

Diss. ETH No. 12322

Stability and Bound States of Molecules
&
Landau-Fermi Liquid and Instabilities

A dissertation submitted to the
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY ZURICH
(ETH Zürich)

for the degree of
Doctor of Natural Sciences

presented by
Maximilian Seifert, Dipl. Phys. ETH
born June 13, 1969
citizen of Austria

accepted on the recommendation of
Prof. Dr. J. Fröhlich, examiner
Prof. Dr. G. M. Graf, coexaminer

1997

Abstract

The thesis consists of two parts. In the first part, we investigate the stability and bound states of simple molecules. The main result is the stability and finiteness of the discrete spectrum of any four-body Coulomb system $(M^+M^+m^-m^-)$ of two identical positively charged particles and two identical particles with the opposite charge. We also prove that any system $(M_1^+M_2^+m^-m^-)$, with $M_1, M_2 \geq m/0.03196$, is stable and has finite discrete spectrum. Basic ingredients of the proofs are lower bounds for the ground state energies of the hydrogen molecular ion, H_2^+ , and the hydrogen atomic ion, H^- . Furthermore, we investigate the bound state spectrum of the diatomic molecules H_2 and H_2^+ . We prove that H_2^+ has rotationally excited bound states, to each angular momentum up to 26, and that, to each angular momentum up to 23, there also exist vibrationally excited bound states. We obtain the lower bound 5214 for the total number of bound states. For H_2 , we show the existence of bound states, for all angular momenta up to 23, and obtain the lower bound 1176 for the number of bound states.

In the second part of the thesis, we address the renormalization group approach to many fermion systems. We set up a continuous scale renormalization group procedure. This is used to discuss in a lowest order approximation a system of lattice fermions with short range interactions in the weak coupling limit. We show that an inversion symmetry of the Fermi surface leads to a superconducting instability and a translation symmetry, or, equivalently, nesting symmetry, to a density wave instability. Under absence of these symmetries, the interacting system is a Landau-Fermi liquid.

Zusammenfassung

Die Dissertation besteht aus zwei Teilen. Im ersten Teil untersuchen wir Stabilität und die gebundenen Zustände von einfachen Molekülen. Das Hauptresultat ist die Stabilität und die Endlichkeit des diskreten Spektrums eines jeden Vierkörpersystems mit Coulomb-Wechselwirkungen ($M^+M^+m^-m^-$), zusammengesetzt aus zwei identischen positiv geladenen Teilchen und zwei identischen Teilchen mit der entgegengesetzten Ladung. Weiter beweisen wir, dass jedes System ($M_1^+M_2^+m^-m^-$) für $M_1, M_2 \geq m/0.03196$ stabil ist und ein endliches diskretes Spektrum besitzt. Grundlegend für die Beweise sind untere Schranken für die Grundzustandsenergien des Wasserstoffmoleküls H_2^+ und des Wasserstoffions H^- . Weiter untersuchen wir das Spektrum der gebundenen Zustände der zweiatomigen Moleküle H_2 und H_2^+ . Wir beweisen, dass H_2^+ für alle Bahndrehmomente bis 26 rotationell angeregte gebundene Zustände besitzt, und dass für alle Bahndrehmomente bis 23 es auch vibrationell angeregte gebundene Zustände gibt. Wir erhalten die untere Schranke 5214 für die Zahl der gebundenen Zustände. Für H_2 zeigen wir die Existenz von gebundenen Zuständen für alle Bahndrehmomente bis 23, und wir erhalten die untere Schranke 1176 für die Zahl der gebundenen Zustände.

Im zweiten Teil der Dissertation untersuchen wir den Zugang zu Vielfermionensystemen über die Methode der Renormierungsgruppe. Wir beschreiben die Implementierung mittels eines kontinuierlichen Skalenparameters. Sodann diskutieren wir in einer Näherung tiefster Ordnung ein System von Fermionen auf einem Gitter mit kurzreichweitigen Wechselwirkungen im Limes schwacher Kopplung. Wir zeigen, dass eine Inversions-Symmetrie der Fermifläche zu einer supraleitenden Instabilität führt und eine Translations-Symmetrie zu einer Dichtewellen-Instabilität. Sind diese Symmetrien abwesend, so ist das wechselwirkende System eine Landau-Fermi-Flüssigkeit.