



Doctoral Thesis

N-body quantum systems with hard-core interactions

Author(s):

Griesemer, Marcel Jakob

Publication Date:

1996

Permanent Link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-001696065> →

Rights / License:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Diss. ETH No. 11644

N-Body Quantum Systems with Hard-Core Interactions

A dissertation submitted to the
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY ZURICH
(ETH Zürich)

for the degree of
Doctor of Natural Sciences

presented by
Marcel Jakob Griesemer, Dipl. Phys. ETH
born July 21, 1966
citizen of Göttingen, Thurgau

accepted on the recommendation of
Prof. Dr. W. Hunziker, examiner
Prof. Dr. G. M. Graf, co-examiner

1996

Abstract

The main result of this thesis is asymptotic completeness of N -body quantum systems with singular interactions including hard cores, i.e., two-body potentials $V(x_i - x_j)$ of the form

$$V \in L^1_{\text{loc}}(\mathbf{R}^3 \setminus K)$$

where K is compact and $V_-(x) = \max(-V(x), 0)$ is relatively form-bounded with respect to the Dirichlet Laplacian on $L^2(\mathbf{R}^3 \setminus K)$ with a small enough bound. In addition we impose the short range condition

$$V(x) = O(|x|^{-\mu}) \quad \mu > 1$$

for $|x| \rightarrow \infty$. The idea behind this is twofold. First, we regard it as an attempt to put N -body scattering theory into its natural setting where self-adjointness, local compactness and locality of the Hamiltonian, and the short range of the forces should be the only essential ingredients. Second, the generalization provides a test for the recent proofs of Graf and Yafaev; it demonstrates in fact that their geometric methods are ideally suited to accommodate the more general dynamics described above.

In the course of this work we examined and generalized the other parts of N -body theory from this point of view: HVZ theorem, exponential bounds for eigenfunctions, Mourre's theorem, and the structure of the continuum. Following ideas of Skibsted and Graf, Mourre's theorem is generalized to a form which is now in harmony with the geometric restrictions imposed by hard cores on the configuration space.

Kurzfassung

Das Hauptresultat dieser Dissertation ist die asymptotische Vollständigkeit für N -Teilchen Systeme mit singulären Wechselwirkungen einschliesslich harten Kernen, d.h. Paarpotentialen der Form

$$V \in L^1_{\text{loc}}(\mathbf{R}^3 \setminus K)$$

wobei K kompakt und $V_-(x) = \max(-V(x), 0)$ form-beschränkt ist bezüglich dem Dirichlet Laplace-Operator in $L^2(\mathbf{R}^3 \setminus K)$ mit genügend kleiner Schranke. Zusätzlich fordern wir kurzreichweitigen Abfall

$$V(x) = O(|x|^{-\mu}) \quad \mu > 1$$

für $|x| \rightarrow \infty$. Die Idee dahinter ist zweifältig. Erstens betrachten wir dies als einen Versuch die N -Teilchen-Streutheorie in ihren natürlichen Rahmen zu stellen, wo für den Hamilton-Operator Selbstadjungiertheit, local compactness und Lokalität, und für die Kräfte der kurzreichweitige Abfall die einzigen relevanten Eigenschaften sind. Zweitens stellt die Verallgemeinerung einen Test für die Beweise von Graf und Yafaev dar; sie zeigt in der Tat, dass deren geometrische Methoden sich in idealer Weise dazu eignen die oben beschriebene grössere Klasse von Wechselwirkungen aufzunehmen.

Im Laufe dieser Arbeit haben wir die anderen Teile der N -Teilchen-Theorie von diesem Standpunkt aus analysiert und verallgemeinert: das HVZ-Theorem, exponentielle Schranken für Eigenfunktionen, das Mourresche Theorem und die Struktur des kontinuierlichen Spektrums. Ideen von Skibsted und Graf folgend wurde das Mourresche Theorem auf eine Form verallgemeinert, welche nun in Harmonie ist mit den durch die harten Kerne verursachten geometrischen Einschränkungen des Konfigurationsraums.