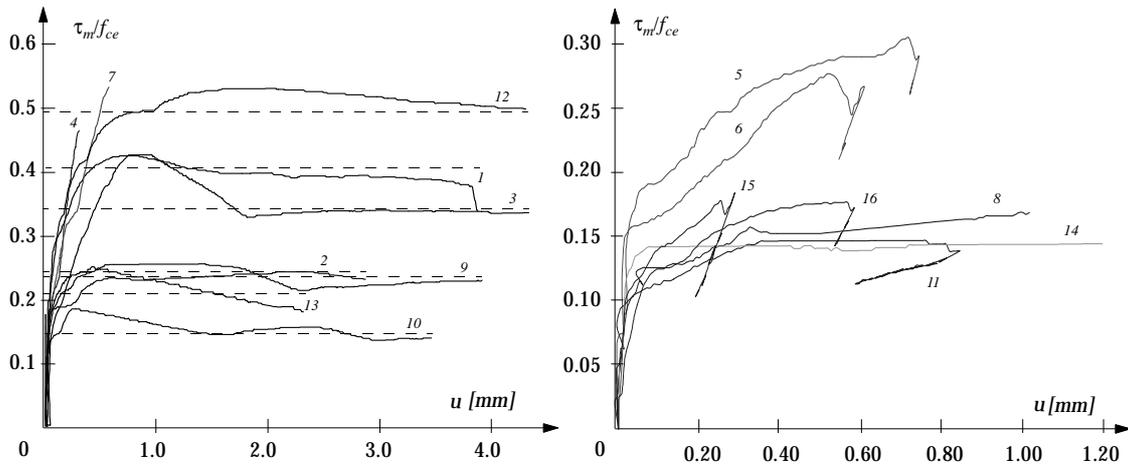


Fig. 2.36 Resistenza di taglio in funzione degli scorrimenti rilevata sperimentalmente

Le rappresentazioni si riferiscono agli scorrimenti massimi rilevati, che come osserva l'autore e in coincidenza con le rilevazioni dai nostri esperimenti, si manifestano in prossimità del quarto di campata. Lo sforzo di taglio messo in relazione è invece calcolato globalmente, per cui il comportamento molto più duttile rispetto ai corpi di taglio è sicuramente da ricondurre al fatto che nelle travi provviste di una superficie di trasmissione di taglio ben maggiore si assiste ad una evidente redistribuzione delle resistenze. Qualitativamente è possibile rilevare una caratteristica trilineare delle curve, in contrasto con quella bilineare

riscontrata dagli esperimenti eseguiti a corpi di taglio. Solo una conclusione affrettata indurrebbe a rilevare una contraddizione tra esse.

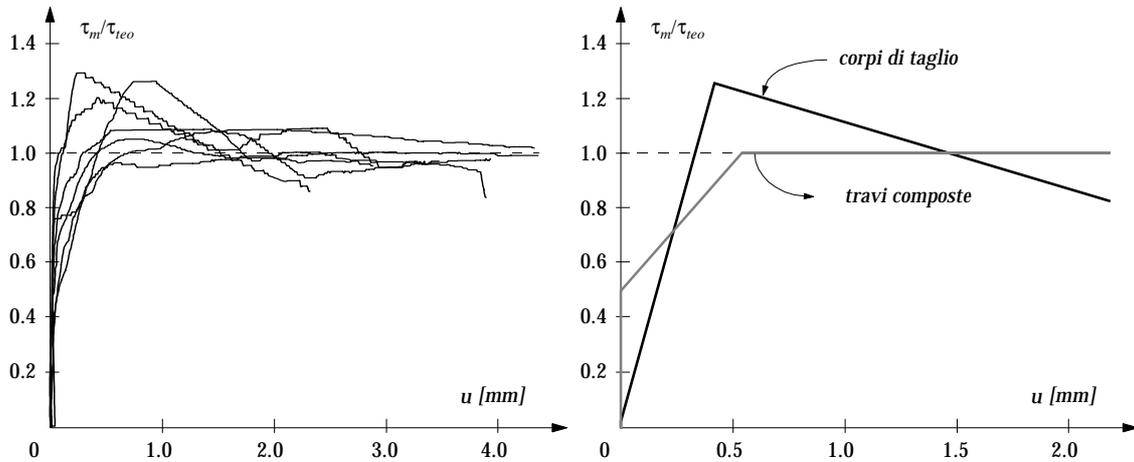


Fig. 2.37 Resistenza di taglio effettiva / teorica in funzione degli scorrimenti

In effetti, come è stato osservato in precedenza, gli esperimenti sui corpi di taglio considerati sono stati eseguiti partendo da una situazione di superficie di contatto prefessurata. Le curve che ne descrivono il comportamento, a differenza di quelle che caratterizzano le travi di Patnaik e Loov, non rilevano dunque il contributo dovuto all'adesione rappresentato dall'asta verticale. La fase caratterizzata da un aumento lineare elastico della tensione tagliante rispetto allo scorrimento, è rilevabile in ambedue i tipi d'esperimento. Da questo punto di vista tuttavia lo scorrimento indicato per la trave rappresenta quanto avviene nella zona dove i valori misurati sono maggiori ed è comunque una misura locale. La tensione tagliante con la quale è messo in relazione invece non è che una media calcolata lungo tutta la campata. Da qui si spiega la differente inclinazione della retta che rappresenta la fase lineare elastica d'aumento delle tensioni. Raggiunta la fase di plasticizzazione degli spezzoni di collegamento, mentre rileviamo un lieve ma evidente calo della resistenza per il corpo di taglio, i dati concernenti le travi sembrano descrivere un comportamento alquanto duttile. Il fenomeno è da attribuire alla capacità di un tale elemento di ridistribuire le resistenze lungo la sua maggiore superficie di trasmissione di taglio.

Scorrimenti possibili per una trave sottoposta a carico concentrato

Viste qualitativamente le relazioni che sussistono tra gli scorrimenti e la resistenza di taglio di una fuga, può essere di un certo interesse, perlomeno dal punto di vista della valutazione dei risultati sperimentali, cercare di approssimare, conosciuto il sistema statico, gli ordini di grandezza degli scorrimenti che intercorrono. Osservando le deformazioni specifiche a varie quote della sezione lungo tutto l'asse longitudinale della trave impiegata per gli esperimenti eseguiti presso l'Istituto d'Ingegneria Strutturale, è possibile rilevare informazioni

relative alla curvatura. Sostanzialmente è possibile raggruppare in tre categorie le curvature tipiche rilevate, che corrispondono alle zone dove si accumula uno scorrimento relativo positivo ($u' = du/dx = \varepsilon_c^{sup} - \varepsilon_c^{inf}$) della superficie superiore rispetto a quella inferiore (zona C), dove praticamente u' è uguale a zero (zona B) e dove invece $\varepsilon_c^{sup} < \varepsilon_c^{inf}$ (zona A). La curvatura teorica è ritenuta quella definita dal prolungamento lineare delle misurazioni delle deformazioni specifiche nella zona compressa, priva quindi di fessure.

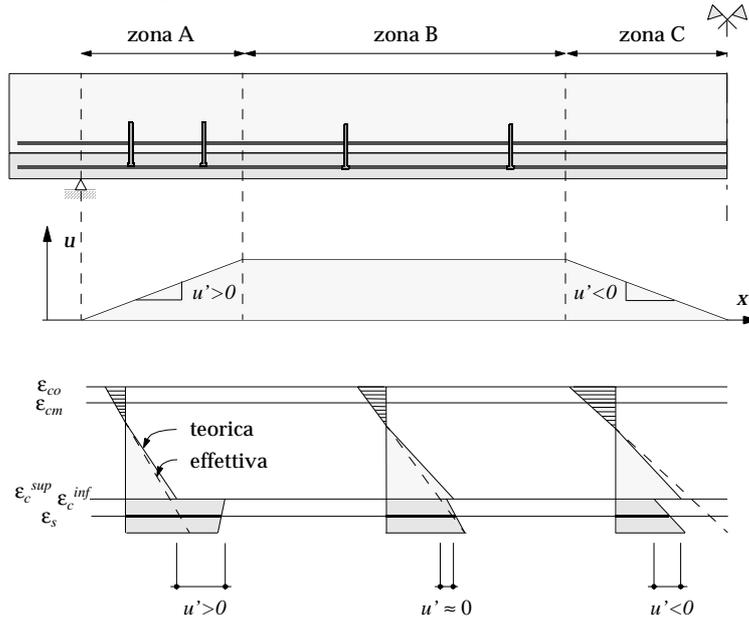


Fig. 2.38 Distribuzione idealizzata degli scorrimenti e curvature tipiche rilevate

Intanto una prima importante osservazione dalla descrizione del comportamento osservato è che una volta che intervengono degli scorrimenti, il postulato di Navier-Bernoulli che prevede il mantenimento delle sezioni piane non può essere considerato valido per le singole sezioni. Tuttavia se si considera la trave globalmente, ci s'accorge che al centro, per ragioni di simmetria, e alle estremità, a causa di un'elevata concentrazione di compressioni normali alla fuga, i movimenti relativi sono nulli. L'applicazione dunque delle leggi che mettono in relazione il momento flettente M , la curvatura $1/r$ e la freccia δ , come integrale sulla distanza longitudinale, possono essere ritenute valide. A questo punto è possibile approssimare un valore massimo dello scorrimento relativo basandoci sulle ipotesi seguenti:

1. La forza di trazione nello strato aggiuntivo è costante su tutta la lunghezza della trave. La trasmissione di taglio è concentrata alle estremità e nulla nella zona intermedia. Da cui gli allungamenti possibili delle fibre dello strato aggiuntivo sotto la fuga sono ripartiti uniformemente sulla lunghezza della trave.
2. Gli allungamenti possibili delle fibre dell'elemento preesistente sopra la fuga, si accumulano a metà trave, così che per il tratto rimanente le fibre, a causa

della mancanza di resistenza al taglio, possono accorciarsi nella loro dimensione originaria.

3. Le deformazioni vengono calcolate per una trave considerandone la rigidezza completamente fessurata (stadio II).

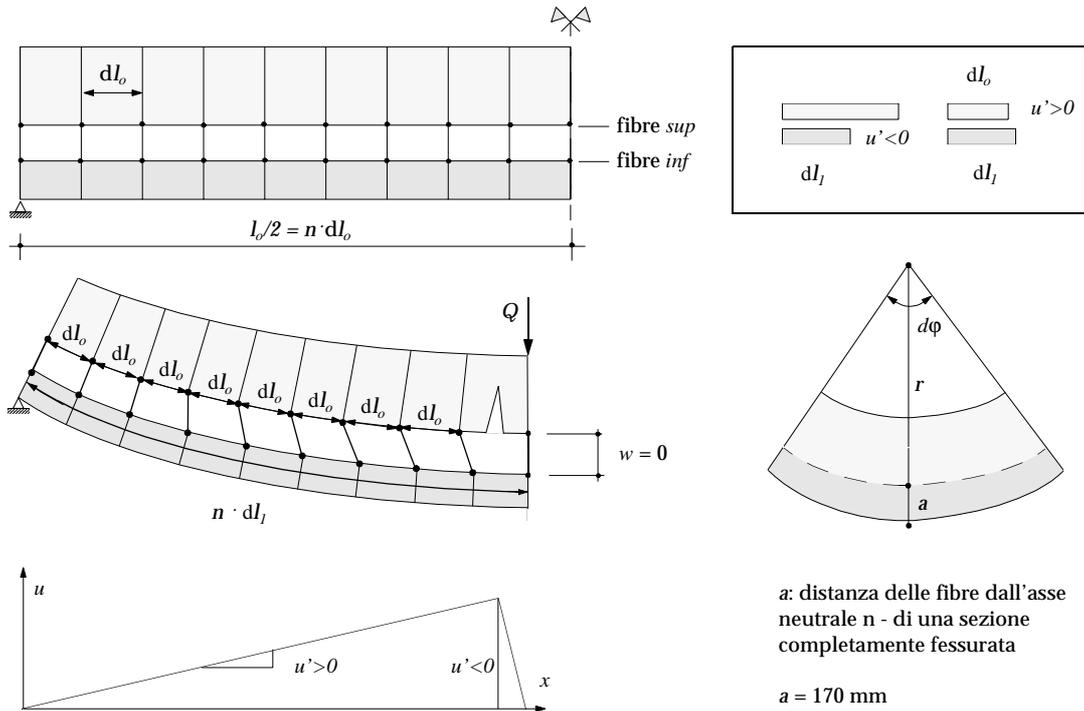


Fig. 2.39 Modello per la determinazione dello scorrimento massimo

L'allungamento delle fibre può essere espresso, sulla base delle relazioni conosciute momento/curvatura, nel modo seguente:

$$dl_1 = (r + a)d\varphi \quad l_1 = \int (r + a)d\varphi \quad r = \frac{EI}{M}$$

dividendo per dx : $\frac{l_1}{dx} = \int \left(\frac{EI}{M} + a \right) \frac{d\varphi}{dx} \quad \frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{r} = \frac{M}{EI}$

si ottiene che: $l_1 = \int \left(1 + \frac{Ma}{EI} \right) dx$

nel nostro caso il momento è: $M(x) = \frac{Q}{2}x$

lo scorrimento massimo è: $u_{max} = l_1 - l_0$

L'ipotesi che prevede la concentrazione di tutti gli scorrimenti relativi nei pressi della mezzaria della trave è sicuramente sfavorevole. Più consona al comportamento osservato durante la sperimentazione risulta una ripartizione degli scor-

rimenti massimi lungo una zona, la cui dimensione influisce sul valore massimo raggiungibile dagli scorrimenti relativi.

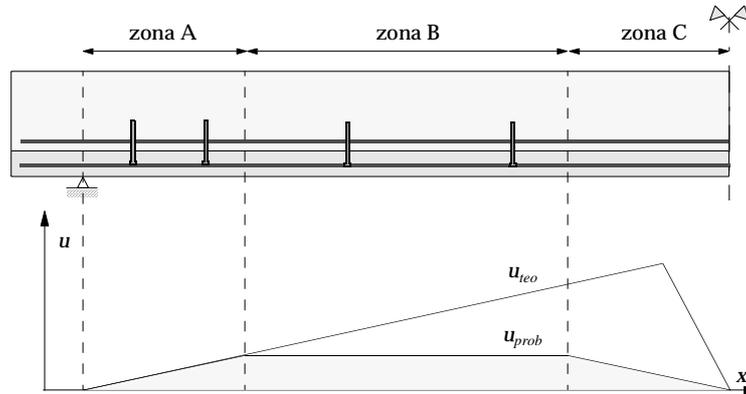


Fig. 2.40 Valutazione dello scorrimento u probabile in presenza di attrito

L'ipotesi che prevede il raccorciamento delle fibre superiori nella loro dimensione originaria, una volta che tutto lo scorrimento relativo si concentra nei pressi della mezzaria, si applica a travi il cui strato aggiunto teso è piccolo rispetto a quello dell'elemento preesistente compresso. Nel caso contrario, dove lo strato aggiunto dall'altezza ridotta rispetto a quella dell'elemento preesistente rappresenta la biella compressa della trave, le fibre superiori si assumono raccorciate su tutta la lunghezza in funzione della compressione presente in mezzaria e il rispettivo modulo d'elasticità.

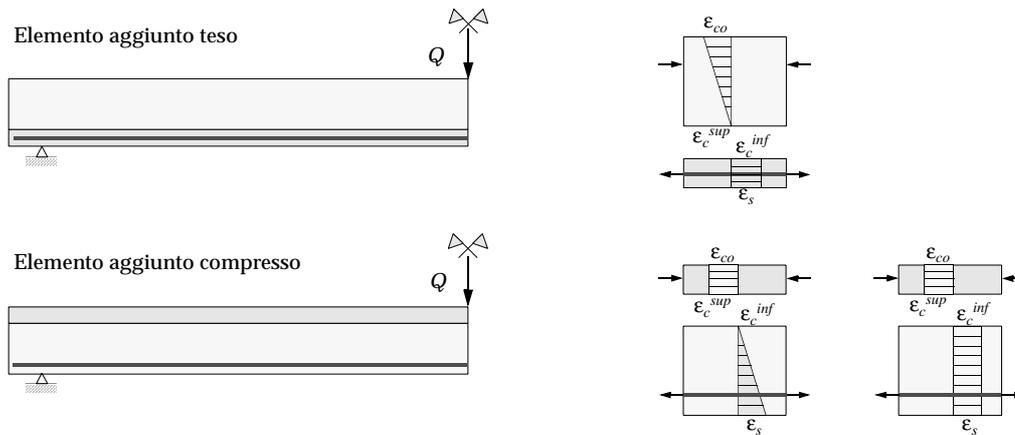


Fig. 2.41 Modello per la valutazione degli scorrimenti

Il modello di valutazione degli scorrimenti proposto, non si arroga la facoltà di determinare con precisione la distribuzione degli scorrimenti lungo la fuga. Tuttavia alle condizioni accennate che richiedono la realizzazione di un ancoraggio delle estremità tale da opporsi completamente agli scorrimenti, è possibile individuarne l'ordine di grandezza sulla base di sensate semplificazioni di calcolo. Con questo vincolo gli scorrimenti possibili lungo la fuga rimangono entro un limite per il quale, secondo le rilevazioni effettuate sperimentalmente ed espone

in precedenza, la resistenza di taglio nella fuga è nelle condizioni di essere garantita.

Conclusioni

Una valutazione precisa della distribuzione degli scorrimenti lungo l'asse longitudinale risulta impresa ardua, così come la quantificazione attendibile della relazione che lega la resistenza di taglio con gli stessi scorrimenti relativi. L'obbiettivo dunque di riassumere l'analisi con la proposta di equazioni che descrivono le *leggi tensioni/spostamenti* non può e non vuole essere raggiunto. Più interessante ci sembra sia, in relazione alla natura del problema, la comprensione del modo, della zona e dell'ordine di grandezza con cui gli scorrimenti si manifestano. Da qui è possibile dedurre dove è più opportuno, proprio perché a determinate condizioni il contributo è garantito, introdurre gli spezzoni che esercitano la compressione normale alla fuga. A questo punto è ammissibile dunque prevedere la resistenza ultima della trave sulla base della teoria della plasticità, proprio come per un'analogo elemento gettato monoliticamente. Abbiamo visto infatti che il fattore introdotto della resistenza cilindrica ridotta f_{ce} , che tiene conto della tensione laterale, è un valore di riferimento ideale, perlomeno entro un determinato limite di scorrimenti, per descrivere la resistenza massima di taglio di una fuga irruvidita adeguatamente e che dispone di una compressione normale.

2.3.3 Stato di resistenza ultimo di una trave a sezione mista sottoposta a carico concentrato

A seguito dell'analisi dei parametri che influenzano la trasmissione dello sforzo di taglio attraverso la fuga di un elemento composto, siamo dunque in grado di formulare se esiste una combinazione di essi, definita ideale, per la quale il comportamento è equiparabile a quello di un elemento gettato monoliticamente. Queste condizioni si realizzano quando la fuga di trasmissione, oltre che disporre di una superficie irruvidita in modo accentuato, è dotata di spezzoni di collegamento sulla quale essi esercitano una pressione normale. Date per scontate queste condizioni "ideali" è lecito dunque considerare la seguente distribuzione di sforzi interni. La resistenza di taglio è definita come la capacità dell'elemento di ridurre la forza a trazione dal valore massimo a metà campata fino ad annullarsi in prossimità dell'appoggio. Questa riduzione può essere lineare (A), concentrata nella zona del supporto (C), ad esempio nel caso di un

appoggio diretto, oppure una via di mezzo (B). Ciò dipende dalla distribuzione delle resistenze lungo la campata.

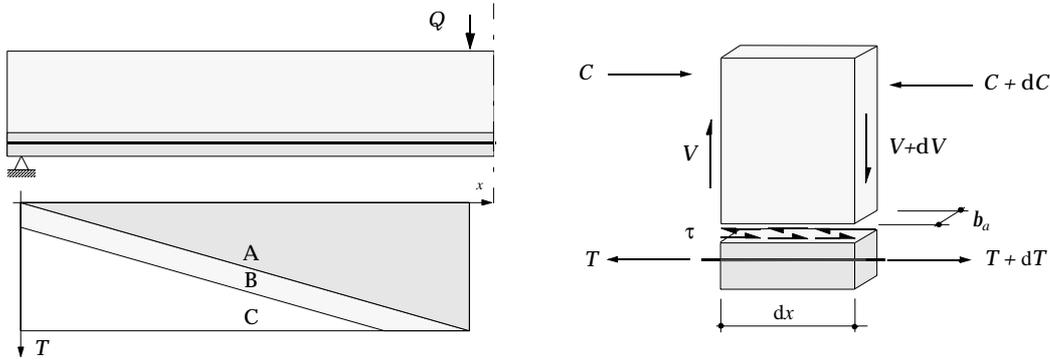


Fig. 2.42 Modelli di andamento della forza a trazione

Il caso A viene considerato come stato di riferimento, in quanto la sua applicazione presuppone un comportamento perfettamente elastico dei materiali resistenti, ben lungi dunque dal descrivere in modo ottimale lo stadio prossimo al collasso. Il caso C rappresenta l'unica soluzione possibile d'equilibrio che trascura la resistenza a trazione del calcestruzzo ed esclude il contributo offerto dalle staffe. Come analizzato nella prima parte del capitolo, la sua applicazione risulta limitata a dei rapporti di snellezza ridotti.

Per gli elementi di trave dalle dimensioni usuali è ragionevole adottare un modello resistente descritto dal caso B, oppure da una combinazione di B e C. Tuttavia se a determinate condizioni di snellezza quest'ultima combinazione è plausibile, risulta molto arduo stabilire a priori la percentuale di carico trasmessa direttamente all'appoggio rispetto a quella sospesa dalle staffe. Di conseguenza, nell'ambito del dimensionamento, si assume ragionevolmente che tutto il carico agente venga almeno una volta sospeso dalle staffe verticali. Fatta questa ipotesi, in certi casi sicuramente cautelativa, possiamo considerare i campi di tensione che descrivono uno stato d'equilibrio possibile con le azioni agenti.

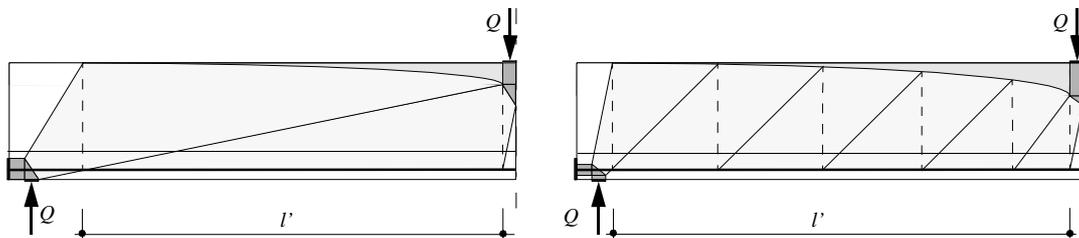


Fig. 2.43 Possibili campi di tensione

Per la scelta dell'inclinazione ottimale dei campi compressi inclinati si rimanda il lettore alla prima parte di questo capitolo, dove la problematica viene trattata in dettaglio per l'elemento gettato monoliticamente. Analogamente il problema

legato al dimensionamento di una trave composta può essere posto in questi termini:

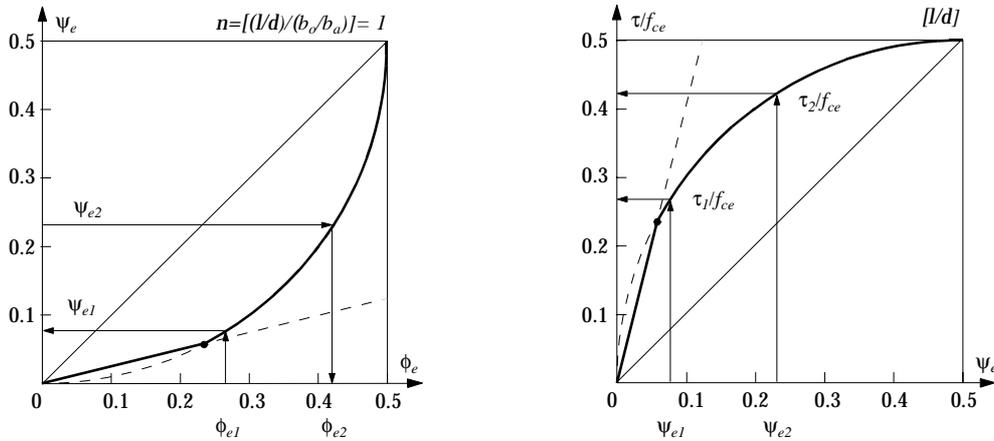


Fig. 2.44 Relazione tra ψ_e / ϕ_e e tra $\tau / f_{ce} / f_{ce}$ teorica

1. Conosciuto il contenuto meccanico d'armatura longitudinale ϕ_{e1} , il valore minimo d'armatura trasversale ψ_{e1} può garantire una resistenza di taglio minima pari a τ_1 / f_{ce} ? Otteniamo in questo caso una rottura per il raggiungimento contemporaneo sia della resistenza plastica delle staffe lungo tutta la campata, sia dell'armatura longitudinale in mezzaria che delle diagonali di calcestruzzo?
2. Conosciuto il contenuto meccanico d'armatura trasversale ψ_{e2} , è possibile raggiungere la resistenza plastica a flessione corrispondente ad un'armatura longitudinale pari a ϕ_{e2} ? Nel caso in cui il contenuto meccanico d'armatura longitudinale è superiore a ϕ_{e2} , può intervenire il collasso a causa del raggiungimento contemporaneo della resistenza plastica delle staffe e delle diagonali a compressione? E' inoltre duttile questo cedimento?

Di seguito il riepilogo delle equazioni considerate.

Resistenza a flessione, con plasticizzazione dell'armatura longitudinale:

$$\frac{\tau}{f_c} = \left(\frac{b_o}{b_a}\right) \frac{d}{l} \phi \quad 2.7$$

Resistenza di taglio, con cedimento contemporaneo delle diagonali a compressione e plasticizzazione dell'armatura trasversale:

$$\frac{\tau}{f_c} = \sqrt{\psi \left(\frac{f_{ce}}{f_c} - \psi \right)} \quad \tan \theta = \sqrt{\frac{\psi}{(f_{ce}/f_c - \psi)}} \quad 2.28$$

Resistenza a flessione e di taglio, con plasticizzazione contemporanea delle armature longitudinale e trasversale:

$$\tau = \psi f_c \cot \theta \qquad \psi_e = \phi_e \frac{b_o d}{b_a l} \tan \theta \qquad 2.30$$

Resistenza a flessione e di taglio, con cedimento delle diagonali a compressione e plasticizzazione delle armature longitudinale e trasversale:

$$\frac{\tau}{f_{ce}} = \sqrt{\psi_e(1-\psi_e)} \qquad \psi_e = \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2\phi_e b_o d}{b_a l} \right)^2} \right] \qquad 2.31$$

La risposta al problema formulato in questo modo la troviamo applicando dunque le relazioni ricavate per gli elementi in calcestruzzo gettati monoliticamente sulla base degli esperimenti di Loov e Patnaik.

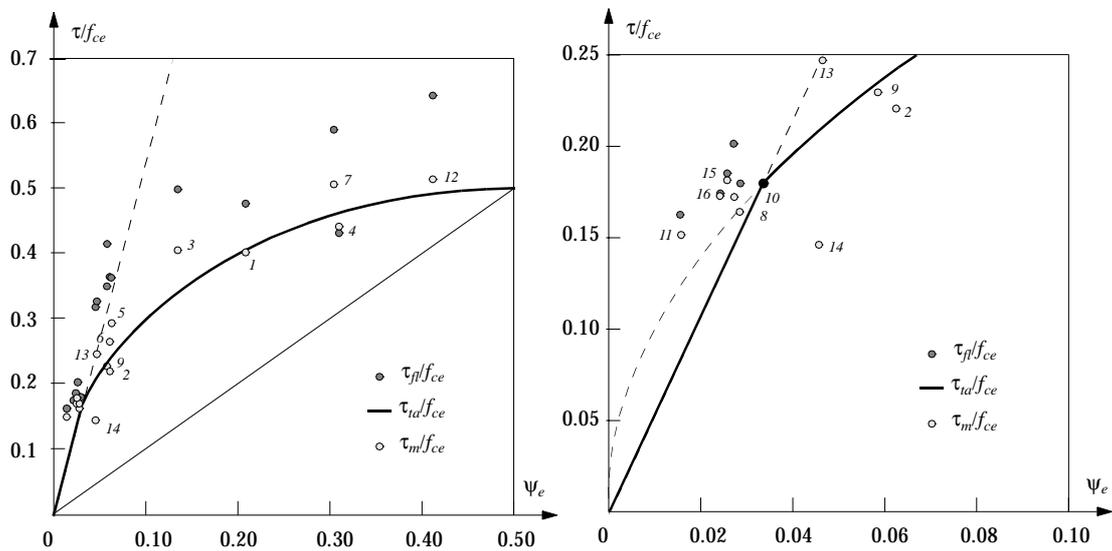


Fig. 2.45 Resistenza di taglio in funzione della pressione normale teorica e sperimentale

Come si può constatare la scelta del fattore di riduzione della resistenza cilindrica, proposta per degli elementi di calcestruzzo gettati monoliticamente, risulta adeguata per determinare la resistenza ultima delle travi composte la cui superficie di trasmissione è caratterizzata da una ruvidità accentuata e provviste pure di staffe attraversanti la fuga. Nel caso del corpo 14 invece, la resistenza teorica sopravvaluta nettamente quella effettiva. La superficie di contatto infatti era priva di qualsiasi ruvidità. In questo caso alla sollecitazione si oppone esclusivamente la resistenza di taglio delle staffe. L'illustrazione conferma comunque che l'elemento a sezione mista la cui superficie di contatto è trattata in modo ideale e provvista di un'armatura trasversale dimensionata sulla base della teoria della plasticità, denota un comportamento alla rottura contemplato integralmente dal modello di calcolo assunto. Per valori esigui della sollecitazione di taglio il modello tende a sottovalutare il carico di rottura, proprio perché il contributo alla resistenza offerto dall'adesione non viene considerato. Nel caso del

dimensionamento tuttavia, quest'ipotesi ci sembra lecita considerata la dispersione di risultati che questo contributo è in grado di offrire.

L'analisi proposta in precedenza sul comportamento di una fuga sollecitata da uno sforzo tagliante lascia intendere che potrebbe essere ammissibile accettare la perdita parziale della resistenza lungo la zona mediana della campata per concentrarla in prossimità degli appoggi, zona questa comunque meno soggetta alla fessurazione. I campi di tensione proposti rappresentano sicuramente uno stato d'equilibrio ammissibile, a condizione che le dimensioni ridotte della diagonale a compressione più inclinata non determinino un raggiungimento prematuro della resistenza cilindrica ridotta del calcestruzzo.

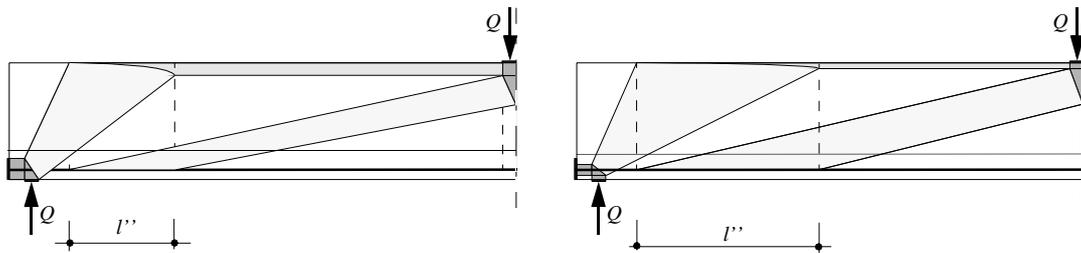


Fig. 2.46 Campi di tensione ammissibili caratterizzati dalla concentrazione dell'armatura trasversale

Si è trattato finora esclusivamente il caso in cui lo strato di calcestruzzo aggiunto rappresenta la membratura tesa dell'elemento. Le deduzioni sono comunque analoghe nel caso in cui la superficie di contatto dovesse interessare il corrente compresso. Le considerazioni subiscono però una lieve puntualizzazione qualora la fuga non beneficiasse di una pressione normale esercitata dall'appoggio (C), rispettivamente dalla forza agente, o comunque in presenza di una soluzione costruttiva che garantisca un contributo sostanziale all'ancoraggio delle forze alle estremità (B).

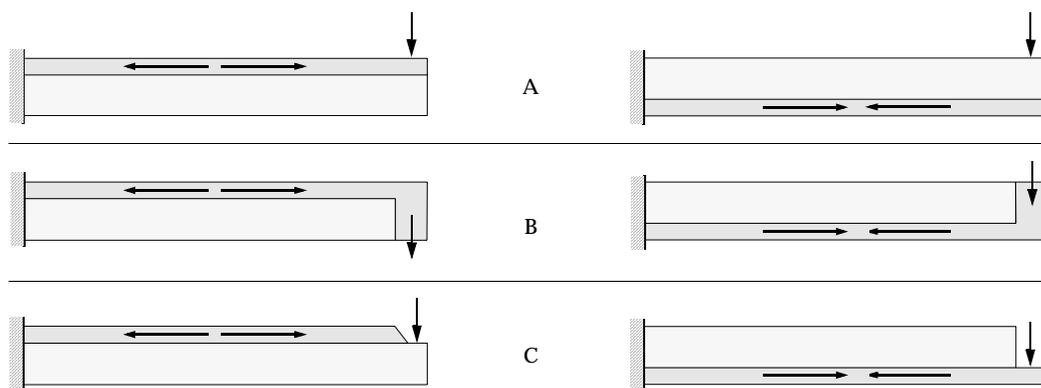


Fig. 2.47 Ancoraggio alle estremità garantito e ancoraggio libero

In quest'ultimo caso l'elemento preesistente deve beneficiare di un'armatura longitudinale sufficiente A_s^{sup} che possa equilibrare la componente orizzontale della prima biella a compressione inclinata. Inoltre nella zona estrema della fuga

deve essere prevista un'armatura trasversale concentrata pari al carico di rottura ipotizzato, armatura distribuita lungo una zona di lunghezza d . Il contenuto d'armatura longitudinale presente nell'elemento preesistente determina l'inclinazione del campo compresso iniziale. Il dimensionamento della rimanente armatura trasversale risulta equivalente ad una trave sottoposta al carico concentrato ma con una luce ridotta pari a $d/2 + l_2$.

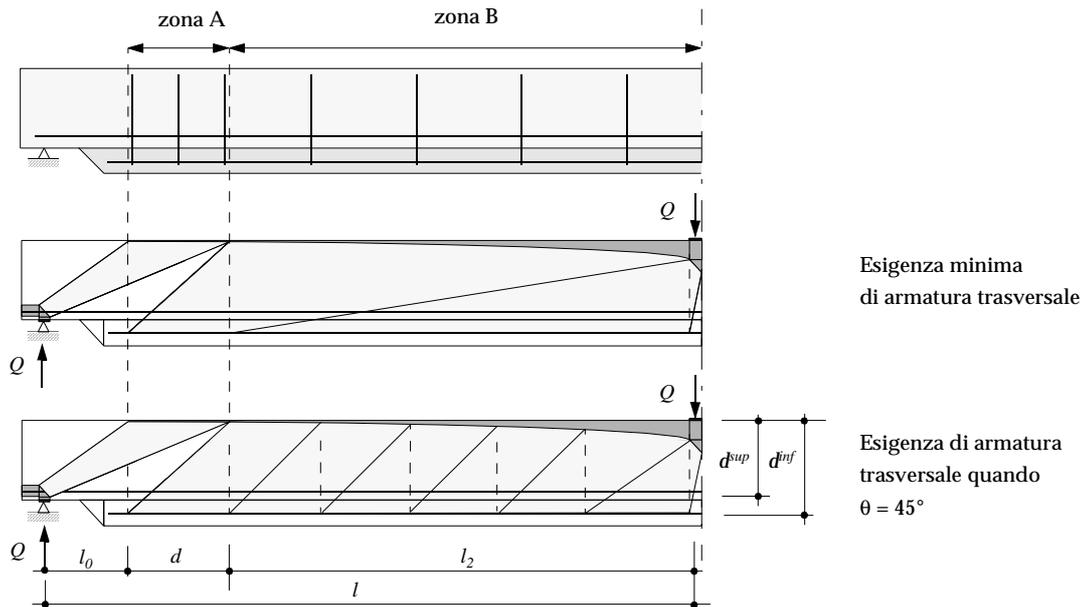


Fig. 2.48 Ancoraggio dell'estremità lungo la zona A

In prima approssimazione è lecito considerare le due armature longitudinali inferiori come un'unica membratura tesa. Tuttavia se il contributo di quella presente nell'elemento preesistente non è trascurabile, ne consegue che per determinare la necessaria armatura attraverso la fuga è indispensabile considerare esclusivamente l'influenza dell'armatura presente nello strato aggiunto. Il modello di calcolo è allora caratterizzato da una campata pari a $d/2 + l_2$, mentre l'altezza statica da considerare risulta essere $d = d^{inf} - (\phi^{sup} d^{sup})$.

Uno dei presupposti per l'applicazione delle equazioni proposte, è la presenza di un'armatura trasversale tale per cui la sospensione delle componenti verticali dei campi di tensione sia assicurata lungo tutta l'altezza statica. Quest'ipotesi, senz'altro valida nel caso di staffe perfettamente ancorate nel corrente compresso superiore e rispettivamente nelle membrature tese inferiori, non è però garantita quando l'armatura è costituita da tasselli di dimensioni ridotte, la cui influenza è localizzata nei pressi della fuga. L'ancoraggio di questo genere di spezzoni di collegamento inoltre è particolarmente sensibile alla fessurazione diagonale dovuta allo sforzo di taglio. Per questi motivi è auspicabile

ipotizzare un modello di traliccio resistente che tenga conto di queste condizioni.

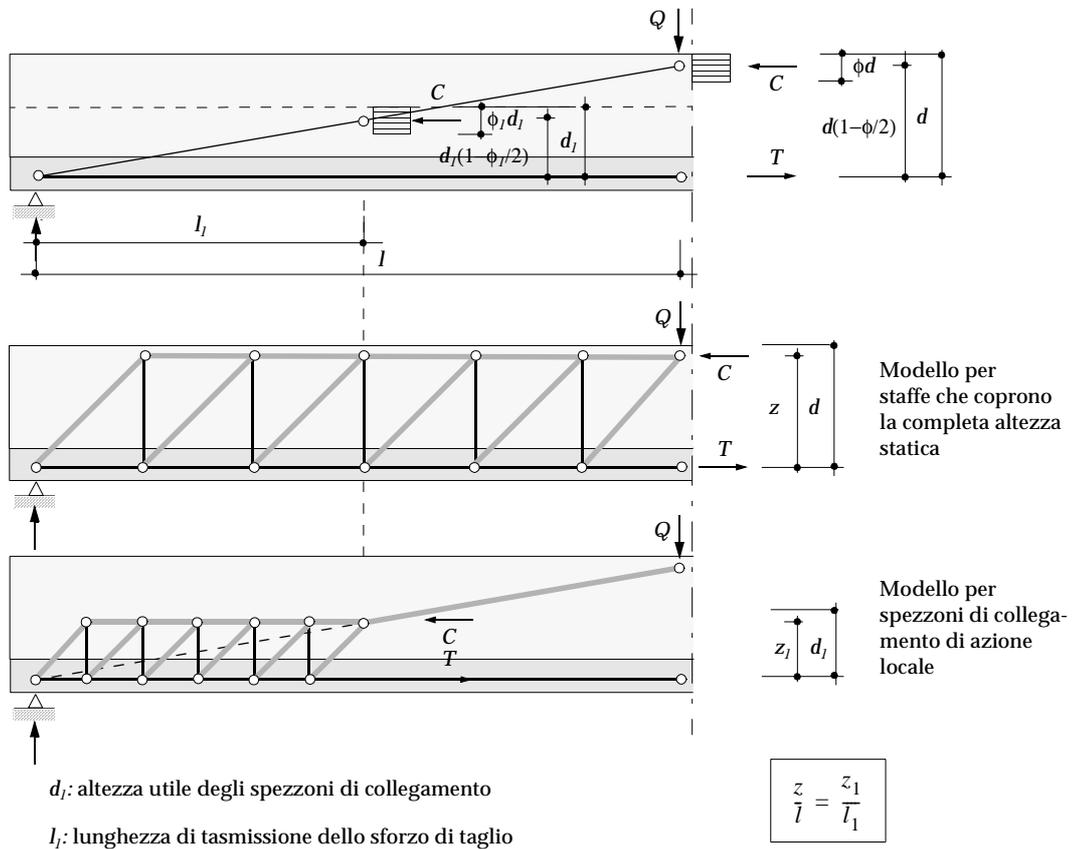


Fig. 2.49 Possibile traliccio resistente per tasselli di collegamento di azione locale

Come è intuibile geometricamente, la riduzione dell'altezza utile degli spezzoni di collegamento, implica una redistribuzione delle resistenze, la quale si manifesta in prossimità dell'appoggio. Se le condizioni di ancoraggio dei tasselli possono essere ritenute ideali, in modo che essi possano raggiungere la completa tensione di snervamento, allora è possibile analizzare il problema come proposto in precedenza. Conosciuto il contenuto d'armatura longitudinale ϕ , nonché l'altezza statica d e l'altezza utile degli spezzoni di collegamento d_l , possiamo scrivere le relazioni seguenti:

$$\frac{d}{d_l} = \alpha \quad \phi_1 = \alpha\phi \quad \frac{z_1}{z} = \frac{d_l(1-\phi_1/2)}{d(1-\phi/2)} = \frac{l_1}{l} \quad 2.34$$

Per ragioni geometriche la dimensione della nuova zona di trasmissione di taglio, ridotta a causa della minor dimensione degli spezzoni, sarà:

$$l_1 = \frac{1}{\alpha} \frac{(2 - \alpha\phi)}{(2 - \phi)} l \quad 2.35$$

A condizione che si possa raggiungere la completa resistenza a flessione della trave vi sarà un incremento delle tensioni, rispetto al caso caratterizzato dall'armatura trasversale che copre tutta l'altezza statica, pari a:

$$\frac{\tau_1}{f_c} = \frac{\tau}{f_c} \left(\alpha \frac{(2 - \phi)}{(2 - \alpha \phi)} \right) \quad 2.36$$

Tuttavia la redistribuzione della resistenza comporta un aumento delle tensioni taglianti in modo inversamente proporzionale alla lunghezza di trasmissione. Da notare quindi che la rispettiva necessità di un'armatura trasversale, da determinare con le equazioni 2.30 e 2.31, subisce un incremento che, a dipendenza dell'ordine di grandezza delle tensioni, non è necessariamente lineare. L'impiego di spezzoni di collegamento dall'azione locale è da ritenersi sfavorevole.

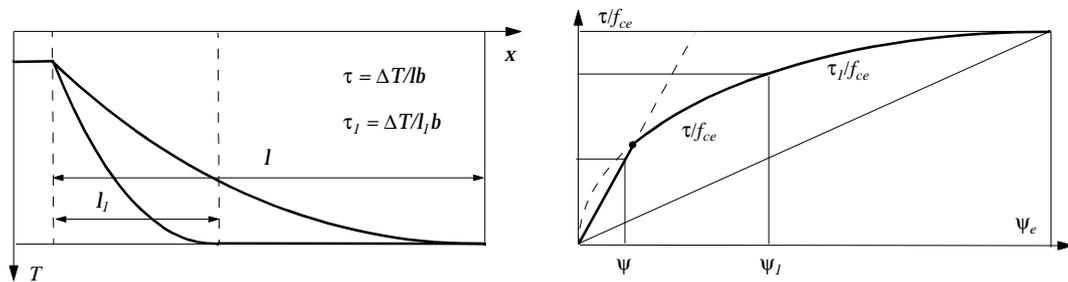


Fig. 2.50 Ridistribuzione della resistenza di taglio dovuta all'impiego di tasselli locali

Naturalmente anche in questo caso l'assenza del contributo favorevole sulla fuga, dovuto alla pressione normale dell'appoggio, richiede la realizzazione di un'equivalente ancoraggio alle estremità, realizzabile tramite un'armatura trasversale concentrata pari al carico di rottura previsto e distribuita lungo una zona di lunghezza d . Nella figura sottostante è rappresentato un possibile campo di tensioni nel caso di un elemento dotato di spezzoni di collegamento di lunghezza ridotta rispetto all'altezza statica e privo della pressione normale esercitata dall'appoggio.

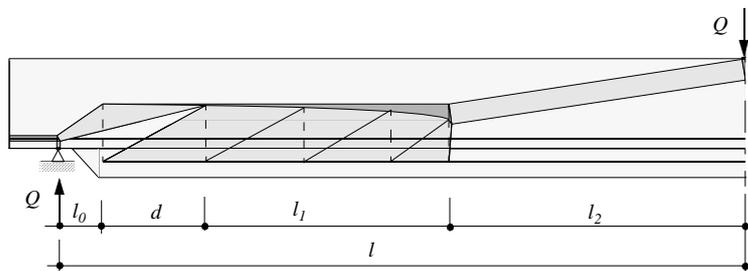


Fig. 2.51 Ancoraggio dell'estremità

Gli esperimenti eseguiti presso l'Istituto d'Ingegneria Strutturale sono stati caratterizzati dalle condizioni di armatura trasversale appena descritte. Tuttavia

l'elemento preesistente è dotato di un non trascurabile contenuto di armatura trasversale, costituito da staffe verticali. Non è da escludere dunque la trasmissione della forza verticale da sospendere tra i tasselli e le staffe. L'ordine di grandezza delle tensioni taglianti rilevate in corrispondenza del cedimento è stato inferiore tuttavia agli esperimenti di Patnaik e Loov. Il valore medio calcolato è di $0.17f_{ce}$ per il raggiungimento della completa resistenza a flessione. Malgrado che in corrispondenza del quarto di campata si rilevino scorrimenti pari a 0.6 - 0.8 mm, in prossimità del supporto essi praticamente si annullano. Il contributo dovuto all'adesione localizzata nelle zone prossime all'appoggio giustifica la discrepanza tra il valore effettivo della resistenza e quello previsto, infatti il modello di dimensionamento da noi considerato lo esclude. L'ipotesi ci sembra tuttavia giustificata, considerati i risultati assolutamente imprevedibili che questa componente della resistenza è in grado di offrire. In ogni caso il modello proposto sottovaluta la resistenza ultima di taglio, particolarmente come detto per valori bassi dello sforzo agente.

Le ipotesi proposte vengono paragonate ai risultati sperimentali ottenuti dal programma di ricerca effettuato presso l'Istituto d'Ingegneria Strutturale.

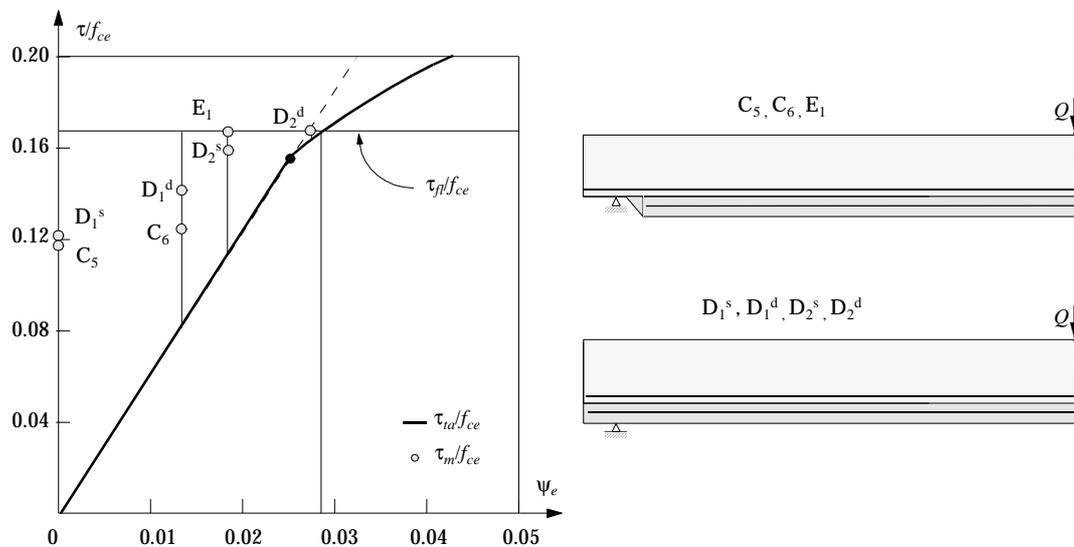


Fig. 2.52 Resistenza di taglio in funzione della pressione normale teorica e sperimentale

Il contenuto d'armatura delle travi C_5 , C_6 e E_1 esclude quello posto in prossimità dell'appoggio con il compito di simulare la pressione alle estremità, che viene esercitata sulle travi della serie D. Dal diagramma dei risultati è evidente la diminuzione del contributo alla resistenza dovuta all'adesione per delle tensioni taglianti maggiori a $0.15f_{ce}$.

2.3.4 Considerazioni sull'efficienza funzionale

Le esigenze richieste relative all'efficienza funzionale sono definite chiaramente dalla norma SIA 160 [78] e devono essere garantite per uno scopo convenuto. Per

un determinato stato d'utilizzo vengono fissate le modalità di comportamento che garantiscano un'adeguata:

- efficienza funzionale della struttura portante
- durabilità, con riferimento alla corrosione, all'abrasione, al gelo e alle azioni chimiche
- estetica, con riferimento all'aspetto della struttura portante.

Generalmente il comportamento della struttura portante deve essere collocato entro i limiti imposti o convenuti che riguardano la fessurazione, le deformazioni, le oscillazioni e la qualità dei materiali. Nel nostro caso specifico la questione che si pone a sapere è come ci si auspica si debba comportare la fuga sollecitata ai carichi di servizio. Se infatti per il calcolo a rottura si accetta la perdita della resistenza dovuta all'adesione, perlomeno lungo alcuni tratti della superficie di trasmissione delle tensioni taglianti col beneficio esclusivo del contributo offerto dall'attrito, sotto l'azione dei carichi di servizio è auspicabile sopporre, e quindi predisporre le dovute misure, in modo che non si assista alla separazione delle due componenti. In altre parole, le tensioni allo stato di servizio non dovrebbero superare la resistenza dovuta all'adesione. A questo proposito verranno elencate alcune considerazioni per definire quali siano le sollecitazioni da considerare e soprattutto cosa s'intende per resistenza dovuta all'adesione.

Definizione della resistenza dovuta all'adesione

Si è spesso ripetuto, sulla base della valutazione di una moltitudine di esperimenti eseguiti in modo indipendente, quanto il contributo della componente della resistenza dovuto all'adesione assuma valori caratterizzati da una notevole dispersione. L'aspetto legato al trattamento della superficie preesistente (pulizia e idratazione) assume un significato di primaria importanza. Le superfici trattate adeguatamente garantiscono una maggiore resistenza dovuta all'adesione. La validità delle indicazioni proposte si basa dunque sul presupposto di un trattamento ideale. A queste condizioni sussiste una relazione tra l'adesione e la resistenza a trazione del calcestruzzo impiegato. La difficoltà di poter trarre un modello significativo per descrivere il fenomeno c'impone di privilegiare l'analisi empirica sulla base degli esperimenti eseguiti. Come affermano Ackermann e Burkhardt [1], il contributo dell'adesione sembra essere costante fino a scorrimenti pari a 0.02 mm, in seguito si assiste ad una riduzione lineare fino a $u = 0.05$ mm. A questo punto il contributo si può considerare completamente estinto. Sulla base delle osservazioni rilevate in occasione della serie di esperimenti eseguiti, si constata che un corpo caratterizzato da una superficie di trasmissione di taglio elevata, rispetto alle zone soggette all'introduzione delle forze esterne concentrate, evidenzia già per un modico stadio di carico una chiara tendenza a ridistribuire le sollecitazioni dove esistono migliori condizioni di resistenza.

Nella zona del quarto di campata si rilevano infatti scorrimenti e rispettive aperture della fuga che escludono o perlomeno riducono il contributo alla resistenza dovuto all'adesione. Tuttavia questa componente, concentratasi alle estremità, continua a garantire una sufficiente resistenza globale della struttura. A questo proposito vengono rappresentate le curve tipiche relative ai movimenti nella fuga per alcuni casi di carico caratteristici. Come carico di riferimento è stato scelto il valore teorico di servizio, che corrisponde alla capacità portante della trave descritta nel capitolo 3 con una geometria e dei materiali definiti dalla norma, azione ridotta dei rispettivi fattori di sicurezza $\gamma_r, \gamma_q, \gamma_g$, che, nel nostro caso specifico, corrisponde a $Q_{ser} = 77$ kN.

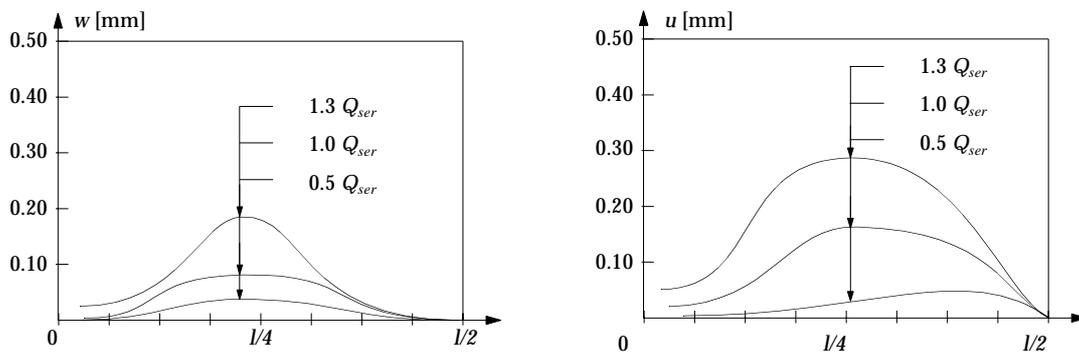


Fig. 2.53 Andamento tipico delle curve relative ai movimenti relativi lungo la fuga

Malgrado la presenza di movimenti con quest'ordine di grandezza, la misurazione dell'allungamento dell'armatura flettente è caratterizzata da un aumento lineare lungo l'asse longitudinale, che sta ad indicare una conseguente riduzione costante delle tensioni di taglio. Di interesse possono essere i valori nominali delle tensioni registrate in prossimità del collasso, il cui carico viene messo in relazione ai carichi teorici di servizio e della resistenza a flessione.

Trave	Q_u [kN]	Q_u/Q_{fl}	Q_u/Q_{ser}	τ_u [MPa]	τ_u/f_{ce}
B_1	104.5	0.57	1.36	1.35	0.079
B_2	107.5	0.59	1.40	1.40	0.082
C_1	97.5	0.53	1.27	1.23	0.072
C_2	113.0	0.61	1.47	1.50	0.088
C_3	110.0	0.60	1.43	1.45	0.085
<i>media</i>	106.5	0.58	1.38	1.39	0.081

Dei valori con un analogo ordine di grandezza sono stati registrati da Loov e Patnaik [49], che pur non eseguendo direttamente esperimenti con travi sprovviste di armatura attraversante la fuga, rilevano l'inizio di un visibile scorrimento relativo tra i due elementi per una tensione media di taglio pari a 2 MPa.

In conclusione ribadiamo la difficoltà di fornire valori di riferimento attendibili per quanto concerne la resistenza di taglio dovuta all'adesione tra i calcestruzzi di due elementi gettati successivamente. Essa è presente, a condizione che il trattamento della superficie preesistente venga eseguito in modo adeguato. Tuttavia, già per valori di un carico corrispondenti a quello di servizio, si deve contare localmente su di una parziale perdita della resistenza dovuta all'adesione. Fenomeno questo che si manifesta con l'apparizione di lievi fessure lungo la superficie di contatto.

Sollecitazioni dovute a carichi esterni allo stato di servizio

Le sollecitazioni da considerare nella verifica dell'efficienza funzionale dipendono dall'obiettivo stesso della verifica, nel nostro caso l'obiettivo del controllo della fessurazione lungo la fuga longitudinale. La norma distingue due valori di azione: uno di lunga durata ($Q_{ser,lun}$) e uno di corta durata ($Q_{ser,cor}$).

Le tensioni di taglio longitudinali che ne derivano possono essere ricavate direttamente sotto forma di tensioni nominali.

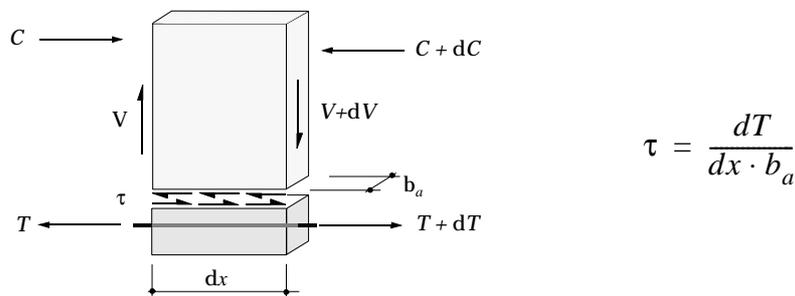


Fig. 2.54 Equilibrio all'elemento

Sollecitazioni dovute al ritiro nel calcestruzzo

Sono da considerare e aggiungere alle sollecitazioni dovute ai carichi esterni quelle causate dalle deformazioni imposte o vincolate, derivanti per esempio dagli effetti della temperatura, dallo spostamento degli appoggi, dalla precompressione così pure quelli dovuti al ritiro e al fluage del calcestruzzo. In questo paragrafo, verrà posto l'accento sull'influenza che il fenomeno del ritiro esercita sulla superficie di contatto tra i due elementi gettati successivamente.

Malgrado le deformazioni che ne conseguono siano propriamente plastiche, è possibile studiare qualitativamente, ma anche quantitativamente, le tensioni elastiche che esse originano, assumendo l'ipotesi che il comportamento nella fuga di contatto sia perfettamente elastico per quest'ordine di grandezza delle sollecitazioni. Si presuppone dunque che le tensioni taglienti siano sempre inferiori alla resistenza dovuta all'adesione. La legittimità di quest'ipotesi è stata confer-

mata dalla serie di esperimenti eseguiti presso l'Istituto d'Ingegneria Strutturale. L'analisi proposta si basa dunque su riflessioni qualitative del fenomeno, la cui quantificazione avviene con l'ausilio del programma di elementi finiti per lastre piane Cedrus-3 [19]. Il modello di calcolo considerato permette di tenere in considerazione la fessurazione causata dal raggiungimento della resistenza a trazione del calcestruzzo. Il ritiro del calcestruzzo viene simulato sovrapponendo ad un elemento due stati di tensione perfettamente analoghi ma di segno opposto. Nel primo caso libero da vincoli d'appoggio e nell'altro dove invece la possibilità d'accorciamento di uno dei suoi lati viene parzialmente impedita.

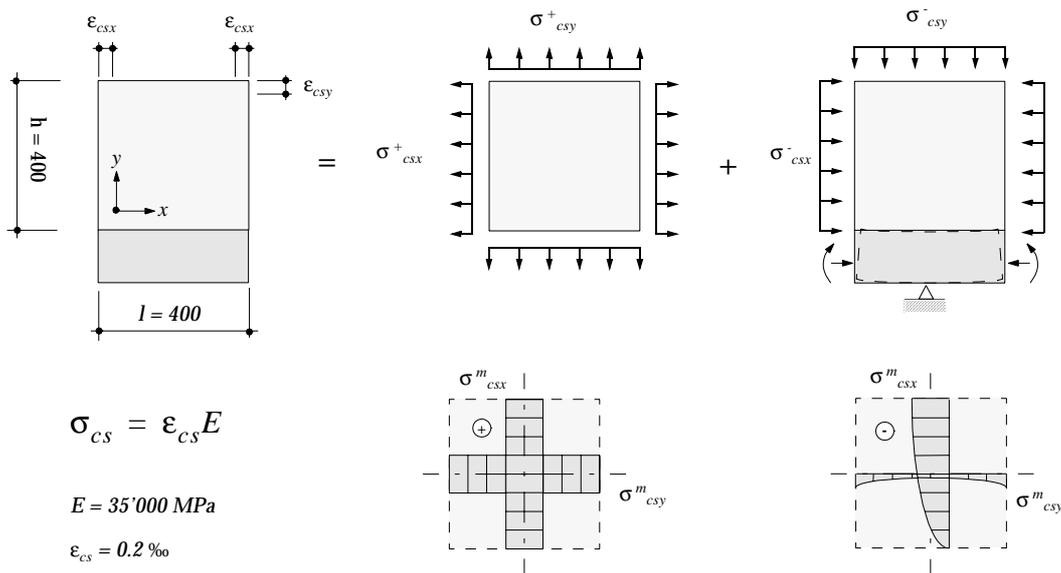


Fig. 2.55 Modello di calcolo per simulare il ritiro del calcestruzzo

Come appare evidente, la scelta di alcuni parametri influenza in modo determinante lo stato di tensioni interne che si sviluppano nell'elemento considerato. Vengono presi in considerazione dall'analisi il rapporto tra l'altezza e la lunghezza dell'elemento, la rigidezza del corpo inferiore che si oppone alla necessità di ritiro dell'elemento superiore e da ultimo lo stesso spessore. Per i paragoni che esporremo viene dunque assunta la sollecitazione costante:

$$\sigma_{cs} = \varepsilon_{cs} E \quad 2.37$$

Le dimensioni dell'elemento ed in particolare il rapporto tra lunghezza l e altezza h non sembrano avere un influsso determinante sulle tensioni taglianti che si originano ai bordi esterni della superficie di contatto. Queste poi decre-

scono longitudinalmente sino ad annullarsi in prossimità della mezzaria, per aumentare di nuovo in modo simmetrico in direzione dell'estremità opposta.

$$E_{sup}/E_{inf} = 1/10$$

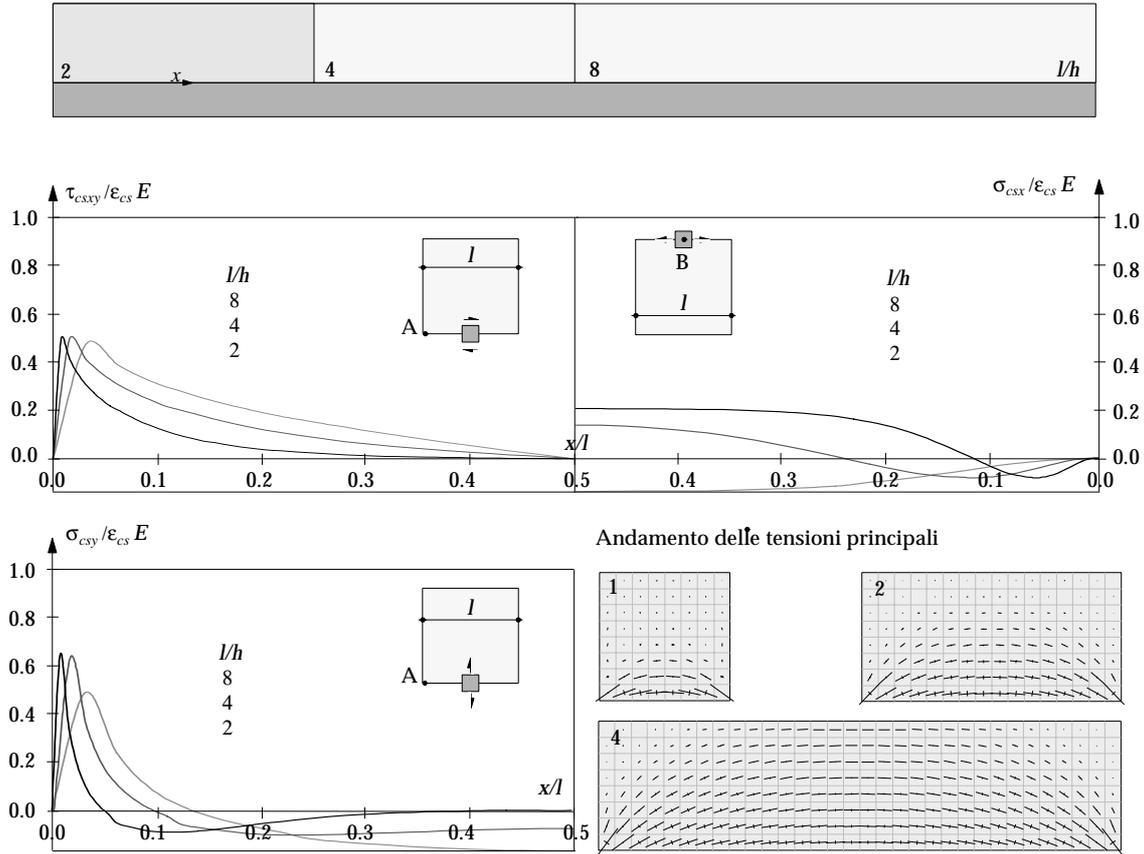


Fig. 2.56 Influenza del rapporto tra lunghezza e altezza dell'elemento sulle tensioni

Le tensioni longitudinali che si sviluppano sul bordo superiore aumentano in funzione della snellezza. Per valori esigui della snellezza sul bordo superiore si registrano delle compressioni. Per valori elevati della snellezza invece è presente una tensione. Nel caso considerato l'elemento rigido inferiore che si oppone all'effetto di ritiro possiede una rigidezza, rispetto a quello aggiunto, ben 10 volte superiore. Tuttavia, non beneficiando di vincoli d'appoggio di nessun genere, esso può liberamente deformarsi accorciandosi e ruotando elasticamente. I valori numerici dell'analisi ci forniscono i risultati seguenti:

Valori caratteristici delle tensioni riferite alla sollecitazione nei punti determinanti

l/h	8	4	2
$\tau_{csyx}^A/\epsilon_{cs} E$	0.494	0.493	0.470
$\sigma_{csx}^B/\epsilon_{cs} E$	0.206	0.136	-0.137
$\sigma_{csy}^A/\epsilon_{cs} E$	0.643	0.637	0.486

Come è possibile constatare dalla tabella esposta, per un elemento soggetto al fenomeno di ritiro, al quale si oppone un elemento con il quale viene condivisa

una superficie di contatto, la snellezza, malgrado l'impatto sulle tensioni che si creano al lembo superiore, non influisce in modo determinante sul valore massimo delle tensioni taglianti. Tuttavia il caso menzionato non rappresenta che un modello di comportamento. Molto spesso il rapporto di rigidezza tra l'elemento di calcestruzzo preesistente e quello sovrapposto non assume dei valori così estremi. Ciò significa che la necessità di ritiro dell'elemento superiore viene meglio assecondata causando un'importante riduzione delle tensioni.

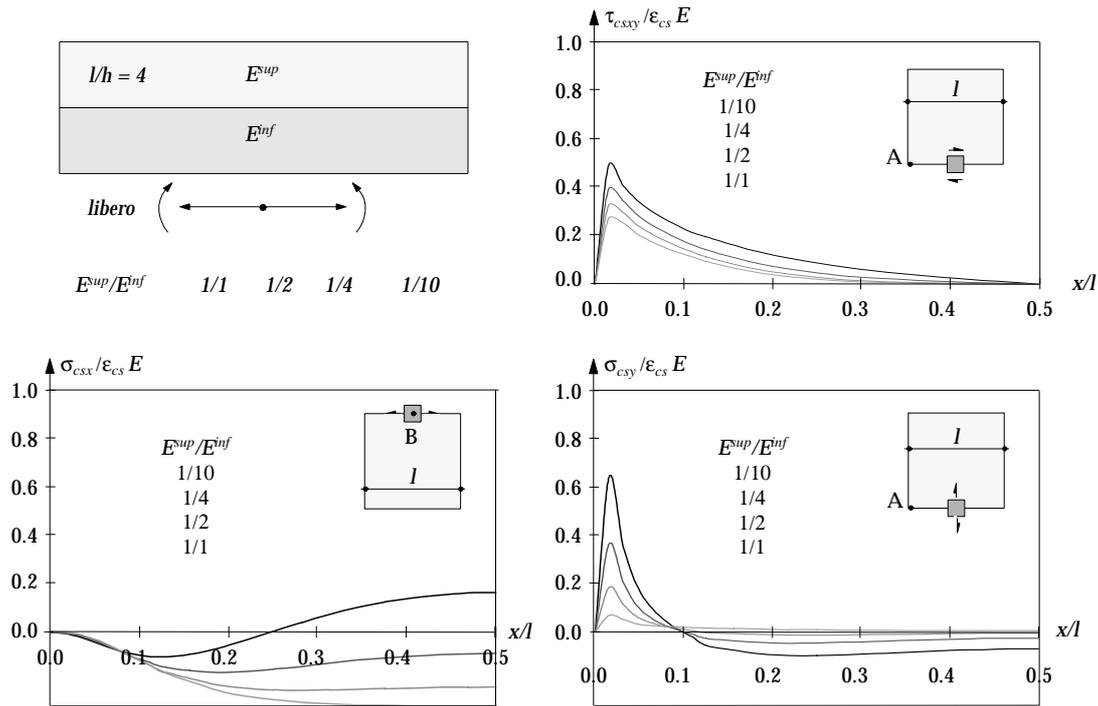


Fig. 2.57 Influenza del rapporto tra le rigidezze dell'elemento superiore e quello inferiore

I valori numerici dell'analisi ci forniscono i risultati seguenti:

l/h	$E^{\text{sup}}/E^{\text{inf}}$	1/10	1/4	1/2	1
$\tau_{csxy}^A / \epsilon_{cs} E$	8	0.494	0.394	0.326	0.273
	4	0.493	0.394	0.326	0.273
	2	0.470	0.389	0.324	0.271
$\sigma_{csx}^B / \epsilon_{cs} E$	8	0.206	-0.056	-0.183	-0.251
	4	0.136	-0.073	-0.187	-0.251
	2	-0.137	-0.181	-0.207	-0.213
$\sigma_{csy}^A / \epsilon_{cs} E$	8	0.643	0.361	0.183	0.066
	4	0.637	0.361	0.183	0.066
	2	0.486	0.307	0.166	0.066

Integrando la superficie positiva delle tensioni perpendicolari alla fuga otteniamo la forza d'ancoraggio necessaria per garantire una corrispondente trasmissione dello sforzo tagliante:

$$F = \int \sigma_{csy}(dx)b \quad 2.38$$

Un'approssimazione triangolare della superficie fornisce risultati sicuramente attendibili. Inserendo $E_{sup} = 35'000$ MPa, $\varepsilon_{cs} = 0.2$ ‰, $h = 400$ mm, $b = 100$ mm otteniamo i risultati seguenti:

E^{sup}/E^{inf}	1/10	1/4	1/2	1
F [kN]	37	19	9	6

Fino ad ora non è stata menzionata nell'analisi larghezza dell'elemento aggiuntivo considerato. Questo per il semplice motivo che essa non influisce minimamente sulle tensioni che si registrano lungo la superficie di contatto a causa del fenomeno del ritiro. È ovvio tuttavia che nel caso di una superficie di contatto ridotta rispetto allo spessore del corpo soggetto al ritiro ($b_o/b_a > 1$), le tensioni aumentino proporzionalmente al rapporto b_o/b_a .

Può essere utile considerare quanto avvenga internamente agli elementi rappresentando, con l'ausilio di un traliccio interno, un possibile andamento delle forze causate dal ritiro nei due elementi.

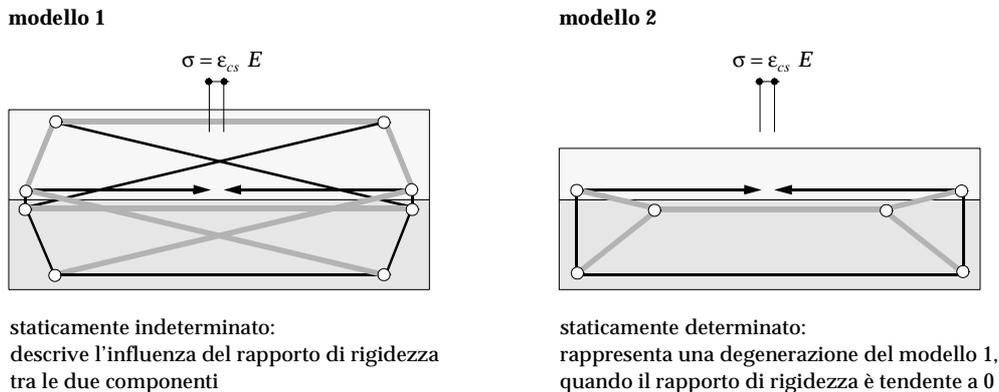


Fig. 2.58 Traliccio resistente per la descrizione dello stato di tensione dovuto al ritiro

Con il primo modello si riesce a simulare l'influenza della rigidità dell'elemento inferiore sullo sviluppo delle forze longitudinali presenti al bordo dell'elemento aggiunto. Purtroppo non è evidente "calibrare" correttamente il traliccio, conosciuta la geometria e i rapporti di rigidità. In situazioni di condizioni prossime alla realtà, lo strato di CA aggiunto è di dimensioni ridotte rispetto all'elemento preesistente, per cui il rapporto tra le due rigidità risulta essere piccolo. Il modello 1 degenera in un sistema staticamente determinato di più semplice utilizzo (modello 2).

Preso atto di queste considerazioni di carattere generale è opportuno, per capire meglio il problema, trattarlo ora globalmente. In una fase iniziale il fenomeno del ritiro si manifesta lungo tutto l'elemento aggiunto, le cui componenti vengono attratte verso l'asse di simmetria, causando così delle tensioni taglienti

nella superficie di contatto nonché delle tensioni longitudinali di una certa rilevanza, in quanto normalmente questa fase è caratterizzata da una snellezza l/h elevata. Raggiunta la resistenza a trazione del calcestruzzo, con l'ipotesi in prossimità della mezzaria dell'elemento dove si localizza il centro del movimento, si origina una fessura perpendicolare all'asse longitudinale. I due elementi che ne conseguono seguitano a ritirarsi in modo indipendente in direzione del nuovo asse di simmetria. Le componenti prossime alla fessura dunque si spostano in direzione opposta al cammino antecedente. Il fenomeno si ripete fino al momento in cui la deformazione dovuta al ritiro cessa di crescere.

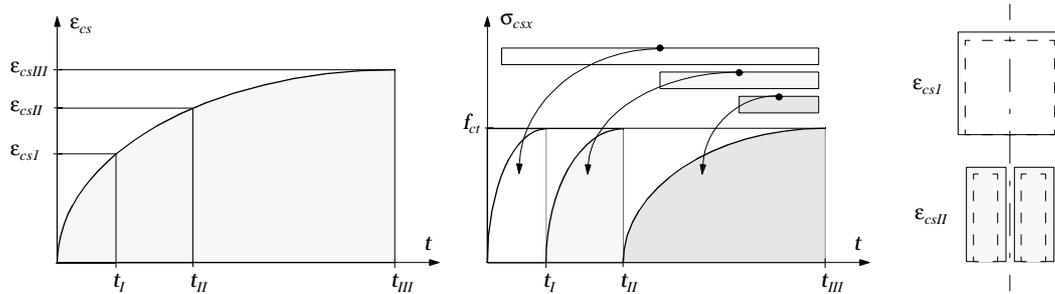


Fig. 2.59 Sviluppo della deformazione di ritiro nel tempo e conseguenti tensioni longitudinali

Come descritto dalla rappresentazione si presuppone che ogni elemento unitario subisca una determinata deformazione volumetrica nel tempo e, a dipendenza della sua posizione rispetto al centro del movimento, questa causa un contributo positivo, negativo o nullo nei confronti della tensione di taglio lungo la superficie di contatto.

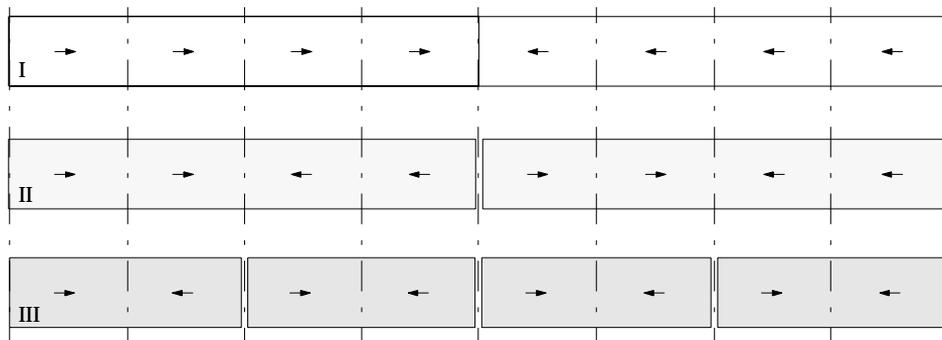
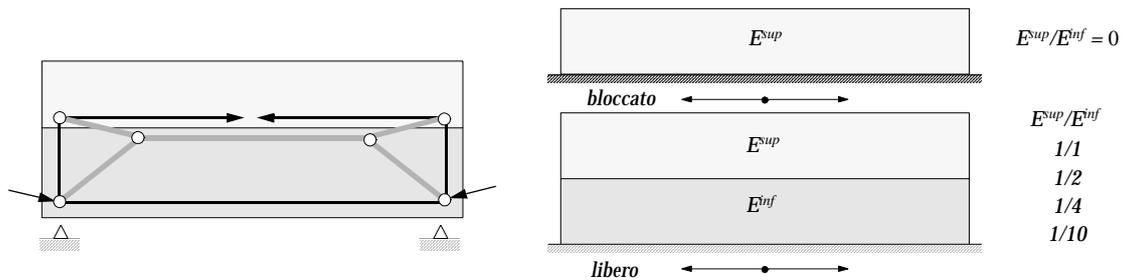


Fig. 2.60 Movimento delle componenti dello strato aggiunto nei successivi stadi di fessurazione

Appare dunque evidente che esclusivamente le componenti dell'elemento aggiunto poste alle estremità si vedono sommare ad ogni stadio di fessurazione un contributo positivo della sollecitazione di taglio. Il corpo iniziale continua dunque a suddividersi in elementi, le cui dimensioni sono determinate, come abbiamo visto, dalla resistenza a trazione del calcestruzzo. Questi però non pos-

sono più essere trattati singolarmente sulla base delle considerazioni sulla distribuzione delle sollecitazioni interne di un elemento singolo avanzate in precedenza. L'analisi deve poter contemplare l'influenza che essi esercitano reciprocamente. La tendenza di due elementi adiacenti a muoversi in direzione opposta riduce la capacità di rotazione, con effetto acutizzante per le tensioni. In questo caso è lecito ipotizzare un modello di calcolo che tenga conto di nuovi vincoli d'appoggio.



La rappresentazione seguente indica i valori teorici che sono d'attendersi per un elemento dalla snellezza pari a 4. Sono da rilevare gli incrementi della tensione longitudinale presente al bordo superiore nonché, rispetto alle condizioni d'appoggio verticale libero, gli incrementi delle tensioni di taglio e normali alla fuga in prossimità delle estremità.

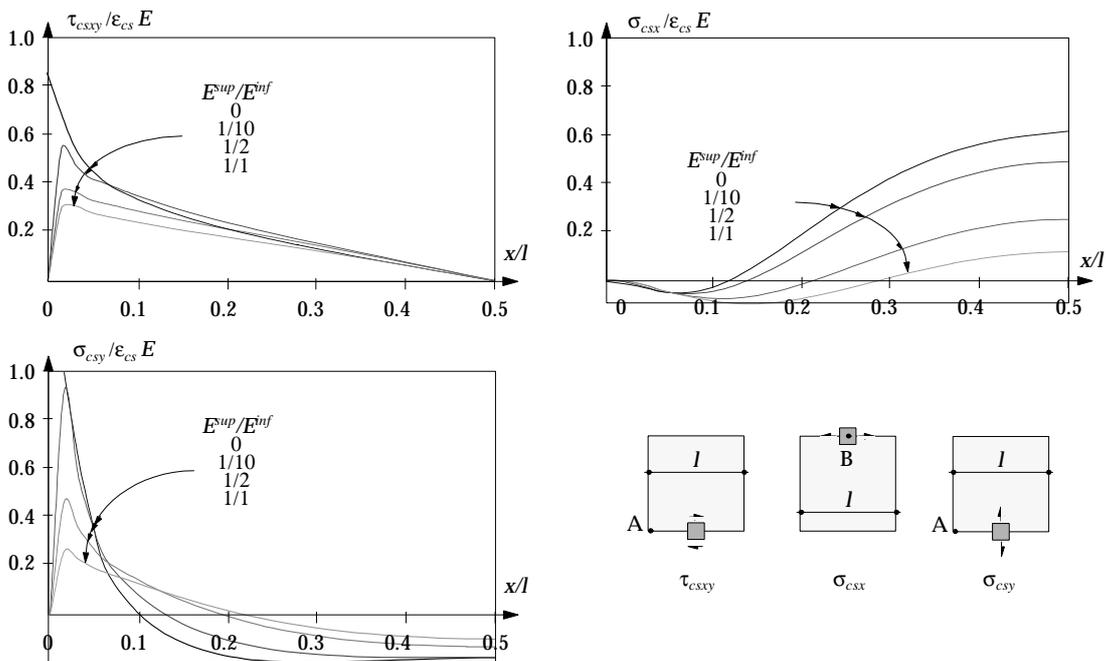


Fig. 2.61 Influenza del rapporto tra le rigidità dei due elementi per una snellezza $l/h = 4$

A questo punto è possibile ottenere per sovrapposizione lo stato tensionale finale originato dal ritiro, secondo le ipotesi formulate che prevedono la sovrappo-

posizione delle tensioni rilevate nei vari stadi di fessurazione e dovute sia al ritiro, che al non superamento della resistenza d'adesione nella fuga.

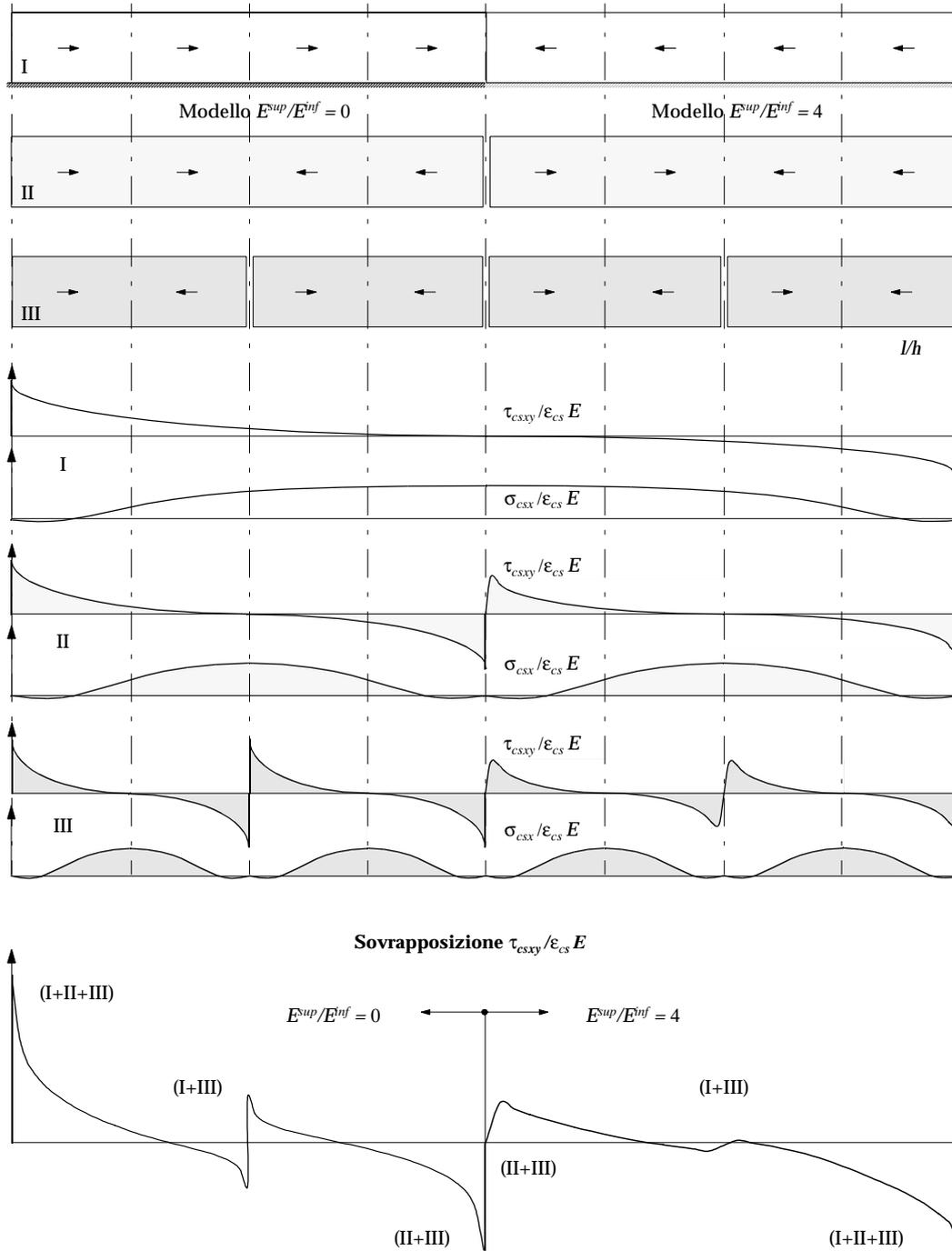
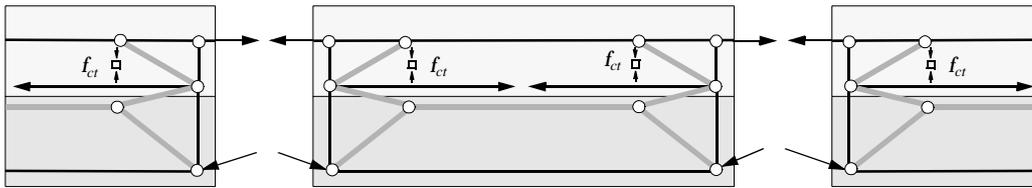


Fig. 2.62 Sovrapposizione delle tensioni taglianti originatesi nei successivi stadi di fessurazione

Solo all'estremità si sommano positivamente i contributi alla sollecitazione dovuti al ritiro, mentre nelle altre zone, dove essi raggiungono un massimo in presenza di fessure, la sovrapposizione avviene solo a partire dallo stadio di fessurazione del punto considerato.

Vi è inoltre un altro fattore, non certo trascurabile, che contribuisce in modo alquanto determinante a ridurre i valori intermedi massimi delle tensioni taglianti che si rilevano presso le fessure. Normalmente lo strato aggiunto di calcestruzzo è provvisto di un'armatura longitudinale, anche se essa non possiede una funzione portante, ma è presente come armatura minima per la ripartizione ottimale della fessurazione causata dal ritiro. All'apertura di una fessura si oppone la resistenza a trazione dell'armatura, la quale riduce la componente orizzontale della forza attivata dal ritiro, altrimenti equilibrata grazie alla resistenza di taglio generata dalla fuga.



Per visualizzare meglio il problema si propongono le deformazioni elastiche calcolate per una trave, il cui strato superiore è soggetto ad un ritiro costante. La differenza tra le aperture delle fessure nei i casi con e senza armatura sono evidenti.

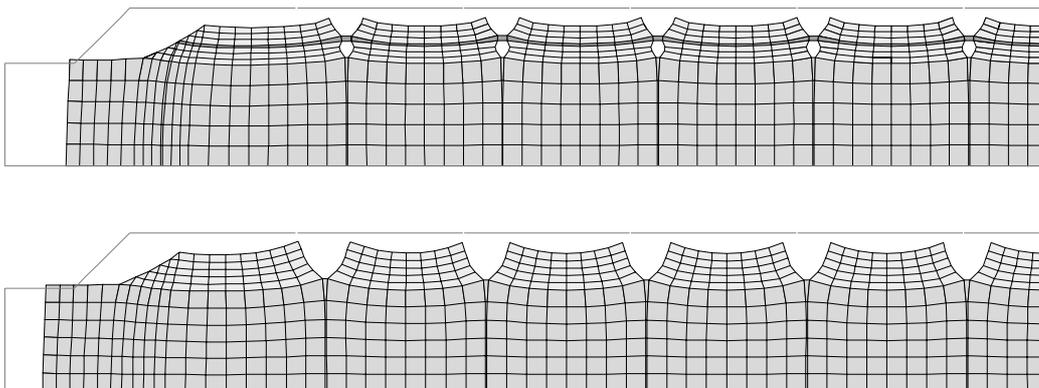


Fig. 2.63 Deformazione di una trave soggetta al ritiro della componente di calcestruzzo aggiunto

Riassumendo è possibile affermare che le tensioni taglianti dovute al ritiro subiscono un'importante riduzione a causa della fessurazione e della presenza dell'armatura longitudinale. Per questo motivo è lecito rinunciare, nel calcolo allo stato limite ultimo, alla loro sovrapposizione alle tensioni originare dai carichi esterni. Questo a condizione che vengano presi i tre provvedimenti seguenti di ordine costruttivo:

1. ancoraggio adeguato dell'elemento aggiunto alle estremità
2. armatura longitudinale minima per la ripartizione delle fessure

3. trattamento adeguato della superficie di trasmissione, per usufruire al meglio del contributo alla resistenza di taglio dovuto all'adesione.

Gli esperimenti eseguiti presso l'Istituto d'Ingegneria Strutturale [60], che sono caratterizzati dalla simulazione del fenomeno di ritiro pari ad un valore di $\varepsilon_{CS} = 0.5 \text{ ‰}$, hanno confermato queste supposizioni. In nessun caso si è assistito alla separazione delle due componenti. La fessurazione trasversale è intervenuta a distanza regolare pari a 4 volte lo spessore dello strato aggiuntivo, propagandosi perpendicolarmente alla fuga su tutto lo spessore. Quella longitudinale lungo la fuga invece, ha interessato esclusivamente la zona relativa alle estremità.

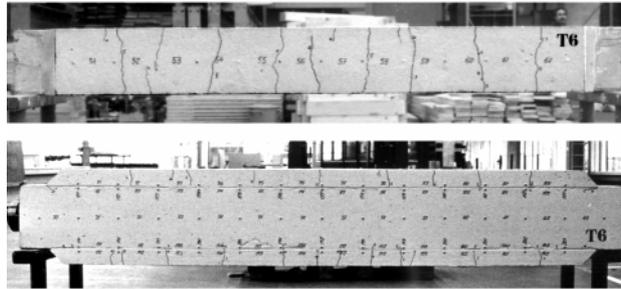


Fig. 2.64 Fessurazione del corpo soggetto al fenomeno del ritiro

Conclusioni

Affrontando l'analisi sull'efficienza funzionale di un elemento, per quanto concerne la fuga che caratterizza una sezione mista in calcestruzzo a getti successivi, ci si pone la domanda come essa si comporti sotto l'influenza delle azioni allo stato di servizio. In particolare con la definizione delle modalità di comportamento, ci si auspica in questo stadio di evitare la fessurazione longitudinale e quindi il superamento della resistenza dovuta all'adesione. Tuttavia proprio per l'esigua affidabilità di questo contributo alla resistenza, l'esigenza funzionale così espressa è ben lungi da poter essere garantita. Inoltre le sollecitazioni da considerare per questa verifica superano localmente anche un valore ottimistico della resistenza dovuta all'adesione. Grazie comunque ai provvedimenti elencati, si può sicuramente contribuire ad ridurre in modo considerevole allo stato di servizio la propagazione eccessiva della fessurazione longitudinale lungo la fuga.

3 Analisi sperimentale

Questo capitolo vuole essere una conferma del modello di calcolo proposto in seguito all'analisi teorica trattata nella seconda parte di questa ricerca. La conferma risulta attraverso il confronto tra il comportamento ipotizzato ed i risultati di una vasta serie di prove sperimentali eseguite presso il Politecnico Federale di Zurigo. Lo scopo degli esperimenti è quello di identificare innanzitutto i parametri principali che influiscono la trasmissione dello sforzo di taglio tra un strato in CA gettato successivamente ad un elemento preesistente. In un secondo tempo la variazione di questi parametri ha permesso di valutare la loro influenza sulla resistenza di taglio. In particolare sono stati studiati gli influssi 1. della ruvidità e 2. del posizionamento dei tasselli.

Il capitolo inizia con la presentazione del modello sperimentale e la descrizione dei parametri scelti per lo studio. Segue un riassunto del programma sperimentale, che include una descrizione della strumentazione utilizzata e delle procedure di misurazione. Il paragrafo successivo vuole essere una rappresentazione dei comportamenti tipici osservati durante gli esperimenti, con particolare attenzione rivolta all'influenza della variazione dei singoli parametri. Nell'ultimo paragrafo verrà confrontato il comportamento ipotizzato con quello osservato.

3.1 Programma sperimentale

Durante la primavera e l'estate 1991, nell'ambito della ricerca sul problema dell'adesione tra calcestruzzo vecchio e nuovo, sono state effettuate prove di carico su sedici travi in CA [60]. Di seguito vengono riassunti gli aspetti principali del programma sperimentale, in modo da chiarire le condizioni iniziali e quindi di definire con precisione i limiti del campo d'applicazione.

3.1.1 Corpo di prova

I corpi di prova scelti sono costituiti da travi dalle dimensioni 4.50 x 0.40 x 0.25 m alle quali, in un secondo tempo, viene applicato uno strato di CA dallo spessore

di 80 mm. In seguito, disposte su due appoggi distanti 4 m, esse assumono il sistema statico di trave semplice sottoposta ad un carico monotono concentrato nella mezzaria della campata.

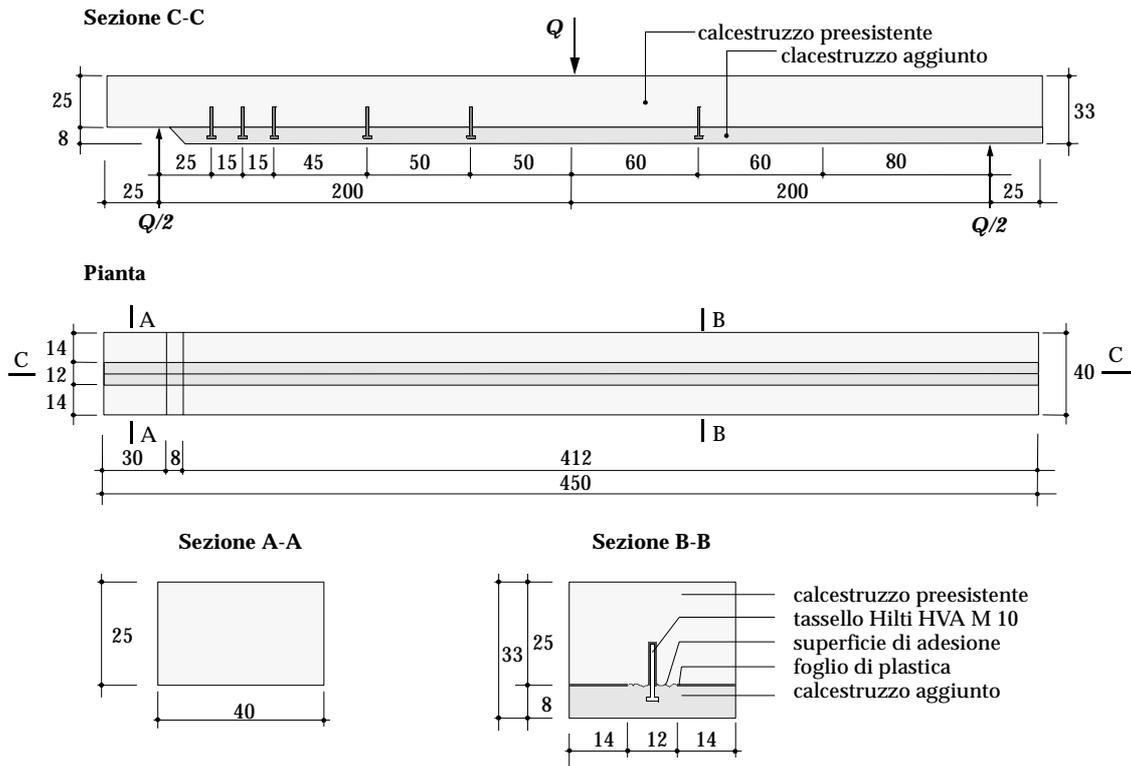


Fig. 3.1 Il corpo di prova mostra la disposizione dei tasselli della trave E_1 , misure in cm

La superficie di trasmissione di taglio è limitata ad una larghezza di 120 mm e viene ottenuta mediante l'inserimento di un foglio di plastica durante la fase di getto. Questa superficie viene trattata con la tecnica dell'idrogetto ad alta pressione (idrodemolizione) o frammisto a sabbia (sabbatura), in modo da farle assumere una voluta ruvidità. Le due travi di riferimento (serie A) sono state eseguite con un sol getto. L'armatura attraverso la fuga è costituita da tasselli Hilti HVA M10, ad eccezione della trave C_1 , per la quale si sono impiegati tasselli Hilti Jumbo. L'acciaio d'armatura longitudinale presente nello strato di calcestruzzo supplementare è costituito da due barre longitudinali (Topar S 500) $\phi = 12$ mm con l'aggiunta di reti elettrosaldate (S 550) di 6 barre longitudinali $\phi = 12$ mm. Per le due travi di riferimento della serie A sono state utilizzate 6 barre $\phi = 14$ mm ed una $\phi = 12$ mm di Topar 550. Per le travi della serie D, lo strato aggiuntivo di CA è applicato su tutta la lunghezza. In questo modo la trave poggia su questo strato ad ambedue le estremità. Viti supplementari, come le staffe di rinforzo esterne, potevano venire avvitate o meno, in modo da poter sperimentare le due metà della trave, l'una dopo l'altra.

Il corpo di prova scelto racchiude in sè alcuni vantaggi. Innanzitutto la superficie di trasmissione dello sforzo di taglio è di dimensioni ragguardevoli e si evita così che le concentrazioni delle tensioni influiscano negativamente sulla qualità

dei risultati. Inoltre lo sforzo di taglio nella fuga è maggiore quando lo strato successivo di calcestruzzo è provvisto di un'armatura longitudinale. In questo caso tutta la forza dell'armatura deve poter essere trasmessa lungo un breve tratto nella zona a compressione tramite il taglio. Infine proprio il sistema statico scelto ci permette di eseguire contemporaneamente due esperimenti con un'unica trave (sinistra e destra).

Sezione longitudinale

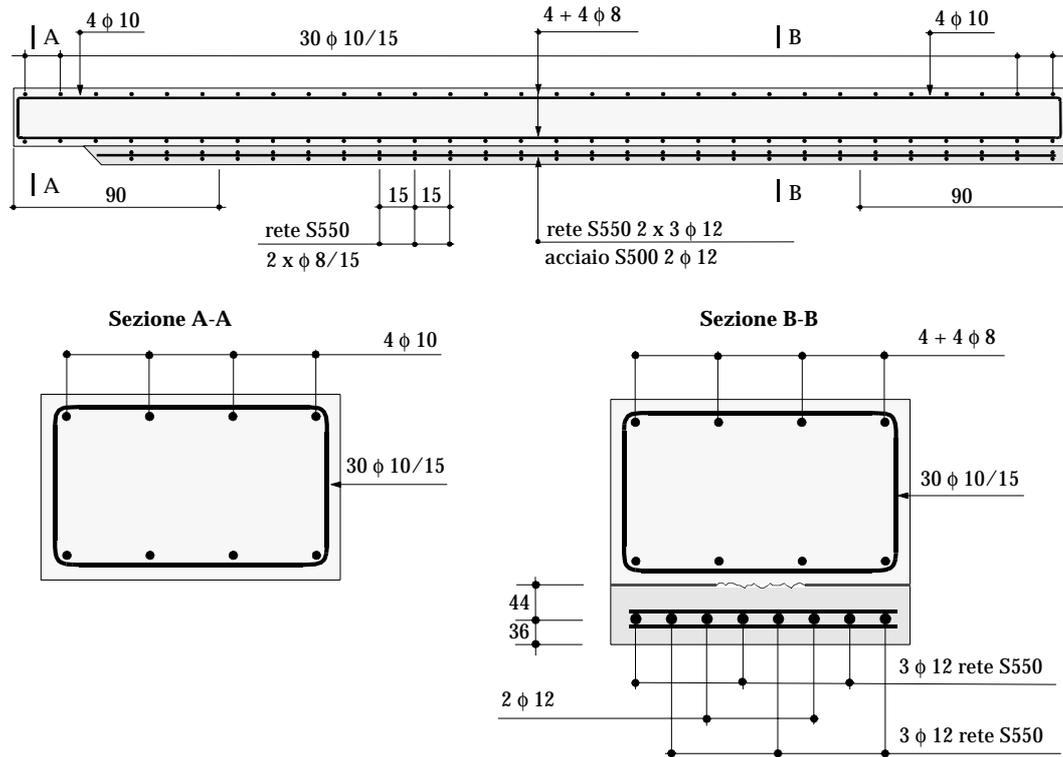


Fig. 3.2 Il corpo di prova mostra la disposizione dell'acciaio d'armatura nelle travi B, C, D, E

3.1.2 Parametri

I parametri principali che influenzano la capacità di trasmissione del taglio sono identificabili essenzialmente nella ruvidità della superficie dell'elemento preesistente e nella presenza di armatura attraversante la superficie di contatto.

1. *Ruvidità*. L'ottenimento di una ruvidità sulla superficie dell'elemento preesistente è un aspetto importante di carattere economico. Sono stati presi dunque in considerazione solo due tipi di ruvidità. Una lieve, caratterizzata dall'allontanamento della pellicola cementizia nonché dei grani di sabbia superficiali, ottenibile con la tecnica della sabbiatura oppure con l'idrodemolizione (getto d'acqua ad alta pressione a 2'000 bar attraverso un rotore a tre fori). Per l'altra, più accentuata, si può constatare uno svincolamento degli inerti più grossi dalla matrice cementizia. Questa ruvidità accentuata è stata ottenuta mediante l'idrodemolizione (getto d'acqua ad alta pressione a 2'000

bar attraverso un foro unico). Per potere avere degli ordini di grandezza sulle 2 ruvidità si è cercato di misurarne la profondità media con l'ausilio della sabbia di quarzo.

ruvidità	\bar{t} [mm]	tasselli HVA M10	[MPa]
lieve	0.6 - 0.9	f_{sy}	420
accentuata	3.0 - 4.0	f_{st}	520

2. La realizzazione di un'armatura attraversante la fuga è stata affidata a tasselli prodotti dalla ditta Hilti AG. Un primo tipo di tassello impiegato è del tipo come *HVA M10* e viene ancorato nell'elemento preesistente tramite un legante chimico, mentre la parte immersa nel nuovo strato di CA, provvista del dado saldato, beneficia della normale adesione tra acciaio e calcestruzzo. Per l'armatura della trave C_1 si sono impiegati invece tasselli del tipo *Jumbo*, che vengono percossi in un foro di diametro leggermente inferiore. L'energia dissipata è l'origine dell'adesione. Non tanto il tipo di tassello impiegato è stato oggetto della nostra analisi parametrica, quanto la variazione del contenuto e la loro disposizione. Quando ci si è resi conto che con una accentuata ruvidità i tasselli, invece che offrire la semplice resistenza al taglio, venivano anche sottoposti a trazione, si sono identificati due settori della trave, dove l'effetto dell'armatura trasversale forniva contributi differenti: la zona di ancoraggio finale e la zona mediana. Si trattava così di scoprire i contenuti ottimali di armatura.

Un accento particolare va posto alla preparazione della superficie di adesione prima del getto del nuovo strato di calcestruzzo. Per ridurre al massimo l'indebolimento della fuga, la superficie va adeguatamente pulita ed in seguito bagnata in modo che al calcestruzzo applicato non venga ridotto eccessivamente il rapporto acqua/cemento, dovuto al risucchio capillare durante la fase d'indurimento.

L'influenza della adesione è stata valutata nell'esperimento C_4 , applicando alla superficie di contatto una soluzione idrofoba (Sika Antisol-E20), con effetto impermeabilizzante dei pori.

Parallelamente alla soluzione che prevede l'impiego di tasselli, si è voluto sperimentare l'impiego di leganti chimici. Alle travi è dunque stato applicato uno strato di Sika Top Armatec 110, un legante chimico a base epossidica a due componenti.

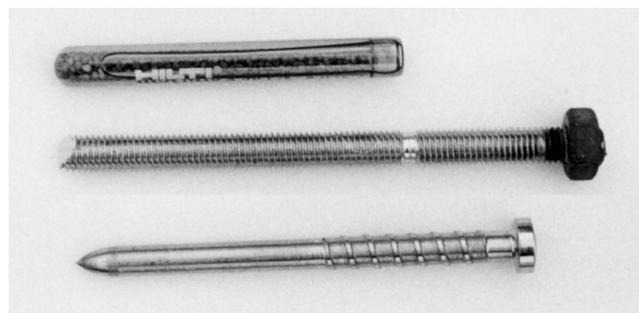


Fig. 3.3 Tasselli HILTI HVA M10 e HILTI Jumbo

Riassunto dei parametri

trave	larghezza d'adesione [mm]	ruvidità ¹⁾	profondità media ²⁾ [mm]	legante chimico ³⁾	soluzione idrofoba ⁴⁾	tasselli pro metà trave [n]	ripartizione dei tasselli ⁵⁾	A _{s1} (reti) [mm ²]	A _{s1} (barre) [mm ²]	età elemento vecchio [d]	età elemento nuovo [d]
A ₁	400	-				0		0	1037	34	106
A ₂	120	-				0				-	-
B ₁	120	W ₃	0.9			1		679	226	43	17
B ₂		W ₁	3.0			0				147	22
B ₃		W ₃	0.9	+		0				90	14
B ₄		S	0.6	+		0				92	16
C ₁	120	W ₃	0.9			9	G	679	226	40	14
C ₂		W ₃	0.9			8	EU			61	11
C ₃		S	0.6			12	EG			139	14
C ₄		W ₃	0.9		+	8	EU			64	14
C ₅		W ₁	3.0			3	E			151	24
C ₆		W ₁	3.0			6	EU			152	25
D ₁ ^s	120	W ₁	3.0			0		679	226	44	14
D ₁ ^d		W ₁	3.0			2	G			44	14
D ₂ ^s		W ₁	3.0			2	G			49	19
D ₂ ^d		W ₁	3.0			3	G			49	19
E ₁	120	W ₁	3.0			5	EU	679	226	114	51
E ₂		W ₁	3.0			5	EU			149	86

1) S sabbiatura
W₁ idrodemolizione
W₃ idrodemolizione

2) misurata con sabbia di quarzo

3) Sika Top Armatex 110

4) Sika Antisol-E20

5) G regolare
E ancoraggio finale
EU E + ripartizione irregolare
EG E + ripartizione regolare

Non si è voluto introdurre come parametro la qualità del calcestruzzo, non essendo determinante una sua variazione sul meccanismo di trasmissione di taglio. Il calcestruzzo degli elementi preesistenti è stato fornito secondo i parametri stabiliti dalla norma SIA 162 [79]: qualità B 35/25, la cui resistenza cubica a compressione media e minima sono di 35 MPa e 25 MPa. Il calcestruzzo costituente lo strato aggiuntivo è stato preparato in laboratorio con inerti dal diametro massimo di 16 mm. I valori medi delle proprietà misurate sono evidenziati nella tabella seguente:

Proprietà misurate del calcestruzzo [MPa]

	A _{1/2}	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	D ₁	D ₂	E _{1/2}
f_c	29.0*	34.4	32.4	32.6	33.3	31.4	32.6	31.7	-	34.8	34.4	36.2	34.3	33.3
f_{cc}	-	39.1	42.0	41.4	45.8	42.1	42.4	37.7	39.8	45.2	48	43.6	44.8	43.8
f_{ct}	-	4.9	5.2	4.3	-	4.2	4.9	4.6	4.3	5.2	5.0	3.7	3.9	5.5

* Questo dato è comune a tutte le travi e caratterizza la resistenza cilindrica dell'elemento preesistente.

L'acciaio d'armatura è stato fornito secondo le caratteristiche definite dalla norma SIA 162 [79]: qualità S 550 per le reti elettrosaldate e S 500 per le barre, alle quali corrisponde una tensione di snervamento rispettivamente di 520 MPa e 460

MPa. I valori medi delle caratteristiche misurate sono leggibili nella tabella seguente:

Proprietà misurate per il ferro d'armatura [MPa]

	barre ϕ 14 S 500	barre ϕ 12 e 8 S 500	reti ϕ 12 S 550
	I	II	III
f_{sy}	560	500	657
f_{st}	640	614	677

Le prove di trazione sono state eseguite su barre di diametro pari a quelle impiegate per l'armatura flettente.

3.1.3 Esecuzione

Durante l'esecuzione degli esperimenti ad azione monotona, il carico concentrato è stato attivato tramite una pressa idraulica e aumentato gradualmente fino alla rottura della trave. Al termine di ogni previsto caso di carico è stata eseguita una misurazione. Per piccoli carichi, dove l'aumento della deformazione nel tempo è minima, la lettura dell'apparato di misurazione avveniva di regola tenendo il carico costante. Dopo la fessurazione, durante le pause per la misurazione, si è cercato di ottenere una freccia costante. Il risultato della procedura è identificabile dai diagrammi di carico in funzione della freccia, dove per intervalli a carico costante la freccia aumenta, mentre per intervalli a freccia costante il carico diminuisce.

Per le esperienze ad azione dinamica, le travi sono state sottoposte in una prima fase ad un carico monotono maggiore rispetto a quello di fessurazione. In seguito è stato attivato un carico pulsante di 2×10^6 cicli in modo da poter osservare l'influenza della fatica sull'adesione. Da ultimo le travi sono state nuovamente sollecitate gradualmente da un carico monotono e portate fino alla rottura.

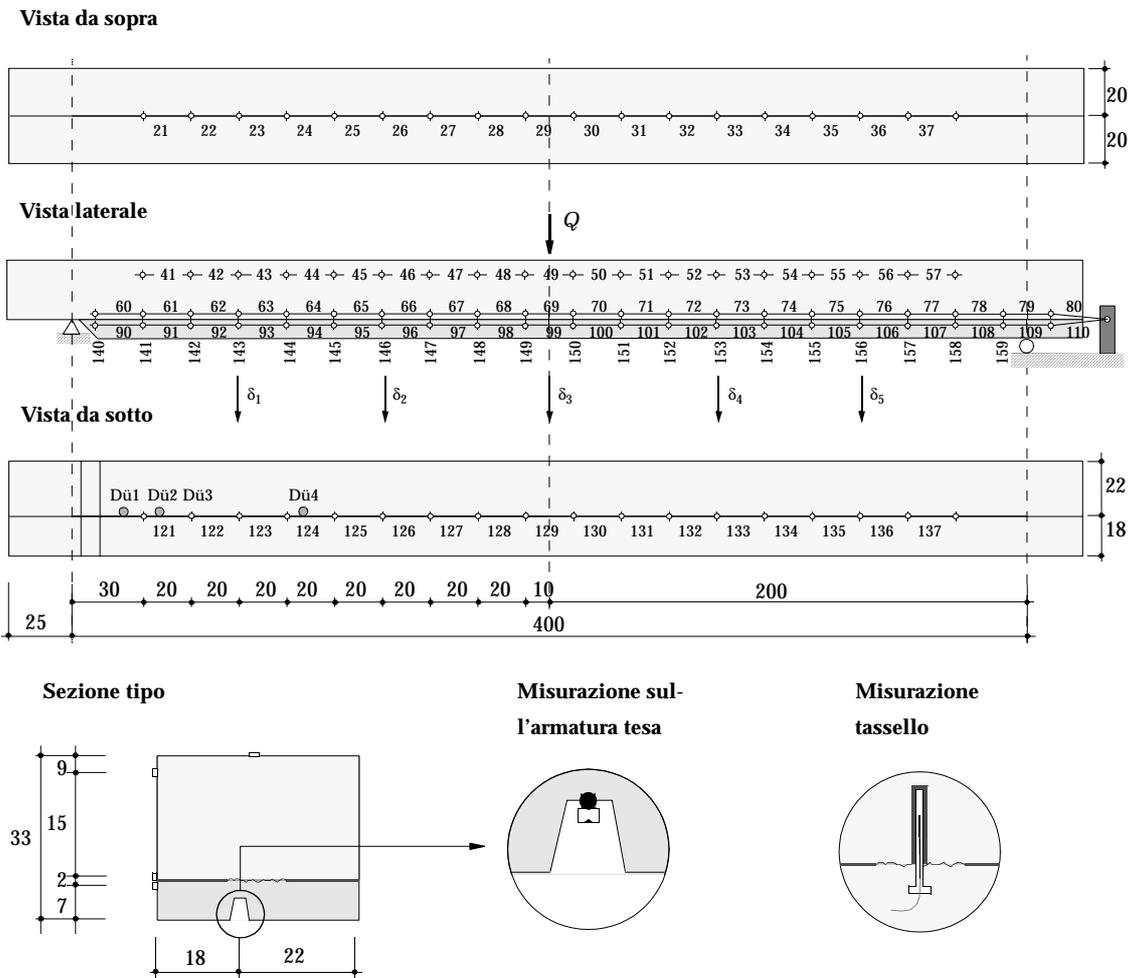
3.1.4 Strumentazione

L'azione di carico delle travi viene esercitata da una pressa idraulica posta nella mezzaria della campata. Il sistema di misurazione previsto ci ha permesso di registrare le seguenti indicazioni:

- forza nella pressa (Q)
- freccia della trave in 5 punti ($\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5$)
- deformazione specifica del calcestruzzo lungo i tratti continui di 200 mm applicati sulla parte superiore della sezione e a diversi livelli del lato (21 ÷ 110)

- deformazione specifica dell'acciaio d'armatura teso lungo i tratti continui di 200 mm applicati sulla barra centrale dell'armatura flettente (121 ÷ 137)
- deformazioni relative perpendicolari alla fuga (140 ÷ 159)
- deformazioni specifiche dei tasselli (Dü1, Dü2, Dü3, Dü4).

La forza nella pressa, le frecce e le deformazioni specifiche dei tasselli venivano registrate automaticamente, mentre le deformazioni venivano rilevate da uno strumento che misura gli allungamenti/accorciamenti per induzione magnetica e con una precisione di 0.01 ‰ su di una lunghezza di misurazione pari a 200 mm.



Sistema di misurazione della trave C₃

3.2 Comportamento osservato

Questo paragrafo descrive il comportamento osservato nelle prove sperimentali. Lo scopo è di rappresentare l'influenza dei vari parametri. Dagli effetti osservati, si cerca di capirne le cause.

Vengono considerate le relazioni seguenti:

1. *Capacità portante.* La resistenza teorica a flessione è stata raggiunta con la trave A_1 , mentre la capacità portante di taglio con la trave A_2 . La variazione dei parametri applicata alle travi rinforzate con uno strato supplementare di CA ha come scopo di attivare una completa resistenza a flessione.
2. *Carico e freccia a metà campata.* Questa relazione illustra lo sviluppo della capacità portante della struttura durante il carico. Di particolare importanza risulta essere l'influsso degli spostamenti verticali ed orizzontali nella fuga sulla rigidità.
3. *Scorrimento e apertura della fuga.* La trasmissione del taglio è direttamente dipendente dal valore dello scorrimento tra i due elementi e dalla conseguente apertura originata dalla ruvidità e associata allo scorrimento.
4. *Curvatura.* Analizzando la curvatura è possibile dedurre se sia lecito calcolare le deformazioni sulla base del principio di Navier-Bernoulli che postula il mantenimento delle sezioni piane.
5. *Forza nell'armatura flettente, taglio, sforzi interni.* Con questa analisi si cerca di mettere luce sui meccanismi di trasmissione del taglio, mettendo in relazione tutti i contributi che presumibilmente lo influenzano.
6. *Resistenza di fatica, sollecitazione dinamica.* Importante per la ricerca è poter determinare l'influenza della sollecitazione dinamica sulla resistenza di fatica degli elementi responsabili della trasmissione del taglio nella fuga.

3.2.1 Capacità portante

Lo scopo delle travi di riferimento A è quello di determinare la resistenza teorica a flessione e rispettivamente di taglio di un'elemento gettato monoliticamente. Malgrado le dimensioni delle travi siano tutte identiche, le sezioni di riferimento sono provviste di un armatura flettente diversa dal resto delle travi. Considerando le proprietà dell'acciaio d'armatura (3.1.2), possiamo comunque affermare che le travi sono in grado di attivare una forza di trazione massima paragonabile.

Gli elementi sono stati dimensionati per raggiungere la capacità massima a flessione. Riducendo la superficie di trasmissione del taglio da 400 mm a 120 mm nell'elemento A_2 , la resistenza a flessione non può più essere raggiunta perché interviene prima un tipico collasso di taglio, dovuto al raggiungimento della resistenza cilindrica a compressione nella diagonale inclinata. La tabella proposta riassume i carichi di rottura registrati.

Trave	A_1	A_2	B_1	B_2	B_3	B_4	C_1	C_2	C_3
Q [kN]	190.5	155.0	104.5	107.5	122.0	89.0	97.5	113.0	110.0
Trave	C_4	C_5	C_6	D_1^s	D_1^d	D_2^s	D_2^d	E_1	E_2
Q [kN]	85.0	140.0	145.0	143.5	160.0	175.0	181.5	184.0*	-

* Corretto in base alla misurazione degli allungamenti specifici dell'armatura flettente

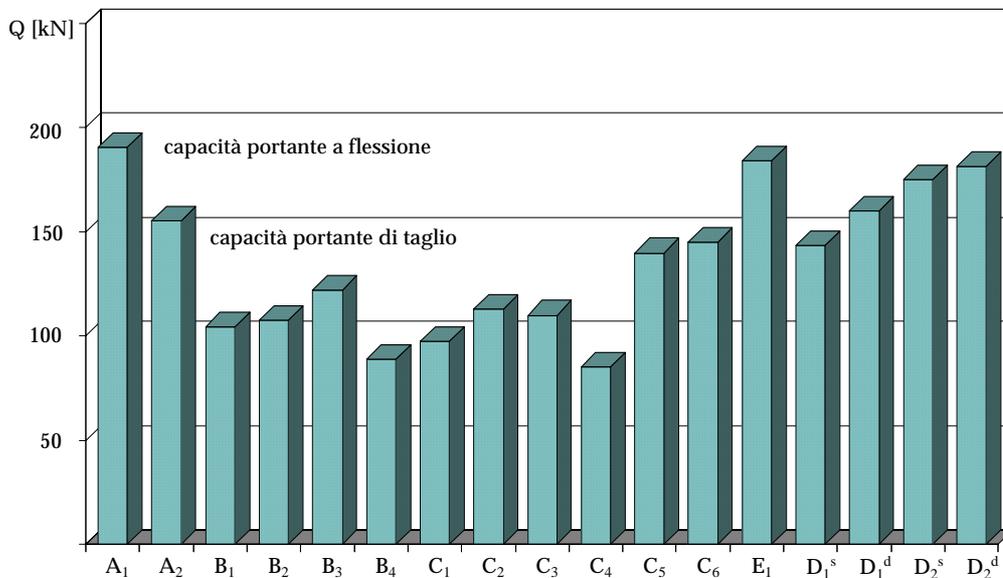


Fig. 3.4 Diagramma dei carichi di rottura

È interessante notare come la resistenza di taglio dovuta alla sola adesione (B₁ e B₂) oltre che essere decisamente ridotta (68% della A₂ gettata monoliticamente), non viene influenzata in maniera determinante dal valore della ruvidità. La spiegazione risiede con molta probabilità nel fatto che l'ottenimento di un'accentuata ruvidità danneggia maggiormente ed in profondità la struttura del calcestruzzo, impedendo così dei valori della resistenza più elevati rispetto alla superficie con una ruvidità lieve.

L'impiego di leganti chimici può contribuire a migliorare l'aderenza tra le due superfici. Tuttavia, come risulta dalla trave B₄, l'applicazione di questi prodotti è un'operazione molto delicata, che anche in condizioni ottimali di laboratorio non sempre ha successo, causando addirittura un peggioramento delle condizioni di aderenza iniziali.

Gli esperimenti della serie C, sono serviti a determinare in che modo si può influenzare l'azione resistente dei tasselli variando il valore della ruvidità. Le travi C₁, C₂ hanno rivelato una capacità portante di un ordine di grandezza paragonabile alla B₁. I tasselli in tutti e tre gli esperimenti mostravano una rottura tipica dovuta al superamento della loro resistenza di taglio. Tuttavia per tali contenuti geometrici di armatura trasversale sembra che la resistenza di taglio dei tasselli fosse inferiore e venisse attivata solo in seguito al cedimento dell'adesione. La conferma ci è giunta con la trave C₄ ($\rho=0.27\%$) privata della possibilità di attivare l'adesione. Con l'esperimento C₃ si è voluto aumentare il contenuto dei tasselli in modo da elevare la loro resistenza di taglio a livello di quella fornita dall'adesione. Il risultato ci indica un contenuto geometrico di tasselli $\rho=0.40\%$. Le travi C₅ e C₆ erano dotate di un'accentuata ruvidità. Con un contenuto geometrico di tasselli minimo, si sono potute raggiungere capacità portanti

di ordine di grandezza pari alla resistenza di taglio come per la trave gettata monoliticamente. Inoltre si è potuto constatare che i tasselli, a differenza degli esperimenti precedenti, venivano sollecitati chiaramente a trazione, questo grazie al valore assunto della ruvidità. La rottura è avvenuta a causa del cedimento dell'ancoraggio dei tasselli immersi nello strato di calcestruzzo aggiuntivo. Una tipica rottura di punzonamento questa, che non ha permesso di attivare tutta la resistenza a trazione dei tasselli. Da notare che nella trave C_5 , prima della rottura, si è assistito ad una perdita di aderenza nella zona mediana priva di spezzoni di collegamento. Fintanto che l'ancoraggio alle estremità è garantito dall'armatura trasversale, si nota in prossimità del collasso una redistribuzione degli sforzi interni, caratterizzata da due bielle a compressione che si appoggiano verticalmente sui tasselli alle estremità e sono equilibrate orizzontalmente da una biella a trazione costituita dall'armatura dello strato aggiuntivo, in fase di snervamento.

Con i modelli della serie D, lo strato di CA viene applicato fino all'estremità della trave. La fuga beneficia quindi della pressione normale esercitata dall'appoggio. Lo scopo di questi esperimenti è stato quello di determinare l'influenza dei tasselli posti nella zona mediana della trave. I risultati mostrano che con un tassellaggio di $\rho=0.065\%$ la fuga si apre sotto un carico più elevato (+15%). Questa armatura nella zona mediana scarica in parte quella alle estremità, che però è fondamentale per raggiungere la voluta capacità portante.

La trave E_1 , dopo esser stata sottoposta ad una sollecitazione dinamica, ha raggiunto nella prova di carico monotona la resistenza a flessione della trave di riferimento gettata monoliticamente, pur disponendo di una armatura trasversale simile a D_2 e C_6 . La sospensione verticale delle forze, tramite i tasselli posti alle estremità, non ha ceduto per punzonamento come nelle travi C_5 e C_6 .

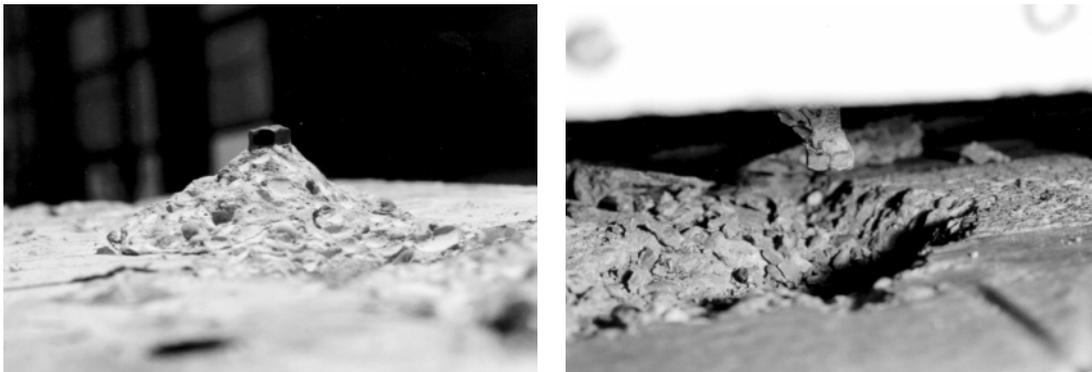
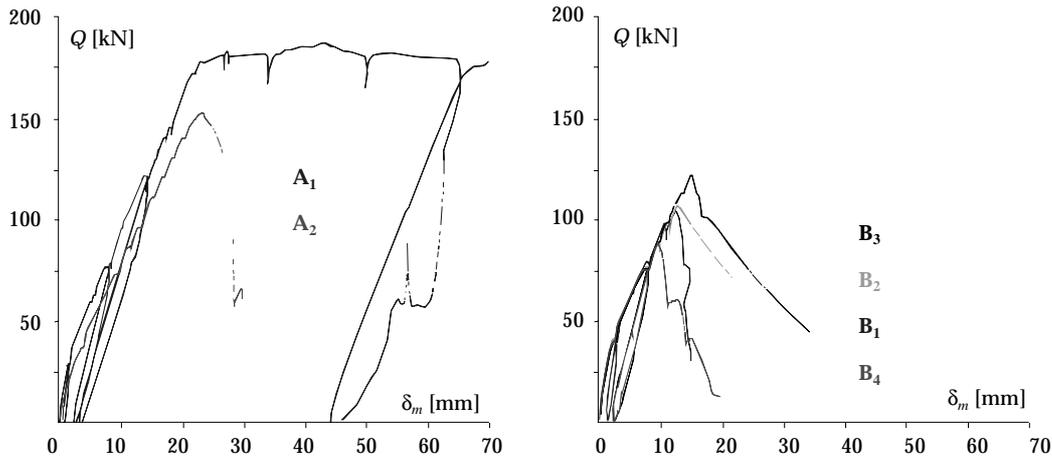


Fig. 3.5 Rottura di punzonamento dal caratteristico tronco cono

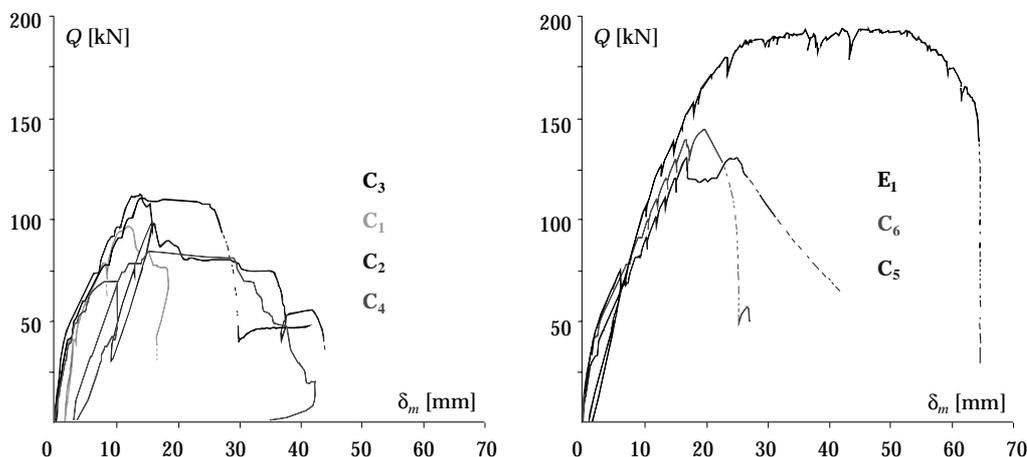
Questo fatto è da ricondurre molto probabilmente ad una maggiore resistenza a trazione del calcestruzzo aggiuntivo dovuto ad un tempo di maturazione più lungo. Anche in questo caso abbiamo constatato prima del collasso una separazione dei due elementi nella zona mediana.

3.2.2 Carico e freccia in mezzaria, rigidezza

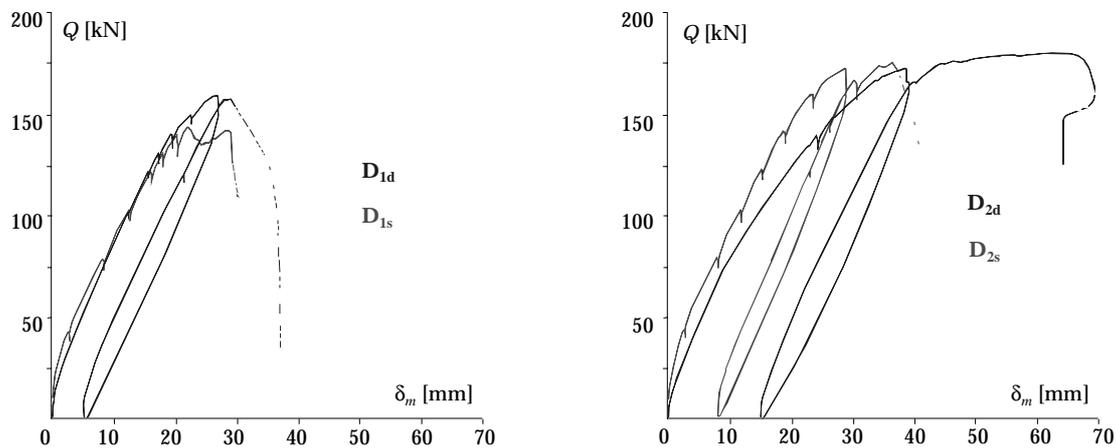
I grafici di carico in funzione della freccia in mezzaria δ_m mostrano la perfetta corrispondenza con la descrizione dell'andamento tipico di una struttura inizialmente non fessurata (stadio I) e poi completamente fessurata (stadio II).



Le deformazioni delle travi in funzione dell'incremento del carico sono perfettamente analoghe fino al limite di cedimento dell'adesione. Dopo di che, per i modelli sprovvisti di armatura trasversale (serie B), si constata un cedimento improvviso e fragile della capacità portante. Per le travi dove i tasselli, a causa della ruvidità lieve, sono sollecitati dallo sforzo di taglio (C_1 , C_2), il cedimento dell'adesione non corrisponde con il collasso. I diagrammi mostrano chiaramente come la resistenza dei tasselli sia inferiore tuttavia a quella fornita dall'adesione. Questa resistenza viene poi confermata dalla trave C_4 , come dalla C_3 , dove si è voluto elevare il contenuto d'armatura trasversale in modo da raggiungere con essa la resistenza al taglio dovuta all'adesione. Da notare che una volta persa l'aderenza dovuta all'adesione, la resistenza al taglio opposta dai tasselli permette alla trave di resistere ad un determinato carico che rimane costante, mentre la freccia aumenta gradualmente. In questo stadio i due elementi non sono più legati monoliticamente su tutta la lunghezza. Si osserva pure uno scorrimento della fuga che non è più trascurabile.



Diverso sembra essere invece il comportamento delle travi provviste di una ruvidità accentuata, dove quindi i tasselli vengono sostanzialmente solleccitati a trazione. Il cedimento dell'adesione nella zona mediana determina sì una ridistribuzione degli sforzi interni, e l'ancoraggio viene garantito dai tasselli posti alle estremità. Tale redistribuzione non comporta però una diminuzione drastica della rigidità. La rottura fragile che interviene è causata dal cedimento dell'ancoraggio dei tasselli posti alle estremità (C_5, C_6). Improvvisamente viene a mancare la necessaria compressione esercitata sulla fuga, alla quale si associa la resistenza al taglio (C_5, C_6, D_1, D_2). Quando la resistenza dell'ancoraggio può essere garantita, la trave raggiunge la capacità portante a flessione. Malgrado la zona mediana si sia parzialmente staccata, la rigidità della trave viene mantenuta (E_1).



Freccia in mezzaria per determinati casi di carico [mm]

Q [kN]	A ₁	A ₂	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	D ₁	D ₂	E ₁	δ_m
40	3.2	3.8	2.9	3.0	2.6	2.5	2.8	2.4	2.4	3.7	3.0	1.9	3.0	3.0	-	2.9
77	7.9	9.4	8.2	8.4	8.2	8.3	8.0	7.3	8.6	-	8.1	7.0	8.6	8.3	6.1	8.2
100	-	12.9	12.4	12.8	11.3	-	-	11.5	12.3	-	11.3	10.2	12.4	12.0	-	11.9
120	-	16.7	-	-	13.8	-	-	-	-	-	14.3	13.2	15.8	15.3	14.1	14.8
140	18.3	19.8	-	-	-	-	-	-	-	-	17.6	16.5	20.1	19.0	17.4	18.6
160	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	23.3	-	-

3.2.3 Scorrimento e apertura della fuga

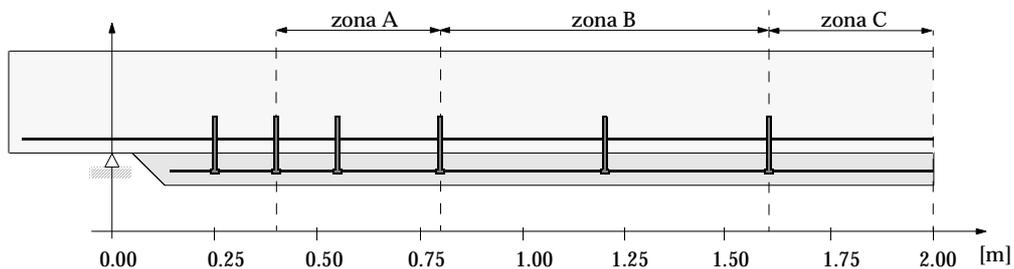
La misurazione degli allungamenti specifici di 1 cm sopra e sotto la fuga partendo da un punto fisso esterno, ci ha permesso di osservare la differenza d'allungamento tra l'elemento superiore e quello inferiore, e di conseguenza gli scorrimenti relativi u nella fuga. In generale si constata che le fessure attraversanti la fuga, dovute alla flessione o allo sforzo di taglio, non si propagano line-

armente tra i due elementi. Lo strato di CA applicato mostra una ripartizione regolare delle fessure su tutta la lunghezza, mentre nell'elemento preesistente le fessure si accumulano nella zona centrale.



Fig. 3.6 Propagazione delle fessure nel corpo di prova D_{1s}

Possiamo rilevare lungo l'asse longitudinale della trave tre zone, che sono caratterizzate da un valore diverso dello scorrimento.



1. zona presso l'ancoraggio alle estremità (A), sull'appoggio (A^A), con tasselli (A^T)
2. zona mediana (B)
3. zona d'influenza del carico concentrato (C)

La zona A si situa in prossimità dell'ancoraggio, alle estremità delle travi. Qui lo scorrimento assume un valore minimo grazie alla compressione normale alla fuga garantita dai tasselli o dall'appoggio della trave, dopo di che lo scorrimento aumenta ($du/dx < 0$) fino ad un valore massimo, che poi si mantiene costante ($du/dx = 0$) per tutta la zona mediana (B). In prossimità dell'asse di simmetria della trave, nella zona d'influenza del carico concentrato (C), lo scorrimento si riduce ($du/dx > 0$) dal valore massimo a zero.

Valori caratteristici dello scorrimento u nelle zone definite [mm]

	A^A	A^T	B	C
B, C_1, C_2	0.00	0.00 - 0.05	0.10 - 0.15	0.00 - 0.05
C_3, C_4	0.00	0.10 - 0.50	0.50 - 1.00	0.00 - 0.05
C_5, C_6, E_1	0.00	0.10 - 0.30	0.50 - 0.60	0.00 - 0.10
D_1, D_2	0.00 - 0.05	-	0.70 - 0.80	0.00 - 0.10

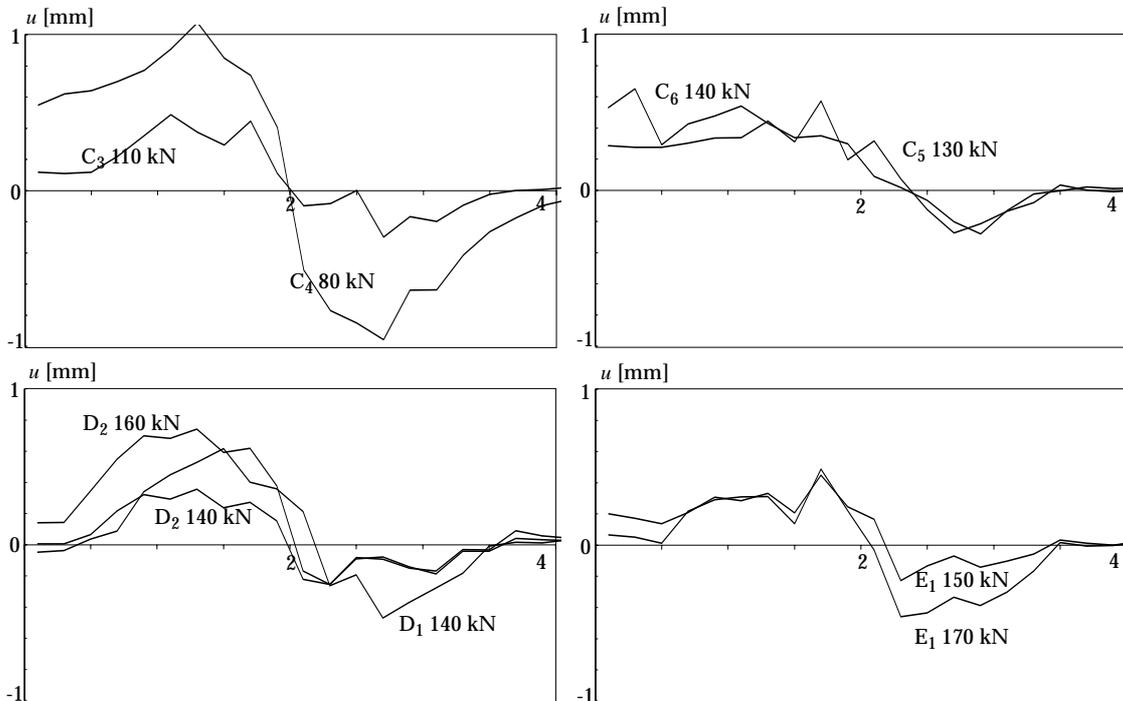


Fig. 3.7 Scorrimenti della fuga u [mm] lungo l'asse della trave x [m]

Sulle travi sprovviste di tasselli (B), o dove i tasselli resistono al taglio (C_1 , C_2), si riscontrano scorrimenti relativi pari a $0.05 \div 0.15$ mm, dopo di che assistiamo al cedimento dell'adesione. La resistenza allo sforzo di taglio dei tasselli ha una certa efficacia pure per scorrimenti che vanno da $0.50 \div 1.00$ mm (C_3 , C_4). Le travi provviste di tasselli e con ruvidità accentuata, riescono a beneficiare di una notevole resistenza di taglio per scorrimenti fino a 0.30 mm, visibili nelle zone che beneficiano di una sufficiente pressione normale alla fuga. L'ancoraggio alle estremità, che viene garantito dai tasselli, consente scorrimenti maggiori rispetto a quello costituito dallo sforzo normale degli appoggi. Questo perché per poter venire mobilitata la resistenza a trazione dei tasselli, essi necessitano di un certo allungamento relativo e quindi di un'apertura della fuga. Nelle zone mediane la trasmissione di taglio si riduce notevolmente senza però mai annullarsi anche in presenza di scorrimenti dell'ordine di grandezza di 0.80 mm (D_1 , D_2). È interessante notare che per un caso di carico prossimo alla rottura, l'incremento dei tasselli in queste zone non sembra avere un effetto determinante sullo scorrimento (cfr. D_2 $Q = 160$ kN e D_1 $Q = 140$ kN). Nella zona C, sotto l'influsso della distribuzione del carico concentrato come per questioni di simmetria, gli scorrimenti sono quasi nulli.

L'apertura della fuga risulta essere in stretta relazione con lo scorrimento, con la pressione normale e con la ruvidità. I valori misurati dovrebbero quindi lasciare trasparire una classificazione delle zone paragonabile a quella dello scorrimento.

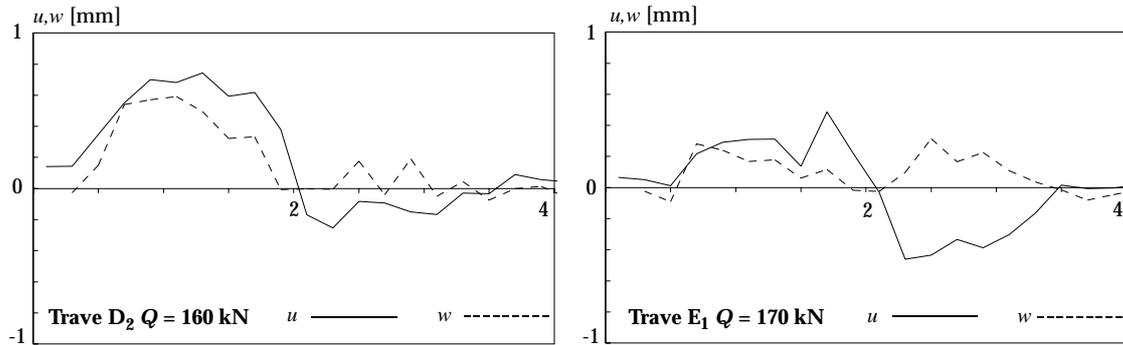


Fig. 3.8 Scorrimento e apertura della fuga u, w [mm] lungo l'asse della trave x [m]

In generale i dati rilevati confermano le previsioni. Anche qui è interessante osservare come nella zona mediana, in prossimità della rottura, l'apertura della fuga non viene influenzata dalla presenza o meno di tasselli (cfr. D_2 $Q = 160$ kN e D_1 $Q = 140$ kN). Questa osservazione ci pone degli interrogativi sull'influenza benefica che questi tasselli sono in grado di esercitare. Da notare che in questa zona l'elemento preesistente è caratterizzato da una fitta presenza di fessure inclinate dovute allo sforzo di taglio.

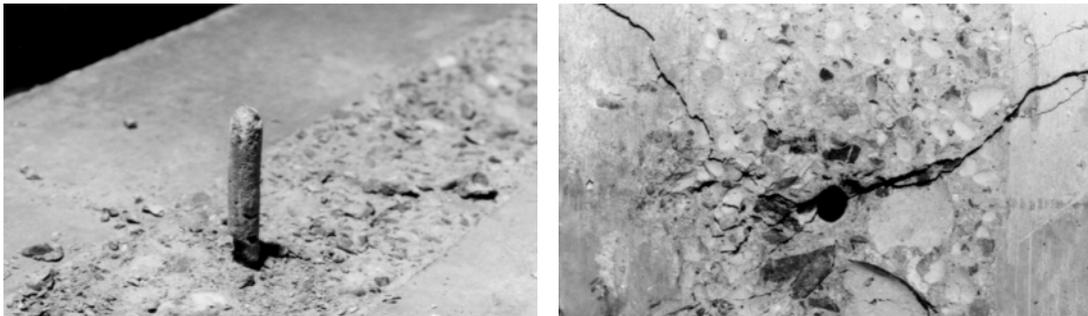


Fig. 3.9 Perdita d'aderenza di un tassello influenzato dalla fessurazione

La probabilità che una fessura attraversi l'ancoraggio mediante il legante chimico del tassello, annullandone l'azione, risulta essere elevata. Nel prototipo C_3 abbiamo constatato chiaramente questo fenomeno.

Valori caratteristici dell'apertura della fuga w nelle zone definite [mm]

	A^A	A^T	B	C
B, C_1, C_2	-	0.00	0.10 - 0.15	0.00
C_3, C_4	-	0.10 - 0.50	0.30 - 0.80	0.00 - 0.50
C_5, C_6, E_1	0.00	0.10 - 0.30	0.20 - 2.60	0.00
D_1, D_2	0.00	-	0.60 - 2.20	0.00

L'ordine di grandezza ipotizzato dell'apertura della fuga w nella zona mediana in prossimità del collasso assume valori prossimi alla profondità media della

ruvidità \bar{t} . Per la trave C_4 dove $\bar{t} = 0.9$ mm otteniamo $w = 0.8$ mm, mentre per D_2 con $\bar{t} = 3.0$ mm l'apertura massima misurata w prima della rottura è di 2.2 mm. I grafici proposti non assumono una rappresentazione simmetrica nel caso della trave D_2 , perché durante la prima fase di carico, la parte destra dell'elemento era completamente chiusa con delle viti esterne. Raggiunta la resistenza ultima della parte sinistra si è provveduto a bloccare i due strati, sempre con viti esterne, liberando l'altra metà, in modo da poter effettuare due esperimenti con una sola trave.

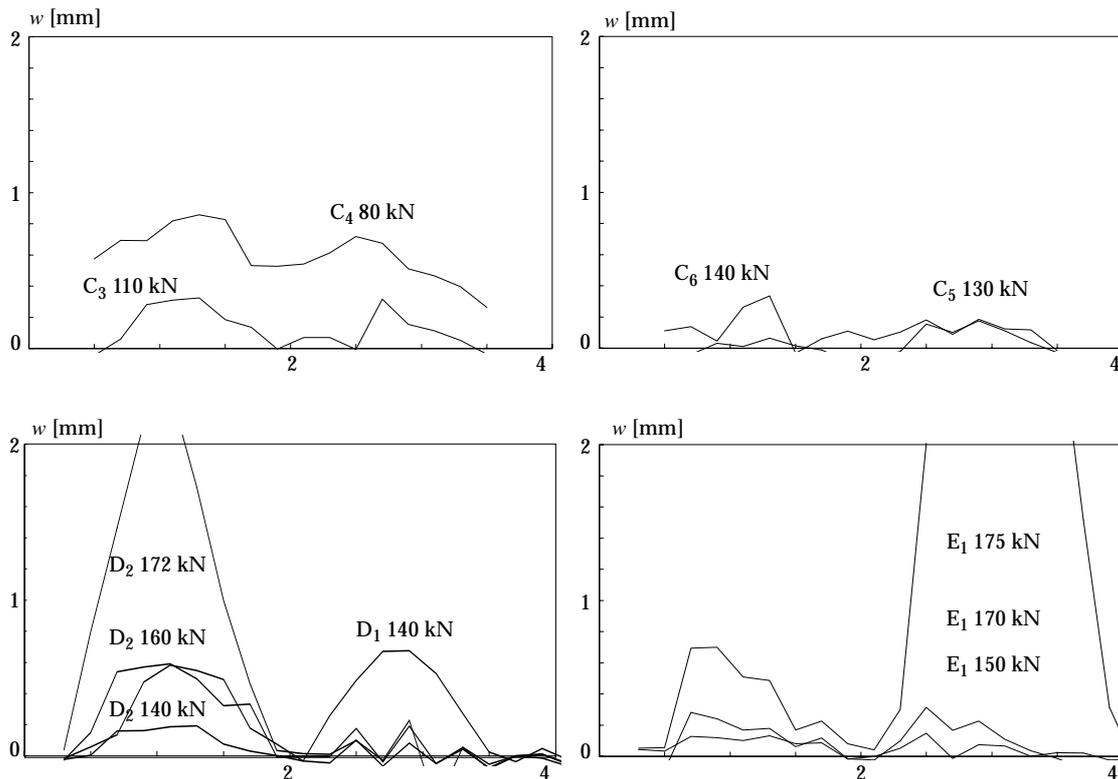


Fig. 3.10 Apertura della fuga w [mm] lungo l'asse della trave x [m]

I risultati delle misurazioni degli scorrimenti e delle aperture proposti in questo paragrafo si riferiscono a casi di carico significativi, per i quali si è potuto effettuare una misurazione completa prima della rottura. Per il caso di carico corrispondente ad un valore teorico del carico di servizio¹, nel nostro caso $P = 77$ kN, gli scorrimenti e le aperture possono essere considerati nulli. L'adesione tra i due elementi è ancora completamente presente.

1. Il carico teorico di servizio corrisponde alla capacità teorica portante di una trave con geometria e materiali definiti dalla norma, ridotta dei rispettivi fattori di sicurezza γ_r , γ_q , γ_g .

3.2.4 Curvatura

L'osservazione delle deformazioni specifiche lungo la trave in varie quote della sezione ci permette di osservare l'andamento della curvatura. Nella valutazione viene rappresentato un suo valore "teorico" estrapolato dalle due misurazioni nella zona di compressione, ed uno "effettivo" che deriva dalle misurazioni degli allungamenti specifici sopra e sotto la fuga, influenzate dalla ripartizione delle fessure, e inoltre da quella effettuata direttamente sull'acciaio d'armatura a flessione. Ci si domanda a sapere quale calcolo sia possibile, tenendo conto dell'ipotesi di Navier-Bernoulli che postula il mantenimento delle sezioni piane. Intanto bisogna fare una netta distribuzione tra lo stadio antecedente il cedimento dell'adesione, per il quale è lecito considerare le sezioni piane e quello susseguente. In questo caso viene osservato il comportamento rappresentato dalla figura 2.38 nel capitolo precedente.

Come appare evidente dalla descrizione qualitativa del comportamento osservato, una volta che intervengono degli scorrimenti, il postulato di Navier-Bernoulli non può più esser ritenuto valido considerando la singola sezione. La rappresentazione grafica conferma l'accrescere dello scorrimento nella zona C, il mantenimento di un valore costante nella zona mediana e la riduzione del suo valore nella zona A. Per cui, considerando integralmente la trave è ammissibile applicare le leggi che mettono in relazione il momento flettente M , la curvatura $1/r$ e la freccia δ , le quali leggi sono valide per le strutture non soggette a scorrimenti relativi:

$$\delta = \int M \frac{1}{EI} dx \quad \frac{M}{EI} = \frac{1}{r} \quad \delta = \int M \frac{1}{r} dx \quad 3.1$$

Il paragone tra i diagrammi di carico e la freccia a metà campata proposto in 3.2.2 confermano l'indipendenza della freccia dal valore ipotizzato per lo scorrimento. Risulta dunque lecito applicare le ipotesi di Navier-Bernoulli sull'elemento considerato integralmente, malgrado che per le singole sezioni, a causa dello scorrimento, non vale il principio di mantenimento delle sezioni piane.

3.2.5 Forza nell'armatura flettente, taglio, sforzi interni

La misurazione degli allungamenti specifici combinata alla conoscenza del comportamento dell'acciaio d'armatura, ci permette di calcolare la forza attivata nell'armatura flettente presente nello strato aggiuntivo del calcestruzzo.

Dividendo l'aumento della forza a trazione dT per la superficie d'adesione $dx \cdot b_a$ otteniamo lo sforzo di taglio τ che viene trasmesso.

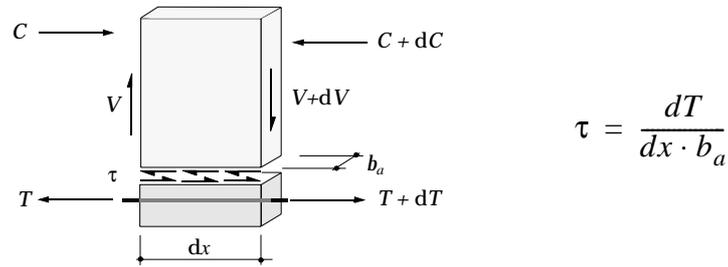


Fig. 3.11 Equilibrio all'elemento

Vengono considerati per l'analisi comparativa dell'andamento della forza presente nell'armatura a flessione A_s^{inf} , i grafici delle travi C₅, C₆, E₁, D₁, D₂, considerati di un certo interesse nella combinazione dei diversi parametri.

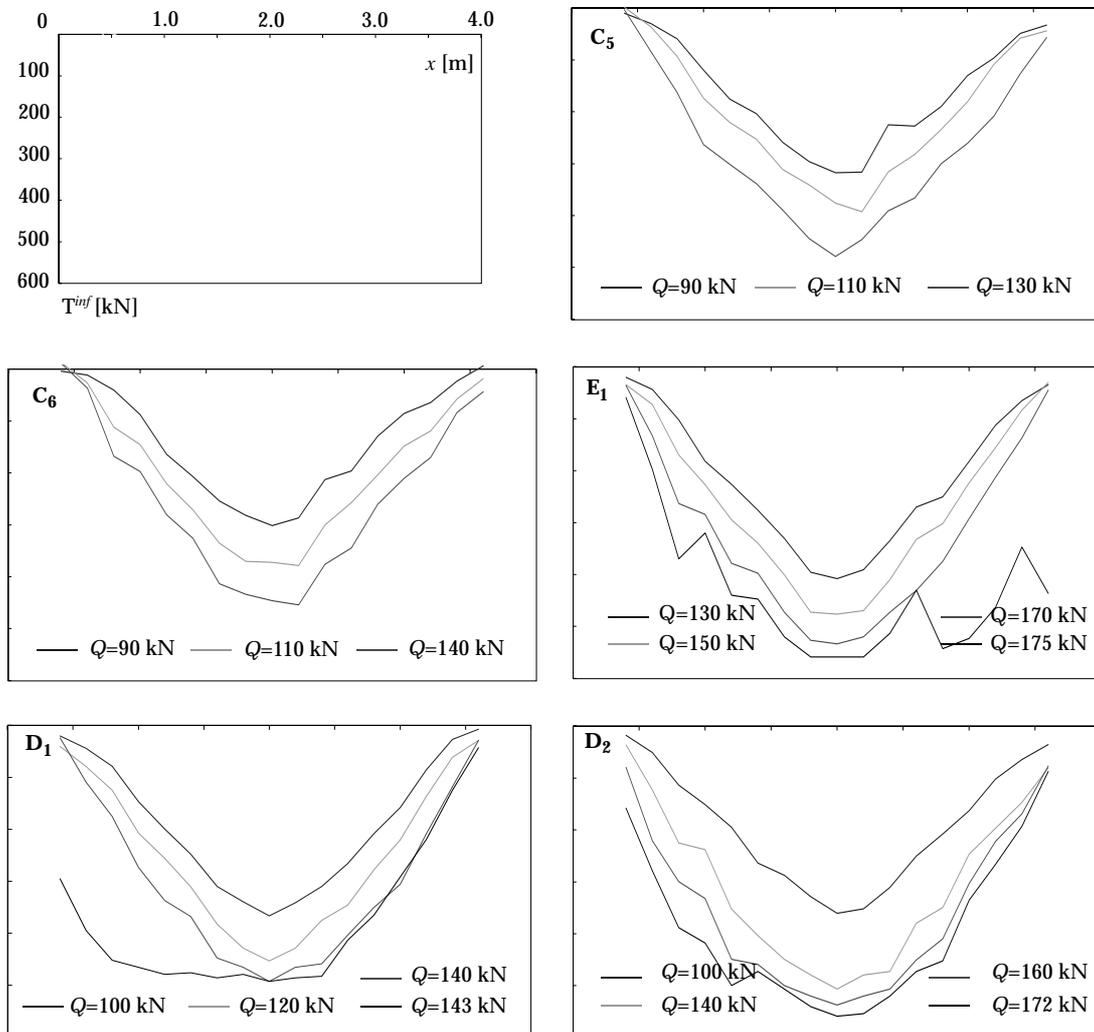


Fig. 3.12 Forza T nell'armatura flettente A_s^{inf} lungo l'asse della trave x [m]

In tutte le travi l'armatura nell'elemento preesistente A_s^{sup} è chiamata a collaborare, perché quella supplementare introdotta nello strato aggiuntivo A_s^{inf} non è sufficiente da sola per resistere ai carichi di rottura $Q > 140$ kN.

L'aumento più o meno lineare della forza nell'armatura flettente per casi di carico $Q < 140$ kN indica una ripartizione costante dello sforzo di taglio lungo tutta la fuga, per un valore medio $\tau = 2.3$ MPa. Per i casi di carico superiori dT/dx ci si allontana progressivamente dall'andamento lineare. Considerando l'aumento parziale della forza tra gli estremi delle zone definite nel paragrafo 3.2.2, si possono riscontrare analogie interessanti.

Sforzi di taglio τ [MPa] nelle rispettive zone per i diversi casi di carico Q [kN].

sin	90			100			110			120			130			140			143			160			170			175					
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C			
C ₅	0.8	2.2	1.0				2.6	2.3	0.8				3.7	2.6	0.7																		
C ₆	1.0	2.1	1.2				2.0	2.3	1.3							3.3	2.3	1.9															
D ₁				1.2	2.4	1.2				1.8	2.7	1.5				3.2	2.8	0.9	3.3	0.3	0.1												
D ₂				2.0	1.8	1.5										3.9	2.3	1.2				4.6	2.1	0.8	4.8	1.2	1.1						
E ₁													1.7	2.4	1.6							2.8	2.4	1.6	4.7	2.2	1.3	6.5	1.6	0.8			

des	90			100			110			120			130			140			143			160			170			180					
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C			
C ₅	1.5	1.5	1.8				1.3	1.9	1.5				2.6	2.1	1.5																		
C ₆	1.3	1.3	1.9				1.3	2.2	1.2							3.1	1.9	1.8															
D ₁				1.6	2.3	1.2				2.2	2.5	1.6				3.7	2.6	0.7	3.7	2.7	0.2												
D ₂				1.4	2.2	1.0										2.4	2.9	0.7				3.0	3.0	0.6	3.7	2.6	0.8						
E ₁													1.6	2.3	1.5							2.6	2.6	1.4	3.5	2.7	1.3	0.6	0.5	0.9			

I valori evidenziati dimostrano come nella zona mediana *B* della trave, indipendentemente dal carico applicato, risulti una capacità media di resistere allo sforzo di taglio pari a 2.3 MPa, con una deviazione standard di 0.36. Nella zona *A* non risulta invece che per carichi esigui venga attivata una resistenza al taglio importante. Man mano che il carico cresce il contributo di questa zona si fa sempre più determinante. In alcuni casi (D₁¹, E₁^r) addirittura, la resistenza al taglio si concentra solo in prossimità delle estremità, facendo assumere allo strato aggiuntivo di calcestruzzo, tramite l'armatura presente, le fattezze di una biella a trazione costante su tutta la sua lunghezza. La zona *C* non assume mai valori di resistenza al taglio importanti (1.0 ÷ 1.5 MPa), e con l'aumento del carico, l'armatura raggiunge la condizione di snervamento per cui $dT/dx = 0$. Considerando in questa analisi i valori ottenuti dalle misurazioni dello scorrimento, rispettivamente dell'apertura della fuga, ci si può rendere conto che malgrado la loro entità ragguardevole ($u = 0.8$ mm, $w = 0.6$ mm, D₁, D₂, E₁) persiste sempre nella zona mediana, provvista o meno di tasselli, la capacità di trasmettere uno sforzo di taglio per niente trascurabile ($\tau = 2.3$ MPa). Superata questa soglia di movimenti, avviene un'importante redistribuzione delle resistenze al taglio lungo la fuga. Nella zona mediana essa tende ad annullarsi e tutto si concentra alle estremità, la cui capacità resistente è determinante per la capacità portante ultima della trave. A complemento della rappresentazione numerica della distri-

buzione degli sforzi di taglio lungo la trave aggiungiamo le rappresentazioni grafiche relative.

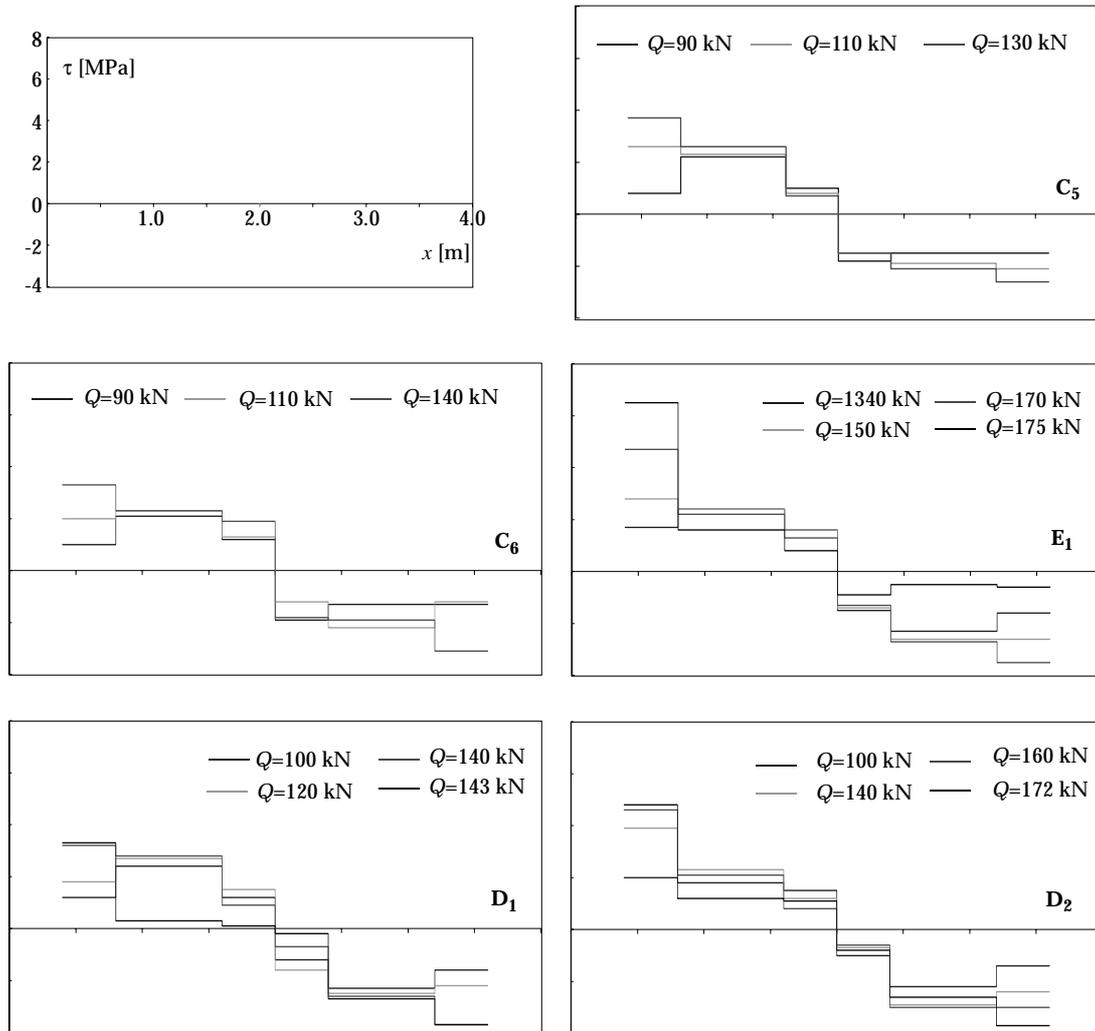


Fig. 3.13 Sforzo di taglio τ [MPa] nelle rispettive zone (A, B, C) lungo l'asse della trave x

Una discussione sulla probabile redistribuzione degli sforzi interni, rispettivamente del probabile traliccio resistente che viene ad crearsi durante le varie fasi di carico, non può avvenire sulla base di misurazioni dirette, bensì dall'interpretazione qualitativa della ripartizione delle fessure da un lato e dall'altro dai risultati ottenuti sulla ripartizione degli sforzi di taglio.

Si rimanda la trattazione dettagliata sull'argomento al paragrafo 3.3, dove verrà proposto e discusso il modello di un possibile traliccio resistente.

3.2.6 Resistenza di fatica, sollecitazione dinamica

Con gli esperimenti a sollecitazione dinamica si è voluto studiare l'influenza della resistenza di fatica nella zona di adesione. Le travi E disponevano degli stessi parametri della trave C₆. In una prima fase sono state sottoposte ad un

carico teorico di servizio $Q = 77$ kN. Fa seguito la sollecitazione dinamica caratterizzata da 2×10^6 cicli; per E_1 tra $10 < Q < 30$ kN ($\Delta\sigma_{s\,fat} = 82$ MPa, $\Delta\tau_{fat} = 0.4$ MPa) e per E_2 tra $10 < Q < 60$ kN ($\Delta\sigma_{s\,fat} = 205$ MPa, $\Delta\tau_{fat} = 1.0$ MPa).

La trave E_1 non ha dimostrato durante l'esperimento dinamico nessun cedimento dell'adesione; di conseguenza neanche i tasselli hanno subito una sollecitazione. Nella trave E_2 si è invece potuto constatare che, in seguito ad una sollecitazione dinamica corrispondente a $\Delta\sigma_{s\,fat} = 205$ MPa, l'armatura flettente si è danneggiata. Durante l'esperimento a carico statico che ha seguito quello dinamico, la trave ha raggiunto solo una capacità portante di $Q = 107$ kN. L'armatura flettente ha ceduto senza mostrare segni di snervamento. La fuga tuttavia non si è aperta e quindi i tasselli non sono stati sollecitati.

3.2.7 Riepilogo del comportamento osservato

L'influsso dei parametri osservati può essere riassunto come segue.

1. *Capacità portante.* La resistenza di taglio dovuta alla sola adesione nel caso dei due getti successivi è decisamente inferiore a quella della trave gettata monoliticamente e non viene influenzata in modo determinante dal valore assunto dalla ruvidità. Con una ruvidità lieve i tasselli vengono esclusivamente sollecitati dallo sforzo di taglio. Per raggiungere la resistenza offerta dall'adesione occorre prevedere contenuti d'armatura trasversale elevati ($\rho = 0.40\%$). Con una ruvidità accentuata i tasselli oppongono la loro resistenza alla trazione azionando così, analogamente all'influsso dell'appoggio, una compressione lungo la fuga. I tasselli posti alle estremità e la loro capacità di sostenere la componente verticale della forza, sono determinanti per la resistenza ultima della trave.
2. *Carico e freccia a metà campata.* Le rigidezze delle travi sono in perfetta armonia con i prototipi gettati monoliticamente, almeno fino al cedimento dell'adesione. Le travi sprovviste di tasselli accusano in seguito un cedimento fragile, mentre le travi che associano una ruvidità accentuata con i tasselli, seguitano a offrire una rigidezza paragonabile a quella della trave gettata monoliticamente. L'insorgere degli scorrimenti nella zona mediana non influisce in modo determinante sulla rigidezza della trave.
3. *Scorrimento e apertura della fuga.* La trasmissione dello sforzo di taglio è direttamente dipendente dal valore dello scorrimento a cui si associa, a causa della ruvidità, l'apertura della fuga. Con un debito ancoraggio del nuovo strato di calcestruzzo alle estremità, si annullano gli scorrimenti in questa zona (compressione elevata). Questi movimenti relativi aumentano, si stabilizzano nella zona mediana e vengono di nuovo annullati in prossimità della mezzaria della trave.
4. *Curvatura.* Considerando l'integrale della curvatura sulla lunghezza della trave, visto che alle estremità e a metà gli spostamenti relativi tra i due ele-

menti gettati successivamente sono nulli, è lecito ammettere la validità delle relazioni tra il momento, la curvatura e le deformazioni. Le sezioni prese singolarmente non rispettano invece il postulato del mantenimento delle sezioni piane.

5. *Forza nell'armatura flettente, taglio, sforzi interni.* Nelle travi provviste di una combinazione ottimale dei parametri, assistiamo ad una ripartizione costante della distribuzione dello sforzo di taglio fino ad un carico di $Q = 140$ kN. Aumentando la sollecitazione, la resistenza tende a ridistribuirsi concentrandosi alle estremità. In alcuni casi, dove l'ancoraggio alle estremità non è ceduto preventivamente, l'apertura della fuga nella zona mediana assume valori tali da non permettere più la trasmissione del taglio. L'armatura flettente resiste ad una forza di trazione costante su tutta la lunghezza della trave.
6. *Resistenza di fatica, sollecitazione dinamica.* Dopo un'analisi dell'influenza della sollecitazione dinamica sulla resistenza di fatica della fuga, possiamo affermare che per $\Delta\sigma$ anche elevati, ma dove $\sigma_{s, sup}$ non supera il valore che ha come conseguenza l'apertura della fuga, non si accusano cedimenti dell'adesione. Di conseguenza i tasselli non sono sollecitati.

3.3 Confronto fra il comportamento ipotizzato e quello osservato

Il paragrafo precedente, oltre che a dimostrare l'influsso dei parametri sul comportamento dei corpi di prova, è servito quale base per approntarne una descrizione qualitativa. Sulla base delle riflessioni teoriche esposte nel capitolo 2 proponiamo ora i risultati di un'analisi quantitativa. Il comportamento previsto verrà convalidato dal confronto con i risultati osservati. Vengono considerate le relazioni seguenti:

1. capacità portante
2. carico Q e freccia δ nella mezzaria della campata
3. scorrimento $u(x)$ e apertura $w(x)$ della fuga
4. curvatura $1/r(x)$
5. forza nell'armatura flettente $T^{nf}(x)$, sforzo di taglio $\tau(x)$, sforzi interni.

Le caratteristiche discusse al punto 5 non fanno seguito a misurazioni dirette, bensì derivano da calcoli basati sulla misurazione degli allungamenti relativi dell'armatura a flessione.

I calcoli vengono eseguiti secondo i metodi proposti nel capitolo 2 e si basano sulle seguenti ipotesi:

- Le leggi tensioni/deformazioni specifiche dei materiali
- Le resistenze caratteristiche dei materiali sono elencate nel paragrafo 3.1.2.

- Viene considerato per il calcolo delle deformazioni sia lo stadio I non fessurato che lo stadio II completamente fessurato.
- Per l'equilibrio vengono considerati l'armatura totale flettente a trazione ($A_s^{sup} + A_s^{inf}$) e il calcestruzzo dell'elemento preesistente a compressione. L'influenza dell'armatura superiore compressa (A'_s) viene considerata trascurabile.

3.3.1 Capacità portante

Con l'ausilio della teoria della plasticità siamo in grado di determinare, conosciute le caratteristiche geometriche dell'elemento e le leggi fisiche dei materiali, la resistenza ultima a flessione e di taglio della trave.

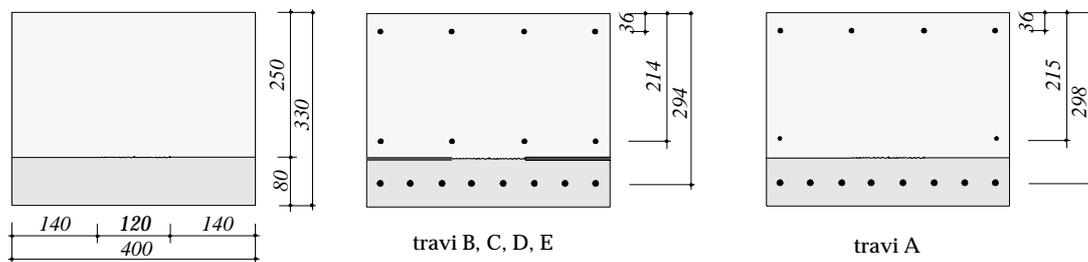


Fig. 3.14 Dimensioni delle sezioni considerate

Le travi gettate monoliticamente e di riferimento sono armate in modo diverso rispetto a quelle impiegate per gli esperimenti d'applicazione successiva dello strato di calcestruzzo. Tuttavia le caratteristiche di resistenza degli acciai compensa questa differenza in modo tale che la resistenza della sezione delle travi sia confrontabile.

Tabella riassuntiva del calcolo della capacità portante

Armatura	I	II	III		A	B, C, E, D	
A'_s	-	151	-		b_{fle}	400	400
A A_s^{sup}	-	100	-	[mm ²]	b_{tag}	400	120 [mm]
A_s^{inf}	924	113	-		d	290	280
B A'_s	-	201	-		f_c	32	32 [MPa]
C,D A_s^{sup}	-	201	-	[mm ²]	A_s	1137	1106 [mm ²]
E A_s^{inf}	-	226	679		f_{st}	640	660 [MPa]
f_{sy}	560	500	657	[MPa]	ϕ	0.196	0.204 [-]
f_{st}	640	614	677		Q_u	190.4	183.6 [kN]

Per il calcolo della resistenza a flessione l'armatura inferiore viene considerata quale somma dei contributi delle componenti sopra e sotto la fuga. Il valore della resistenza a trazione, come il posizionamento teorico dell'armatura totale, dipende dai contributi delle varie componenti. Paragonando i risultati ottenuti

con i valori scaturiti dall'esperimento otteniamo i seguenti risultati illustrati graficamente:

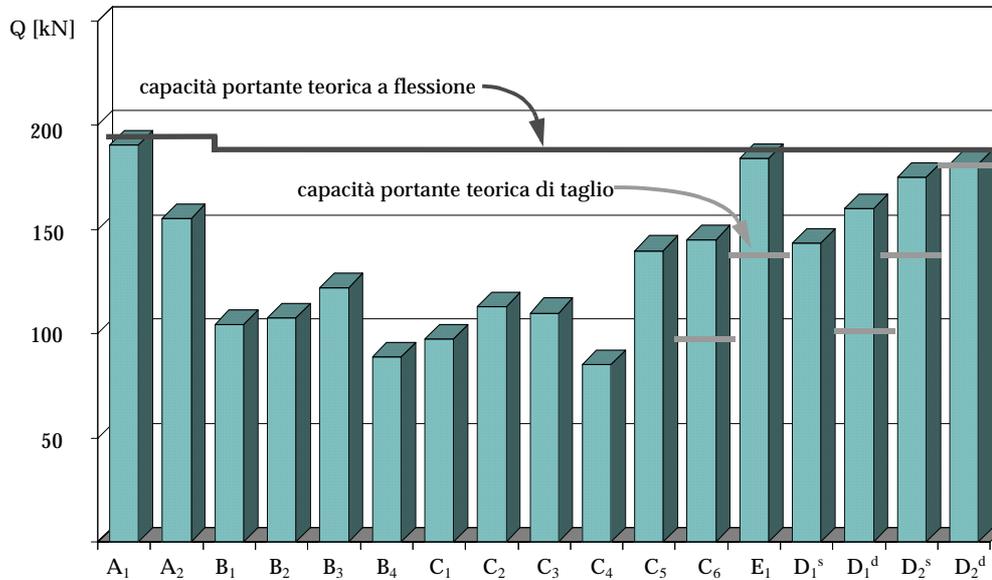


Fig. 3.15 Diagramma dei carichi di rottura teorici e misurati

I dati più interessanti sono quelli forniti dalle travi in cui la combinazione dei parametri sembra condurre alla soluzione ottimale. Si propone dunque la tabella riassuntiva che segue:

Confronti fra carichi di rottura teorici e i risultati delle prove

Q [kN]	Flessione			Taglio	
	misurato	calcolato	%	calcolato	%
A ₁	190.5	190.4	100.1	190.4	100.1
A ₂	155.0	190.4	81.4	-	-
C ₅	140.0	183.6	76.3	-	-
C ₆	145.0	183.6	79.0	107.1	73.9
E ₁	184.0*	183.6	100.2	135.2	73.5
D ₁ ^s	143.5	183.6	78.2	-	-
D ₁ ^d	160.0	183.6	87.1	107.1	67.0
D ₂ ^s	175.0	183.6	95.3	135.1	77.2
D ₂ ^d	181.5	183.6	98.9	180.7	99.6
		100%		100%	

* Corretto in base alla misurazione degli allungamenti specifici dell'armatura flettente.

I risultati proposti mostrano chiaramente l'importanza primaria dell'ancoraggio alle estremità, sia esso garantito dall'armatura trasversale o dalla pressione normale causata dall'appoggio. La presenza di tasselli intermedi sembra anch'essa fornire un concreto contributo al raggiungimento della completa resistenza a flessione della trave.

3.3.2 Carico e freccia in mezzaria, rigidezza, curvatura

I grafici di carico in funzione della freccia in mezzaria mostrano una perfetta corrispondenza e descrivono l'andamento tipico di una struttura monolitica, inizialmente non fessurata (stadio I), poi completamente fessurata (stadio II). L'aumento delle deformazioni dovute all'incremento del carico è perfettamente analogo fino al cedimento dell'adesione. Il cedimento dell'adesione nella zona mediana non comporta una riduzione della rigidezza per le travi dove l'ancoraggio alle estremità è garantito.

Sulla base di queste osservazioni, ci è sembrato lecito calcolare la freccia in mezzaria in modo analogo a quello di una trave gettata monoliticamente, dove la scelta dei parametri di influenza si limita al modulo d'elasticità del calcestruzzo (E_c) ed alla sua resistenza alla trazione f_{ct} , per determinare il momento di fessurazione M_{fs} .

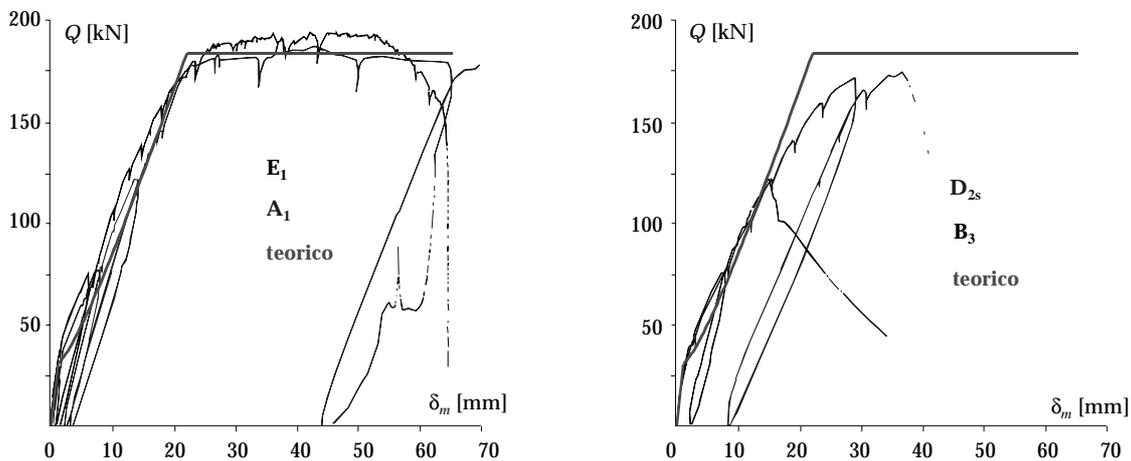


Fig. 3.16 Relazione carico Q / freccia in mezzaria δ_m teorica e misurata

Alle rappresentazioni grafiche aggiungiamo i risultati numerici del calcolo delle deformazioni.

Deformazioni in mezzaria teoriche e misurate [mm]

Q [kN]	40	77	100	120	140	160	180
calcolata	3.3	8.9	11.9	14.3	16.7	19.1	21.4
media misurata	2.9	8.2	11.9	14.8	18.6		

Il calcolo delle deformazioni è molto sensibile alla variazione del valore del modulo d'elasticità. Le differenze tra misurazione e calcolo, anche se minime, sono da attribuire al fatto che si paragonano valori medi.

3.3.3 Scorrimento e apertura della fuga

Come ampiamente descritto nel capitolo 2 è possibile individuare, sulla base di una moltitudine di esperimenti eseguiti indipendentemente dai vari autori, una

relazione tra le tensioni normali, quelle di taglio, gli scorrimenti e le aperture della fuga. È possibile dunque pronosticare la distribuzione delle resistenze di taglio lungo una fuga unicamente nel caso in cui il progettista è in grado di stabilire con buona approssimazione l'ordine di grandezza degli scorrimenti. Adottando la procedura d'approssimazione degli scorrimenti ai nostri corpi sperimentali, con i valori $E=35$ GPa e $I^I=334.34 \times 10^6$ mm⁴ si ottengono i risultati seguenti:

Scorrimento u_{max} in funzione del carico in mezzaria

Q [kN]	80	100	120	140	160	180
u_{max} [mm]	1.16	1.45	1.74	2.03	2.32	2.60

Nella trave C_4 , provvista di soluzione idrofoba e quindi dove la resistenza di taglio nella fuga tende ad annullarsi, abbiamo riscontrato per un carico $Q = 80$ kN degli scorrimenti del valore di 1 mm. Lo strato aggiuntivo presenta fessure ripartite uniformemente su tutta la sua lunghezza, mentre nell'elemento preesistente le fessure si concentrano in prossimità della mezzaria della trave. Come accennato si tratta questo di un valore massimo di scorrimento. In realtà la presenza della resistenza di taglio fa sì che questo valore si riduca notevolmente. Per valutarne l'ordine di grandezza possiamo assumere che nella zona mediana le fibre superiori si allungano tanto quanto quelle inferiori. L'aumento dello scorrimento avviene nelle zone A e C, mentre nella zona B esso si mantiene costante.

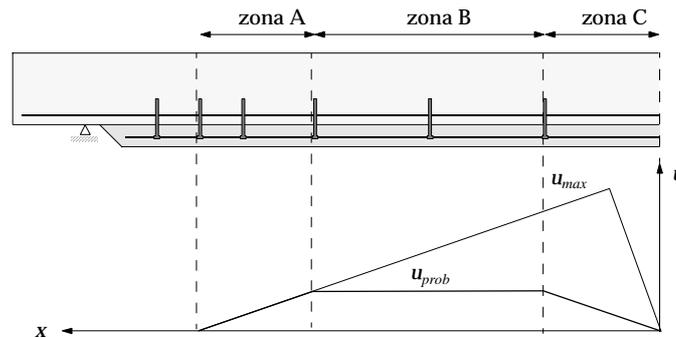


Fig. 3.17 Valutazione dello scorrimento u probabile in presenza di attrito (cfr. Fig. 3.7)

3.3.4 Forza nell'armatura flettente, taglio, sforzi interni

Il traliccio resistente che descrive la distribuzione degli sforzi interni nella trave subisce continuamente delle trasformazioni a dipendenza delle resistenze che vengono attivate nella trave. La ripartizione e la direzione delle fessure dovute alla flessione e al taglio ci permettono di avanzare almeno qualitativamente delle ipotesi concernenti il modello di traliccio resistente. Vengono proposti i modelli che descrivono una ripartizione costante delle resistenze (modello 1) e dove invece essa è minima nella zona mediana e concentrata alle estremità (modello

2). Nel modello 1 le bielle a trazione verticali possono essere ammesse grazie alla resistenza a trazione del calcestruzzo. A partire da una determinata sollecitazione, la fuga si apre. Questa resistenza si annulla favorendo una redistribuzione della resistenza alle estremità, descritta da una biella compressa, sostenuta verticalmente dai tasselli alle estremità ed equilibrata orizzontalmente dall'armatura a flessione.

In tutte le travi l'armatura nel calcestruzzo preesistente A_s^{sup} è chiamata a collaborare perché quella supplementare A_s^{inf} , introdotta nello strato di calcestruzzo aggiuntivo, da sola non è sufficiente per raggiungere i carichi di rottura $Q > 140$ kN. Scegliendo la distanza l_0 fissiamo il rapporto T^{sup}/T^{inf} .

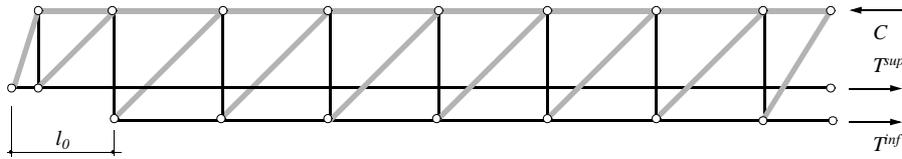


Fig. 3.18 Determinazione del rapporto tra T^{inf} e T^{sup}

Il valore di l_l deve essere calibrato:

- l_0 piccolo: $T^{sup}/T^{inf} \sim 0$, non si sfrutta l'apporto di A_s^{sup}
- l_0 grande: conoscendo esattamente A_s^{sup} e f_{sy} possiamo stabilire il valore massimo di T^{sup} .

Le dimensioni del traliccio resistente sono fissate dalla posizione dell'armatura flettente. Per ragioni di semplicità di calcolo è stato scelto un traliccio resistente con bielle compresse inclinate di 45° .

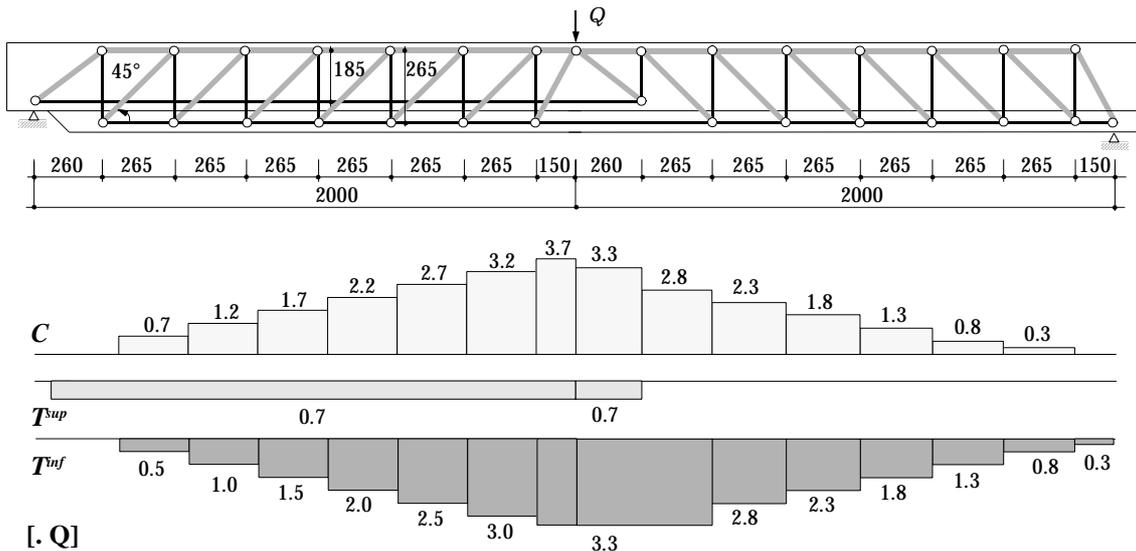


Fig. 3.19 Modello 1 di traliccio resistente, sviluppo degli sforzi interni

La presenza di staffe verticali nell'elemento superiore rende possibile un meccanismo di trasmissione delle forze tra esse e i tasselli di azione locale lungo la fuga (capitolo 2). Per questo motivo può essere ipotizzato un traliccio resistente

che descrive la completa altezza statica. La logica conseguenza del modello 1, ridotte le bielle a trazione verticali, viene illustrata di seguito con il modello 2:

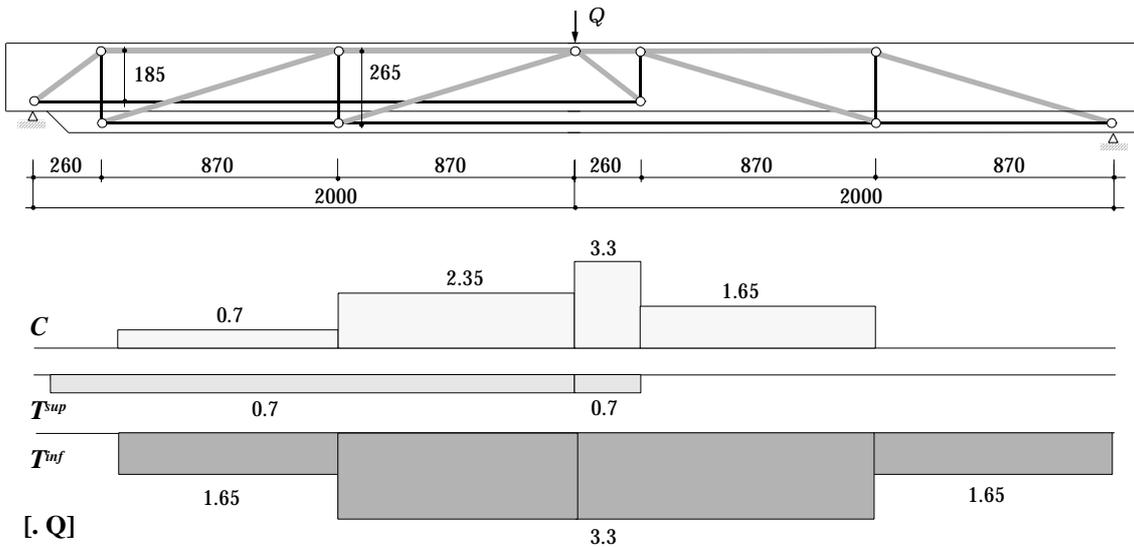


Fig. 3.20 Modello 2 di traliccio resistente, sviluppo degli sforzi interni

Il paragone tra i risultati proposti dai modelli di calcolo e i valori scaturiti dall'esperienza vengono effettuati a livello delle forze. Le misurazioni degli allungamenti specifici dell'armatura flettente inferiore sono state trasformate quindi sulla base delle leggi fisiche conosciute dei materiali.

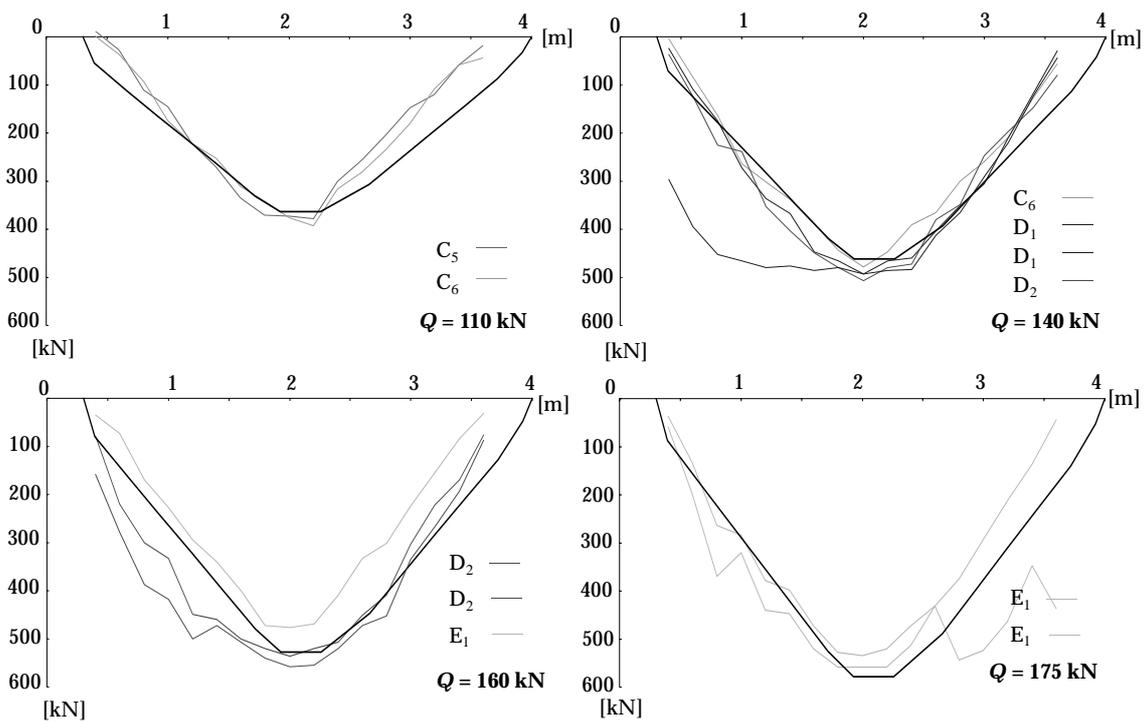


Fig. 3.21 Confronto fra forza nell'armatura flettente A_s^{inf} calcolata con modello 1 e misurata

Le rappresentazioni proposte mostrano in modo evidente come il traliccio resistente descrive in modo adeguato il comportamento delle travi esaminate. La

tendenza alla perdita di resistenza al taglio nella zona mediana, pur essendo inequivocabile, solo in 2 casi (D_1^r a 143 kN e E_1 a 186 kN) può dirsi completa. Malgrado l'insorgere di scorrimenti e di aperture ragguardevoli, la fuga continua a trasmettere sforzi di taglio non trascurabili. Potendo garantire tuttavia la resistenza dell'ancoraggio alle estremità, tramite la sospensione con i tasselli della componente verticale della diagonale a compressione, si attribuisce la responsabilità della rottura all'armatura flettente. Interviene così un cedimento a flessione caratterizzato dalla duttilità fornita dall'armatura stessa debitamente dimensionata.

In questo modo, per ciò che riguarda la determinazione della capacità portante della nostra trave, siamo riusciti ad incrementare la sua capacità di taglio concentrando la resistenza alle estremità, dove con l'ausilio dei tasselli beneficiamo di un'adeguata pressione normale sulla fuga. Se questo incremento è sufficiente ad elevare la resistenza al taglio al di sopra della resistenza a flessione, sarà quest'ultima resistenza determinante ai fini della capacità portante della trave.

3.3.5 Riepilogo

Il comportamento ipotizzato è calcolato sulla base delle procedure di calcolo descritte nel capitolo 2 ed estremamente semplificate. Esso risulta descrivere in modo appropriato quello osservato. Ciò conferma la validità della procedura di calcolo e delle basi teoriche su cui ci si fonda. Per ciò che concerne alcuni aspetti particolari, si esprimono le seguenti considerazioni.

1. Con un ancoraggio adeguato dello strato supplementare di CA alle estremità della trave, si raggiunge la capacità portante della trave analoga gettata monoliticamente. La capacità di taglio è maggiore della capacità flessionale, la quale diventa quindi determinante, garantendo una rottura duttile.
2. La relazione ipotizzata e osservata tra le deformazioni e il carico dimostrano una buona corrispondenza. Il cedimento dell'adesione non comporta una riduzione della rigidità per le travi dove l'ancoraggio alle estremità è garantito, ciò malgrado che nella zona mediana della trave si riscontrino scorrimenti ed aperture della fuga. Risulta dunque essere lecito calcolare le deformazioni analogamente alla trave gettata in modo monolitico.
3. La valutazione degli scorrimenti fornisce un valore indicativo dell'ordine di grandezza della resistenza al taglio residua nella zona mediana. Questa resistenza non viene considerata per il calcolo allo stato limite ultimo, ma come abbiamo potuto constatare è presente e non in modo trascurabile anche in situazioni di scorrimento e apertura rilevanti della fuga.
4. L'influsso della sollecitazione dinamica non ha nessun effetto negativo sull'adesione fintanto che l'ampiezza dell'oscillazione non la intacca. Di conseguenza l'armatura trasversale non viene sollecitata.

4 Applicazioni

I principi per le procedure di calcolo dettagliate di dimensionamento usuale sono descritti nel capitolo 2. Per meglio illustrarne l'uso vengono esposti in questo capitolo alcuni esempi tipici di dimensionamento allo stato limite ultimo. Verranno riassunti solo i passi più importanti. Le ipotesi relative alle proprietà dei materiali sono conformi alle esigenze richieste dalla norma SIA 162 [79].

4.1 Trave a T sollecitata da un carico concentrato

Geometria

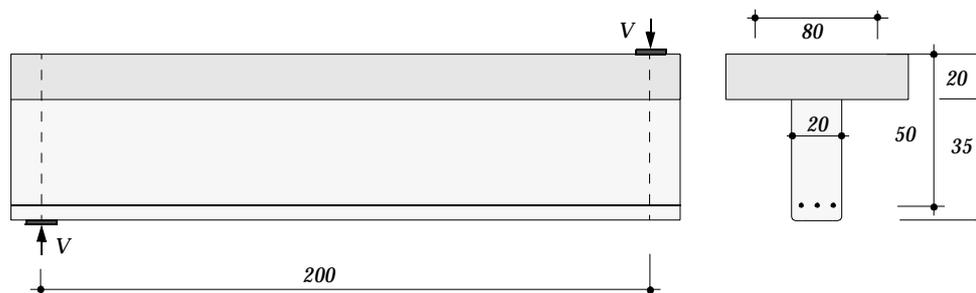


Fig. 4.1 Dimensioni della trave a T

Materiali

Calcestruzzo	[MPa]	Acciaio	[MPa]
Denominazione	B35/25	Denominazione	S500
$f_{cw, min}$	25.0	f_{sy}	460
$f_c = 0.65f_{cw, min}$	16.0		
$f_{ce} = 0.4f_{cw, min}$	10.0		

Calcolo

Per la trave vengono presi in considerazione tre contenuti meccanici d'armatura longitudinale corrispondenti a: $\phi_1=0.10$, $\phi_2=0.20$ e $\phi_3=0.40$. Da rilevare che il rapporti corrispondenti alla snellezza longitudinale (l/d) e trasversale (b_o/b_a) equi-

valgono a 4. In una prima fase si determinano i valori massimi e minimi dei contenuti d'armatura sulla base delle relazioni ricavate dalle condizioni d'equilibrio interno. Con essi definiamo le modalità di cedimento.

$$\begin{aligned} \phi_e^{max} &= \frac{1}{2} \frac{b_a l}{b_o d} \leq 0.5 (f_c / f_{ce}) = 0.5 & \phi^{max} &= 0.31 & A_{sI} &= 4355 \text{ mm}^2 \\ \psi_e^{max} &= \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2\phi_e^{max} b_o d}{b_a l} \right)^2} \right] = 0.5 & \psi^{max} &= 0.31 & A_{sV} &= 2177 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \\ \tau^{max} / f_{ce} &= \sqrt{\psi_e^{max} (\psi_e^{max} - 1)} = 0.5 & \tau^{max} / f_c &= 0.31 \\ \phi_e^{min} &= \frac{b_a}{b_o} \frac{l^2}{(d^2 + l^2)} = 0.235 & \phi^{min} &= 0.15 & A_{sI} &= 2045 \text{ mm}^2 \\ \psi_e^{min} &= \phi_e^{min} \frac{b_o}{b_a} \left(\frac{d}{l} \right)^2 = 0.059 & \psi^{min} &= 0.04 & A_{sV} &= 258 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \\ \tau^{min} / f_{ce} &= \phi_e^{min} \frac{b_o}{b_a} \left(\frac{d}{l} \right) = 0.235 & \tau^{min} / f_c &= 0.15 \end{aligned}$$

Conosciuti i limiti che determinano le relazioni lineari o paraboliche tra le possiamo applicarle ai contenuti d'armatura effettivi.

ϕ	ϕ_e	ψ_e	τ / f_{ce}	ψ	τ / f_c	V_{fl} [kN]	V_{ta} [kN]	V_{ta} / V_{fl}
0.10	0.16	0.040	0.16	0.025	0.100	76	76	100%
0.20	0.32	0.116	0.32	0.072	0.200	144	144	100%
0.40	0.64	0.500	0.50	0.313	0.313	256	211	82.5%

Per il caso dove il contenuto meccanico d'armatura corrisponde a 0.4, la completa resistenza a flessione non può esser raggiunta. Anche con un contenuto d'armatura trasversale massimo, in modo da far assumer alle diagonali compresse un'inclinazione pari a 45°, si accusa un cedimento della resistenza a compressione ridotta delle stesse.

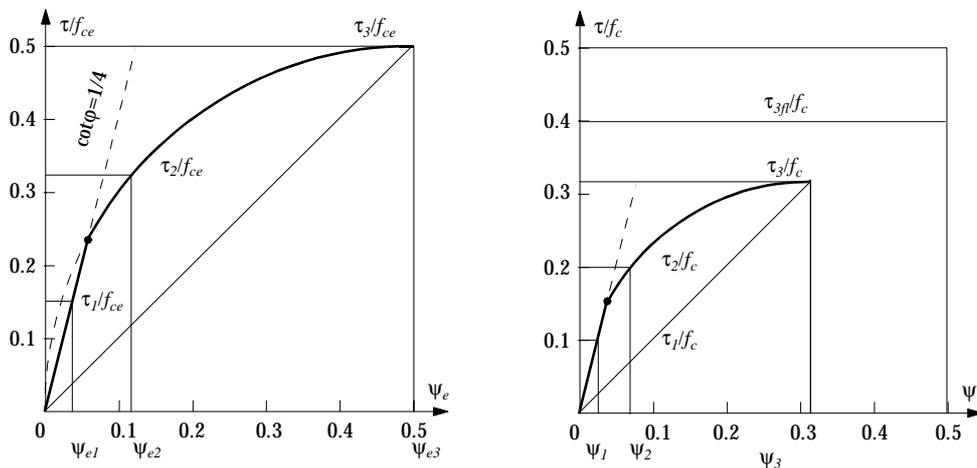


Fig. 4.2 Relazioni tra il contenuto meccanico d'armatura e la tensione di taglio

In quest'ultimo caso vi è una riduzione della duttilità rispetto alle situazioni caratterizzate da contenuti d'armatura longitudinale più ridotti, i quali consentono il raggiungimento della resistenza a flessione.

4.2 Rinforzo della piattabanda di un ponte

Geometria

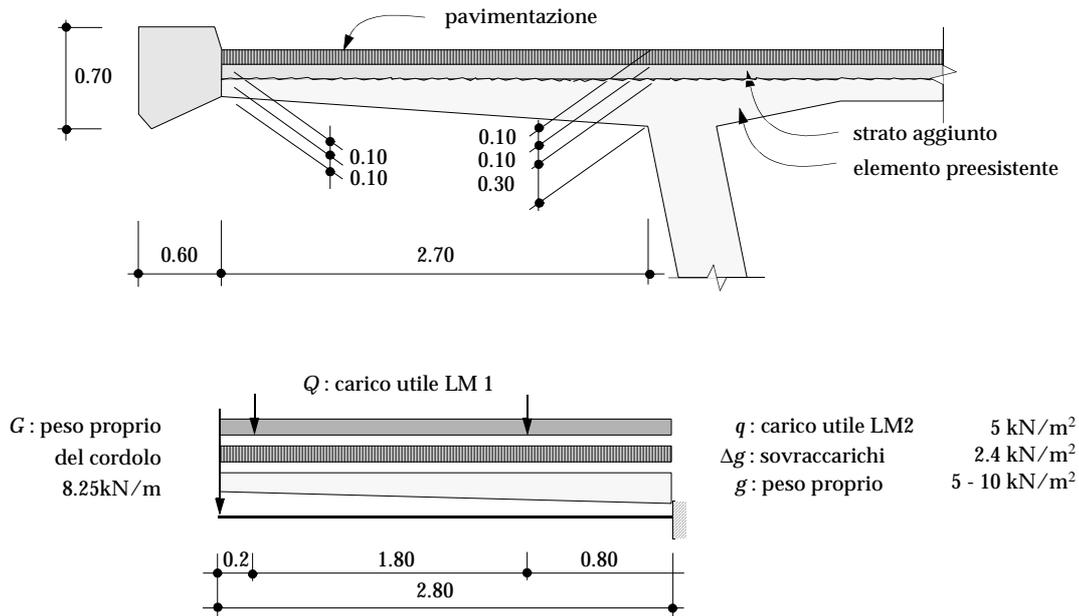


Fig. 4.3 Dimensioni, modello e carichi della piattabanda

Materiali

Calcestruzzo	[MPa]	Acciaio	[MPa]
Denominazione	B45/35	Denominazione	S500
$f_{cw, min}$	35.0	f_{sy}	460
$f_c = 0.65f_{cw, min}$	19.5	Denominazione	HVA M8
$f_{ce} = 0.4f_{cw, min}$	14.0	f_{sy}	420

Calcolo

Innanzitutto si determinano le azioni interne sulla base dei carichi agenti e tenendo conto dei fattori di sicurezza imposti dalla norma. Il momento flettente presso l'incastro determina il contenuto d'armatura longitudinale.

$$M_d(g, \Delta g, q) = [(1.3(5 + 2.4) + 1.5(5))/2 + 1.3(5)/6]l^2 = 75 \text{ kN m/m'}$$

$$M_d(G) = [1.3(8.25)]l = 30 \text{ kN m/m'}$$

$$M_d(Q) = \text{calcolo tramite FE} = 235 \text{ kN m/m'}$$

Il momento flettente viene moltiplicato per il coefficiente di sicurezza $\gamma_R=1.2$.

$$M_R = 1.2M_d = 1.2 \cdot 340 = 410 \text{ kN m/m'}$$

Di seguito si propone il diagramma rappresentante la linea dei momenti lungo l'asse longitudinale della mensola.

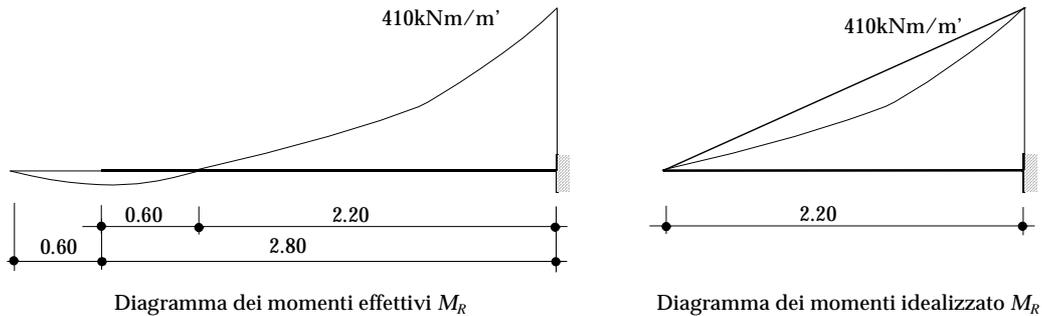


Fig. 4.4 Linea dei momenti della mensola

Dal diagramma rileviamo che l'influenza del carico concentrato corrispondente a LM1 sulla lastra piana è ben maggiore rispetto a quella dovuta ai carichi ripartiti. In prossimità dell'estremità libera inoltre, l'effetto irrigidente del cordolo in direzione perpendicolare all'asse della mensola nei confronti del carico concentrato, causa una redistribuzione della linea dei momenti, di cui è lecito idealizzarne un andamento lineare. Conosciuto il momento flettente agente presso l'incastro si determina il contenuto geometrico d'armatura flettente necessario.

$$\phi = \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2\gamma_R M_d}{bd^2 f_c} \right)} \right) = 0.2 \quad d = 350 \text{ mm}$$

Essendo il rapporto della snellezza longitudinale (l/d) molto maggiore a quello corrispondente alla snellezza trasversale (b_o/b_d), il contenuto geometrico d'armatura longitudinale calcolato è sicuramente inferiore a ϕ_{min} , per cui è valida la relazione lineare τ/ψ rispettivamente ϕ/ψ . Quindi:

$$\tau^{min}/f_c = \phi \left(\frac{d}{l} \right) = 0.032 \quad \tau = 0.6 \text{ MPa}$$

$$\psi = \phi \left(\frac{d}{l} \right)^2 = 0.005 \quad \rho = 0.025 \%$$

che corrisponde ad un armatura di diametro 8 mm posta ad una distanza di 40 cm. Nel caso considerato l'armatura longitudinale deve essere debitamente ancorata nel cordolo, il quale funge da ancoraggio finale dell'estremità libera.

Normalmente per le mensole della piattabanda di un ponte non si riscontrano tensioni tangenziali lungo la fuga molto superiori a quella rilevata nell'esempio. Questo valore esiguo della tensione di taglio non giustifica tuttavia la rinuncia all'armatura trasversale vista la dubbia affidabilità del contributo alla resistenza dovuto all'adesione.

4.3 Lesena per l'ancoraggio della precompressione esterna

Geometria

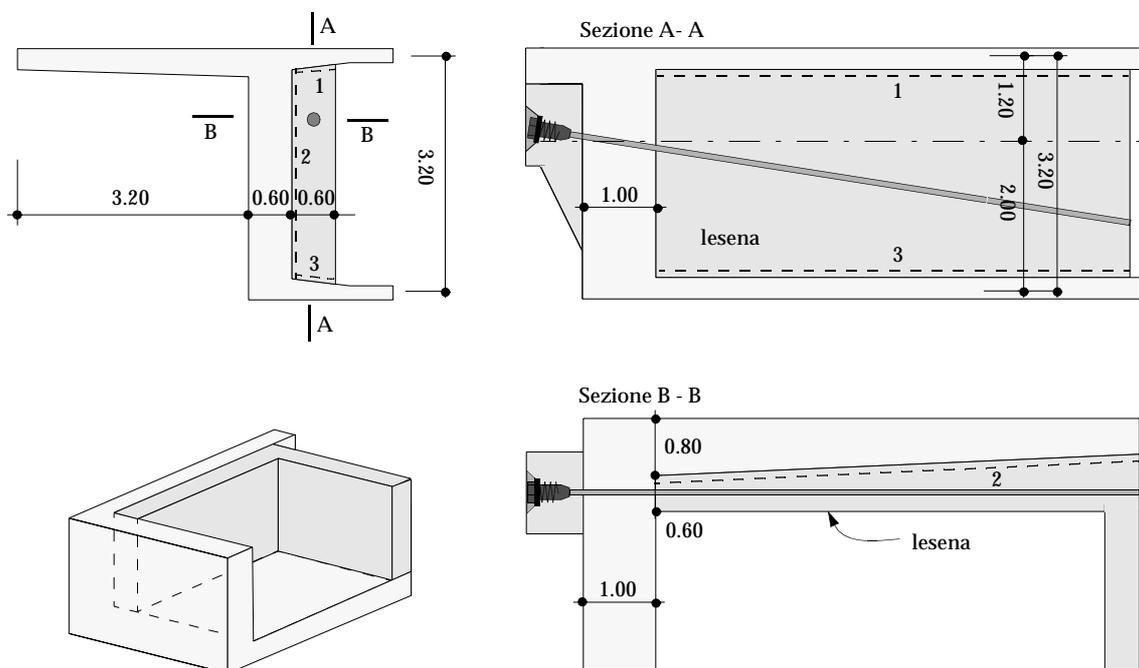


Fig. 4.5 Geometria e dimensioni della lesena

Nell'illustrazione è rappresentata una possibile lesena con la quale la forza d'ancoraggio della precompressione esterna deve essere trasmessa alla sezione preesistente del ponte. Il problema è di natura tridimensionale e può essere analizzato scomponendolo nelle due proiezioni usuali. Per maggior comprensione della problematica della trasmissione delle forze viene proposto nella seguente illustrazione un esempio idealizzato. Il carico agente Q sulla trave è equilibrato dalla sezione resistente che si idealizza in come una forza a compressione C nel corrente superiore ed una forza a trazione T nelle membrature inferiori. Tuttavia l'eccentricità orizzontale delle coppia (C, T) genera un momento M_z che deve essere equilibrato introducendo nel piano xy una forza H . Il problema è pure visibile riducendo l'equilibrio attorno all'asse y . Con l'ausilio di queste proie-

zioni è possibile determinare la quantità d'armatura necessaria per trasmettere lo sforzo di taglio attraverso le superfici adiacenti. :

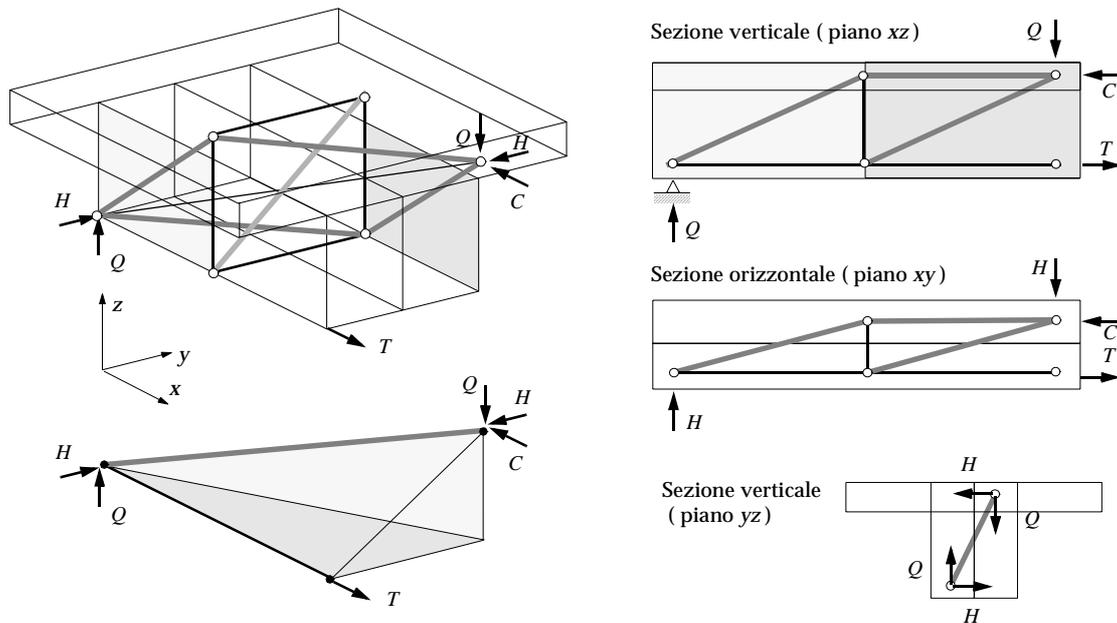


Fig. 4.6 Modello tridimensionale di trasmissione delle forze

Dai modelli di traliccio resistente proposti risulta evidente come un'aumento della capacità resistente flessionale richiede non solo un'armatura atta a trasferire gli sforzi di taglio supplementari, ma sia nell'ala che nell'anima preesistenti devono poter venir equilibrate dall'armatura presente o aggiunta forze supplementari orizzontali e verticali.

Materiali

Calcestruzzo	[MPa]	Acciaio	[MPa]
Denominazione	B45/35	Denominazione	trefoli 0.6''
$f_{cw, min}$	35.0	f_{py}	1590
$f_c = 0.65f_{cw, min}$	19.5	Denominazione	S500
$f_{ce} = 0.4f_{cw, min}$	14.0	f_{sy}	460

Calcolo

Come premessa viene dato per scontato il trattamento adeguato delle superfici di trasmissione di taglio. Sostanzialmente si dispongono di tre superfici di contatto per trasferire la forza dell'ancoraggio alla sezione del ponte tramite la lesena.

- superficie orizzontale tra la lesena e la piattabanda (1)
- superficie verticale tra la lesena e l'anima della sezione(2)
- superficie orizzontale tra a lesena e la soletta inferiore (3)

Le superfici orizzontali 1 e 3 si prestano tuttavia meno a trasmettere forze alla sezione perché la loro dimensione è solitamente molto inferiore alla 2. Inoltre di quella superiore risulta arduo realizzare una connessione adeguata tra i due calcestruzzi. Il modello di traliccio resistente utilizzato per descrivere il flusso di forze interne deve quindi tener conto di queste condizioni. Dall'introduzione di una forza concentrata dovuta all'ancoraggio dei cavi di precompressione supplementare risulta in primo luogo una diffusione verticale che deve essere equilibrata con un'apposita armatura nella lesena stessa. Di seguito queste forze vengono deviate orizzontalmente fino in mezzaria della trave longitudinale del cassone.

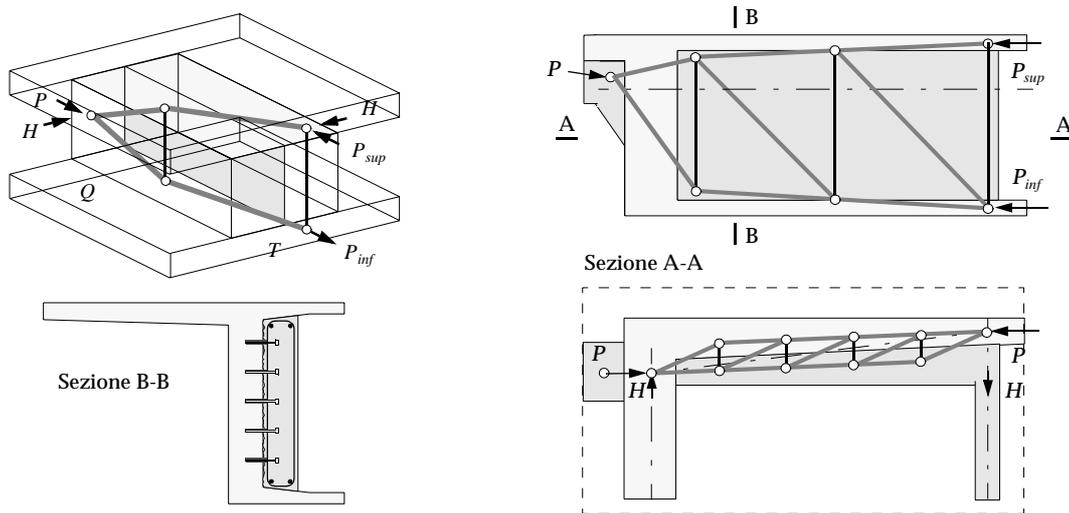


Fig. 4.7 Possibile traliccio resistente per la trasmissione delle forze

Il flusso globale delle forze può venire scomposto in un traliccio le cui componenti tese possono venir realizzate mediante l'introduzione di tasselli. L'estremità della lesena necessita di un'accorgimento costruttivo che equilibri globalmente la forza a trazione H . La rimanente componente verticale che porta le forze ad equilibrarsi nelle solette orizzontali è di poco conto e può venire sopportata dalle staffe presenti nella trave longitudinale del cassone. Da sottolineare che i tasselli vengono introdotti in un'elemento privo di staffe orizzontali. Il flusso della forza a compressione longitudinale presente ad ambedue le estremità dei tasselli favorisce tuttavia il loro ancoraggio.

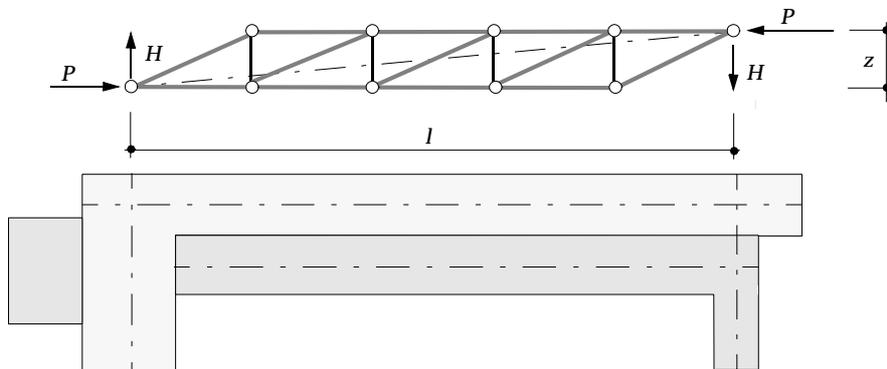


Fig. 4.8 Modello di traliccio resistente per la trasmissione orizzontale delle forze

Assumendo che $A_p = 3600 \text{ mm}^2$ allora $P = 5724 \text{ kN}$. Geometricamente rileviamo che $b = 3000 \text{ mm}$ e $z = 600 \text{ mm}$, mentre la lunghezza viene assunta come parametro $l_1 = 3200 \text{ mm}$ e $l_2 = 4800 \text{ mm}$.

$$H_1 = A_p f_{py} (z/l_1) = 1073 \text{ kN}$$

$$H_2 = A_p f_{py} (z/l_2) = 716 \text{ kN}$$

$$\tau_1 = \frac{H_1}{bz} = 0.6 \text{ MPa}$$

$$\tau_2 = \frac{H_2}{bz} = 0.4 \text{ MPa}$$

Considerato il valore delle tensioni che si originano deduciamo che ci troviamo nell'intervallo lineare della relazione tra τ/ψ per cui:

$$\psi_1 = \frac{\tau_1 z}{f_c l_1} = 0.006$$

$$\psi_2 = \frac{\tau_2 z}{f_c l_2} = 0.003$$

Nel primo caso risulta necessaria un'armatura trasversale costituita da armatura di diametro $\phi = 10$ posata a distanza di $50 \times 50 \text{ cm}$, mentre nel secondo caso è sufficiente ad una distanza di 80 cm .

Naturalmente la leggera inclinazione della superficie di trasmissione rispetto alla direzione principale della forza di precompressione risulta essere sfavorevole. Di essa si deve tener conto nella formulazione dell'equilibrio.

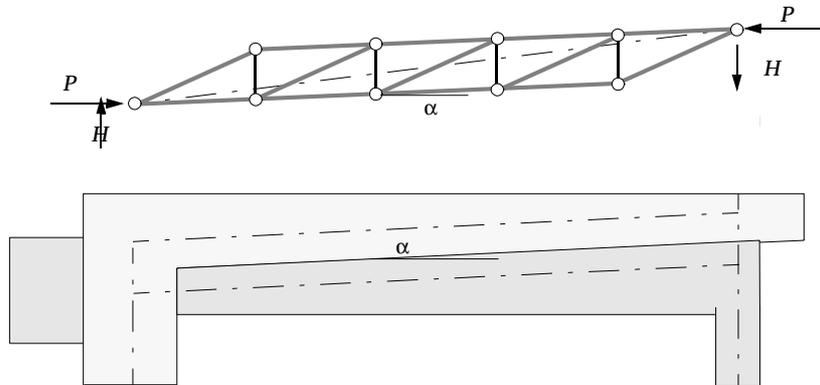


Fig. 4.9 Modello di traliccio resistente per la trasmissione orizzontale delle forze nel caso in cui il piano di trasmissione è inclinato

Analogo risulta essere il caso in cui viene considerato per il flusso interno di forze la presenza dell'appoggio. In questo caso come mostrato in [75] se il dimensionamento è basato su di un modello di traliccio resistente appropriato, la necessità di staffe verticali richieste dalla diffusione della forza d'ancoraggio non deve esser superposta a quella dovuta alla reazione d'appoggio.

Riepilogo e conclusioni

Il presente lavoro analizza il comportamento al taglio di una sezione mista in calcestruzzo a getti successivi, per la quale si richiede allo strato aggiuntivo una collaborazione monolitica con la struttura esistente. Vengono analizzati alcuni trattamenti possibili della superficie di contatto fra i due getti e in particolare l'effetto della presenza degli spezzoni di collegamento. Infine, secondo le diverse soluzioni analizzate, si propongono i criteri di dimensionamento allo stato limite ultimo della sezione mista.

La problematica del comportamento di una sezione mista a getti successivi è un tema conosciuto nell'ambito delle strutture prefabbricate e completate con elementi gettati in opera, oppure nel caso di grandi sezioni in calcestruzzo gettate a fasi successive. Di estrema attualità diventa questo problema nell'ambito del risanamento e del rinforzo di strutture in calcestruzzo preesistenti, alle quali viene applicato un nuovo strato aggiuntivo pure in calcestruzzo.

Le sezioni miste in calcestruzzo sono caratterizzate dalla presenza di una fuga attraverso la quale viene trasmessa una forza a compressione inclinata. La fuga influisce quindi la trasmissione dello sforzo tagliante tra il corrente compresso e le membrature tese della sezione stessa. Non potendo il calcestruzzo dei due strati adiacenti interagire chimicamente e fisicamente, la fuga costituisce di conseguenza un indebolimento della sezione. La componente della resistenza dovuta all'adesione si estingue precocemente. Lungo la superficie di contatto intervengono scorrimenti relativi che, a dipendenza delle modalità di trattamento del giunto di connessione, attivano la componente della resistenza costituita dall'attrito.

La ricerca non si limita alla verifica delle leggi tensioni/spostamenti lungo la fuga per due precisi motivi. Il primo perché si è voluto evitare un ulteriore contributo all'analisi empirica dell'influenza di una moltitudine di parametri che regolano i meccanismi di trasmissione di taglio in una zona di discontinuità. Il secondo perché le indicazioni scaturite dalle esperienze eseguite mostrano chiaramente quanto la resistenza si manifesti in modo assolutamente mutevole lungo la superficie di trasmissione.

Di conseguenza l'obiettivo che ci si è posto è quello di dimostrare quale debba essere la combinazione ideale degli accorgimenti di carattere costruttivo, in modo che la resistenza di taglio di una struttura a sezione mista in calcestruzzo a getti successivi possa venir massimalizzata, garantendo una sufficiente duttilità.

Mediante l'ausilio della teoria della plasticità, è possibile quindi determinare il carico limite ultimo in modo sufficientemente affidabile.

L'analisi definisce i parametri di ordine costruttivo che influenzano la trasmissione degli sforzi di taglio lungo la superficie di contatto fra i calcestruzzi gettati in tempi differenti. Questi accorgimenti sono di seguito descritti.

Trattamento. La pulizia e l'idratazione adeguate della superficie preesistente influiscono in modo determinante sulla componente della resistenza dovuta all'adesione. Se questo contributo viene trascurato nella formulazione della resistenza per determinare il carico limite ultimo, esso garantisce un comportamento della fuga ottimale per quanto concerne l'efficienza funzionale.

Irruvidimento. Viene fatta distinzione tra una ruvidità lieve ed una accentuata. Questo parametro non ha nessun'influenza sulla componente della resistenza offerta dall'adesione. Presumibilmente il maggior danno subito dalla superficie irruvidita in modo accentuato compensa la minor superficie di contatto disponibile che caratterizza la fuga irruvidita lievemente. Il comportamento degli spezzoni di collegamento è invece diametralmente opposto a seconda del grado di ruvidità presente. Essi sono in grado di offrire esclusivamente la propria resistenza di taglio nel caso di ruvidità lieve. Per contro una ruvidità accentuata mobilita la resistenza a trazione degli spezzoni di collegamento, che esercitano così una pressione normale alla fuga, responsabile della trasmissione dello sforzo di taglio attraverso la stessa.

Spezzoni di collegamento. Per quest'armatura perpendicolare alla superficie di contatto, si presuppone un ancoraggio nelle due componenti tale in modo che si possa contare sulla sua tensione di snervamento. Questa condizione è garantita da staffe ancorate in modo adeguato dal corrente compresso fino alle membrane tese. Con l'impiego di tasselli di collegamento dall'azione locale in prossimità della fuga, la fessurazione potrebbe annullare prematuramente la loro azione.

Per procedere al dimensionamento allo stato limite ultimo di un elemento a sezione mista in calcestruzzo a getti successivi si dimostrano le conseguenze seguenti.

1. Nel caso dell'assenza di spezzoni di collegamento, l'unico contributo alla resistenza presente è quello dovuto all'adesione. La notevole dispersione dei valori caratteristici da esso assunti ci suggerisce di evitare la scelta di una tal soluzione. Se da un lato la qualità del trattamento della superficie influisce in modo determinante sulla capacità resistente dell'adesione, dall'altro i fenomeni dovuti al ritiro contribuiscono sicuramente a sollecitarne una parte.
2. Nel caso in cui gli spezzoni di collegamento sono presenti e sono combinati ad una superficie caratterizzata da una ruvidità lieve, la soluzione non risulta ottimale per la trasmissione di taglio attraverso la fuga. Di fatto al cedimento della resistenza dovuta all'adesione i tasselli non possono che opporre la pro-

pria resistenza di taglio (analogia con le sezioni miste acciaio/calcestruzzo). Il contenuto d'armatura trasversale necessario è di regola alquanto elevato, generando svantaggi di ordine economico nonché tecnico, se si considera che l'inserimento di spezzoni nell'elemento preesistente costituisce un indebolimento della struttura cementizia.

3. Le condizioni ideali per una trasmissione ottimale dello sforzo tagliante attraverso la fuga si realizzano per contro nel caso in cui all'accentuata ruvidità della superficie si combina la pressione normale originata dagli spezzoni di collegamento. Con queste condizioni la sezione mista si comporta come una sezione monolitica. Viene tuttavia escluso per il dimensionamento il contributo alla resistenza offerto dall'adesione. Naturalmente la resistenza a compressione delle diagonali inclinate subisce, come per l'elemento di sezione monolitica, una limitazione dettata dalle tensioni laterali che influenzano le bielle inclinate compresse. Il cedimento delle componenti verticali del traliccio resistente (staffe e diagonali compresse), pur mostrando un comportamento alquanto duttile in rapporto alla deformazione relativa che interviene nella fuga, non risponde alle caratteristiche di duttilità della rottura a flessione, proprio a causa dello stato di tensione biassiale in cui si trovano le diagonali compresse. Di conseguenza è auspicabile un dimensionamento che assuma l'ipotesi di cedimento contemporaneo degli elementi verticali e quelli orizzontali, per cui la resistenza a flessione diventa determinante. La riduzione inoltre dell'altezza utile dei tasselli rispetto a staffe che coprono l'intera altezza statica, causa un'adattamento dell'ipotetico traliccio resistente, con la conseguente concentrazione delle tensioni taglianti nella fuga.

Il comportamento alla resistenza di fatica non è stato oggetto di un'analisi teorica. Dagli esperimenti eseguiti si costata che l'influenza della sollecitazione dinamica non ha nessun effetto negativo determinante sulla resistenza dovuta all'adesione fintanto che l'ampiezza dell'oscillazione non la intacca in modo irreversibile.

Il rispetto delle norme che garantiscono l'esigenza funzionale implica la necessità di evitare la fessurazione longitudinale. Tuttavia proprio per l'esigua affidabilità del contributo alla resistenza dovuto all'adesione, questa condizione è ben lungi dall'essere garantita. In seguito alle sollecitazioni dovute al ritiro ad esempio, non si possono trascurare, seppure localmente alle estremità, tensioni tali da giustificare l'impiego di spezzoni di collegamento. La presenza degli spezzoni è inoltre auspicabile nei casi in cui la fessurazione longitudinale non fosse protetta da un'eventuale infiltrazione d'acqua, soggetta dunque alla dilatazione dovuta al gelo.

Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

In der vorliegenden Arbeit wird das Schubtragverhalten von Betonquerschnitten untersucht, die nachträglich mit einer neuen Betonschicht verbunden worden sind, die monolithisch und schubfest mit der bestehenden Betonschicht zusammenwirkt. Der Einfluss verschiedener Oberflächenbehandlungen der Kontaktfläche und die Wirkung einer Querbewehrung werden analysiert. Aufgrund der Plastizitätstheorie werden schliesslich praktische Bemessungskriterien vorgeschlagen.

Das Verhalten eines aus zwei verschiedenen Betonen zusammengesetzten Betonquerschnittes ist ein bekanntes Problem. Es stellt sich vor allem bei vorfabrizierter Bauteilen, die mit Teilen aus Ortbeton vervollständigt werden. Dieselbe Fragestellung zeigt sich auch bei grossen Bauteilen, die in mehreren Betonieretappen hergestellt werden. Die Problemstellung ist heute von besonders grosser Bedeutung, vor allem bei Sanierungen und Verstärkungen bestehender Tragwerke, welche oft durch Anbringen einer zusätzlichen Betonschicht erfolgen.

Aus zwei verschiedenen Betonschichten zusammengesetzte Querschnitte sind durch eine Fuge charakterisiert, über welche Druckkräfte im allgemeinen in schiefer Richtung übertragen werden. Die Fuge stellt eine Schwachzone des Querschnittes dar, da die benachbarten Betonschichten nicht durch die übliche chemische Reaktion gebunden sind. Der Anteil des Widerstandes aus der Adhäsion versagt schon früh, und es entstehen relative Verschiebungen entlang der Kontaktfläche, die in Abhängigkeit von der Fugenbeschaffenheit den Schubwiderstand aus der Reibung erzeugen.

Aus zwei Gründen befasst sich die vorliegende Arbeit nicht mit der Aufstellung von Spannungs-Verschiebungs-Gesetzen entlang der Fuge. Erstens, weil darauf verzichtet wird, einen weiteren Beitrag zur rein empirischen Analyse der vielfältigen Parameter zu leisten, welche die Schubübertragungsmechanismen in einer Diskontinuitätszone beeinflussen. Zweitens, weil sich mit den durchgeführten Versuchen herausgestellt hat, dass die Widerstände entlang der Fuge sehr unterschiedliche und somit nur bedingt aussagekräftige Werte aufweisen.

Die Zielsetzung dieser Arbeit ist es vielmehr zu zeigen, mit welchen konstruktiven Massnahmen sowohl der Schubwiderstand als auch die Duktilität möglichst günstig beeinflusst werden können. Es zeigt sich dann, dass mit der

Plastizitätstheorie die Bruchlast mit ausreichender Genauigkeit bestimmt werden kann. Folgende Parameter werden analysiert:

Vorbereitung der Altbetonoberfläche. Die Sauberkeit und die sorgfältige Vornäzung der Altbetonoberfläche beeinflussen auf den Adhäsionswiderstand massgebend. Auch wenn in dieser Arbeit den Beitrag des Adhäsionswiderstandes zum Bruchwiderstand verzichtet wird, ist diese Komponente doch für das Verhalten der Fuge im Gebrauchszustand von grosser Bedeutung.

Aufrauhung. Es wird zwischen starker und schwacher Aufrauhung unterschieden. Dieser Parameter hat jedoch keinen Einfluss auf den Adhäsionswiderstand. Dies dürfte darauf zurückzuführen sein, dass bei starkem Aufrauhung des Altbetons Schädigungen im Altbetongefüge auftreten, welche die zu erwartende grössere Adhäsion teilweise kompensieren. Die Wirkung der Querbewehrung ist hingegen je nach Aufrauhungsgrad sehr unterschiedlich. Aehnlich wie bei Stahlverbundkonstruktionen wirkt sie bei schwacher Aufrauhung als Dübelbewehrung primär auf Abscheren. Bei starkem Aufrauhungsgrad wird sie jedoch eindeutig auf Zug belastet, was eine entsprechende Druckspannung senkrecht zur Fuge zur Folge hat. Aufgrund dieser Druckspannung ist es dann möglich, in der Fuge Schubspannungen zu übertragen.

Querbewehrung. Für diese quer zur Fuge eingelegte Bewehrung wird eine derartige Verankerung im Druck- bzw. im Zuggurt vorausgesetzt, dass mit der gesamten Fliesskraft gerechnet werden kann. Die Wirkung von kurzen, lediglich bei der Fuge selbst wirkenden Dübeln wird im allgemeinen durch die Rissfortpflanzung schon frühzeitig in Frage gestellt.

Für die auf die Plastizitätstheorie abgestützte Bemessung eines nachträglich durch Neubeton ergänzten Betonquerschnittes gelten folgende Schlussfolgerungen:

1. Sofern keine Querbewehrung vorhanden ist, wird der einzige Beitrag zum Schubwiderstand von der Adhäsion geliefert. Wegen der grossen Streuung der charakteristischen Werte dieser Komponente empfiehlt es sich jedoch, auf eine Lösung ohne Querbewehrung zu verzichten. Diese insbesondere deshalb weil die Sorgfalt der Oberflächenbehandlung einen wesentlichen Einfluss ausübt, und weil behinderte oder aufgezwungene Verformungen z.B. infolge Schwindens im allgemeinen bereits einen beträchtlichen Teil des Adhäsionswiderstandes beanspruchen, wenn nicht gar erschöpfen.
2. Wenn die Querbewehrung nur mit einer schwachen Aufrauhung der Altbetonoberfläche gekoppelt ist, erweist sich diese Lösung für die Übertragung von Schubkräften entlang einer Fuge nicht als optimal. Nach dem Zusammenbruch des Adhäsionswiderstandes kann nur der Scherwiderstand der Querbewehrung mobilisiert werden. Der erforderliche Querbewehrungsgehalt ist in diesem Fall sehr gross, was technische, aber auch ökonomische

Nachteile mit sich bringt. In der Tat kann ein zu grosser Bewehrungsgehalt als Schwächung des bestehenden Tragwerks betrachtet werden.

3. Die besten Bedingungen für die Schubübertragung entlang einer Fuge entstehen, wenn eine starke Aufrauung der Albetonoberfläche mit ausreichender Querbewehrung verbunden wird. Unter diesen Voraussetzungen kann das Bruchverhalten eines Betonquerschnittes, der durch eine Neubetonenschicht nachträglich ergänzt wurde, mit demjenigen eines entsprechenden, monolithisch hergestellten Betonquerschnittes gleichgesetzt werden. Für die Bemessung wird dabei auf den Adhäsionswiderstand verzichtet. Natürlich erfährt der Druckwiderstand der geneigten Diagonalen wie beim monolithischen Element eine Begrenzung durch den Einfluss der Querspannung. Das Bruchverhalten der nicht horizontalen Elemente des Fachwerks (Druckdiagonalen und Zugsbügel) weist bezüglich der Relativverschiebungen in der Fuge zwar noch eine gute Duktilität auf, kann aber nicht jener beim Fall reiner Biegung verglichen werden, weil sich die Druckdiagonalen in einem zweiachsigen Spannungszustand befinden. Aus diesem Grund ist es empfehlenswert die Bemessung so vorzunehmen, dass ein gleichzeitiges Versagen der vertikalen und der horizontalen Elemente erfolgen kann, mit anderen Worten, der Biegebruch muss massgebend werden. Eine Reduktion der nutzbaren Höhe der Querbewehrung, die offensichtlich bei der Verwendung lokaler, lediglich über die Fuge wirkender Dübel eintritt, hat eine Anpassung des inneren Kräfteflusses zur Folge, was unter anderem eine Umlagerung der Schubspannungen auf eine reduzierte Strecke der Fuge verursacht.

Das Verhalten unter dynamischer Einwirkung ist nicht Bestandteil dieser Arbeit. Aufgrund der eigenen Versuche wurde aber festgestellt, dass die Ermüdung keine bedeutende Auswirkung auf den Adhäsionswiderstand hat, solange die Grösse der durch die Lastwechsel entstandenen Schubspannungen diesen nicht überschreitet.

Zur Gewährleistung der Gebrauchstauglichkeit wäre die Vermeidung von Längsrissen entlang der Fuge wünschenswert. Wegen des unsicheren Adhäsionswiderstandes kann dies im voraus jedoch nie voll garantiert werden. Die Beanspruchung aus behinderten oder aufgezwungenen Verformungen verursacht in den Endbereichen stets, wenn auch nur lokal, Spannungen, die eine Querbewehrung erfordern. Das Anbringen einer Querbewehrung ist auch zu empfehlen, falls zusätzlich mit dem Eindringen von Wasser und der dadurch möglichen Frostsprengwirkung zu rechnen ist.

Summary and Conclusions

This thesis presents a study of shear behavior of concrete cross-sections of members consisting of a new layer of concrete cast against an old layer of concrete. Various treatments of the interface are compared. In particular, details and behavior of transverse reinforcement across the interface are investigated. The conclusions include proposed design criteria based on the theory of plasticity.

The difficulties associated with predicting the behavior of concrete cross-sections composed of two layers of concrete of different ages are well known, especially with regard to structures built compositely of precast components and cast-in-place concrete. Similar problems also arise with large cross-sections, for which concrete is placed in several stages. More recently, rehabilitation and strengthening of existing structures has required that a new layer of concrete be placed against an existing layer.

Cross-sections with two layers of concrete are characterized by an interface, across which inclined compressive forces must be transferred. The interface affects the transfer of shear forces between tension and compression chords of flexural members. Since the two layers of concrete cannot be bonded together by the usual chemical reaction, the interface constitutes a plane of weakness. The shear resistance due to adhesion of the two layers is exhausted at relatively low stresses, resulting in relative displacements along the interface. These displacements lead to the mobilization of shear-friction resistance, which depends on the properties of the interface itself.

The thesis does not seek to develop stress-displacement relations along the interface. Yet another contribution to the purely empirical analysis of the many parameters that affect the transfer of shear across a plane of discontinuity shall be avoided. This view is supported by the experimental work conducted as part of this study which revealed considerable variability in the resistance along the interface.

Hence, the purpose of this thesis is to determinate the combination of parameters that maximizes shear resistance while providing adequate ductility. It is shown that then, with the help of the theory of plasticity, the ultimate load can be calculated with sufficient accuracy.

The effect of the following parameters is analysed:

Preparation of the surface of old concrete. The cleanliness and the degree of wetness of the existing concrete surface have a controlling influence on the adhesion between old and new concrete. Even in those cases where the contribution of adhesion is neglected in the calculation of the ultimate resistance, this component is still of significant importance with regard to serviceability.

Roughness of the surface of old concrete. A distinction is made between weakly roughened and strongly roughened surfaces. This parameter has no effect on the resistance provided by adhesion. This is because the procedures used to produce a strongly roughened surface damage the structure of the existing concrete; thus expected increase in adhesion is largely cancelled. The degree of roughness at the interface does, however, have an important effect on the behavior of transverse reinforcement. Transverse reinforcement across weakly roughened surfaces works in direct shear, similar to shear connectors used in steel-concrete composite construction. Across strongly roughened surfaces, transverse reinforcement clearly works in tension. Compressive stresses normal to the interface induced by tension in the reinforcement enable shear to be transferred across the interface.

Transverse reinforcement. Reinforcement perpendicular to the interface must be properly anchored to the compression and tension chords of the truss model, to allow the transverse reinforcement to reach its yield resistance. Dowels that act only locally at the interface can lead to problems associated with propagation of cracks.

For calculations based on the theory of plasticity, the following conclusions can be drawn:

1. In cases where no transverse reinforcement is provided, only the natural adhesion between old and new concrete contributes to the shear resistance across the interface. Due to the large scatter of parameters characterizing adhesion, it is recommended that solutions without transverse reinforcement be avoided. This because the resistance provided by adhesion depends directly on the care with which the surface of existing concrete has been treated, and because stresses due to restrained or imposed deformations such as those induced by shrinkage eat up at least a portion of the resistance provided by adhesion.
2. The use of transverse reinforcement in conjunction with a weakly roughened surface of old concrete results in a shear transfer across the interface that is less than optimal. After the resistance provided by adhesion has been exceeded, shear forces can only be transferred by means of direct shear in the transverse reinforcement. The required ratio of transverse reinforcement in such cases is large, which has undesirable technical and economic consequences. In fact, large ratios of reinforcement can result in a weakening of the existing structure.

3. The ideal conditions for shear transfer across interfaces are produced by a strongly roughened interface in conjunction with normal stresses due to transverse reinforcement. In such cases, the ultimate resistance of composite cross-sections composed of old and new layers of concrete can be equal to that of corresponding monolithic cross-sections. The contribution of adhesion to the ultimate resistance is neglected. As in monolithic members, the compressive resistance of inclined diagonals is limited due to the action of transverse tensile stresses. The ultimate behavior of the vertical and inclined members of the truss (compression diagonals and stirrups in tension) is relatively ductile, but it cannot be compared with the ductility in bending, since the compression diagonals are in a biaxial state of stress. For this reason, design must allow for a simultaneous failure of the vertical, inclined and horizontal elements, i.e., cross-sections must fail in bending. A reduction of the available depth of the transverse reinforcement (which occurs if dowels that are effective only in the immediate vicinity of the interface are used) results in an adjustment of the internal forces, and this leads to a redistribution of shear stresses onto a reduced portion of the interface.

Behavior under dynamic action has not been considered in this thesis. Experimental work has shown that fatigue has no significant effect on the resistance provided by adhesion, provided this resistance is not exceeded by the shear stresses due to the variable load.

To ensure adequate behavior under service conditions it would be desirable to prevent the formation of cracks along the interface. Due to uncertainties associated with the resistance provided by adhesion, however, this type of cracking cannot be completely eliminated. Stresses due to restrained or imposed deformation such as shrinkage produce shear stresses in the end regions that, although local in extent, require transverse reinforcement. The use of transverse reinforcement is also recommended when there is a potential for delamination at the interface due to freeze-thaw action.

Letteratura

- [1] ACKERMANN, G., BURKHARDT, M.: Tragverhalten von bewehrten Verbundfugen bei Fertigteilen und Ortsbeton in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit, Beton- und Stahlbetonbau 87, H. 7/8, Juli-August 1992, Ernst & Sohn, pp. 165-170/197-200.
- [2] ACKERMANN, G., GATZSCH, R.: Schubversuche zur Bestimmung charakteristischer Kennfunktionen an bewehrten Verbundfugen bei Fertigteilen und Ortbeton, Baustoffe für die Bauwerkserhaltung, Wissenschaftliche Zeitschrift, Hochschule für Architektur und Bauwesen Weimar 3. Heft 1993, Ausgabe B No. 260, Berlin 1990, pp. 191-203.
- [3] ACI 318-89: Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-89) (Revised 1992) and Commentary - ACI 318R-98 (Revised 1992), American Concrete Institute, Detroit , 1992 , pp. 152-153.
- [4] BÄÄTJER, G.: Bemessung spritzbetonverstärkter Balken und Stützen, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Tagung, Oktober 1991, 8 pp.
- [5] BACH, F., NIELSEN, M. P., BRAESTRUP, M. W.: Shear tests on reinforced concrete T-beams, Series V, U, X, B and S, Technical University of Denmark, Structural Research Laboratory, Report No. R120, Copenhagen 1980, 86 pp.
- [6] BASLER, E., WITTA, E.: Verbindungen in der Vorfabrikation, Technische Forschungs- und Beratungsstelle der Schweizerischen Zement-Industrie, Wildegg 1966, pp.
- [7] BASS, R. A., CARRAQUILLO, R., JIRSA, J. O.: Shear Transfer across New and Existing Concrete Interfaces, ACI Structural Journal, Vol. 86, No. 4, July - August 1989, pp. 383-393.
- [8] BAUMANN, T.: Zur Frage der Netzbewehrung von Flächentragwerken, Bauingenieur, Vol. 47, No. 10, Oct. 1972, pp.367-377.
- [9] BAZANT, Z. P., GAMBAROVA, P.: Rough cracks in reinforced concrete, Journal of The Structural Division, ASCE, Vol. 106, No. ST4, Proc. Paper 15330, April 1980, pp. 819-842.
- [10] BIRKELAND, P. W., BIRKELAND H. W.: Connections in Precast Concrete Construction, ACI Journal, V. 63, No. 3, March 1966, pp. 345-368
- [11] BRAESTRUP, M. W.: Shear strength prediction plastic method, Reinforced Concrete Deep Beams, edited by F. K. Kong, Blackie, Glasgow and London, 1990, pp. 182-203.

- [12] BRAESTRUP, M. W.: Effect of main steel strength on shear capacity of reinforced concrete beams with stirrups, Structural Research Laboratory, Technical University of Denmark, Rapport Nr. R 110, 1979, 49 pp.
- [13] BRAESTRUP, M. W, NIELSEN, M. P., BACH, F., JENSEN, B. C.: Shear tests on reinforced concrete T-beams Series T, Structural Research Laboratory, Technical University of Denmark, Report No. R 72, Copenhagen, 1976, 114 pp.
- [14] BRAESTRUP, M. W.: Plastic Analysis of Shear in Reinforced Concrete, Magazine of Concrete Research, Vol.36, No. 89, 1974, pp. 221-228.
- [15] BRENNNA, A., DEI POLI, S., DI PRISCO, M.: L'azione di spinotto: alcuni risultati teorico - sperimentali relativi all'impiego di calcestruzzi speciali, Studi e Ricerche, No. 11, Politecnico di Milano 1989, pp. 321-380.
- [16] CEB-FIP, (1990): CEB-FIP model code for concrete structures, Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information No. 213/214, Lausanne, May 1993, 437 pp.
- [17] COLLINS, M. P., MITCHELL, S.: Modified compression field theory, Chapt. 7.10, Prestressed Concrete Structures, Toronto 1990, pp. 338-352.
- [18] COULOMB, C. A.: Essai sur une application des règles de maximis & minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'architecture, Mémoires de Mathématique & Physique présentés à l'Academie Royale des Sciences, Vol. 7, 1776, pp. 343-382.
- [19] CUBUS AG: Cedrus-3, Berechnung und Bemessung von Stahlbetonplatten und Stahlbetonscheiben nach der Finite-Elemente-Methode, CUBUS AG, Zürich 1994.
- [20] CZIESIELSKI, E., FRIEDMANN M.: Tragfähigkeit geschweisster Verbindungen im Betonfertigteilbau, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 346, Berlin 1983, Ernst & Sohn, pp. 9-48.
- [21] DASCHNER, F.: Versuche zur notwendigen Schubbewehrung zwischen Betonfertigteilen und Ortsbeton, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 372, Berlin 1986, Ernst & Sohn, pp. 33-89.
- [22] DASCHNER, F.: Schubkraftübertragung in Rissen von Normal- und Leichtbeton, Interne Berichterstattung, Technische Universität München, Institut für Bauingenieurwesen III, Lehrstuhl für Massivbau, März 1980, 93 pp.
- [23] DEI POLI, S., DI PRISCO, M., GAMBAROVA, P.: In tema di trasmissione del taglio negli elementi in CA: alcuni risultati sperimentali attinenti alla cosiddetta azione di spinotto, Studi e Ricerche, No. 9, Politecnico di Milano 1987, pp. 217-303.
- [24] DEI POLI, S., DI PRISCO, M., GAMBAROVA, P.: In tema di trasmissione del taglio negli elementi in CA: gli effetti dell'armatura trasversale e del copriferro sull'azione di spinotto, Studi e Ricerche, No. 10, Politecnico di Milano 1988, pp. 9-76.

- [25] DIN 4762: Erfassung der Gestaltabweichungen 2. bis 5. Ordnung an Oberflächen an Hand von Oberflächenschnitten, Begriffe für Bezugssystem und Masse, Blatt 1, DK 621-288, 001.4, August 1960.
- [26] DONAGGIO, G.: Manuale del calcestruzzo armato, Materiali e teorie di dimensionamento, Zanichelli Editore, Bologna 1994, 702 pp.
- [27] DRELL, R.: Auswirkungen der Strahlverfahren auf den Haftverbund der Oberfläche, Diplomarbeit, Universität Dortmund, Oktober 1991, pp. 20-21.
- [28] DRUCKER, D. C., GREENBERG, H. J., PRAGER, W.: Extended limit design theorems for continuous media, Q. Appl. Math., Vol. 9, 1952, pp. 381-389.

- [29] EUROCODE 2, (1992): Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 1, Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau, Europäische Vornorm, 1992, 173 pp.

- [30] FENWICK, R. C.: The Shear Strength of reinforced concrete beams, Dissertation, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand 1966.
- [31] FIP COMMISSION OF PREFABRICATION: Guide to good practice, shear at the interface of precast and in situ concrete, ISBN0907862020, 1982.

- [32] GAMBAROVA, P.: Ingranamento delle particelle di aggregato e trasmissione delle tensioni in elementi in CA fessurati, soggetti a stato piano di tensioni, Studi e Ricerche, No. 2, Politecnico di Milano 1980, pp. 43-102
- [33] GAMBAROVA, P.: Shear transfer by aggregate interlock in cracked reinforced concrete subject to repeated loads, Studi e Ricerche, No. 1, Politecnico di Milano 1979, pp. 43-70.
- [34] GROSSMANN, G.: Tragfähigkeit spritzbeton- verstärkter Stahlbetonbauteile, Diplomarbeit, Universität Dortmund, März 1989.
- [35] GVOZDEV, A. A.: The Determination of the Value of the Collapse Load for Statically Indeterminate Systems Undergoing Plastic Deformation, English Translation of Original Work (1938), Int. J. Mech. Sci., Vol. 1, 1960, pp. 322-333.

- [36] HAMADI, Y. D., REAGAN, P.: Behaviour in shear of beams with flexural cracks, Magazine of Concrete Research, Vol. 32, No. 111, 1980, pp. 67-68.
- [37] HOUDE, J., MIRZA, M. S.: A finite element analysis of shear strength in reinforced concrete beams, ACI SP 42 Vol. 1; pp. 103-128.
- [38] HILL, R.: The mathematical theory of plasticity, Oxford, Clarendon Press, 1950, 356 pp.
- [39] HSU, T. T. C., MAU, S. T., CHEN, B.: Theory of Shear Transfer Strength of Reinforced Concrete, ACI Structural Journal, Vol. 84, No. 2, March - April 1987, pp. 149-160.

- [40] JENSEN, B. C.: Some applications of plastic analysis to plain and reinforced concrete, Institute of Buildings Design, Technical University of Denmark, Report No 123, 1977, 117 pp.
- [41] JENSEN, J. F.: Plasticitetsteoretiske Losninger for Skiver og Bjaelker af Jernbeton, Departement of Structural Engineering, Technical University of Denmark, Serie R, No 141, 1981, 153 pp.
- [42] KANI, M. W.: Kani on shear in reinforced concrete, Departement of Civil Engineering, Universtiy of Toronto, 1979, 279 pp.
- [43] KIM, W., WHITE R. N.: Shear cracking in reinforced concrete beams with no web reinforcement, ACI Structural Journal, Vol. 86, No. 3, May-June 1989, pp. 301-308.
- [44] KUPFER, H.: Erweiterung der Mörsch'schen Fachwerkanalogie mit Hilfe des Prinzips vom Minimum der Formänderungsarbeit, Comité Euro. International du Béton, Bulletin d'Information, No. 40, Paris, 1964, pp. 44-57.
- [45] KUPFER, H., MANG, R., KARAVESYROGLOU, M.: Bruchzustand der Schubzone von Stahlbeton- und Spannbetonträgern- Eine Analyse unter Berücksichtigung der Rissverzahnung, Der Bauingenieur 58, 1993, pp. 143-149.
- [46] LAIBLE, J. P.: An experimental investigation of interface shear transfer and applications in the dynamic analysis of nuclear containment vessels, Dissertation, Cornell University, Itaca, USA, 1973.
- [47] LAMPERT, P.: Bruchwiderstand von Stahlbetonbalken unter Torsion und Biegung, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 26, 1970, 189 pp.
- [48] LEONHARDT, F., WALTHER, R.: Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 151, 83 pp.
- [49] LOOV, R. E., PATNAIK, A. K.: Horizontal shear strength of composite concrete beams with a rough interface, PCI Journal, V. 39, No. 1, January-February 1994, pp. 48-67.
- [50] LÜCHINGER, P.: Bruchwiderstand von Kastenträgern aus Stahlbeton unter Torsion, Biegung und Querkraft, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 69, 1977, 107 pp.
- [51] LUEDERS, F.: Verbund zwischen Alt- und Neubeton. Allgemeine Grundlage, Bauforschung / Baupraxis, No. 260, Berlin, 1990, pp. 15-21
- [52] LYNGBERG, B. S.: Ultimate shear resistance of partially prestressed reinforced concrete I- beams, ACI-Journal, April 1976, pp. 214-222.
- [53] MARTI, P.: Staggered shear design of simply supported concrete beams, ACI Structural Journal, Vol. 83, No. 1, January-February 1986, pp. 36-42.
- [54] MARTI, P.: Strength and Deformations of Reinforced Concrete Members under Torsion and Combined Actions, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 129, 1982, pp. 99-138.

- [55] MARTI, P.: Zur plastischen Berechnung von Stahlbeton, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 104, 1980, 175 pp.
- [56] MARTI, P., THÜRLIMANN, B.: Fließbedingung für Stahlbeton mit Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit, Beton- und Stahlbetonbau, Vol. 72, Nr. 1, 1977, pp. 7-12
- [57] MAST, R. F.: Auxiliary Reinforcement in Concrete Connections, Journal of Structural Division, ASCE, V. 94, ST6, June 1968, pp. 1485-1504.
- [58] MATTOCK, A. H.: Design Proposals for Reinforced Concrete Corbels, PCI Journal, V. 21, No. 3, May-June 1976, pp. 18-42.
- [59] MATTOCK, A. H., HAWKINS, N. M.: Research on Shear Transfer in Reinforced Concrete - Recent Research, PCI Journal, V. 17, No. 2, March-April 1972, pp. 55-75.
- [60] MENN, CH., BRENNI, P., KELLER, T., PELLEGRINELLI, L.: Verbindung von altem und neuem Beton, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Bericht Nr. 193, August 1992, 198 pp.
- [61] MOHR, O.: Ueber die Darstellung des Spannungszustandes und des Deformationszustandes eines Körperelementes und über die Anwendung derselben in der Festigkeitslehre, Civ. Ing. 28, 1882, pp. 113-156.
- [62] MÖRSCH, E.: Der Eisenbetonbau - Seine Theorie und Anwendung, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart, 5. Auflage, 1922.
- [63] MÜLLER, P.: Plastische Berechnung von Stahlbetonscheiben und -balken, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 83, 1978, 159 pp.
- [64] MUTTONI, A.: Die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Bericht Nr. 176, Juni 1990, 158 pp.
- [65] MUTTONI, A., SCHWARZ, J., THÜRLIMANN, B.: Bemessen und Konstruieren von Stahlbetontragwerken mit Spannungsfeldern, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Vorlesungsunterlagen, 1989, 134 pp.
- [66] NIELSEN, M.P.: Limit analysis and concrete plasticity, Prentice-Hall Series in Civil Engineering, Englewood Cliffs, New Jersey, 1984, 420 pp.
- [67] NISSEN, I.: Rissverzahnung des Betons - gegenseitige Rissuferverschiebung und übertragene Kräfte, Dissertation, Technische Universität München, Juli 1987, 218 pp.
- [68] PASCHEN, H., ZILLICH, V. CH.: Tragfähigkeit querkraftschlüssiger Fugen zwischen Stahlbeton- Fertigteildeckenelementen, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 348, Berlin 1983, Ernst & Sohn, 83 pp.
- [69] PAULAY, T., LOEBER, P. J.: Shear transfer by aggregate interlock, ACI, SP 42 Vol. 1, pp. 1-15.
- [70] PRAGER, W., HODGE, P. G.: Theory of perfectly plastic solids, New York, Wiley & Sons, London, Chapman & Hall, 1951

- [71] REAGAN, P.: Shear in reinforced concrete, an experimental study, Imperial College, Civil Engineering Department, Concrete Section, London, April 1971, 203 pp.
- [72] REINECK, K. H.: Ein mechanisches Modell für den Querkraftbereich von Stahlbetonbauteilen, Fakultät- und Vermessungswesen der Universität Stuttgart, Stuttgart, 1990, 274 pp.
- [73] REINECK, K. H.: Modelling structural concrete with strut-and-tie models shear in B-Regions, Studi e Ricerche, No. 14, Politecnico di Milano 1993, pp. 43-102.
- [74] RITTER, W.: Die Bauweise Hennebique, Schweiz. Bauztg., Vol. 33, Nos. 5, 6 und 7, 1899, pp. 41-43, 49-52, 59-61.
- [75] ROGOSWKY, D. M., MARTI, P. M.: Detailing for post-tensioning, VSL International LTD., Bern 1991, 49 pp.
- [76] SCHÄFER, G., SCHMIDT-KEHLE, W.: Schubdeckung und Fugenverbund bei nachträglich durch Ortbeton ergänzten Fertigteilplatten und Fertigteilbalken, Beton- und Stahlbetonbau 90, H. 2, Ernst & Sohn, pp. 49-53.
- [77] SCHMIDT-KEHLE, W.: Verminderte Schubüberdeckung in Fertigplatten mit Ortsbetonergänzung, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Tagung, Oktober 1991, 8 pp.
- [78] SIA NORM 160: Einwirkungen auf Tragwerke, Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein, Zürich, 1989, 104 pp.
- [79] SIA NORM 162: Betonbauten, Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein, Zürich, 1989, 86 pp.
- [80] SORENSEN, H. C.: Shear tests on 12 reinforced concrete T-beams, Technical University of Denmark, Structural Research Laboratory, Report No. R60, Copenhagen, 1974, 49 pp.
- [81] SZABÒ, I.: Geschichte der Mechanischen Prinzipien, 1. Auflage, Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart, 1977, ISBN 3-7643-0864-8, 491 pp.
- [82] TASSIOS, P., VINZELEOU, E.: Concrete - to concrete friction, Journal of Structural Engineering, No. 113, Heft 4, New York 1987, pp. 832-849.
- [83] TSOKANATAS, S. G., TASSIOS, P.: Shear resistance of connections between reinforced concrete linear precast element, ACI Structural Journal, Vol. 86, No. 3, May-June 1989, pp. 242-249.
- [84] VECCHIO, J., COLLINS; M. P.: The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, ACI Structural Journal, Vol. 83, No. 1, January-February 1986, pp. 219-243.
- [85] WALRAVEN, J. C.: Fundamental Analysis of Aggregate Interlock, Journal of the Structural Division, ASCE, V. 11, November 1981, pp. 2245-2270.

- [86] WALRAVEN, J. C., FRENAY, J., PRUISSERS, A.: Influence of concrete strength and load history on the shear friction capacity of concrete members, PCI Journal, Vol. 32, No. 1, January-February 1987, pp. 66-83.
- [87] WALRAVEN, J. C., FRENAY, J., PRUISSERS, A.: Reader comments about: influence of concrete strength and load history on the shear friction capacity of concrete members, PCI Journal, Vol. 33, No. 1, January-February 1988, pp. 165-170.
- [88] WALRAVEN, J. C.: Über den kraftschlüssigen Verbund von Betonen unterschiedlichen Alters und unterschiedlicher Oberflächenbeschaffenheit der Verbundfuge. VDI Bericht, Nr. 840, 1990, pp.15-29.
- [89] WALRAVEN, J. C.: Aggregate interlock, a theoretical and experimental analysis, Delft University Press, 1980, 197 pp.
- [90] WHITE, R. N., GERGELY, P.: Final report on shear transfer in thick walled reinforced structures under seismic loading, Report 78-2, Departement of Structural Engineering, Cornell University, Itaca, New York, May 1978.

Notazioni

Notazioni latine maiuscole

A	superficie
A_s	superficie dell'acciaio teso
A'_s	superficie dell'acciaio compresso
B	matrice di rigidezza
C	risultante delle tensioni di compressione nel calcestruzzo
E_c	modulo d'elasticità del calcestruzzo a compressione
E_s	modulo d'elasticità dell'acciaio
F	matrice di flessibilità
M	momento flettente
N	sforzo normale di compressione
Q	carico concentrato
T	risultante delle tensioni di trazione nell'armatura A_s
V	sforzo di taglio

Notazioni latine minuscole

a	luce della campata ridotta
b	larghezza di una trave rettangolare
b_a	larghezza dell'anima di una trave a T
b_o	larghezza dell'ala di una trave a T
c	coesione
d	altezza utile o statica della sezione
d_i	diametro massimo degli inerti
f_c	resistenza cilindrica a compressione del calcestruzzo
f_{cc}	resistenza cubica a compressione del calcestruzzo
f_{cd}	resistenza cilindrica di dimensionamento a compressione del calcestruzzo
f_{ce}	resistenza cilindrica ridotta a compressione del calcestruzzo
f_{ck}	resistenza cilindrica caratteristica a compressione del calcestruzzo
f_{ct}	resistenza a trazione del calcestruzzo
f_{sy}	valore caratteristico della tensione di snervamento convenzionale
f_{st}	valore caratteristico della tensione di rottura dell'acciaio

f_t	resistenza di separazione
h	altezza totale della sezione
l	luce della campata
m	interasse delle staffe
m_x	momento flettente per unità di lunghezza nella direzione x
m_y	momento flettente per unità di lunghezza nella direzione y
m_{xy}	momento composto per unità di lunghezza nella direzione x o y
n	numero di tasselli
n_x	sforzi di membrana per unità di lunghezza nella direzione x
n_y	sforzi di membrana per unità di lunghezza nella direzione y
n_{xy}	sforzi di membrana per unità di lunghezza nella direzione x o y
q	carico ripartito
r	raggio di curvatura
$1/r$	curvatura
s	dimensione longitudinale del supporto
s_o	dimensione minima longitudinale del supporto
\bar{t}	profondità media della ruvidità
u	scorrimento relativo della fuga
v_x	sforzo di taglio per unità di lunghezza perpendicolare a x
v_y	sforzo di taglio per unità di lunghezza perpendicolare a y
w	apertura della fuga
x	dimensione longitudinale del
y	profondità dell'asse neutro
y_o	profondità dell'asse neutro corrispondente allo snervamento di A_s
z	braccio della coppia interna

Notazioni greche minuscole

α	coefficiente
δ	freccia
ε	accorciamento/allungamento relativo
ε_{cs}	accorciamento dovuto al ritiro del calcestruzzo
ϕ	contenuto meccanico d'armatura longitudinale
ϕ_e	contenuto meccanico d'armatura longitudinale riferito a f_{ce}
φ	angolo d'inclinazione delle diagonali compresse
μ	coefficiente d'attrito
ν	coefficiente di deformazione laterale
θ	angolo d'attrito
ρ	percentuale geometrica d'armatura
σ_c	tensione di compressione del calcestruzzo
σ_{cs}	tensione dovuta al ritiro del calcestruzzo
σ_s	tensione dell'acciaio
σ_{sy}	tensione di snervamento dell'acciaio

σ_x	tensione di compressione nella direzione x
σ_y	tensione di compressione nella direzione y
$\Delta\sigma_{s\,fat}$	variazione della tensione dell'acciaio dovuta a carichi ciclici di fatica
τ	tensione tangenziale o di taglio
τ_a	componente della tensione di taglio originata dall'adesione
τ_b	componente della tensione di taglio originata dall'effetto spinotto
τ_{cs}	tensione di taglio dovuta al ritiro del calcestruzzo
τ_i	tensione di taglio locale trasmessa attraverso le fessure
τ_n	componente della tensione di taglio originata dall'effetto spinotto
τ_u	tensione di taglio a rottura
τ_{xy}	tensione tangenziale o di taglio
$\Delta\tau_{fat}$	variazione della tensione di taglio dovuta a carichi ciclici di fatica
ξ	coefficiente
ψ	contenuto meccanico d'armatura trasversale
ψ_e	contenuto meccanico d'armatura trasversale riferito a f_{ce}
ζ	coefficiente

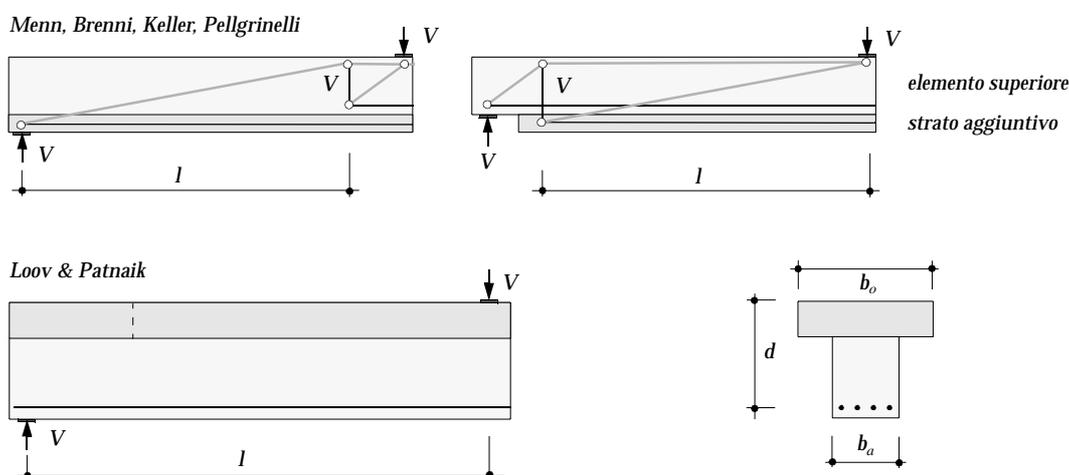
Indici

<i>el</i>	elastico
<i>fl</i>	flessione
<i>fs</i>	fessurazione
<i>m</i>	misurato
<i>max</i>	massimo
<i>min</i>	minimo
<i>pl</i>	plastico
<i>ta</i>	taglio
<i>teo</i>	teorico
<i>u</i>	rottura
<i>1, 2, 3</i>	direzioni principali
<i>i, j, k</i>	coefficienti

La traduzione della terminologia italiana adottata nelle norme SIA è influenzata dagli idiomi nazionali predominanti. Per ragioni di coerenza linguistica si è dunque attento alla terminologia adottata nel Manuale del Calcestruzzo Armato [26] di recente edizione.

Appendice: risultati sperimentali

Per facilitare l'approccio numerico alle valutazioni proposte dai capitoli dell'analisi teorica nonché sperimentale vengono riassunti sotto forma di tabelle i dati relativi alle proprietà geometriche e dei materiali dei corpi considerati. I dati concernenti le travi a sezione monolitica sono riassunti da Muttoni [64]. Per quanto concerne i corpi a sezione mista in calcestruzzo a getti successivi vengono presi in considerazione gli esperimenti eseguiti in proprio nonché quelli documentati da Loov e Patnaik [49]. In questi casi si tratta di esperimenti eseguiti a corpi caratterizzati da una grande superficie di trasmissione di taglio.



Dimensioni e nomenclatura utilizzata

Prove sperimentali Menn, Brenni, Keller e Pellegrinelli [60]

Come è visibile dall'illustrazione, il corpo sperimentale è costituito da un elemento superiore provvisto di un'armatura longitudinale e trasversale minima. Nel calcolo esso viene dunque considerato separatamente dallo strato aggiuntivo. La somma dei contributi dei due elementi fornisce il carico limite ultimo, tuttavia le tensioni taglianti che si trasmettono lungo la fuga sono determinate esclusivamente dal contributo dell'elemento inferiore. Per gli elementi sprovvisti di un ancoraggio alle estremità garantito dalla pressione della reazione d'appoggio esso viene simulato dai tasselli alle estremità che non vengono dunque considerati per il calcolo.

	calcestruzzo				armatura trasversale						longitudinale				sperimentale		flessione		taglio		rapporti			
	l	b_o	b_a	d	f_c	f_{ce}	A_s	n	f_{sy}	Ψ	Ψ_e	A_s	f_{sy}	ϕ	ϕ_e	V_R	τ_R/f_{ce}	V_{fl}	τ_{fl}/f_{ce}	V_{ta}	τ_{ta}/f_{ce}	V_R/V_{fl}	V_R/V_{ta}	V_{ta}/V_{fl}
Corpi di riferimento																								
A₁	2000	400	400	290	34.0	17.1	157	13	520	0.039	0.078	1137	640	0.185	0.367	95.3	0.053	95.2	0.053	95.2	0.053	100.0	100	100
A₂	2000	400	120	290	34.0	17.1	-	-	-	-	-	1137	640	0.185	0.367	77.5	0.141	95.4	0.177	-	-	81.2	-	-
Corpo superiore																								
	2000	400	400	214	34.0	17.1	157	13	520	0.039	0.078	201	640	0.044	0.088									
Connessione tramite adesione																								
B₁	1740	400	120	285	34.0	17.1	-	-	-	-	-	905	660	0.154	0.307	52.2	0.079	91.8	0.167	-	-	56.9	-	-
B₂	1740	400	120	285	34.0	17.1	-	-	-	-	-	905	660	0.154	0.307	53.7	0.082	91.8	0.167	-	-	58.5	-	-
Connessione mediante legante chimico																								
B₃	1740	400	120	285	34.0	17.1	-	-	-	-	-	905	660	0.154	0.307	61.0	0.098	91.8	0.167	-	-	66.4	-	-
B₄	1740	400	120	285	34.0	17.1	-	-	-	-	-	905	660	0.154	0.307	44.5	0.063	91.8	0.167	-	-	48.5	-	-
Connessione mediante tasselli combinati a ruvidità lieve																								
C₁	1740	400	120	285	34.0	17.1	58	9	520	0.042	0.083	905	660	0.154	0.307	48.7	0.072	91.8	0.167	-	-	53.1	-	-
C₂	1740	400	120	285	34.0	17.1	58	8	520	0.037	0.073	905	660	0.154	0.307	56.5	0.088	91.8	0.167	-	-	61.5	-	-
C₃	1740	400	120	285	34.0	17.1	58	12	520	0.055	0.110	905	660	0.154	0.307	55.0	0.085	91.8	0.167	-	-	59.9	-	-
C₄	1740	400	120	285	34.0	17.1	58	8	520	0.037	0.073	905	660	0.154	0.307	42.5	0.059	91.8	0.167	-	-	46.3	-	-
Connessione mediante tasselli combinati a ruvidità accentuata, ancoraggio alle estremità libero																								
C₅	1740	400	120	285	34.0	17.1	58	-	-	-	-	905	660	0.154	0.307	70.0	0.118	91.8	0.167	-	-	76.3	-	-
C₆	1740	400	120	285	34.0	17.1	58	2	380	0.006	0.012	905	660	0.154	0.307	72.5	0.123	91.8	0.167	53.5	0.082	79.0	135.5	58.3
E₁	1740	400	120	285	34.0	17.1	58	2	520	0.008	0.016	905	660	0.154	0.307	91.8	0.167	91.8	0.167	67.6	0.112	100.0	135.8	73.6
Connessione mediante tasselli combinati a ruvidità accentuata, ancoraggio alle estremità tramite appoggio																								
D_{1s}	1740	400	120	285	34.0	17.1	58	-	-	-	-	905	660	0.154	0.307	71.7	0.120	91.8	0.167	-	-	78.1	-	-
D_{1d}	1740	400	120	285	34.0	17.1	58	-	380	0.006	0.012	905	660	0.154	0.307	80.0	0.140	91.8	0.167	53.5	0.082	87.1	149.5	58.3
D_{2s}	1740	400	120	285	34.0	17.1	58	-	520	0.008	0.017	905	660	0.154	0.307	87.5	0.157	91.8	0.167	67.5	0.112	95.3	129.6	61.8
D_{2d}	1740	400	120	285	34.0	17.1	58	-	520	0.013	0.026	905	660	0.154	0.307	90.7	0.165	91.8	0.167	90.3	0.164	98.8	100.4	98.4
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[mm ²]	[-]	[N/mm ²]	[-]	[-]	[mm ²]	[N/mm ²]	[-]	[-]	[kN]	[-]	[kN]	[-]	[kN]	[-]	[%]	[%]	[%]

Prove sperimentali Loov e Patnaik [49].

	calcestruzzo				armatura trasversale				longitudinale				sperimentale		flessione		taglio		rapporti					
	l	b_o	b_a	d	f_c	f_{ce}	A_s	m	f_{sy}	ψ	ψ_e	A_s	f_{sy}	ϕ	ϕ_e	V_R	τ_R/f_{ce}	V_{fl}	τ_{fl}/f_{ce}	V_{ta}	τ_{ta}/f_{ce}	V_R/V_{fl}	V_R/V_{ta}	V_{ta}/V_{fl}
1	1525	400	75	292	37.4	18.2	142	190	438	0.102	0.209	2000	497	0.228	0.467	146.0	0.405	168.7	0.477	146.5	0.407	86.6	99.7	86.8
2	1525	400	75	295	34.9	17.4	142	500	438	0.031	0.063	1600	454	0.176	0.354	81.0	0.222	128.1	0.365	87.7	0.242	63.2	92.3	68.5
3	1525	400	75	288	30.5	15.9	142	300	432	0.070	0.135	2000	454	0.258	0.496	125.5	0.409	149.3	0.499	107.0	0.342	84.0	117.3	71.6
4	1525	400	75	282	34.7	17.3	142	135	430	0.154	0.308	2565	334	0.219	0.438	144.5	0.444	141.1	0.432	149.4	0.462	102.4	96.7	105.9
5	1525	400	75	295	34.8	17.4	142	500	430	0.031	0.061	1600	454	0.177	0.355	105.5	0.296	128.1	0.366	86.9	0.240	82.4	121.4	67.9
6	1525	400	75	295	37.1	18.1	142	500	428	0.029	0.059	1600	454	0.166	0.340	100.5	0.268	128.9	0.350	89.0	0.235	78.8	113.0	69.0
7	1525	400	75	281	35.8	17.7	142	135	432	0.150	0.303	2400	497	0.296	0.600	165.5	0.509	187.2	0.589	151.6	0.460	88.4	109.2	81.0
8	1525	400	150	295	35.6	17.6	142	500	407	0.014	0.029	1600	454	0.173	0.349	119.0	0.166	128.4	0.180	107.4	0.148	92.7	110.8	83.6
9₃	1525	400	75	288	37.1	18.1	142	500	428	0.029	0.059	2000	431	0.202	0.413	85.5	0.231	146.4	0.416	86.7	0.235	58.4	98.6	59.3
10	1525	400	150	288	38.7	18.6	142	500	409	0.013	0.027	2000	431	0.193	0.401	128.0	0.173	147.1	0.202	108.1	0.144	87.0	118.4	73.5
11	1525	400	300	297	32.7	16.7	142	500	420	0.008	0.016	2500	497	0.320	0.628	193.0	0.153	203.3	0.163	109.9	0.080	94.9	175.7	54.1
12	1525	400	75	280	34.6	17.3	142	100	408	0.205	0.410	2800	455	0.329	0.658	163.0	0.517	195.5	0.644	156.2	0.492	83.4	104.3	79.9
13	1525	400	150	288	19.2	11.5	142	500	431	0.028	0.046	2000	431	0.390	0.650	105.5	0.249	131.1	0.327	91.6	0.210	80.5	115.2	69.9
14	1525	400	150	288	19.6	11.8	142	500	431	0.027	0.046	2000	431	0.382	0.636	68.5	0.148	131.78	0.320	92.7	0.208	52.0	73.9	70.4
15	1525	400	150	288	44.0	20.3	142	500	420	0.012	0.026	2000	431	0.170	0.369	147.0	0.183	148.9	0.186	111.8	0.136	98.7	131.4	75.1
16	1525	400	150	288	48.3	21.6	142	500	420	0.011	0.024	2000	431	0.155	0.346	150.0	0.174	150.2	0.174	112.5	0.128	99.9	133.3	74.9
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[mm ²]	[mm]	[N/mm ²]	[-]	[-]	[mm ²]	[N/mm ²]	[-]	[-]	[kN]	[-]	[kN]	[-]	[kN]	[-]	[%]	[%]	[%]