

Diss. ETH No. 11762

Wave Propagation in Viscoelastic and Anisotropic, Cylindrical Structures

A dissertation submitted to the
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY
for the degree of
Doctor of Technical Sciences

presented by

JOHANNES VOLLMANN

Dipl. Bau-Ing. ETH, Masch.-Ing. HTL
born 1 April 1964
Citizen of Oberrohrdorf, AG

Accepted on the recommendation of
Prof. Dr. J. Dual, examiner
Prof. Dr. J.D. Achenbach, coexaminer

Zürich 1996

Abstract

In this thesis, the complex dispersion relation (frequency versus complex wavenumber) of guided, axisymmetric waves in circular cylindrical structures is investigated theoretically and confirmed by an extended series of experiments. The goal of this work is to understand the topology of the complex wave spectrum for various cylindrical structures, such as elastic shells containing a viscoelastic core, as well as isotropic and anisotropic rods with a circular cross-section in order to determine complex material properties of the structures. In particular, a theoretical model is derived to calculate the complex dispersion relation of axisymmetric wave modes in a thin-walled linear elastic shell containing a viscoelastic core. Curvature and transverse strain cause a coupling between the shell wall bending and longitudinal motion in an empty cylindrical shell. Therefore the dispersion relation of a system consisting of a shell and a viscoelastic core is governed by the shell properties as well as the bulk modulus, the shear modulus, and the density of the core material. By varying the complex moduli, the core can be modelled as an inviscid fluid, an elastic material, or anything between these two extremes.

New dynamic metrology is developed to measure complex dispersion relations in a frequency range of between 1 kHz to 2 MHz with up to 40 travelling wave modes in one single process. With a heterodyne LASER interferometer, which was partly developed at the Institute of Mechanics, ETH Zürich, the radial and the longitudinal displacement of the shell surface is detected. The signals are processed with FFT¹ in the time domain. To decompose the complex wave-number dependence, a complex total least squares algorithm is used in the space domain. This algorithm, originally developed for the signal processing of NMR² signals, demands fewer measurements than FFT and allows a lower signal-to-noise ratio. It extracts both the real and the imaginary part of the wavenumber from the measured data.

The axisymmetric waves are excited with a radially and a longitudinally-acting piezo transducer simultaneously. Most of the experiments are performed using a steel tube with a diameter of 25 mm and a wall thickness of 0.5 mm. The tubes are filled with water, milk, alcohol, glycerine, silicone

-
1. Fast Fourier Transform
 2. Nuclear Magnetic Resonance

oil, and polyisobutylene.

Linear elasticity can be considered as an extreme case of viscoelasticity (long relaxation times compared with the deformation cycles). To ascertain the validity of the theory as well as the computational precision, dispersion curves are also calculated for a shell containing a viscoelastic material behaving like the elastic shell. These results are compared with measured curves of an isotropic aluminium rod where excellent agreement was found.

In the case of the isotropic aluminium rod, the phenomenon of 'backward wave propagation' in which the group velocity and the phase velocity of particular modes have opposite signs, is clearly measured.

The method is finally applied in order to determine material properties of anisotropic materials. In this case, the complex dispersion relation of a carbon fibre-reinforced epoxy rod with cylindrical cross-section is measured. The theory presented by Mirsky in 1965 is implemented and the influence of the material constants on the topology of the dispersion relation is discussed numerically. Using the knowledge of the mode shapes at specific locations in the dispersion diagram, the five material parameters describing the dynamic behaviour of transversely isotropic material can be determined step by step with high accuracy. As the imaginary wavenumbers are measured as well, the frequency-dependent damping behaviour of the composite material is discussed on a qualitative basis.

Zusammenfassung

Die komplexe Dispersionsbeziehung (Frequenz über komplexe Wellenzahl) von axialsymmetrischen, geführten, mechanischen Wellen in kreiszylindrischen Strukturen ist Gegenstand einer theoretischen und experimentellen Untersuchung. Das Ziel der Arbeit besteht im Verständnis der Topologie des komplexen Wellenspektrums von verschiedenen zylindrischen Strukturen wie elastischen Schalen mit viskoelastischem Kern sowie von isotropen und anisotropen Stäben mit Kreisquerschnitt. Dieses Verständnis bildet die Basis zur Bestimmung von Materialeigenschaften mittels Wellenausbreitungsphänomenen.

Ein theoretisches Modell wird hergeleitet, das die Berechnung der komplexen Dispersionsbeziehung von axialsymmetrischen Wellen in dünnwandigen, linearelastischen Zylinderschalen, die mit einem viskoelastischen Material gefüllt sind, ermöglicht.

Durch Krümmung und Querkontraktion der Schalenstruktur entsteht eine wellenlängenabhängige Koppelung zwischen Longitudinal- und Biegebewegungen. Die Dispersionsbeziehung des Systems bestehend aus Schale und Kern wird deshalb durch den Kompressionsmodul, den Schubmodul und die Dichte des Kernmaterials beeinflusst. Die Variation der komplexen Moduli des Kernmaterials ermöglicht die Simulation eines inviskosen Fluids, eines linearelastischen Materials oder jeder beliebigen, "viskoelastischen" Zwischenstufe dieser beiden Extremfälle.

Zur Messung der komplexen Dispersionsbeziehung wurde eigens ein Messverfahren entwickelt, das die Detektion von bis zu 40 lauffähigen Wellenmoden in einem Frequenzbereich von 1 kHz bis 2 MHz ermöglicht. Mit einem heterodynem LASER Interferometer, das teilweise am Institut für Mechanik der ETH Zürich entwickelt wurde, wird die radiale und die longitudinale Bewegung der Schalenwand gemessen. Im Zeitbereich erfolgt die Signalverarbeitung mittels FFT¹. Die Zerlegung der Messsignale im Ortsbereich in ihre harmonischen Bestandteile wird mit einem Algorithmus ausgeführt, der auf der Methode der kleinsten, komplexen Fehlerquadrate beruht. Dieser Algorithmus, der ursprünglich zur Signalverarbeitung von NMR² Signalen geschrieben wurde, kommt mit weniger Stützstellen aus, arbeitet bei einem schlechteren Signal/Rauschverhältnis

-
1. Fast Fourier Transform
 2. Nuclear Magnetic Resonance (Kernspinresonanz)

als FFT und extrahiert sowohl den Real- als auch den Imaginärteil der Wellenzahlen aus den Messsignalen.

Die axialsymmetrischen Wellen werden mit einem radial wirkenden, ringförmigen und teilweise zusätzlich mit einem longitudinal wirkenden piezoelektrischen Transducer angeregt. Die meisten Experimente wurden mit Stahlrohren von 25 mm Durchmesser und 0.5 mm Wandstärke ausgeführt. Dazu wurden die Rohre mit Wasser, Milch, Alkohol, Glyzerin, Silikonöl und Polyisobutylen gefüllt.

Lineare Elastizität kann als derjenige Spezialfall der Viskoelastizität betrachtet werden, bei dem die Relaxationszeiten gemessen am zeitlichen Zyklus einer Strukturwelle lang sind. Zur Bestätigung der Gültigkeit des theoretischen Modells und zur Überprüfung der numerischen Zuverlässigkeit des entsprechenden Computerprogrammes, wurde die Dispersionsbeziehung für ein Rohr berechnet, das mit einem hypothetischen, "viskoelastischen" Material gefüllt ist, welches die gleichen dynamischen Eigenschaften hat wie das Rohr selbst. Diese Dispersionskurven zeigen hervorragende Übereinstimmung mit Kurven, die an einem vollen Aluminiumstab mit Kreisquerschnitt gemessen wurden.

An diesem Aluminiumstab konnte das Phänomen der "Backward wave propagation" gemessen werden, ein Bereich einer Dispersionskurve, bei dem Phasen- und Gruppengeschwindigkeit der Strukturwellen entgegengesetzte Vorzeichen haben.

In einer dritten Phase wurde die oben beschriebene Messtechnik zur Bestimmung der Materialeigenschaften von anisotropen Materialien verwendet. Dazu wurde die komplexe Dispersionsbeziehung von axialsymmetrischen Wellen in einem kohlefaserverstärkten Kunststoffstab mit Kreisquerschnitt gemessen und mit theoretischen Dispersionskurven verglichen, die nach der Theorie von Mirsky (1965) berechnet wurden. Mit Hilfe der Kenntnis der Wellenformen an verschiedenen Punkten des Dispersionsdiagrammes konnten die fünf Materialparameter, welche das elastische Verhalten eines transversalisotropen Werkstoffes beschreiben, schrittweise mit hoher Genauigkeit bestimmt werden. Die Messung der Imaginärteile der Wellenzahlen erlaubt zudem eine qualitative Diskussion des frequenzabhängigen Dämpfungsverhaltens.